

## 基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法研究进展

罗俊海\*, 余杭

电子科技大学信息与通信工程学院, 四川 成都 611731

**摘要** 红外探测系统具有隐蔽性好、抗干扰能力强等特点,广泛应用于军事和民用领域,红外弱小目标的检测是红外探测系统中的重要组成部分,已成为了当前的研究热点。近年来,学者们在基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法研究方面取得了丰硕的成果,为此,重点阐述了基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法的研究现状和研究进展。从背景分量约束、目标分量约束和联合时域信息约束等 3 个方面详细地综述了基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法。首先把背景分量约束划分为块图像的低秩约束、张量的低秩约束和全变分约束,其次从目标的稀疏性表示和融合局部先验的目标分量加权策略两方面分析了目标分量的约束,然后分析了联合时域信息约束,将典型的基于低秩稀疏分解的检测算法和单帧检测算法进行了性能对比,最后讨论了该领域下一步的研究方向。

**关键词** 机器视觉; 红外图像; 低秩稀疏分解; 弱小目标检测; 低秩近似

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP222077

## Research of Infrared Dim and Small Target Detection Algorithms Based on Low-Rank and Sparse Decomposition

Luo Junhai\*, Yu Hang

*School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, Sichuan, China*

**Abstract** Infrared detection systems have the characteristics of good concealment, strong anti-jamming ability, etc. and are widely applied in military and civil fields. The detection of small and weak targets is an important part of an infrared detection system and has become an attractive research area. Recently, scholars have made remarkable achievements in the research of infrared dim small target detection algorithms based on the low-rank sparse decomposition. This study focuses on the research status and development of infrared dim small target detection algorithms based on the low-rank sparse decomposition and presents a detailed review on three aspects: background component constraints, target component constraints, and joint time-domain information constraints. First, the constraints of the background component are divided into the low-rank constraint of block image, low-rank constraint of tensor, and full variation constraints. Second, the constraints of the target component are analyzed from two aspects: the sparse representation of targets and the target component weighting strategy of fusing local priors. Then, the joint time-domain information constraint is analyzed. Furthermore, the performances of a typical detection algorithm based on the low-rank sparse decomposition and a single frame detection algorithm are compared. Finally, future research direction in this field is highlighted.

**Key words** machine vision; infrared image; low-rank and sparse decomposition; dim and small target detection; low-rank approximation

## 1 引言

红外探测系统根据背景与目标的温差将探测到的热辐射差异转换为图像信号从而实现对目标的检测和跟踪<sup>[1]</sup>;与主动发射电磁波进行探测的雷达探测系统

相比,红外探测系统无须发射电磁波,直接利用目标的热辐射特性被动探测,具有昼夜工作、隐蔽性强<sup>[2]</sup>等特点;与可见光探测系统相比,它具有可探测距离远、穿透能力和抗干扰能力强<sup>[3]</sup>等优点,因此广泛应用于各领域,如民用领域的火灾探测、医学成像、农业生产、安

收稿日期: 2022-07-15; 修回日期: 2022-08-30; 录用日期: 2022-10-13; 网络首发日期: 2022-10-23

基金项目: 四川省自然科学基金(2023NSFSC0508)

通信作者: junhai\_luo@uestc.edu.cn

防监控、故障诊断等方面,军事领域的精确制导、目标监视、预警和跟踪等方面。红外弱小目标的检测是红外探测系统中的重要组成部分,已经成为近年来的研究热点。然而,目前红外弱小目标检测技术仍然充满挑战,虚警率、鲁棒性和实时性难以满足要求,难点主要在以下 3 个方面:

1) 目标语义的缺失。由于目标与探测器的距离较远,目标在成像系统中所成的像通常呈现斑点状,像素数在整幅图像中占比较少,一般在  $2 \text{ pixel} \times 2 \text{ pixel} \sim 9 \text{ pixel} \times 9 \text{ pixel}$ ,没有可以利用的形状、颜色、尺寸和纹理等特征信息<sup>[4]</sup>。

2) 目标容易受到大气辐射、云雾等强噪声的干扰,红外图像的成像质量低,目标在红外背景中对比度和信杂比低,容易湮没于杂波中<sup>[5-6]</sup>。

3) 红外探测中成像背景一般包括天空背景、海面背景和地面背景,成像环境复杂,尤其在地面背景中存在与目标特征相似的虚警源,容易对目标的检测造成干扰,导致误检。

目前红外弱小目标检测的方法主要分为两类:基于序列检测的方法和基于单帧检测的方法。基于序列检测的方法包括三维匹配滤波<sup>[7]</sup>、动态规划方法<sup>[8]</sup>等。基于单帧的方法更关注单帧红外图像中的局部或者全局的信息,近年来受到了学者们的广泛关注,一般可分为基于数据驱动的方法和基于模型驱动的方法。基于数据驱动的方法需要对目标进行像素级的标注,将目标检测问题转变为像素级的图像分割问题<sup>[9-10]</sup>,利用卷积神经网络提取红外图像特征,常利用注意力机制和图像金字塔等方法,该类方法依赖于红外弱小目标的数据集,然而红外弱小目标的数据集大部分具有保密性,不易获取高质量的公开数据集,因此限制了基于数据驱动的方法的发展。基于模型驱动的方法不依赖大量的红外图像数据,更关注目标和背景的特性,可分为基于背景一致性的方法、基于人类视觉系统的方法和基于低秩稀疏分解的方法。基于背景一致性的方法假设目标邻域背景变化缓慢,局部背景图像中像素间的相关性高,该类方法可分为两类:基于空间域滤波的方法和基于变换域滤波器的方法。基于空间域滤波的方法主要通过设计滤波器对背景进行估计,将原始红外图像和估计的背景相减实现目标的增强。典型的空域滤波方法有最大中、均值滤波<sup>[11]</sup>、top-hat 算法<sup>[12]</sup>。基于变换域滤波的方法利用背景和目标的频率差异,在变换域内设计高通滤波器滤除低频部分的背景,从而实现小目标的检测。总的来说,基于背景一致性的方法相对简单的背景中具有较好的检测效果,算法耗时低,但在复杂的背景中难以得到理想的检测结果。在红外图像中,目标的灰度值往往要高于其背景邻域的灰度值,目标是整幅红外图像中的显著区域,基于人类视觉系统的方法通过设计不同的算法度量目标与其邻域背景灰度值的差异得到目标显著图,其中的背景被

抑制、目标被增强,然后在目标显著图上进行阈值分割得到检测结果。这类方法包括局部对比度测量<sup>[13]</sup>和高斯差分滤波器<sup>[14]</sup>。考虑到红外图像的背景具有非局部自相关性<sup>[15]</sup>,而目标只占据了少量像素,有学者将低秩稀疏分解应用于红外弱小目标检测领域,即利用背景的低秩性和目标的稀疏性将目标的检测问题转化恢复低秩分量和稀疏分量的数学优化问题。无论在简单背景或复杂背景中均能满足红外图像背景低秩和目标稀疏的全局先验,且近年来发展出了融合局部先验到低秩稀疏分解模型的方法,可以有效地抑制虚警。因此,基于低秩稀疏分解的方法相比于其余几类方法更能适应复杂多变的场景,检测性能更佳,因此吸引了国内外学者的广泛关注。

鉴于基于稀疏低秩分解的红外弱小目标检测算法具有较好的研究前景,而目前还没有相关的综述文章总结该方向的研究成果。因此,本文从背景分量约束、目标分量约束和联合时域信息约束等 3 方面分析基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法,最后对基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法的发展方向进行了展望。

## 2 基本原理

### 2.1 数学模型

一般地,单帧红外图像可建模为背景图像、目标图像和随机噪声图像的线性叠加,即

$$f_D(x, y) = f_T(x, y) + f_B(x, y) + f_N(x, y), \quad (1)$$

式中:  $f_D$ 、 $f_T$ 、 $f_B$  和  $f_N$  分别表示原始红外图像、目标图像、背景图像和随机噪声图像;  $(x, y)$  表示像素点位置。一般情况下,在红外成像中,由于大气折射等环境因素和红外成像器件的影响,背景细节会变得略微模糊,因此,在红外图像中无论是在相邻的区域还是在不相邻的区域,背景图像中的部分图像块是近似线性相关的,这说明背景满足低秩性。对于目标来说,由于真实目标和成像系统距离较远,目标在整幅红外图像中只占据了几个像素,相对于整幅图像而言,目标分量是稀疏的。对原始红外图像进行低秩稀疏分解从而分离低秩分量和稀疏分量,稀疏分量对应着目标,对稀疏分量进行阈值分割就可以检测出目标。依据数据的表现形式,基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法可分为两类:基于块图像的方法和基于张量表示的方法。

基于块图像的方法在二维矩阵上进行低秩稀疏分解。首先需要通过预先设定大小的窗口从左至右、从上至下滑动得到一系列的块图像,将每个块图像向量化,得到一个新的块图像矩阵,如图 1 所示。然后在新的矩阵上进行低秩稀疏分解,分离出低秩分量和稀疏分量,将稀疏分量按照图 1 的逆过程重构得到目标图像,最后经过阈值分割得到最终的检测结果。

基于张量表示的方法在三维张量上进行低秩稀疏

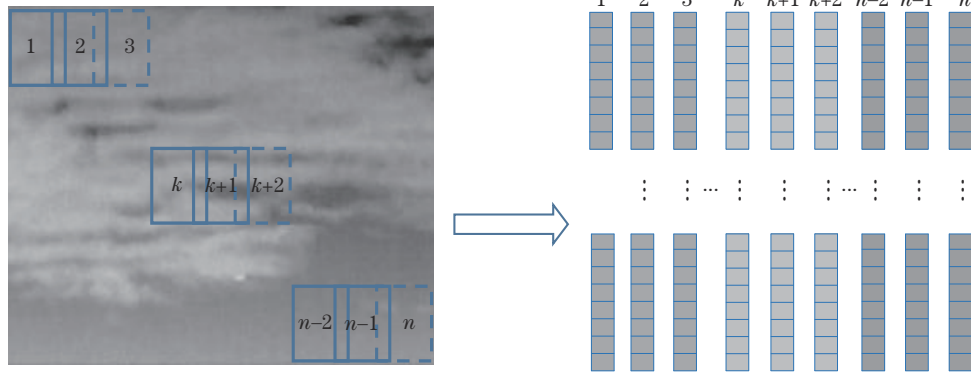


图 1 块图像向量化

Fig. 1 Vectorization of patch image

分解。基于块图像的方法中将块图像向量化时破坏了原始红外图像中的空间相关性,相邻像素点间的关系被破坏导致信息丢失。因此,有学者提出基于张量表示的方法,通过构建块张量在高维空间中进行数据的处理,可以更好地保留红外图像的原始结构和利用更多的数据特征。

块张量的构建过程如图 2 所示,与图 1 不同的是无须进行块图像向量化操作。将固定尺寸大小的滑动窗口从左至右、从上至下按照固定的步长遍历原始红外图像,将每次滑动窗口得到的块图像作为张量的一个前向切片,按照先后顺序堆叠所有的块图像,得到原始红外块张量。

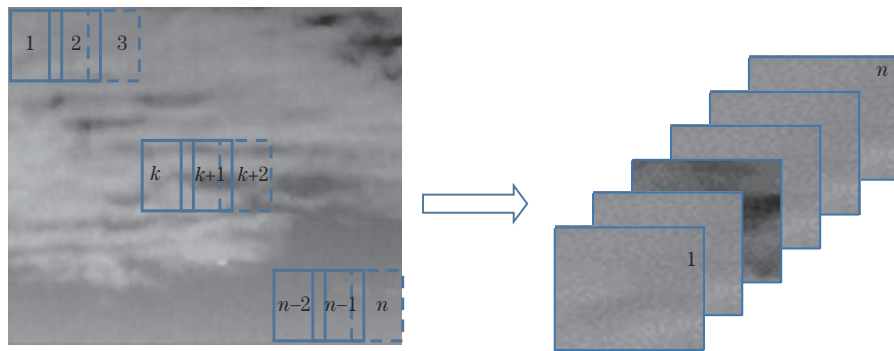


图 2 块张量构建

Fig. 2 Construction of patch tensor

将红外图像数据构成块图像矩阵或张量数据后,式(1)可改写为

$$\mathbf{D} = \mathbf{T} + \mathbf{B} + \mathbf{N}, \quad (2)$$

式中: $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{T}$ 和 $\mathbf{N}$ 分别表示原始红外图像数据、背景分量、目标分量和噪声分量。由于目标分量和背景分量具有全局稀疏性和低秩性,因此红外弱小目标的检测问题转换为解决如式(3)所示的低秩稀疏分解问题:

$$\min_{\mathbf{B}, \mathbf{T}} \text{rank}(\mathbf{B}) + \mu \|\mathbf{T}\|_0 \text{ s. t. } \|\mathbf{D} - \mathbf{T} - \mathbf{B}\|_F \leq \delta, \quad (3)$$

式中: $\delta$ 表征噪声强弱程度;rank表示张量的秩。

## 2.2 评价指标

红外弱小目标检测领域常用的性能评价指标有信杂比增益( $G_{\text{SCRG}}$ )和背景抑制因子( $F_{\text{BSF}}$ )。一般而言, $G_{\text{SCRG}}$ 和 $F_{\text{BSF}}$ 越高,相应的检测算法越好。

信杂比( $R_{\text{SCR}}$ )是衡量目标显著性的基本指标,其表达式为

$$R_{\text{SCR}} = \frac{\mu_t - \mu_b}{\sigma_b}, \quad (4)$$

式中: $\mu_t$ 表示目标的平均像素值; $\mu_b$ 和 $\sigma_b$ 分别表示目标邻域内的平均像素值和标准差。

$G_{\text{SCRG}}$ 表示检测算法对目标显著性的增强程度,其表达式为

$$G_{\text{SCRG}} = \frac{R_{\text{SCR out}}}{R_{\text{SCR in}}}, \quad (5)$$

式中: $R_{\text{SCR out}}$ 和 $R_{\text{SCR in}}$ 分别表示原始图像和检测方法处理后的图像的信杂比。

$F_{\text{BSF}}$ 反映检测方法的背景抑制能力,其表达式为

$$F_{\text{BSF}} = \frac{\sigma_{\text{in}}}{\sigma_{\text{out}}}, \quad (6)$$

式中: $\sigma_{\text{in}}$ 和 $\sigma_{\text{out}}$ 分别表示原始图像目标邻域的标准差和检测方法处理后的目标邻域的标准差。

## 3 基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法分析

基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法主要

求解如式(3)所示的数学优化问题,依据式(3)中的低秩约束项和稀疏约束项,分别从背景分量约束和目标分量约束两方面进行分析。考虑到近年来,在低秩稀疏分解框架下的检测方法逐渐从单帧图像推广到多帧

图像,因此对联合时域信息约束进行了全面的总结。

### 3.1 背景分量约束

依据红外背景图像的低秩性,结合国内外相关文献可将背景分量约束细分为如图3所示的子类。

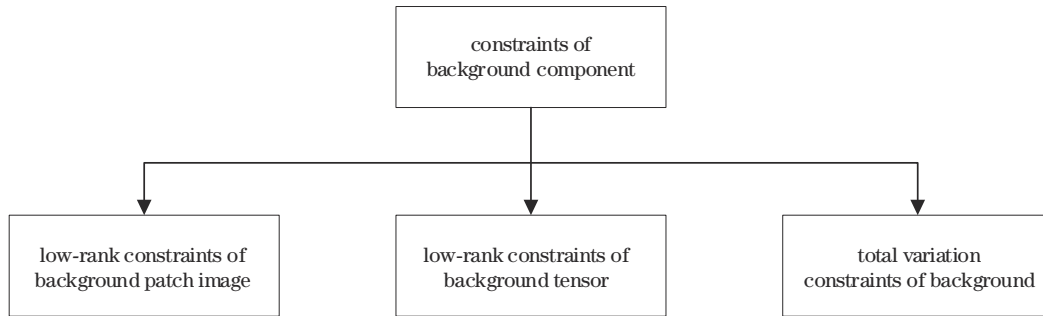


图3 背景分量约束

Fig. 3 Constraints of background component

由于进行低秩稀疏分解时,红外图像数据的表现形式可分为块图像矩阵和张量,因此对背景的低秩约束可相应地分为背景块图像的低秩约束和背景张量的低秩约束。无论是基于块图像的方法还是基于张量表示的方法,秩函数都是非凸非连续的,最小化秩函数都是NP困难的,在应用中一般使用相应的松弛函数代替。

对背景施加全变分约束是为了保留背景中更多的局部细节,将边缘、角点等对目标的干扰结构保留在背景分量中,使得估计的背景图像更接近真实背景。

#### 3.1.1 背景块图像的低秩约束

Gao等<sup>[15]</sup>在2013年提出的红外块图像(IPI)模型当中,通过矩阵的核范数近似矩阵的秩,在背景平滑、连续的情况下,该模型可以获得较好的检测结果。然而面对非平滑的背景时,IPI模型处理后得到的目标图像存在强边缘残差。其根本原因是核范数并不适合约束具有强边缘的背景,其同等对待背景的奇异值,即对所有奇异值进行相同程度的收缩,这就导致背景细节的丢失,因此强边缘等被划分到目标图像中。在IPI的基础上,许多改进的算法相继被提出。

Dai等<sup>[16]</sup>提出 non-negative infrared patch-image model via partial sum minimization of singular values (NIPPS)模型,针对IPI模型中核范数约束背景块图像仅适用于样本充足的情况,使用奇异值的部分和约束背景块图像,以解决强边缘的观测样本不足而被误判为稀疏分量的问题,该模型保留了与边缘相关的部分奇异值,但需要设置固定的能量比约束提前估计背景的矩阵秩。为了解决NIPPS模型需要估计秩的问题,文献<sup>[17-18]</sup>采用加权核范数约束背景,对表示背景中强边缘等细节的较大奇异值施加较小的权重以减少阈值收缩,因此可以更好保留背景中强边缘等主要成分。

无论是使用奇异值的部分和约束背景还是加权核

范数约束背景,均涉及背景分量的奇异值分解,使得算法的耗时增加,文献<sup>[19-20]</sup>使用非凸的 $\gamma$ 范数约束背景,既克服了IPI模型中核范数的缺陷,又具有更高的检测速度,同时使用 $L_{2,1}$ 范数对近似线性结构的稀疏边缘进行约束。此外,Zhou等<sup>[21]</sup>使用 Schatten 1/2 范数的非凸低秩正则项,与核范数相比,得到了更加精确的背景估计。

总的来说:矩阵的核范数作为秩函数的凸近似,在边缘样充足和背景简单的情况下,可以获得较好的检测结果;当背景变得复杂时,相比于核范数,非凸的松弛函数更适合约束背景块图像。

#### 3.1.2 背景张量的低秩约束

Dai等<sup>[22]</sup>首次将基于低秩稀疏分解的红外小目标检测算法从二维矩阵推广到三维张量,提出重加权红外块张量(RIPT)模型,由于块张量的3个模态展开矩阵都满足低秩性,使用核范数之和(SNN)正则化低秩背景张量。在RIPT的基础上,Wang等<sup>[23]</sup>进行了改进,使用局部信杂比确定候选目标,避免目标被淹没于背景中,同时使用 $L_{2,1}$ 范数去除线性结构稀疏的强边缘留下的残差,提高检测性能。

由于张量的展开操作会破坏块张量内部结构,可使用SNN约束背景张量。张量奇异值分解<sup>[24]</sup>能够保留张量的完整结构,在张量奇异值分解的基础上,文献<sup>[25-27]</sup>使用张量核范数(TNN)来表征红外图像的背景张量秩。与矩阵的核范数类似,TNN适用于边缘样本充足的情况,即在均匀背景中能达到理想的检测效果。在一些研究中,为了将强边缘等部分尽可能保留于背景张量中,张量核范数部分和(PSTNN)<sup>[28-29]</sup>、加权张量核范数<sup>[30]</sup>和加权 Schatten p 范数<sup>[31]</sup>也被用来代替TNN,其分别是第3.1.1节中参考文献<sup>[16-17,21]</sup>的三维拓展。为了得到更精确的背景估计,Xu等<sup>[32]</sup>将拉普拉斯函数引入TNN中,拉普拉斯函数能够根据奇异值的大小自适应地为奇异值分配权重,从而更好

地逼近张量秩。在此基础上, Guan 等<sup>[33]</sup>提出一种基于拉普拉斯函数的非凸张量秩代理的红外弱小目标检测算法, 取得较好的检测效果。

近年来, 一些学者在块张量各个模态间的相关性方面展开了一系列研究。与块图像矩阵不同的是, 块张量具有 3 个模态, 而在张量奇异值分解中张量的模态 3 留给循环卷积过程, 只提取模态 1 和模态 2 的相关性, 导致 TNN 缺乏灵活性, 不能准确地描述各个模态间的相关性<sup>[34]</sup>。文献[35]提出改进的张量核范数, 通过增加核心矩阵来强调模态 3 的低秩结构。受此启发, Zhang 等<sup>[36]</sup>使用改进的张量核范数来表征背景张量的低秩性, 有效地降低了红外张量的低秩冗余, 与其他的低秩稀疏分解方法相比, 能够更快检测出目标。Yang 等<sup>[37]</sup>使用 ket 增广将三阶的红外块张量转换为高阶张量, 引入张量的多模态展开和核范数挖掘块张量不同模态间的相关性, 并使用 Mallat 小波变换融合在不同频带检测到的稀疏分量, 但 ket 增广需要的时间较长, 实时性有待进一步提高。Cao 等<sup>[38]</sup>在海洋复杂环境的红外弱小目标检测中引入 METTR 范数<sup>[34]</sup>近似背景张量秩, 通过张量的模-k1k2 展开将三阶张量拓展为 3 个不同结构的张量, 从而有效地挖掘不同模态间的结构信息。

### 3.1.3 背景分量的全变分约束

在背景异构的情况下, 仅仅利用背景的低秩性很难达到理想的检测效果, 这是因为背景的全局低秩性难以描述背景中的局部细节。为了降低边缘、角点、噪

声等对检测性能的影响, 一种常用的策略是添加额外的对背景约束的正则项, 可以将更多的细节保留于背景当中, 从而降低其对目标的影响。全变分广泛地应用于图像去噪、图像复原等方面, 具有较好保留平滑区域和边缘结构的能力<sup>[39]</sup>, 可有效避免背景边缘模糊, 是红外领域常用的背景约束正则项。Wang 等<sup>[40]</sup>将各向同性全变分正则项添加到目标函数中, 采用各向同性全变分和核范数同时对背景分量进行约束, 既能保留红外背景中的低秩部分, 又缓解了显著边缘对目标的干扰, 取得了良好的检测效果。文献[41]提出一种边缘和角点感知的时空张量(ECA\_STT)模型, 引入张量非局部全变分正则项, 体现图像的非局部自相关特性, 能够有效保留背景张量的细节。Kong 等<sup>[42]</sup>将各向异性全变分的三维形式-高阶全变分用于约束背景张量, 即对背景张量的每一个正面切片施加各向异性全变分约束, 可以有效消除噪声, 但这种形式只涉及背景张量两个维度的图像差分, 忽略了第三维度的信息。文献[43]使用三维各向异性全变分(3DATV)约束背景张量, 克服了高阶全变分的缺陷。Sun 等<sup>[44]</sup>使用 3DATV 来同时描述背景的空间连续性和时间连续性, 可以更好保留背景分量中的尖锐边缘, 提高算法在复杂背景下的检测性能。

基于以上分析, 把背景分量的约束方法, 按照文章发表的时间、约束类别和约束项进行总结, 具体如表 1 所示。

表 1 背景分量约束对比  
Table 1 Comparison of background component constraints

Reference	Constraints of background components	Publish year	Constraint term
[15]	Low-rank constraints of background patch image	2013	Nuclear norm
[16]		2017	Partial sum of singular values
[17]		2018	Weighted nuclear norm
[19]		2018	$\gamma$ norm
[21]		2019	Schatten 1/2 norm
[25]	Low-rank constraints of background tensor	2019	Tensor nuclear norm
[28]		2019	Partial sum of tensor nuclear norm
[33]			nonconvex tensor rank surrogate via Laplace function
[30]		2018	Weighted tensor nuclear norm
[31]		2019	Weighted Schatten p norm
[36]		2022	Improved tensor nuclear norm
[38]		2021	METTR norm
[22]		2017	Sum of nuclear norm
[40]	Total variation constraints	2017	Isotropic total variation
[41]		2020	Tensor nonlocal total variation
[42]		2022	Hyper total variation
[44]		2019	3D anisotropic total variation

### 3.2 目标分量约束

由于目标在整幅图像中只占据很小一部分, 可视

为稀疏分量, 用  $L_0$  范数表示目标的稀疏项, 但由于  $L_0$  范数非凸, 在求解过程中一般使用  $L_0$  范数的松弛函数

代替求解。另外,为了充分利用图像的局部先验,根据目标和背景的特性,将局部先验知识作为目标分量的权重因子是近年来学者们提高目标检测性能的一种有效方法。因此,本小节从目标分量的稀疏性约束和融合局部先验的目标分量加权策略两方面来总结目标分量约束项。

### 3.2.1 目标分量的稀疏性约束

目标的稀疏性通过  $L_0$  范数进行约束,由于  $L_0$  是非凸的,一般使用  $L_0$  范数的凸近似  $L_1$  范数代替。 $L_1$  范数忽略红外弱小目标在红外图像中比邻域背景区域更亮的事实,NIPPS 模型在目标块图像的  $L_1$  范数约束中添加了一个额外的非负约束,加快了收敛速度。除了强边缘外,在  $L_1$  范数下一些非目标稀疏点也会对检测结果造成干扰,由于非目标的稀疏点的亮度要低于目标点的亮度,文献[19]和文献[45]采用加权  $L_1$  范数约束目标块图像,增强了目标分量的稀疏性,权重因子与目标分量中的值成反比,即对较暗的非目标像素点施加更大的权重来抑制这些稀疏成分。Zhang 等<sup>[46]</sup>提出 non-convex optimization with lp-norm constraints (NOLC) 模型,基于红外图像中目标的稀疏性比背景的低秩性更严格的特点,将  $L_p$  范数用于约束目标块图像,加强了稀疏项约束。

### 3.2.2 融合局部先验的目标分量加权策略

文献[22]指出,基于非局部先验的红外弱小目标检测方法和基于局部先验的方法是互补的。基于非局部先验的方法对于实际应用场景有较强的鲁棒性,可以更好地保留图像中的小目标这样的稀疏成分,但由于强边缘等在图像中和目标一样具有全局稀疏性,基于非局部先验的方法无法将其和目标完全分开。在背景简单的条件下,基于局部先验的方法能够有效识别目标,抑制背景残差,但当背景变得复杂时,仅靠局部先验信息难以区分目标和背景。因此,同时利用局部先验和非局部先验的检测方法可以有效提高红外弱小目标的检测性能。基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法利用背景的全局低秩性和目标的稀疏性,是一种基于非局部先验的方法,因此可以提取原始红外图像中的局部先验信息,将其作为目标分量的权重因子融合到基于低秩稀疏分解的算法框架中。

在基于块图像的方法中,Dai 等<sup>[47]</sup>于 2016 年提出加权红外块图像(WIPI)模型,将块图像的先验信息融入 IPI 模型中,设计了一种基于转向核的列权重,因此 WIPI 模型能够自适应地为块图像矩阵的每一列分配权重因子以区分小目标和边缘。熊斌等<sup>[48]</sup>使用加权方差信息熵来表征图像的低秩特性,然后结合加权方差信息熵和稀疏系数设计了一种基于目标分量的自适应加权系数,其和固定的全局参数相比有更好的检测性能。文献[49]提出一种基于非局部低秩模型和显著性滤波正则化的红外目标检测方法,通过局部熵算子增强复杂背景下的红外小目标。

在基于张量表示的方法中,结构张量常被用于提取局部结构信息,通过计算结构张量的特征值可区分出图像中的角点区域、平坦区域和边缘区域。文献[22]利用结构张量提取背景先验,通过计算每个像素点的结构张量特征值之差突出显示边缘信息,并将该信息作为目标张量的权重,可有效抑制目标图像中的强边缘。然而,用结构张量特征值之差来提取先验信息的方法在突出边缘信息的同时,也强调了目标的边缘,导致目标过缩,且不能有效识别出背景中和目标同样具有稀疏特性的角点。考虑到文献[22]中只提取了背景先验信息,忽略了目标先验,Zhang 等<sup>[41]</sup>计算了图像中每个像素点的角点强度值,融合角点强度和背景先验得到目标先验。由于目标的保存需要较小的正则化参数,因此将目标先验的倒数作为目标张量的权重因子。文献[28]使用最大运算提取背景先验并与角点强度融合得到目标张量的先验权值。

除结构张量外,局部对比度机制和方向导数也被用于提取目标先验。Guan 等<sup>[33]</sup>通过累加不同尺度下的邻域边缘与中心像素的最小灰度差值得到局部对比度能量特征,由于目标的灰度值一般大于其邻域像素的灰度值,使用局部对比度能量特征加权目标张量能够有效地增强目标和抑制背景中的杂波。文献[36]使用局部视觉显著性先验作为目标张量的权重因子,该方法解决了目标缩小和边缘附近的目标检测问题。何巍等<sup>[50]</sup>使用双窗口结构的局部对比度方法提取先验信息。Pang 等<sup>[51]</sup>计算了面元模型下  $0^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $-45^\circ$ 、 $90^\circ$  等 4 个方向的导数特征图,由于目标在导数特征图中存在明显的边缘效应,使用结构张量提取导数特征图中的边缘信息,然后融合 4 个方向的边缘特征得到目标显著图。根据上面的分析,把目标分量约束的相关文献进行了总结,具体如表 2 所示。

### 3.3 联合时域信息约束

由于红外成像背景的复杂性,在单帧红外图像中缺乏目标形状、运动等先验信息,仅仅利用单帧图像信息难以有效检测出目标,融合时域信息有助于提高检测性能,因此近年来国内外的相关文献中提出联合时域信息的红外弱小目标检测算法。

#### 3.3.1 图像矩阵的时域信息约束

文献[52]指出,在序列图像中,背景在时域上具有低秩性,而目标在时域上分布稀疏。因此,Nie 等<sup>[52]</sup>提出一种基于时域低秩稀疏分解和时空连续性的红外弱小目标检测算法,首先对序列图像进行时域扩展,直接将单帧图像向量化,作为图像矩阵的一列,然后通过时域低秩稀疏分解得到目标的预测图,采用改进的管道滤波消除噪声。为了利用红外图像序列的空时相关性,Sun 等<sup>[53]</sup>将 IPI 模型从空域推广到空时域,同时利用红外序列图像的空间信息和时间信息,通过滑动窗口将原始红外图像转换为块图像矩阵后,按时间顺序将多个块图像矩阵拼接为另一个新的空时块图像矩

表 2 目标分量约束对比  
Table 2 Comparison of target component constraints

Reference	Constraints of target component	Publish year	Sparse constraints term /methods for extracting prior
[16]	Sparse constraints of target component	2017	$L_1$ norm with non-negative constraint
[19]		2018	Weighted $L_1$ norm
[45]		2018	Weighted $L_1$ norm
[46]		2019	$L_p$ -Norm
[47]	Weighting factor for the target component	2016	Steering kernel
[48]		2017	Variation weighted information entropy
[49]		2020	Local image entropy
[41]		2020	Structure tensor
[50]		2021	Double window local contrast measure
[51]		2022	Structure tensor and direction derivative
[33]		2020	Local contrast energy
[36]		2022	Local visual saliency

阵,在空时块图像矩阵上进行低秩稀疏分解进而检测出目标。

此外,由于目标的帧间相似性,时间一致性约束也施加在目标分量上。Wei等<sup>[54]</sup>使用低秩稀疏分解在第一帧中初步确定目标的位置,再利用目标在相邻帧间移动距离很小的特点,缩小检测区域,提高检测性能。Wan等<sup>[55]</sup>提出一种基于全变分的帧间红外块图像模型,该模型假设目标运动速度缓慢,即目标在相邻帧间相似,使用时间一致性来约束目标,并对目标施加全变分约束以达到去除噪声和抑制强边缘的目的。

### 3.3.2 张量的时域信息约束

为了利用红外图像序列的时序信息,近年来完整空时张量模型<sup>[56]</sup>和空时块张量模型<sup>[57]</sup>相继被提出,这两种模型的时域信息约束主要体现在时域上的低秩性。

完整空时张量的构建示意图如图4所示,将多帧的红外图像按时间顺序堆叠得到完整空时张量,即每一帧作为张量数据的一个正面切片。该种方式完整地保留了原始红外图像结构并且减少了计算量。基于完整空时张量的检测算法主要利用了完整空时张量中的空时相关性,由于红外背景序列中帧间具有强相关性,按图4构建的张量具有低秩性。Zhu等<sup>[56]</sup>构建了一种完整空时张量模型,引入环形顶帽算子以充分利用局部结构信息和减少噪声和杂波对目标造成的影响。文

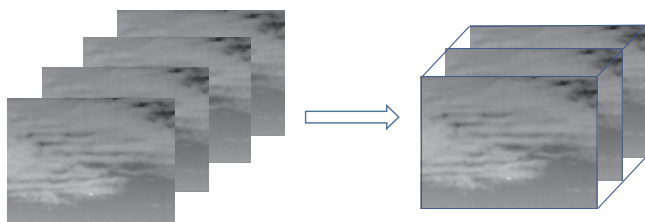


图 4 完整空时张量的构建过程

Fig. 4 Construction of holistic spatial-temporal tensor

献<sup>[58]</sup>提出 asymmetric spatial-temporal total variation non-convex tensor low-rank approximation (ASTTV\_NTLA)模型,使用引入拉普拉斯函数的张量非凸秩代理来逼近完整空时张量的张量秩,将三维各向异性全变分用于约束背景张量,取得了精确的背景估计。

基于空时块张量的检测算法利用红外图像在时空域的局部相关性。空时块张量的构建过程如图5所示。首先构建空间块张量,通过滑动窗口遍历图像,在单帧图像中空间相邻的若干个块图像按顺序堆叠成空间块张量。然后在相邻的前后帧中选择相同位置的空间块张量按照时序堆叠构建空时块张量。文献<sup>[57]</sup>指出,空时块张量的局部相关性比非局部相关性更能体现出背景的低秩,且能够更好保留背景中的边缘部分。Wang等<sup>[59]</sup>提出非重叠的空时块张量的构建方法,即在空间块张量的构建过程中滑动窗口互不重叠,可避免信息的冗余。

表3对联合时域信息约束按照红外图像数据的表现形式、发表时间和时域信息的利用形式进行了对比。

### 3.2 典型算法性能对比

为了比较不同算法在不同场景下的性能,在5幅红外图像上<sup>[60]</sup>应用9种不同的典型算法(LCM<sup>[13]</sup>、Max\_mean<sup>[11]</sup>、IPI<sup>[15]</sup>、NIPPS<sup>[16]</sup>、NRAM<sup>[19]</sup>、PSTNN<sup>[28]</sup>、ECA\_STT<sup>[42]</sup>、RIPT<sup>[22]</sup>、ASTTV\_NTLA<sup>[58]</sup>)检测目标。前两种算法分别是基于人类视觉系统的算法和基于背景一致性的算法。IPI、NIPPS、NRAM是分别使用矩阵的核范数、部分奇异值和 $\gamma$ 范数约束背景块图像的算法。ECA\_STT使用非局部全变分约束背景分量,RIPT、PSTNN使用张量核范数之和与张量核范数部分和近似背景张量秩。ASTTV\_NTLA使用时域信息构建完整空时张量。5幅红外图像的背景从均匀到复杂,包括天空背景和地面背景。其中,场景1、场景4

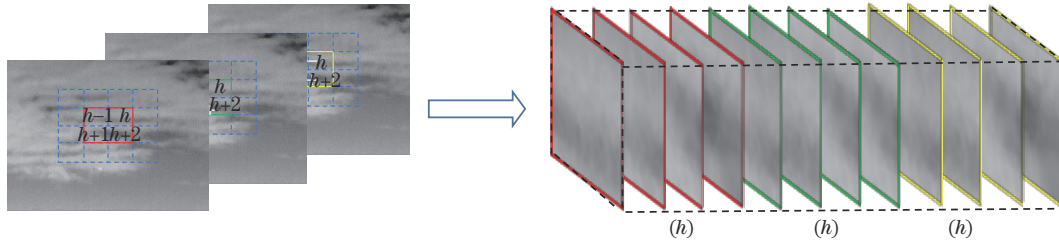


图 5 时空块张量的构建过程

Fig. 5 Construction of spatial-temporal patch tensor

表 3 联合时域信息约束对比

Table 3 Comparison of joint temporal information constraints

Reference	Representation of infrared image	Publish year	Utilization of temporal information
[52]	Matrix	2020	temporal extension of sequence image and temporal low-rank and sparse decomposition
[53]		2019	Spatial-temporal patch image
[54]		2016	Temporal consistency constraint for target component
[55]		2022	Temporal consistency constraint for target component
[56]	Tensor	2020	holistic spatial-temporal tensor
[57]		2020	spatial-temporal patch tensor
[58]		2022	holistic spatial-temporal tensor
[59]		2022	non-overlapping spatial-temporal patch tensor

和场景 5 的图像大小为 256 pixel × 256 pixel, 场景 2 的图像大小为 512 pixel × 640 pixel, 场景 3 的图像大小为 200 pixel × 256 pixel。所有的实验在 Windows 10 下的 Matlab R2016b 中实现, 计算机配置为 Intel Core i5-11400@2.60 GHz, 内存为 8 GB。

表 4 给出了  $G_{\text{SCRG}}$  和  $F_{\text{BSF}}$  的测量结果, 其中, inf 表示正无穷大, 当目标的邻域背景抑制得特别干净, 其标准差值为 0 时, 就会出现这种情况。从整体来看, 无论是在目标增强方面还是背景抑制方面, 基于低秩稀疏分解的检测方法要明显优于基于人类视觉系统的方法和基于背景一致性的方法。9 种对比算法运行后得到的目标显著图如图 6 所示, 其中, 目标已用红色方框框出。在图 6 的前两幅图中, 背景简单, 这 9 种算法对目

标的检测效果都很理想。但随着背景复杂度的提高, 背景变得非均匀非平滑时, 基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法的鲁棒性明显强于 LCM 和 Max\_mean 算法。表 5 给出了 9 种对比算法在 5 个场景下的单帧运行时间。从表 5 可以看出, Max\_mean 和 LCM 耗时较低, 算法运行时间与图像的大小有关, 背景的复杂程度对算法运行时间的影响不大。与 Max\_mean 和 LCM 相比, 低秩稀疏的方法运行时间较长, 图像的大小和背景的复杂程度都会影响算法的运行时间。与场景 1 相比, 场景 4 和场景 5 的背景更复杂, 需要更多的迭代次数才会达到收敛条件, 因此耗时更长。表 6 为对比算法的计算复杂度 ( $M$  和  $N$  为红外图像的长和宽, 块图像矩阵大小为  $m \times n$ , 张量的大小

表 4  $G_{\text{SCRG}}$  和  $F_{\text{BSF}}$  比较

Table 4 Comparison of  $G_{\text{SCRG}}$  and  $F_{\text{BSF}}$

Algorithm	Scene 1		Scene 2		Scene 3		Scene 4		Scene 5	
	$G_{\text{SCRG}}$	$F_{\text{BSF}}$	$G_{\text{SCRG}}$	$F_{\text{BSF}}$	$G_{\text{SCRG}}$	$F_{\text{BSF}}$	$G_{\text{SCRG}}$	$F_{\text{BSF}}$	$G_{\text{SCRG}}$	$F_{\text{BSF}}$
LCM	2.19	0.41	41.41	1.30	1.39	0.53	2.55	1.18	4.99	0.60
Max_mean	0.47	0.43	0.39	0.25	1.22	0.66	1.02	1.49	0.97	0.67
IPI	11.07	9.83	2.00	1.23	inf	inf	inf	inf	68.44	35.12
Nipps	52.90	35.37	20.74	9.34	inf	inf	8.13	26.43	inf	inf
NRAM	37.87	24.45	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf
PSTNN	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf
ECA_STT	19.06	12.43	58.56	28.69	391.38	106.10	0.96	0.90	3.46	1.57
RIPT	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	13.19	6.19
ASTTV_NTLA	inf	inf	inf	inf	inf	inf	5.06	6.85	389.68	204.11



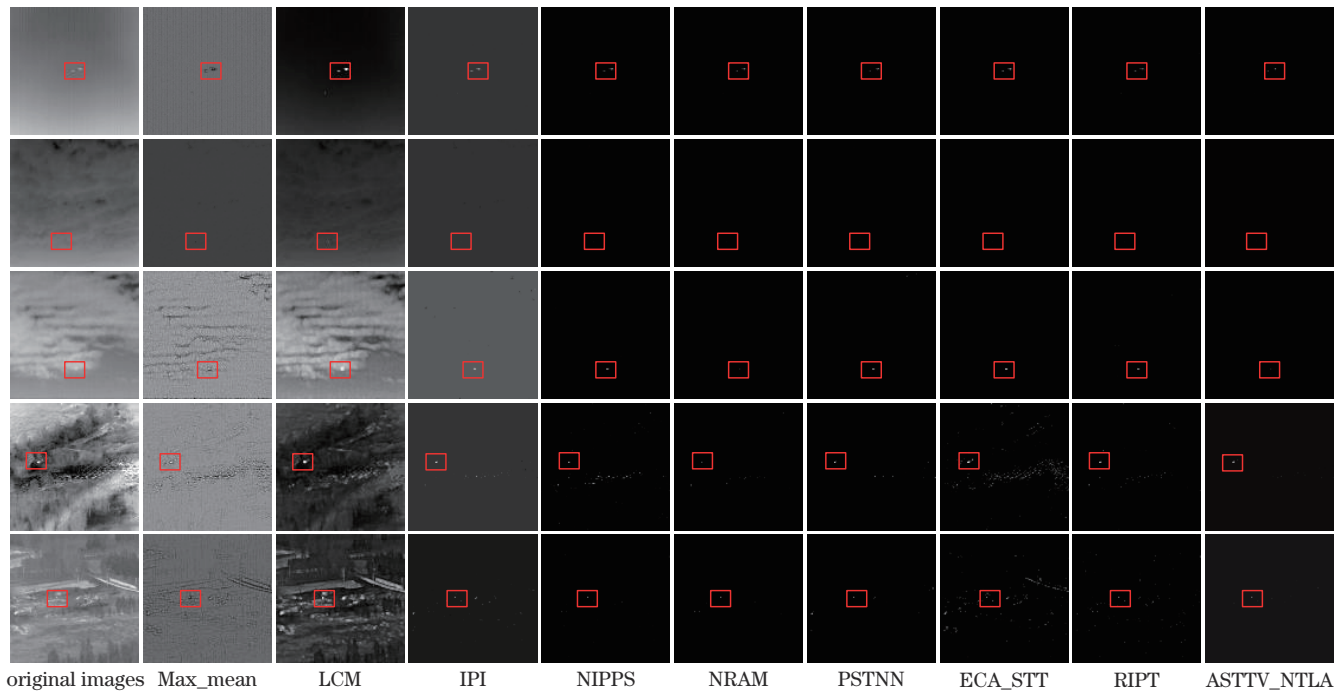


图 6 目标检测结果

Fig. 6 Detection results

表 5 单帧运行时间

Table 5 Single frame computation time unit: s

Algorithm	Scene 1	Scene 2	Scene 3	Scene 4	Scene 5
LCM	00.16	0.80	0.15	0.16	0.15
Max_mean	0.004	0.013	0.003	0.003	0.005
IPI	4.72	31.86	4.84	5.14	5.51
Nipps	11.82	115.36	6.23	12.65	11.12
NRAM	1.98	35.01	0.891	1.54	1.91
PSTNN	0.27	3.00	0.55	0.64	0.69
ECA_STT	6.63	4.60	40.61	7.10	7.14
RIPT	2.98	14.99	2.19	3.82	5.5
ASTTV_NTLA	1.72	9.75	1.18	1.86	1.84

表 6 计算复杂度对比

Table 6 Comparison of computational complexity

Algorithm	Computational complexity
Max_mean	$O(MN)$
LCM	$O(K^3MN)$
IPI	$O(mn^2)$
NRAM	$O(mn^2)$
NIPPS	$O(mn^2)$
ECA_STT	$O(n_1n_2n_3 \log n_3 + n_1n_2^2[(n_3 + 1)/2])$
RIPT	$O(n_1n_2n_3(n_1n_2 + n_1n_3 + n_2n_3))$
PSTNN	$O(n_1n_2n_3 \log n_3 + n_1n_2^2[(n_3 + 1)/2])$
ASTTV_NTLA	$O(n_1n_2n_3 2 \log n_3 + n_1n_2^2[(n_1n_2n_3^2 + 1)/2])$

为  $n_1 \times n_2 \times n_3$ ), 与 Max\_mean 和 LCM 不同的是, 低秩稀疏分解方法的计算复杂度与其构造的块图像矩阵和

张量有关, 即滑动窗口的大小和移动步长等参数会影响到算法的计算复杂度。

## 4 结 语

近年来, 基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法受到了国内外学者的广泛关注, 详细地总结了基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法的研究进展, 并选择典型的算法进行了性能比较。尽管基于低秩稀疏分解的红外弱小目标检测算法已经取得了一系列的研究成果, 但仍然存在一些挑战有待进一步研究, 主要体现在以下几个方面:

1) 基于低秩稀疏分解的方法中涉及较多参数, 如滑动窗口的大小、滑动窗口的移动步长、目标函数中的权重系数等, 这些参数对算法的性能有着重要的影响, 为了提高算法对场景的适应性, 应当根据背景的复杂程度自适应地确定参数值。未来可以利用原始图像的先验信息等方法确定最优参数。

2) 目前, 张量的构建方式较为简单, 一般通过滑动窗口遍历原始红外图像或者多帧序列图像直接构建张量, 其中包含了许多与目标无关的冗余信息。如何在低秩稀疏分解之前精练张量数据以减少算法的运行时间是未来的研究方向之一。

3) 背景张量秩近似的改进。背景张量的低秩表示可以从经典张量分解下张量秩的近似和新的张量分解方式这两方面进行下一步的研究, 以构建更加精确的张量低秩表示描述背景张量的低秩性, 使得恢复的背景更加接近真实的背景。

4) 在目标函数的构造方面, 为了减少多解性和提

高检测性能,目前主流的方法在目标函数中添加对背景的约束项,如全变分正则项,除了对背景添加约束项外,在目标分量上施加约束是一个值得研究的方向。

5) 在时域信息的利用方面,现有的基于低秩稀疏分解的算法中主要将时域信息融合于图像矩阵或者张量数据中,用多帧图像代替原来的单帧图像构建新的数据。然而,帧间的序列信息并没有得到充分挖掘,由于低秩稀疏分解后的目标图像中会存在虚警,在未来的研究中,可以利用目标的序列特性剔除虚警,检出真正的目标。

## 参 考 文 献

- [1] 彭凌冰. 复杂成像探测中的微弱目标检测算法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2020: 25-26.  
Peng L B. Research on key techniques of dim target detection in complex imaging system[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2020: 25-26.
- [2] 任向阳, 王杰, 马天磊, 等. 红外弱小目标检测技术综述[J]. 郑州大学学报(理学版), 2020, 52(2): 1-21.  
Ren X Y, Wang J, Ma T L, et al. Review on infrared dim and small target detection technology[J]. Journal of Zhengzhou University (Natural Science Edition), 2020, 52(2): 1-21.
- [3] 王好贤, 董衡, 周志权. 红外单帧图像弱小目标检测技术综述[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(8): 080001.  
Wang H X, Dong H, Zhou Z Q. Review on dim small target detection technologies in infrared single frame images[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(8): 080001.
- [4] 蔡伟, 徐佩伟, 杨志勇, 等. 复杂背景下红外图像弱小目标检测[J]. 应用光学, 2021, 42(4): 643-650.  
Cai W, Xu P W, Yang Z Y, et al. Dim-small targets detection of infrared images in complex backgrounds[J]. Journal of Applied Optics, 2021, 42(4): 643-650.
- [5] 李俊宏, 张萍, 王晓玮, 等. 红外弱小目标检测算法综述[J]. 中国图象图形学报, 2020, 25(9): 1739-1753.  
Li J H, Zhang P, Wang X W, et al. Infrared small-target detection algorithms: a survey[J]. Journal of Image and Graphics, 2020, 25(9): 1739-1753.
- [6] 楼晨风, 张湧, 刘亚. 基于互补梯度增强的红外线列扫描图像弱小目标检测[J]. 光学学报, 2021, 41(21): 2104001.  
Lou C F, Zhang Y, Liu Y. Small target detection of infrared linear array image based on complemented gradient enhancement[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(21): 2104001.
- [7] Reed I S, Gagliardi R M, Stotts L B. Optical moving target detection with 3-D matched filtering[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1988, 24(4): 327-336.
- [8] Tonissen S M, Evans R J. Performance of dynamic programming techniques for Track-Before-Detect[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(4): 1440-1451.
- [9] 宋子壮, 杨嘉伟, 张东方, 等. 基于无监督域适应的低空海面红外目标检测[J]. 光学学报, 2022, 42(4): 0415001.  
Song Z Z, Yang J W, Zhang D F, et al. Low-altitude Sea surface infrared object detection based on unsupervised domain adaptation[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(4): 0415001.
- [10] Dai Y M, Wu Y Q, Zhou F, et al. Asymmetric contextual modulation for infrared small target detection [C]//2021 IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision, January 3-8, 2021, Waikoloa, HI, USA. New York: IEEE Press, 2021: 949-958.
- [11] Deshpande S D, Er M H, Venkateswarlu R, et al. Max-mean and max-median filters for detection of small-targets [J]. Proceedings of SPIE, 1999, 3809: 74-83.
- [12] Gu Y F, Wang C, Liu B X, et al. A kernel-based nonparametric regression method for clutter removal in infrared small-target detection applications[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2010, 7(3): 469-473.
- [13] Chen C L P, Li H, Wei Y T, et al. A local contrast method for small infrared target detection[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(1): 574-581.
- [14] Wang X, Lü G F, Xu L Z. Infrared dim target detection based on visual attention[J]. Infrared Physics & Technology, 2012, 55(6): 513-521.
- [15] Gao C Q, Meng D Y, Yang Y, et al. Infrared patch-image model for small target detection in a single image [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(12): 4996-5009.
- [16] Dai Y M, Wu Y Q, Song Y, et al. Non-negative infrared patch-image model: robust target-background separation via partial sum minimization of singular values [J]. Infrared Physics & Technology, 2017, 81: 182-194.
- [17] Guo J, Wu Y Q, Dai Y M. Small target detection based on reweighted infrared patch-image model[J]. IET Image Processing, 2018, 12(1): 70-79.
- [18] 张丛丛, 王欢, 楼竞. 基于加权核范数最小化的红外弱小目标检测[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2017, 45(10): 31-37.  
Zhang C C, Wang H, Lou J. Infrared small and dim target detection based on weighted nuclear norm minimization[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2017, 45(10): 31-37.
- [19] Zhang L D, Peng L B, Zhang T F, et al. Infrared small target detection via nonconvex rank approximation minimization joint  $l_{2,1}$  norm[J]. Remote Sensing, 2018, 10(11): 1821.
- [20] Xue W, Qi J H, Shao G Q, et al. Low-rank approximation and multiple sparse constraint modeling for infrared low-flying fixed-wing UAV detection[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2021, 14: 4150-4166.
- [21] Zhou F, Wu Y Q, Dai Y M, et al. Detection of small target using Schatten  $1/2$  quasi-norm regularization with reweighted sparse enhancement in complex infrared

- scenes[J]. Remote Sensing, 2019, 11(17): 2058.
- [22] Dai Y M, Wu Y Q. Reweighted infrared patch-tensor model with both nonlocal and local priors for single-frame small target detection[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2017, 10(8): 3752-3767.
- [23] Wang H, Yang F, Zhang C C, et al. Infrared small target detection based on patch image model with local and global analysis[J]. International Journal of Image and Graphics, 2018, 18(1): 1850002.
- [24] Kilmer M E, Martin C D. Factorization strategies for third-order tensors[J]. Linear Algebra and Its Applications, 2011, 435(3): 641-658.
- [25] Li R M, Yao D L, Qiu Y H, et al. Infrared patch-tensor model with a new tensor nuclear norm for small target detection in the ground background[C]//2020 IEEE International Conference on Information Technology, Big Data and Artificial Intelligence, November 6-8, 2020, Chongqing, China. New York: IEEE Press, 2020: 522-530.
- [26] Yang L L, Yan P, Li M H, et al. Infrared small target detection based on a group image-patch tensor model[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2022, 19: 7003505.
- [27] Zhang X Y, Ding Q H, Luo H B, et al. Infrared small target detection based on an image-patch tensor model[J]. Infrared Physics & Technology, 2019, 99: 55-63.
- [28] Zhang L D, Peng Z M. Infrared small target detection based on partial sum of the tensor nuclear norm[J]. Remote Sensing, 2019, 11(4): 382.
- [29] Guan X W, Peng Z M, Zhang L D. Small target detection based on infrared patch-tensor model with structured sparse regularization[J]. Proceedings of SPIE, 2019, 11338: 1133821.
- [30] Sun Y, Yang J G, Long Y L, et al. Infrared patch-tensor model with weighted tensor nuclear norm for small target detection in a single frame[J]. IEEE Access, 2018, 6: 76140-76152.
- [31] Sun Y, Yang J G, Li M, et al. Infrared small target detection via spatial-temporal infrared patch-tensor model and weighted Schatten  $p$ -norm minimization[J]. Infrared Physics & Technology, 2019, 102: 103050.
- [32] Xu W H, Zhao X L, Ji T Y, et al. Laplace function based nonconvex surrogate for low-rank tensor completion [J]. Signal Processing: Image Communication, 2019, 73: 62-69.
- [33] Guan X W, Zhang L D, Huang S Q, et al. Infrared small target detection via non-convex tensor rank surrogate joint local contrast energy[J]. Remote Sensing, 2020, 12(9): 1520.
- [34] Zheng Y B, Huang T Z, Zhao X L, et al. Tensor  $N$ -tubal rank and its convex relaxation for low-rank tensor recovery[J]. Information Sciences, 2020, 532: 170-189.
- [35] Liu Y P, Chen L X, Zhu C. Improved robust tensor principal component analysis via low-rank core matrix[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2018, 12(6): 1378-1389.
- [36] Zhang C M, He Y F, Tang Q, et al. Infrared small target detection via interpatch correlation enhancement and joint local visual saliency prior[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 5001314.
- [37] Yang C P, Kong X, Cao Z Y, et al. Cirrus detection based on tensor multi-mode expansion sum nuclear norm in infrared imagery[J]. IEEE Access, 2020, 8: 149963-149983.
- [38] Cao Z Y, Kong X, Zhu Q, et al. Infrared dim target detection via mode- $k_1k_2$  extension tensor tubal rank under complex ocean environment[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2021, 181: 167-190.
- [39] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1/2/3/4): 259-268.
- [40] Wang X Y, Peng Z M, Kong D H, et al. Infrared dim target detection based on total variation regularization and principal component pursuit[J]. Image and Vision Computing, 2017, 63: 1-9.
- [41] Zhang P, Zhang L Y, Wang X Y, et al. Edge and corner awareness-based spatial-temporal tensor model for infrared small-target detection[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2021, 59(12): 10708-10724.
- [42] Kong X, Yang C P, Cao S Y, et al. Infrared small target detection via nonconvex tensor fibered rank approximation [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 3068465.
- [43] 张兰丹. 基于张量恢复的红外弱小目标检测方法研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2020: 42-43.
- Zhang L D. Infrared small target detection via tensor recovery[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2020: 42-43.
- [44] Sun Y, Yang J G, Long Y L, et al. Infrared small target detection via spatial-temporal total variation regularization and weighted tensor nuclear norm[J]. IEEE Access, 2019, 7: 56667-56682.
- [45] Zhao M J, Li W, Li L, et al. Single-frame infrared small-target detection: a survey[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine, 2022, 10(2): 87-119.
- [46] Zhang T F, Wu H, Liu Y H, et al. Infrared small target detection based on non-convex optimization with  $L_p$ -norm constraint[J]. Remote Sensing, 2019, 11(5): 559.
- [47] Dai Y M, Wu Y Q, Song Y. Infrared small target and background separation via column-wise weighted robust principal component analysis[J]. Infrared Physics & Technology, 2016, 77: 421-430.
- [48] 熊斌, 黄心汉, 王敏. 基于自适应目标图像恢复的红外弱小目标检测[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2017, 45(10): 25-30.
- Xiong B, Huang X H, Wang M. Infrared dim small target detection based on adaptive target image recovery [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2017, 45(10): 25-30.
- [49] Zhu H, Ni H P, Liu S M, et al. TNLRS: target-aware

- non-local low-rank modeling with saliency filtering regularization for infrared small target detection[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2020, 29: 9546-9558.
- [50] 何巍, 安博文, 潘胜达. 局部对比度先验下基于低秩模型的红外小目标检测方法[J]. *光子学报*, 2021, 50(11): 1110002.
- He W, An B W, Pan S D. Infrared small target detection method based on low rank model with local contrast prior[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2021, 50(11): 1110002.
- [51] Pang D D, Shan T, Li W, et al. Facet derivative-based multidirectional edge awareness and spatial-temporal tensor model for infrared small target detection[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 5001015.
- [52] Nie Y, Li W, Zhao M J, et al. Infrared small target detection in image sequences based on temporal low-rank and sparse decomposition[J]. *Proceedings of SPIE*, 2020, 11720: 117200A.
- [53] Sun Y, Yang J G, An W. Infrared small target detection based on reweighted infrared patch-image model and total variation regularization[J]. *Proceedings of SPIE*, 2019, 11155: 111551F.
- [54] Wei H Y, Tan Y H, Lin J. Robust infrared small target detection via temporal low-rank and sparse representation [C]//2016 3rd International Conference on Information Science and Control Engineering (ICISCE), July 8-10, 2016, Beijing, China. New York: IEEE Press, 2016: 583-587.
- [55] Wan M J, Gu G H, Xu Y K, et al. Total variation-based interframe infrared patch-image model for small target detection[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2022, 19: 7003305.
- [56] Zhu H, Liu S M, Deng L Z, et al. Infrared small target detection via low-rank tensor completion with top-hat regularization[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2020, 58(2): 1004-1016.
- [57] Liu H K, Zhang L, Huang H. Small target detection in infrared videos based on spatio-temporal tensor model[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2020, 58(12): 8689-8700.
- [58] Liu T, Yang J G, Li B Y, et al. Nonconvex tensor low-rank approximation for infrared small target detection[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 5614718.
- [59] Wang G H, Tao B J, Kong X, et al. Infrared small target detection using nonoverlapping patch spatial-temporal tensor factorization with capped nuclear norm regularization[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 5001417.
- [60] Hui B W, Song Z Y, Fan H Q, et al. A set for infrared image dim-small aircraft detection and tracking underground/air background [DB/OL]. [2022-07-05]. <http://doi.org/10.11922/sciencedb.902>.