

相机标定方法及进展研究综述

黄文文^{1,2}, 彭小红³, 李丽圆³, 李潇雁^{1*}

¹国科大杭州高等研究院, 浙江 杭州 310024;

²中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800;

³中国科学院上海技术物理研究所红外物理国家重点实验室, 上海 200083

摘要 相机标定是摄影测量学和计算机视觉的重要基础之一。首先介绍了相机标定的应用及分类;然后,概述了标定理论基础,包括空间坐标系转换、几何成像模型、内外参数解算方法,并从传统和智能化两大方面对相机标定方法进行阐述,传统标定方面介绍了基于参照物、主动视觉及自标定方法,并对3种方法优缺点进行了详细对比分析,智能化标定方面介绍了误差反向传播、多层感知器及卷积神经网络在标定过程的应用;接着,总结了相机标定方法的常用评价指标;最后,进行了归纳总结,并给出了相机标定技术的发展方向,可为相机标定相关领域研究者提供参考。

关键词 相机标定; 摄影测量; 计算机视觉; 智能标定; 神经网络

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP221494

Review of Camera Calibration Methods and Their Progress

Huang Wenwen^{1,2}, Peng Xiaohong³, Li Liyuan³, Li Xiaoyan^{1*}

¹Hangzhou Institute for Advanced Study, University of Chinese Academy of Sciences, Hangzhou 310024, Zhejiang, China;

²Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

³State Key Laboratory of Infrared Physics, Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China

Abstract Camera calibration is essential in photogrammetry and computer vision. Herein, the application and classification of camera calibration are first introduced. Subsequently, the theoretical basis of calibration is summarized, including spatial coordinate system transformation, geometric imaging model, internal and external parameter calculation methods, and camera calibration methods described based on classical and intelligent aspects. Conventional calibration methods include reference object-based, active vision, and self-calibration methods. Then, a comprehensive analysis of their advantages and disadvantages is provided. Meanwhile, in intelligent calibration, error backpropagation, multilayer perceptrons, and convolution neural networks are involved. The typical indexes used to evaluate camera calibration methods are summarized. Finally, a summary is provided, and the development direction of camera calibration technology is discussed, which can provide a reference for researchers investigating camera calibration.

Key words camera calibration; photogrammetry; computer vision; intelligent calibration; neural network

1 引言

相机标定是利用二维平面信息及少量三维空间信息解析物点与对应像点几何关系的过程,在几何测量与定位、三维重构、遥感测绘等任务中具有重要作用。相机标定技术主要围绕成像模型与参数标定两大方面展开^[1-2],根据解析出的几何模型可以实现三维空间的识别与描述,广泛应用于医学成像、工业检查、天文观

测、航空航天等领域^[3]。

相机标定方法:从成像模型角度可分为线性标定、非线性标定、双平面模型标定;从相机个数角度可分为单目及双目标定;从参数解算角度可分为基于最优算法的标定、基于遗传算法的标定、基于变换矩阵的标定、基于神经网络的标定等。随着人工智能技术和视觉理论研究的发展,新型相机标定方式不断涌现,并与传统标定模式具有较大差别。而现有资料对新旧标定

收稿日期: 2022-05-05; 修回日期: 2022-06-23; 录用日期: 2022-09-16; 网络首发日期: 2022-09-26

通信作者: *lixiaoyan@ucas.ac.cn

方法分类边界并不清晰,且甚少资料能够同时对两者进行梳理。因此,本文依据标定物理模型是否可解特性将相机标定方法分成传统和智能化标定方法两大类并综述标定技术与最新进展。

传统标定方法基于预先设置的成像场景构建标定模型,在场景几何约束基础上选取最优算法实现相机参数解算,包括基于参照物、主动视觉及自标定方法等。基于参照物相机标定方法提取靶标影像角点作为控制点,构建像素与空间坐标对应关系方程组,再利用优化算法计算参数,其中,参照物形状尺寸等信息已知。参照物按空间维数分为一维直线^[4]、二维平面标定板、三维立体块等。平面标定板由于制作简单、精度可控,常替代标定块在工业应用中作为靶标使用。常用标定板图案有棋盘格、实心圆^[5]、同心圆环等,近年来也有各类新型模板^[6]被提出。基于棋盘格标定板的张正友标定法^[7]是这类方法的经典代表,在 Matlab/OpenCV 等软件中集成有成熟的工具箱。这类方法成像约束强、标定过程简单、算法鲁棒性高,但高精度参照物制作维护成本高,在无法携带参照物的场合失去意义。基于主动视觉的相机标定方法通过人为精确控制相机或目标做特殊运动如纯旋转、平移等获取多幅图像,并利用可控的定量化运动约束来确定相机内外信息,是自标定方法的重要分支。典型方法包括基于纯旋转运动的标定^[8]、基于三正交平移运动的标定^[9-10]、基于平面正交运动的标定^[10]、基于无穷远平面单应矩阵的标定^[11]、手眼标定^[12]、基于射影重建的自标定方法^[13]等。主动视觉标定技术可线性求解相机内参,算法鲁棒性高,但对控制设备要求严格,限制了其应用推广。相机自标定方法无须设置参照物或控制相机精确运动,仅利用多帧图像对应点的几何一致性约束关系^[14-15]解算相机基本矩阵^[16],不依赖于场景结构和运动信息^[17],包括直接求解 Kruppa 方程、基于绝对二次曲线和绝对二次曲面方法^[18-19]、Pollefeys 模约束标定^[20-21]、可变内参数下的分层逐步标定方法^[22]等。2018 年, Vasconcelos 等^[23]根据从结构到运动(SFM)原理,利用相机与其他被标定摄像机的成对关系进行内外标定,但径向畸变对算法的影响还有待在实践中验证。2021 年, Kim 等^[24]基于多视图理论利用热红外相机所摄多方向图像实现相机标定。自标定方法本质上都属于基于绝对二次曲线(AC)欧氏不变性约束来求解非线性方程组问题,可实现复杂未知场景下的相机标定^[25],但对噪声、初值选择较为敏感,鲁棒性差^[26]。

传统标定方法主要面临以下问题:1)普适性差,传统标定方法针对特定应用场景而生,不同类型相机光学设计各异,如精度高畸变小的工业相机标定、边缘畸变明显的广角相机及多镜头组合望远镜物像模型各异,需要单独建模标定^[27];2)稳定性差,参数标定稳定性及精度与模型复杂度并非呈简单负相关关系,模型参数越多越能真实反映系统特征,但基于最小二乘算

法优化相机非线性参数获取极值时易存在最优解偏差及法方程病态问题,此外光学成像系统本身存在的噪声也是引起标定结果不稳定的重要原因;3)初值依赖度高,多数传统标定方法须在部分参数设计值或线性求解初值基础上解算其余参数,但在相机装配偏差大、噪声严重的场景下,初值计算的偏差会增加后续优化过程的不稳定性,导致结果偏差严重^[28]。

得益于计算机技术的发展,智能化相机标定概念被提出。人工神经网络(ANN)因能够准确描述输入输出在欧氏空间的高维非线性映射被引入相机标定应用中。以目标点像素坐标作为网络输入,对应世界坐标作为理想输出,在信息正反向传播过程中修正隐藏层神经元权重,以期最小化实际与期望输出误差,得到精确标定模型^[29-30]。1991 年, Wen 等^[31]将前馈人工神经网络混合入传统标定方法中,校正传统模型误差,最终精度提升了两倍。1999 年, Jun 等^[32]提出一种基于神经网络的简单灵活标定方法,无须三维几何和计算机视觉等专业知识,能够解决物像平面近似平行时病态标定问题。2003 年, 吕朝辉等^[33]提出直接映射、镜头畸变校正、空间位置补偿等 3 种神经网络结构用于双目立体视觉相机标定,但均基于浅层神经网络,无法满足大失真复杂环境下的标定。2011 年, Jin 等^[34]在校准过程中引入相机与模板之间的角度,提出一种 Harris 角点提取与人工神经网络相结合的单目相机标定方法。2020 年, Ding 等^[35]将误差反向传播神经网络(BPNN)应用于 Kinect 深度相机标定,将目标角点信息作为训练集,利用双神经网络进行多方向像素标定,依据误差对称性建立误差补偿模型,减小深度测量误差。2022 年, 胡志新等^[36]利用改进遗传算法的 BP 神经网络完成双目相机标定,解决了标定收敛速度慢、易陷入局部最优解等问题。

智能化标定方法作为一种隐式校正方法,逐渐显示出其优越性如实时、普适等,但也存在一系列问题:

1) 缺乏相应数据集:用于相机标定的图像数据需要包含成像时刻相机信息,且对图像分辨率有一定要求。然而这类数据零散、数目较少且对不同类型相机无法通用,难以形成大规模的、通用的数据集用于相机标定网络的训练,这极大限制了标定技术的智能化发展。

2) 包容性差:受数据集特征全面性、丰富性的影响,神经网络只能学习到数据集中附有的特征及信息,对数据集中不包含的特征,难以获取相应的鲁棒结果,其本质为基于有限数据估计模型参数的全局最优解,对重要数据特征的缺失较为敏感,且中间参数修正过程不可视,不确定度较高,结果可预知性差。

3) 精度低:定标精度主要取决于数据集的准确性和数量。多数智能化方法只利用单个训练集训练整个模型,需要拟合成像关系、畸变等多项任务,待学习参数多且相关性强,神经网络负担较重,此外存在噪声干

扰,参数优化易陷入局部最优解。当前智能化标定仍处于探索阶段,以训练时间、抗噪能力及精度为基准研究不同类型神经网络如径向基函数(RBF)网络^[37]、支持向量机(SVM)网络^[38]在相机标定技术中的应用效果具有重要意义。

本文梳理了传统及智能化标定的方法流程,并对具体标定方式的优缺点进行了分析总结,指出了现有标定技术的不足,并基于对近年来相机标定技术的总结和分析给出了标定技术的未来发展方向,可以为计算机视觉与摄影测量相关领域研究人员提供快速入门资料。第 2 节介绍相机标定所需理论基础,包括空间坐标系转换、几何成像模型、内外参数解算方法。第 3 节详细讨论并总结了各类传统标定方法特点及应用场景。第 4 节以 3 种神经网络结构为依托分析基于神经网络的相机智能化标定策略。第 5 节分析评论当前标定方法的评价指标。最后对涉及方法进行总结,并根据当前标定技术瓶颈提出个人建议及未来展望。

2 理论基础

本小节对空间坐标系转换、几何成像模型、内外参数解算方法进行介绍。

2.1 坐标系转换

物点 P_w 经小孔成像至理想像点 $p(u, v)$ 须经如图 1 所示的 4 个右手系转换:世界坐标系 $O_w-X_wY_wZ_w(m)$ 、相机坐标系 $O_c-X_cY_cZ_c(m)$ 、图像坐标系 $o-xy(m)$ 、像素坐标系 $o_p-uv(pixel)$, 括号内为该坐标系单位。世界坐标系到相机坐标系属于刚体变换,由旋转矩阵 R 及平移向量 t 表征。相机坐标系到图像坐标系属于透视投影,由 3D 变换到 2D 空间,损失一维深度信息即焦距 f 。图像坐标系描述图像实际物理尺寸,原点位于图像中心主点 o 。像素坐标系反映探测器规格,原点位于左上角像素 o_p ,可通过平移尺度变换表征二者关系。受透镜实际形状、位置抖动及焦平面倾斜等影响,不再符合线性成像,假定真实成像点位于 $\hat{p}(u + \Delta u, v + \Delta v)$ 处。

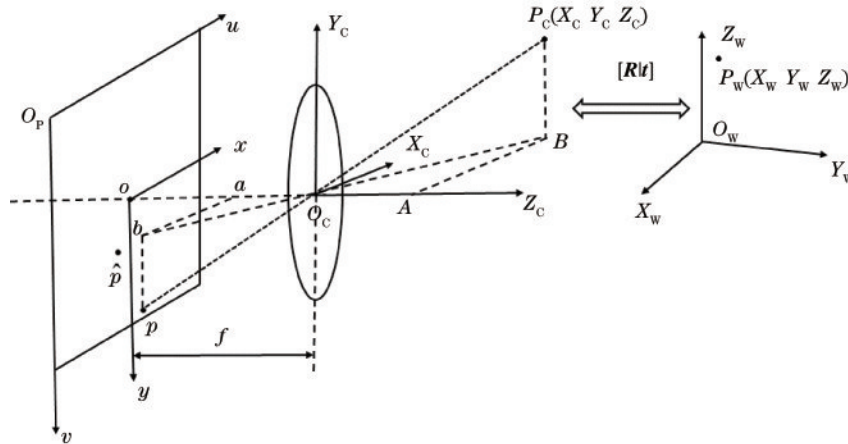


图 1 空间坐标转换示意图

Fig. 1 Schematic diagram of space coordinate transformation

2.2 几何成像模型

2.2.1 线性模型

根据第 2.1 节可得到理想像素点与空间点的直接线性变换关系,即 Abdal 的直接线性模型(DLT)^[4]可描述为

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = KM \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f/dx & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f/dy & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & t \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中: Z_c 为未知尺度因子; T 为投影矩阵; K 为相机内参矩阵,包含主点焦距等信息; M 为外参矩阵,由 R 和 t

组成; dx 与 dy (mm/pixel) 是单像素对应的实际物理尺寸; (u_0, v_0) 是主点 o 的像素坐标。线性模型未描述出成像过程中的非线性畸变。

2.2.2 非线性模型

非线性模型在线性模型上加入由多项式拟合的像点位置偏差 $(\Delta u, \Delta v)$ ^[39] 如式(2)所示,可表征真实成像关系。

$$Z_c \begin{bmatrix} u + \Delta u \\ v + \Delta v \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = KM \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f/dx & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f/dy & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & t \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中:
$$\begin{cases} \Delta u = u(k_1 r^2 + k_2 r^4) + p_1(r^2 + 2u^2) + 2p_2 uv \\ \Delta v = v(k_1 r^2 + k_2 r^4) + 2p_1 uv + p_2(r^2 + 2v^2) \end{cases}$$
 $r^2 = (u - u_0)^2 + (v - v_0)^2$, k_1 和 k_2 为径向畸变系数, p_1 和 p_2 为切向畸变系数。

像点位置偏差由透镜制造安装、探测器焦平面非正交变形等物理误差及光学畸变引起。其中,物理因素引起的成像误差可忽略,光学畸变由主光路偏离引起,包括切向(TD)、径向(RD)畸变。切向畸变源于系统的光学和几何中心不一致,径向畸变关于相机主光轴对称,由透镜自身形状引起,在高精度短焦工业相机中影响明显。

2.3 解算方法

2.3.1 线性求解方法

线性求解算法通过求解方程组分离出相机内外参数,无需迭代。1971年,Abdal-Aziz和Karara基于投影矩阵 T 中元素约束线性求解多个物像理想投影方程解出相机参数,计算简便但只考虑到空间转换并未考虑畸变问题,精度非常低。1986年,Tsai等^[40]在DLT模型上线性求解出部分参数初值,并假设主点坐标及像元尺寸已知且只考虑成像过程中的二阶径向畸变,根据径向一致约束建立线性方程,最后求解超定方程组得到除相机光轴方向平移 t_z 外的其他外部参数,复杂度低,标定过程快捷、精确。此外主动视觉标定方法根据透视几何原理列出含参方程组,并基于运动约束进行代数消元求解出相机内参数,也属于线性求解算法。

2.3.2 非线性求解方法

非线性参数求解是在线性模型基础上求解部分参数初值,然后基于最小二乘法优化出其余参数的方法。1966年,Hallert^[41]首次将最小二乘法应用于镜头标定多余观察数据的处理,得到高精度测量结果。Beyer^[42]根据标准摄影测量法利用相关参数的最小二乘估计从平面图像提取出三维信息和相机参数。Gong等^[43]在变量边界约束下基于非线性模型和光束平差法,得到稳定准确的标定结果。相机参数求解是基于重投影误差的非线性方程优化过程,优化结果是距离初始位置最近的满足优化目标条件的局部最小解,不存在数值解,多为近似解。增加迭代次数可有效提高标定精度,但迭代初值对解的影响大。

3 传统标定

本小节从标定模板角度将传统相机标定方法分为3类:基于参照物的相机标定方法、基于特殊运动的主动视觉标定方法及无参照的相机自标定方法。

3.1 基于参照物的相机标定方法

基于参照物的标定方法利用角点检测与人为设置的参照信息构建成像约束方程,非线性求解相机参数,模型可塑性强。

3.1.1 基于棋盘格模板标定方法

张氏标定法将棋盘格板固定在平面 $Z_w = 0$ 上,提取出不同拍摄角度至少3幅影像的角点坐标,根据投影模型可得到每幅影像单应矩阵,结合旋转矩阵正交特性得到约束方程组,即可解算出内外参数。此方法精度高、操作简便,但在畸变较大如鱼眼相机等非透视投影下不再适用。刘艳等^[44]针对鱼眼镜头畸变的特殊性重点考虑切向畸变提出改进的张氏标定方法,扩大了其适用范围。针对提取参照物信息时常存在的覆盖遮挡、光照不均匀、大视场畸变等问题,张浩鹏等^[45-46]利用多层背景剔除算法提取改进标定模板的特征点,得到更准确结果。2021年,Huang等^[47]考虑到标定板平整度对相机参数带来的误差,提出基于颜色编码的空间结构光模板并结合图论与束调整算法,降低了噪声敏感度。实际标定过程中需要保证标定板平整度、棋盘格尺寸、图像画质、角点分布均匀及画面覆盖度,否则会影响结果稳定性^[48]。

3.1.2 基于圆/圆环参照物标定方法

特征点较多时,张氏标定法存在耗时长、误匹配率高、标定精度下降问题。Meng等^[49]提出基于平面圆点模板标定方法,模板由一个圆和过圆心的若干条直线组成。同样需要拍摄3幅以上模板图像,检测图像上的椭圆与直线,联立椭圆和直线方程解出圆环像点坐标,根据线性方程组得到内参矩阵。由于模板的平面性限制,只能恢复出部分外参数。此方法不存在角点检测问题,人为干预少,标定过程可以全自动运行。Wu等^[50]设计出平行圆、球体靶标^[51]、二进制方形基准标记(ArUco)^[52]等新型模板应用于标定过程中。针对圆环透视投影都离心偏差问题^[53],在同心圆环投影模型^[54]的基础上,安晶晶等^[55]使用边缘检测算法,通过求解椭圆模型实现了圆心像点精确定位,灵活性与实用性更高。

3.1.3 基于相位靶标标定方法

傅里叶变换和空间相位展开算法可以得到水平和垂直方向上条纹相位图,得到两个正交约束^[56],基于不同靶标有效相位处像素点与相应世界坐标映射关系标定相机内部参数^[6,57],提高了测量系统准确度。薛俊鹏等^[58]利用同心圆和楔形光栅采集多幅条纹图像,计算水平垂直方向相位,实现了对离焦影像的标定,但标定速度较慢。Sagawa等^[59]将相位标靶与经典平面标靶进行比较,结果表明,基于相位标靶标定方法精度更高,重投影误差可降至0.042 pixel,且特征点提取受图像边缘的离焦影响小。于瑾等^[57]将液晶显示屏作为相位靶标产生红、蓝正交的正弦条纹,只需采集每个标靶处一幅条纹图即可得到两个方向的展开相位图,与前述方法相比减少了通道间串扰,简化了标定步骤。

3.2 主动视觉标定方法

主动视觉相机标定方法是在已知相机特定运动信息情况下利用量化几何约束来线性确定相机模型参数的过程,是相机自标定的重要分支。目前这类方法

的研究重点在线性求解参数的同时尽量降低对相机运动的人为控制要求。

3.2.1 基于纯旋转运动的相机标定方法

Hartley^[8]设定相机绕光心进行纯旋转运动并拍摄运动前后至少两幅图像,经匹配获取图像对应点并得到基本约束方程,经 Cholesky 分解出全部 5 个内参数。光心位置无法准确获取,因此很难控制相机做理想的纯旋转运动。杨长江等^[60]提出基于二次曲线对应的纯旋转摄像机自标定方法,假定光心固定,拍摄两个二次曲线或两个二次曲面或一个二次曲线与一个二次曲面的至少三幅图像,利用图像间的二次约束,可唯一确定内参矩阵和旋转矩阵。求解过程只涉及基本矩阵处理方法,无需迭代,抗噪声及遮挡能力强。李宝全等^[61]以手持方式对相机进行纯旋转运动,提出对中心折反射摄像机与针孔摄像机均适用的统一自标定方法,该方法无须复杂矩阵运算,对图像噪声与微小平移具有鲁棒性、操作简单、标定精度高。

3.2.2 基于正交运动的标定方法

Ma^[62]在零畸变模型的基础上,使相机做两次三正交平移运动,根据透视几何原理列出含参线性方程组,经代数消元求解出相机部分 4 个内参数。杨长江等^[9]改进 Ma 等的方法,只需要控制相机在同一平面做 4 组运动,每组包括两次相互正交的平移运动,同时调整相机姿态,可获得 3 组内参相关线性方程,在方程组非病态情况下可唯一求解出内参,降低了对控制设备的要求。李华等^[13,63]针对上述线性求解方法无法完全求解出包含畸变在内的所有 5 个内参数的问题,提出基于平面正交运动的相机标定方法,控制相机做 5 组平面正交运动,利用平面图像中的极点信息来线性标定相机的 5 个内参数,解的稳定性强,但对极点信息依赖性也较高。

3.2.3 基于无穷远平面单应矩阵的标定方法

吴福朝等^[10,64]引入对无穷远平面单应性矩阵新的约束方程,从理论上证明了:在五参数相机模型下,只需要在一般实验平台上完成两组运动(一次平移和两次任意刚体运动)就可以线性唯一确定内参数;在四参数模型下,仅做一组运动,即可线性唯一确定摄像机内参数和运动参数,简化了对正交运动的要求。文献^[64]也证实了仅利用图像极点可线性确定无穷远平面单应矩阵,不必依赖于有限远平面信息和射影重构技术。这种新的约束方程将图像对应点、极点和无穷远平面单应性矩阵联系在一起,极大降低了计算复杂度。

3.3 自标定方法

自标定利用图像序列的几何一致性约束关系可对相机在线标定^[65],实时性高。

3.3.1 基于绝对二次曲线的自标定方法

Faugeras 等^[25]根据极线变换原理^[66]推导出 Kruppa 方程并利用 3 幅连续图像建立相机内参与绝对二次曲线的二次非线性约束,从而标定出相机 5 个内参^[67]。

该方法无须对整个图像序列进行射影重建,极大缩短了标定时间,但无法保证无穷远平面射影空间一致性。解的个数随图像数目呈指数增长,稳定性差对噪声也极为敏感^[68]。Zeller 等^[69]将 Kruppa 方程求解转化为数学规划问题,利用列文伯格(LM)算法最小化多幅图像点到对应极线的距离,降低了求解难度但算法收敛性差,易陷入局部最优解。Triggs^[18]将绝对对偶二次曲面应用于自标定技术中,预先对图像序列进行射影重建使内参约束转换成绝对二次曲面约束并利用顺序二次规划(SQP)算法在矩阵约束下直接求解成本函数最小值,从而完成标定,本质也是基于绝对二次曲线的欧氏不变性,包含了无穷远平面和绝对二次曲线的所有信息,能够保证无穷远平面对所有输入图像的一致性,标定结果也更稳定。Ma 等分析 Kruppa 方程的奇异性和可解性,证明了在特殊运动情形下 Kruppa 方程可以被归一化为线性方程,可以线性求解相机内参,降低了求解难度。

3.3.2 分层逐步标定法

分层逐步标定法^[70]首先对图像序列进行射影重建与对齐得到相机投影矩阵序列^[71],再通过绝对二次曲线约束求出无穷远平面方程及内参^[15]。Hartley 等^[22]提出基于正交三角形分解(QR)的自标定方法,在内参恒定前提下预估出内参初值,结合 QR 分解法消除旋转矩阵 R ,最后利用 LM 算法优化出内参 K 。此方法适于长序列图像标定,但对内参初值依赖性较高。Pollefeys 等^[72]根据无穷远平面在两图像间的单应矩阵与旋转矩阵的共轭关系即模约束条件得到 4 次多项式约束,将仿射标定和欧氏标定分开进行,在 3 幅图像下可解出相机参数。Heyden 等^[73]利用旋转矩阵正交特性代替 QR 分解消除 R 来标定相机,但存在计算量大、无法保证优化收敛性等不足。

3.3.3 可变内参相机自标定方法

Pollefeys 等基于先前工作用线性标定结果作为初始值,首次证明在主点坐标已知、倾斜因子为 0 情形下、其他内参任意变化时可以实现完全自标定和欧氏重建。随后 Heyden 等^[19]再次弱化自标定条件证明了在任一内参恒定条件下即可实现可变内参下相机自标定。尤作^[74]在除焦距外其他内参数已知情形下匹配特征点重建出基础矩阵,并结合绝对对偶二次曲面与内参的约束条件利用束调整(BA)算法精确估计出图像序列各视图对应焦距。此外他还提出基于互联网图像数据的可变内参相机自标定方法,对图像数据进行标签分组预标定,最后利用 BA 算法进行全局优化,可以实现海量碎片化图片数据的再利用。

3.4 对比分析

本小节从复杂度、鲁棒性、成本、标定精度及方法特点等 5 方面对比分析各种传统标定方法,具体结果如表 1 所示。

基于参照物的相机标定方法利用物理靶标辅助完

表 1 传统相机标定方法对比表

Table 1 Comparison table of traditional camera calibration methods

Category	Reference	Complexity	Robust	Cost	Accuracy	Feature
Target-based method	[7]	Med	Med	Low	High	Chessboard template;
	[49]	Low	Med	Low	High	Circle, elliptic equation;
	[59]	Med	High	Med	High	Phase, out-of-focus
Active-vision based method	[8]	High	Med	High	Med	Pure rotation, linear solution;
	[62]	High	Med	High	High	Orthogonal translation;
	[64]	Med	High	High	High	Infinite plane, pole constraint
Self-calibration method	[67]	Low	Low	Low	Low	Kruppa equation;
	[18]	Low	Med	Low	High	Invariance of absolute conics;
	[22]	Low	Med	Low	High	Projective reconstruction;
	[20]	Low	Low	Low	Med	Variable internal parameters

成参数标定,标定精度与靶标制作精度、图像匹配精度、成像模型准确度密切相关,方法复杂度适中、鲁棒性高、成本低,是当前主流定标方法,但不适于无法携带标定板的场景。基于主动视觉的标定方法利用特定运动约束实现相机标定,对相机或目标的运动较为依赖,方法的复杂度、鲁棒性及成本都比较高,多用于实验室定标。自标定方法与前两者不同,利用同名点在多幅图像中的对应关系,并非直接利用物像关系,实验灵活、要求低,但精度和鲁棒性并不高,限制了自标定方法的应用。

4 智能化标定方法

4.1 基于误差反向传播神经网络的相机标定方法

2009年,崔岸等^[75]证实了BP神经网络用于相机标定工作的可行性,但参数迭代速度、精度及收敛性相较于传统标定方法差别甚远。张峰峰等^[76]利用差分遗传算法优化BP神经网络标定双目相机,对变异及交叉算子进行改进,简化了计算量和标定流程,标定精度比基于OpenCV和Matlab方法分别提高75%和90%。崔鹏飞^[77]提出的方法抗干扰能力虽与张氏方法无异,但重投影误差小于张氏方法,标定精度更高。潘峰等^[78]基于改进遗传算法、粒子群算法(PSO)对神经网络多目标问题进行优化,在一定程度上改善了标定结果,但仍无法满足实际应用需求。

4.2 基于多层感知器神经网络的相机标定方法

2009年,Woo等^[79-80]采用 $2 \times 10 \times 8 \times 2$ 结构多层

感知器式神经网络(MLPNN)实现了不同深度平行平面的非线性映射,该方法的平均像素误差(AEIP)相比Tsai两步法降低11.45%。文献[81]在三维信息已恢复的背景下使用Matlab-NNT及LM训练方法进行相机标定,在不同相机类型、噪声误差、焦距条件下的实验结果与传统最小二乘估计相似,但神经网络方法更简便。Pedra等^[82]利用Harris边缘检测算法获取不同姿态和畸变下的2D数据,设计单隐层前馈多层神经网络,随机改变隐藏层神经元数目验证网络性能,并用于自主机器人系统中。

4.3 基于卷积神经网络的相机标定方法

2019年,向鹏等^[83]提出基于深度神经网络(DNN)的复杂环境下相机标定方法,该方法无须进行特征提取分类,仅通过优化网络结构、超参数与训练算法,实现了平面区域内的高精度标定。2020年,Ding^[84]将基于DNN的相机标定方法应用于矿山环境中,与张氏标定法和浅层神经网络标定法(SNN)相比,该方法在大范围、多角度拍摄下可实现更高的定标精度。2022年,Butt等^[85]首次利用多任务学习方法联合估计内、外参数,将相机模型方程引入多任务学习框架神经网络中,利用摄像机模型神经网络重建三维点,通过新的相机投影损失(CPL)来估计所需的参数,在此基础上,提出一种基于CARLA^[86]的CVGL摄像机标定数据集。

4.4 对比分析

本小节从均方根误差(RMSE)、耗时及方法特点等3方面对比分析智能化标定方法,具体结果如表2所

表 2 相机智能化标定方法对比表

Table 2 Comparison table of smart camera calibration method

Category	Reference	RMSE /mm	Time	Feature
Camera calibration based on BPNN	[76]	0.038	26.3 s	Differential genetic algorithm
	[77]	0.27		BP net
Camera calibration based on MLPNN	[79]	0.49		Nonlinear modeling function
	[82]	0.17		Stereo vision
Camera calibration based on CNN	[83]	0.15	40.8 min	Complex environment, high distortion
	[84]	0.09		Without data feature extraction, wide range

示。基于BPNN的相机标定方法由于自身的反馈学习特性可以利用输出误差来估计上层误差,层层反传并动态调整连接权重,输出更接近期望值,因此其RMSE总体小于基于MLPNN和卷积神经网络(CNN)的相机标定方法。基于MLPNN的相机标定方法多用于双目立体视觉标定,CNN采用卷积运算,可实现宽幅大畸变等复杂环境下相机标定。由于不同架构标定方法面向不同应用场景,任务复杂度不同,暂无法评价方法实时性。

5 方法评价指标

5.1 重投影误差

重投影误差($\bar{\epsilon}$)反映了实际像点位置与依据标定模型预测像点位置的距离偏差:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{(\hat{u}_i - u_i)^2 + (\hat{v}_i - v_i)^2}}{n}, \quad (3)$$

式中: n 为像点个数; (u_i, v_i) 为观测像点坐标; (\hat{u}_i, \hat{v}_i) 为像点预测坐标。重投影误差小于1 pixel时可满足多数应用需求。

5.2 外参可视化

在相机参数标定过程中,需要多次迭代优化重投影误差使其最小。然而在优化过程中重投影误差易陷入局部最小,或由于噪声干扰,重投影误差也可能比较小,但此时相机参数并非最优,因此重投影误差无法充分评价相机标定结果。Matlab的camera calibration工具箱可以根据标定结果绘制以相机为基准的图像视图及以平面模板为基准的相机位置视图,来可视化相机外参(图2和图3),可以作为外参标定结果的直观定性评价。此外基于内参结果的图像畸变校正效果以及文献[49]实验部分采用的立体视觉中运动与结构重建方法来重建三维场景均基于距离误差来检验内参结果,也是标定评价的一种辅助方式。

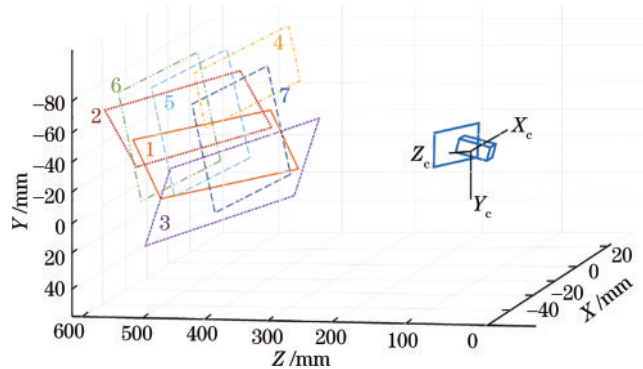


图2 以相机为中心的外参可视化

Fig. 2 Camera-centric visualization of extrinsics

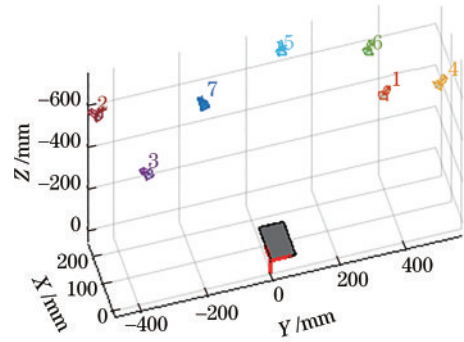


图3 以标定板为中心的外参可视化

Fig. 3 Calibration plate-centric visualization of extrinsics

6 总结与展望

6.1 总结

对相机标定技术及国内外发展现状进行了梳理,阐述了传统与智能标定技术流程。传统标定重点在优化非线性畸变参数与降低算法复杂度上。智能化标定方面,基于深度学习的标定技术,多集中于双目视觉问题。但受限于图像参数集少、网络结构有效性差、抗噪性能差、训练不稳定、标定精度低等问题,需要在架构优化与数据集储备等方面进行深入研究。在标定结果评价方面,目前评价指标单一,未考虑参数耦合问题,很难符合实际应用要求。

6.2 展望

相机标定技术不仅在工程应用测量系统中意义重大,在计算机视觉智能控制与导航等前沿领域也有潜在研究价值。未来相机标定技术研究将致力于以下3个方面:

1)精度及稳定性:从亚像素级提高图像角点检测与匹配精度,减小输入误差;从参数量角度权衡稳定性与准确性,合理轻量化标定模型避免过参数化现象。

2)实时与智能化:充分利用计算设备GPU等硬件性能,实现快速训练。在无人工干预情形下,高效完成特征数据筛选,结合多类型传感器数据与自动控制理论短时内完成全自动化定标。

3)评价体系:需要建立涉及场景、标定速度、复杂度及精度于一体的综合评价方式,合理选取标定技术,满足实际应用需求。

参 考 文 献

- [1] Do P N B, Nguyen Q C. A review of stereo-photogrammetry method for 3-D reconstruction in computer vision[C]//2019 19th International Symposium on Communications and Information Technologies (ISCIT), September 25-27, 2019, Ho Chi Minh City,

- Vietnam. New York: IEEE Press, 2019: 138-143.
- [2] Wrobel B P. Multiple view geometry in computer vision[J]. *Kybernetes*, 2001, 30(9/10): 1333-1341.
- [3] Fusiello A. Uncalibrated euclidean reconstruction: a review[J]. *Image and Vision Computing*, 2000, 18(6/7): 555-563.
- [4] Ge P X, Wang Y H, Wang H Q, et al. Multivision sensor extrinsic calibration method with non-overlapping fields of view using encoded 1D target[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2022, 22(13): 13519-13528.
- [5] Bu L B, Huo H T, Liu X Y, et al. Concentric circle grids for camera calibration with considering lens distortion[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 140: 106527.
- [6] Chen X C, Song X K, Wu J, et al. Camera calibration with global LBP-coded phase-shifting wedge grating arrays[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 136: 106314.
- [7] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [8] Hartley R I. Self-calibration of stationary cameras[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22(1): 5-23.
- [9] 杨长江, 汪威, 胡占义. 一种基于主动视觉的摄像机内参数自标定方法[J]. *计算机学报*, 1998, 21(5): 428-435.
Yang C J, Wang W, Hu Z Y. An active vision based camera intrinsic parameters self-calibration technique[J]. *Chinese Journal of Computers*, 1998, 21(5): 428-435.
- [10] 吴福朝, 阮宗才, 胡占义. 非线性模型下的摄像机自标定[J]. *计算机学报*, 2002, 25(3): 276-283.
Wu F C, Ruan Z C, Hu Z Y. Self-calibration of a camera with a non-linear model[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2002, 25(3): 276-283.
- [11] 吴福朝, 胡占义. 线性确定无穷远平面的单应矩阵和摄像机自标定[J]. *自动化学报*, 2002, 28(4): 488-496.
Wu F C, Hu Z Y. Linear determination of the infinite homography and camera self-calibration[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(4): 488-496.
- [12] Li M X. Camera calibration of a head-eye system for active vision[M]//Eklundh J O. *Computer vision-2014 ECCV '94. Lecture notes in computer science*. Heidelberg: Springer, 1994, 800: 541-554.
- [13] 李华, 吴福朝, 胡占义. 一种新的线性摄像机自标定方法[J]. *计算机学报*, 2000, 23(11): 1121-1129.
Li H, Wu F C, Hu Z Y. A new linear camera self-calibration technique[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2000, 23(11): 1121-1129.
- [14] Hartley R I. Projective reconstruction and invariants from multiple images[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1994, 16(10): 1036-1041.
- [15] Pollefeys M, van Gool L, Oosterlinck A. The modulus constraint: a new constraint self-calibration[C]//Proceedings of 13th International Conference on Pattern Recognition, August 25-29, 1996, Vienna, Austria. New York: IEEE Press, 1996: 349-353.
- [16] 杨亚男. 基于图像序列的摄像机自标定方法研究[D]. 绵阳: 西南科技大学, 2020.
- Yang Y N. Research on camera self calibration method based on image sequence[D]. Mianyang: Southwest University of Science and Technology, 2020.
- [17] 孟晓桥, 胡占义. 摄像机自标定方法的研究与进展[J]. *自动化学报*, 2003, 29(1): 110-124.
Meng X Q, Hu Z Y. Recent progress in camera self-calibration[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(1): 110-124.
- [18] Triggs B. Autocalibration and the absolute quadric[C]//Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 17-19, San Juan, PR, USA. New York: IEEE Press, 2017: 609-614.
- [19] Heyden A, Astrom K. Flexible calibration: minimal cases for auto-calibration[C]//Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision, September 20-27, 1999, Kerkyra, Greece. New York: IEEE Press, 1999: 350-355.
- [20] Pollefeys M, Koch R, van Gool L. Self-calibration and metric reconstruction in spite of varying and unknown internal camera parameters[C]//Sixth International Conference on Computer Vision (IEEE Cat. No.98CH36271), January 7, 1998, Bombay, India. New York: IEEE Press, 1998: 90-95.
- [21] Pollefeys M. Self-calibration and metric 3D reconstruction from uncalibrated image sequences[EB/OL]. [2022-10-08]. <https://www.semanticscholar.org/paper/Self-calibration-and-metric-3d-reconstruction-from-Pollefeys/6af44c2575f2ffa4671e24837653169586aba02d>.
- [22] Hartley R I, Hayman E, de Agapito L, et al. Camera calibration and the search for infinity[C]//Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision, September 20-27, 1999, Kerkyra, Greece. New York: IEEE Press, 1999: 510-517.
- [23] Vasconcelos F, Barreto J P, Boyer E. Automatic camera calibration using multiple sets of pairwise correspondences[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2018, 40(4): 791-803.
- [24] Kim J O, Lee D. Mathematical model for a calibration of multiple-view thermal camera[C]//2021 International Conference on Electronics, Information, and Communication (ICEIC), January 31-February 3, 2021, Jeju, Republic of Korea. New York: IEEE Press, 2021.
- [25] Faugeras O D, Luong Q T, Maybank S J. Camera self-calibration: theory and experiments[C]//ECCV '92: Proceedings of the Second European Conference on Computer Vision, May 19-22, 1992, Santa Margherita Ligure, Italy. New York: ACM Press, 1992: 321-334.
- [26] Róg M, Rzonca A. The impact of photo overlap, the number of control points and the method of camera calibration on the accuracy of 3D model reconstruction[J]. *Geomatics and Environmental Engineering*, 2021, 15(2): 67-87.
- [27] 王子昂, 刘秉琦, 黄富瑜. 基于一种通用相机模型的双目超大视场红外相机标定[J]. *电光与控制*, 2020, 27(5): 108-111.

- Wang Z A, Liu B Q, Huang F Y. Binocular ultra-wide-angle infrared camera calibration based on generic camera model[J]. *Electronics Optics & Control*, 2020, 27(5): 108-111.
- [28] Bhardwaj R, Tummla G K, Ramalingam G, et al. AutoCalib: automatic traffic camera calibration at scale [J]. *ACM Transactions on Sensor Networks*, 2018, 14 (3/4): 19.
- [29] 赵清杰, 孙增圻, 兰丽. 摄像机神经网络标定技术[J]. *控制与决策*, 2002, 17(3): 336-338, 342.
- Zhao Q J, Sun Z Q, Lan L. Neural network technique in camera calibration[J]. *Control and Decision*, 2002, 17(3): 336-338, 342.
- [30] Raza S N, Rehman H R, Lee S G, et al. Artificial intelligence based camera calibration[C]//2019 15th International Wireless Communications & Mobile Computing Conference (IWCMC), June 24-28, 2019, Tangier, Morocco. New York: IEEE Press, 2019: 1564-1569.
- [31] Wen J, Schweitzer G. Hybrid calibration of CCD cameras using artificial neural nets[C]//1991 IEEE International Joint Conference on Neural Networks, November 18-21, 1991, Singapore. New York: IEEE Press, 1991: 337-342.
- [32] Jun J, Kim C. Robust camera calibration using neural network[C]//Proceedings of IEEE. IEEE Region 10 Conference. TENCON 99. 'Multimedia Technology for Asia-Pacific Information Infrastructure' (Cat. No.99CH37 030), September 15-17, 1999, Cheju, Republic of Korea. New York: IEEE Press, 1999: 694-697.
- [33] 吕朝辉, 张兆杨, 安平. 基于神经网络的立体视觉摄像机标定[J]. *机械工程学报*, 2003, 39(9): 93-96.
- Lü C H, Zhang Z Y, An P. Camera calibration for stereo vision based on neural network[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2003, 39(9): 93-96.
- [34] Jin L G, Rui L G. Camera calibration for monocular vision system based on Harris corner extraction and neural network[C]//2011 International Conference on Consumer Electronics, Communications and Networks (CECNet), April 16-18, 2011, Xianning, China. New York: IEEE Press, 2011.
- [35] Ding X Z. Research on kinect calibration and depth error compensation based on BP neural network[C]//2020 International Conference on Computer Vision, Image and Deep Learning (CVIDL), July 10-12, 2020, Chongqing, China. New York: IEEE Press, 2020: 596-600.
- [36] 胡志新, 王涛. 改进遗传算法优化 BP 神经网络的双目相机标定[J]. *电光与控制*, 2022, 29(1): 75-79.
- Hu Z X, Wang T. Binocular camera calibration based on BP neural network optimized by improved genetic algorithm[J]. *Electronics Optics & Control*, 2022, 29(1): 75-79.
- [37] 李国友, 徐鹏, 李惠光, 等. 基于优化 RBF-DDA 神经网络的摄像机标定[J]. *计算机工程*, 2007, 33(24): 244-246.
- Li G Y, Xu P, Li H G, et al. Camera calibration based on optimized RBF-DDA neural networks[J]. *Computer Engineering*, 2007, 33(24): 244-246.
- [38] 刘胜, 傅荟璇, 王宇超. 基于 LS-SVM 的立体视觉摄像机标定[J]. *光电工程*, 2008, 35(10): 21-25, 47.
- Liu S, Fu H X, Wang Y C. Camera calibration for stereo vision based on LS-SVM[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2008, 35(10): 21-25, 47.
- [39] Sun Q, Wang X Y, Xu J P, et al. Camera self-calibration with lens distortion[J]. *Optik*, 2016, 127(10): 4506-4513.
- [40] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, 3(4): 323-344.
- [41] Hallert B. The method of least squares applied to multicollimator camera calibration[EB/OL]. [2022-03-06]. https://www.asprs.org/wp-content/uploads/pers/1963journal/sep/1963_jul_836-840.pdf.
- [42] Beyer H A. Calibration of CCD-cameras for machine vision and robotics[J]. *Proceedings of SPIE*, 1990, 1197: 88-98.
- [43] Gong Y Z, Meng D, Seibel E J. Bound constrained bundle adjustment for reliable 3D reconstruction[J]. *Optics Express*, 2015, 23(8): 10771-10785.
- [44] 刘艳, 李腾飞. 对张正友相机标定法的改进研究[J]. *光学技术*, 2014, 40(6): 565-570.
- Liu Y, Li T F. Research of the improvement of Zhang's camera calibration method[J]. *Optical Technique*, 2014, 40(6): 565-570.
- [45] 张浩鹏, 王宗义, 吴攀超, 等. 摄像机标定的棋盘格模板的改进和自动识别[J]. *仪器仪表学报*, 2012, 33(5): 1102-1109.
- Zhang H P, Wang Z Y, Wu P C, et al. Checker pattern improvement and fully-automatic identification for camera calibration[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012, 33(5): 1102-1109.
- [46] 张浩鹏, 王宗义, 吴攀超, 等. 基于 LCD 和改进棋盘格模板的摄像机标定[J]. *仪器仪表学报*, 2012, 33(7): 1541-1548.
- Zhang H P, Wang Z Y, Wu P C, et al. Camera calibration based on LCD and improved checkerboard pattern[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012, 33(7): 1541-1548.
- [47] Huang B Y, Tang Y, Ozdemir S, et al. A fast and flexible projector-camera calibration system[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2021, 18(3): 1049-1063.
- [48] Wang Z W, Shi H S, Lin D L. Effective factors analysis on camera calibration[C]//2020 International Conference on Communications, Information System and Computer Engineering (CISCE), July 3-5, 2020, Kuala Lumpur, Malaysia. New York: IEEE Press, 2020: 331-334.
- [49] Meng X Q, Hu Z Y. A new easy camera calibration technique based on circular points[J]. *Pattern Recognition*, 2003, 36(5): 1155-1164.
- [50] Wu Y H, Zhu H J, Hu Z Y, et al. Camera calibration from the quasi-affine invariance of two parallel circles

- [M]//Pajdla T, Matas J. Computer vision-ECCV 2004. Lecture notes in computer science. Heidelberg: Springer, 2004, 3021: 190-202.
- [51] Zhao C Y, Zhang J, Deng H X, et al. Multi-cameras calibration from spherical targets[J]. Proceedings of SPIE, 2016, 9903: 99032T.
- [52] Hajjami J, Caracotte J, Caron G, et al. ArUcOmni: detection of highly reliable fiducial markers in panoramic images[C]//2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW), June 14-19, 2020, Seattle, WA, USA. New York: IEEE Press, 2020: 2693-2699.
- [53] Ahn S J, Warnecke H J, Kotowski R. Systematic geometric image measurement errors of circular object targets: mathematical formulation and correction[J]. The Photogrammetric Record, 1999, 16(93): 485-502.
- [54] He D, Liu X L, Peng X, et al. Eccentricity error identification and compensation for high-accuracy 3D optical measurement[J]. Measurement Science & Technology, 2013, 24(7): 075402.
- [55] 安晶晶, 高楠, 陈超, 等. 圆环标识的离心偏差校正方法与评价[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(4): 041203. An J J, Gao N, Chen C, et al. Correcting method and evaluation of eccentricity error of circle target[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(4): 041203.
- [56] 叶东, 刘长英, 车仁生, 等. 基于遗传算法的像机虚拟立体校准技术研究[J]. 光学精密工程, 2006, 14(3): 485-489. Ye D, Liu C Y, Che R S, et al. Dummy solid camera calibration technology using genetic algorithm[J]. Optics and Precision Engineering, 2006, 14(3): 485-489.
- [57] 于瑾, 陈超, 高楠, 等. 基于相位标靶的相机标定[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(11): 111203. Yu J, Chen C, Gao N, et al. Camera calibration based on phase target[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(11): 111203.
- [58] 薛俊鹏, 苏显渝, 窦蕴甫. 基于同心圆光栅和楔形光栅的摄像机自标定方法[J]. 中国激光, 2012, 39(3): 0308002. Xue J P, Su X Y, Dou Y F. A concentric circles and wedge grating-based camera self-calibration method[J]. Chinese Journal of Lasers, 2012, 39(3): 0308002.
- [59] Sagawa R, Takatsuji M, Echigo T, et al. Calibration of lens distortion by structured-light scanning[C]//2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, August 2-6, 2005, Edmonton, AB, Canada. New York: IEEE Press, 2005: 832-837.
- [60] 杨长江, 孙凤梅, 胡占义. 基于二次曲线的纯旋转摄像机自标定[J]. 自动化学报, 2001, 27(3): 310-317. Yang C J, Sun F M, Hu Z Y. Self-calibration of rotating cameras using conic correspondences[J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(3): 310-317.
- [61] 李宝全, 方勇纯, 张雪波. 基于纯旋转运动的摄像机统一自标定方法[J]. 光学学报, 2013, 33(11): 1115003. Li B Q, Fang Y C, Zhang X B. Unified rotation-based self-calibration method for cameras[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(11): 1115003.
- [62] Ma S D. A self-calibration technique for active vision systems[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(1): 114-120.
- [63] 吴福朝, 李华, 胡占义. 基于主动视觉系统的摄像机自标定方法研究[J]. 自动化学报, 2001, 27(6): 752-762. Wu F C, Li H, Hu Z Y. New active vision based camera self-calibration technique[J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(6): 752-762.
- [64] 吴福朝, 胡占义. 线性确定无穷远平面的单应矩阵和摄像机自标定[J]. 自动化学报, 2002, 28(4): 488-496. Wu F C, Hu Z Y. Linear determination of the infinite homography and camera self-calibration[J]. Acta Automatica Sinica, 2002, 28(4): 488-496.
- [65] Enciso R, Viéville T. Experimental self-calibration from four views[M]//Braccini C, de Floriani L, Vernazza G. Image analysis and processing. Lecture notes in computer science. Heidelberg: Springer, 1995, 974: 307-312.
- [66] Xu G, Zhang Z Y. Epipolar geometry in stereo, motion and object recognition[EB/OL]. [2022-10-08]. <https://www.gbv.de/dms/goettingen/213727595.pdf>.
- [67] Ma Y, Vidal R, Kosecka J, et al. Kruppa equation revisited: its renormalization and degeneracy[M]//David V. Computer vision-ECCV 2000. Lecture notes in computer science. Cham: Springer, 2000, 1843: 561-577.
- [68] Wampler C W, Morgan A P, Sommese A J. Numerical continuation methods for solving polynomial systems arising in kinematics[J]. Journal of Mechanical Design, 1990, 112(1): 59-68.
- [69] Zeller C, Faugeras O. Camera self-calibration from video sequences: the kruppa equations revisited[EB/OL]. [2022-03-05]. <https://hal.inria.fr/inria-00073897/document>.
- [70] Hartley R I. Euclidean reconstruction from uncalibrated views[C]//Proceedings of the Second Joint European - US Workshop on Applications of Invariance in Computer Vision, October 9-14, 1993, Ponta Delgada, Azores, Portugal. New York: ACM Press, 1993: 237-256.
- [71] Hartley R I. Extraction of focal lengths from the fundamental matrix[EB/OL]. [2022-03-05]. <http://users.cecs.anu.edu.au/~hartley/Papers/focal-lengths/focal.pdf>.
- [72] Pollefeys M, Van Gool M. Self-calibration from the absolute conic on the plane at infinity[C]//CAIP '97: Proceedings of the 7th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, September 10-12, 1997, Kiel, Germany. New York: ACM Press, 1997: 175-182.
- [73] Heyden A, Astrom K. Euclidean reconstruction from image sequences with varying and unknown focal length and principal point[C]//Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 17-19, 1997, San Juan, PR, USA. New York: IEEE Press, 2002: 438-443.
- [74] 尤作. 三维重建中相机可变内参自标定技术研究[D]. 长沙: 中南大学, 2014. You Z. Research on camera self-calibration for 3D reconstruction with varying intrinsic parameters[D]. Changsha: Central South University, 2014.
- [75] 崔岸, 袁智, 王龙山. 基于自适应神经网络的双摄像机

- 标定[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(21): 55-57, 60.
- Cui A, Yuan Z, Wang L S. Self-adaptive neural network for binocular camera calibration[J]. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(21): 55-57, 60.
- [76] 张峰峰, 陈龙, 薛保珊, 等. 差分遗传算法优化 BP 神经网络的双目相机标定[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2021, 42(7): 928-935.
- Zhang F F, Chen L, Xue B S, et al. Binocular camera calibration of BP neural networks optimized by an improved differential genetic algorithm[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2021, 42(7): 928-935.
- [77] 崔鹏飞. 基于 BP 神经网络的摄像机标定方法[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.
- Cui P F. Research of the camera calibration methods based on neural network[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013.
- [78] 潘峰, 李位星, 高琪. 粒子群优化算法与多目标优化[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2013.
- Pan F, Li W X, Gao Q. Particle swarm optimizer and multi-object optimization[M]. Beijing: Beijing Insitute of Technology Press, 2013.
- [79] Woo D M, Park D C. An efficient method for camera calibration using MultiLayer perceptron type neural network[C]//2009 International Conference on Future Computer and Communication, April 3-5, 2009, Kuala Lumpur, Malaysia. New York: IEEE Press, 2009: 358-362.
- [80] Woo D M, Park D C. Implicit camera calibration using MultiLayer perceptron type neural network[C]//ACIIDS '09: Proceedings of the 2009 First Asian Conference on Intelligent Information and Database Systems, April 1-3, 2009, Dong hoi, Quang binh, Vietnam. New York: ACM Press, 2009: 313-317.
- [81] Mendonça M, Silva I, Castanho J E C. Camera calibration using neural networks[EB/OL]. [2022-03-05]. http://wscg.zcu.cz/wscg2002/Papers_2002/F47.pdf.
- [82] Pedra A V B M, Mendonça M, Finocchio M A F, et al. Camera calibration using detection and neural networks [J]. IFAC Proceedings Volumes, 2013, 46(7): 245-250.
- [83] 向鹏, 周宾, 祝仰坤, 等. 复杂环境下基于深度神经网络的摄像机标定[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(11): 111505.
- Xiang P, Zhou B, Zhu Y K, et al. Camera calibration based on deep neural network in complex environments [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(11): 111505.
- [84] Ding X Z. Research on camera calibration technology based on deep neural network in mine environment[C]//2020 International Conference on Computer Vision, Image and Deep Learning (CVIDL), July 10-12, 2020, Chongqing, China. New York: IEEE Press, 2020: 375-379.
- [85] Butt T H, Taj M. Camera calibration through camera projection loss[C]//ICASSP 2022-2022 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, May 23-27, 2022, Singapore, Singapore. New York: IEEE Press, 2022: 2649-2653.
- [86] Dosovitskiy A, Ros G, Codevilla F, et al. CARLA: an open urban driving simulator[EB/OL]. (2017-11-10) [2022-05-06]. <https://arxiv.org/abs/1711.03938>.