

激光与光电子学进展

一体化透镜阵列光束整形系统设计

李庞跃¹, 周顺^{2***}, 程进^{2**}, 赵翊博², 刘嘉豪², 刘卫国^{2*}¹西安工业大学兵器科学与技术学院, 陕西 西安 710021;²西安工业大学光电工程学院, 陕西 西安 710021

摘要 半导体激光器在激光扫描中得到了广泛应用,但由于其快慢轴发散角差异较大,需要进行光束整形。为提高线阵半导体激光器的光束均匀性,并满足小型扫描成像系统的微型化需求,提出一体化透镜阵列光束整形系统设计方案。系统采用一体化非球面透镜对高斯光束进行整形,快轴进行准直,慢轴进行扩束,能够获得高长宽比、光强均匀分布的线光束。理论分析一体化非球面透镜阵列进行准直扩束的原理,依据费马原理确定系统初始结构参数。利用光学设计软件对系统进行仿真优化,得到快轴发散角为 2.8 mrad、慢轴发散角为 48.93°(长宽比为 325)、能量利用率为 88.79%、能量均匀度为 94.51% 的线光束。结果表明,此方法整形效果理想、结构简单、体积小,符合未来光束整形系统微型化的发展趋势。

关键词 激光器与激光光学; 线阵半导体激光器; 光束整形; 一体化透镜阵列; 光学设计

中图分类号 TN248.4

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP221766

Design of Integrated Lens Array Beam Shaping System

Li Panyue¹, Zhou Shun^{2***}, Cheng Jin^{2**}, Zhao Yibo², Liu Jiahao², Liu Weiguo^{2*}¹School of Armament Science and Technology, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, Shaanxi, China;²School of Photoelectric Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, Shaanxi, China

Abstract Semiconductor lasers are widely used for laser scanning; however, beam shaping is required because of the significant difference in their fast and slow axis divergence angles. In this study, a design scheme of the integrated lens array beam shaping system is proposed to improve the beam uniformity of the laser diode array and satisfy the miniaturization requirements of the small scanning imaging system. An integrated aspheric lens is used to shape the Gaussian beam. The fast axis is collimated, the slow axis is expanded, and a linear beam with a high aspect ratio and a uniform light intensity distribution can be obtained. Theoretically, the principle of collimation beam expansion of the integrated aspheric lens array is analyzed. The initial structural parameters of the system are determined according to Fermat principle. The system is simulated and optimized using optical design software, and a linear beam with a fast axis divergence angle of 2.8 mrad, slow axis divergence angle of 48.93° (aspect ratio of 325), energy utilization rate of 88.79%, and energy uniformity of 94.51% is obtained. The results show that the shaping effect of the proposed method is ideal. The proposed system has a simple structure and a small size, which is consistent with the development trend of miniaturization of beam shaping systems in the future.

Key words laser and laser optics; linear array semiconductor laser; beam shaping; integrated lens array; optical design

1 引言

线阵半导体激光器(LAOSL)具有功率高、体积小、效率高、可靠性高、易于集成等优点,已广泛应用于激光扫描、无人驾驶、激光加热、激光制导等领域^[1-2]。

但是,由于半导体激光器在快慢轴方向发散角差异较大,会使激光光束质量较差,能量利用率不高^[3-4]。因此,为了提高光束质量,必须进行光束整形。

目前,常用的半导体激光器光束整形方法主要有非球面透镜组^[5]、微透镜阵列^[6-8]、衍射光学元件^[9]和液

收稿日期: 2022-06-06; 修回日期: 2022-07-20; 录用日期: 2022-08-05; 网络首发日期: 2022-08-15

基金项目: 陕西省教育厅重点项目(21JY017)、陕西省自然科学基金基础研究计划(2022JQ-676)、西安市重点实验室建设项目(2019220514SYS020CG042)

通信作者: *wgliu@163.com; **chengjin36@xatu.edu.cn; ***zsemail@126.com

晶空间光调制^[10]等。史光远等^[11]提出了采用一组正交放置的非球面柱透镜组对高斯光束进行整形,均匀度和能量利用率均可达到 90%,但是透镜组比较复杂,且整形后光束长宽比(约为 30)不高。常颖等^[12]设计了一块球面-非球面柱透镜,用于将高斯光斑整形为平顶线光束。此种光束整形方法,可以获取较大的长宽比(约为 88.33),但是整形后线光束的平顶度有待提高。吴政南等^[13]设计了光楔-曲面镜-棱镜组对线阵型半导体激光束进行整形,可以同时进行激光束阵列的扩束和准直,快轴方向进行扩束,慢轴方向进行准直,但此种方案光束能量利用率和均匀度不高,分别为 71.3% 和 68.9%。孙玉博等^[14]设计了一种非球面与微柱透镜阵列相结合的匀光系统,匀光后均匀度可达 90%,但系统结构较为复杂。上述文献虽然在光束整形方面取得了一定的成果,但所用整形系统结构复杂、体积大,并不适用于小型扫描成像系统[微机电系统(MEMS)扫描成像、光学相干断层扫描(OCT)成像等]^[15]。因此,为了解决小型扫描成像系统的微型化需求,本文提出了一种一体化透镜阵列光束整形系统的设计方案。

本文通过一体化透镜阵列结构,可以将线阵激光器输出的高斯光斑阵列整形为均匀的线光束。本文所设计的光束整形系统,可以获取高长宽比的线光束,在应用于 MEMS 扫描成像时,较小的线宽可以提高系统成像的分辨率,较大的发散角可以获取较大的视场,相比同类型扫描成像系统,提出系统具有更大的视野、更多的目标信息和更高的分辨率。

2 一体化透镜阵列光束整形原理

2.1 线阵型激光器光束特性

LAOSL 是由一定数量的发光单元按照一定发光间隔在慢轴方向上排列而成。本文所研究的 LAOSL,发光单元为 11 个,发光单元的间距为 20 μm,

快轴尺寸为 1 μm,慢轴尺寸为 4 μm,其结构如图 1 所示,光束在快轴和慢轴方向以不同发散角出射,横截面为一维椭圆阵列。

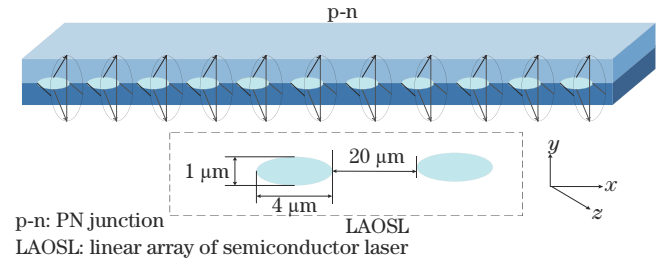


图 1 LAOSL 结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of linear array of semiconductor laser (LAOSL)

LAOSL 的输出光束在快轴方向上服从基模高斯分布,在慢轴方向上服从平顶高斯分布。线阵阵列中每个发光单元的强度分布表示为

$$I(\theta_x, \theta_y) = I_0 \exp \left\{ -2 \left[\left(\frac{\theta_x}{\theta_s} \right)^{2G_x} + \left(\frac{\theta_y}{\theta_F} \right)^{2G_y} \right] \right\}, \quad (1)$$

式中: I_0 为 z 轴上的光强; θ_x, θ_y 分别为光束与 $x-z$ 面和 $y-z$ 面的夹角; θ_s, θ_F 分别为慢轴方向和快轴方向的光束发散角; G_x, G_y 分别为 x 方向和 y 方向的“超高斯因子”。单个发光单元的远场三维分布图和 $x-y$ 面二维投影图如图 2 所示。

2.2 一体化透镜阵列结构设计

本文采用一体化透镜阵列结构对 LAOSL 进行光束整形,系统整体结构如图 3 所示。阵列结构中透镜的数量为 11 个,两个透镜中心的距离为 24 μm。线阵激光器发光单元位于透镜前焦点处,激光器输出光束后,由一体化透镜阵列在快轴方向进行准直、慢轴方向进行扩束。经过系统整形后,输出光束变为均匀的线光束。(图中结构为示意图,实际尺寸大小如标注尺寸所示)。

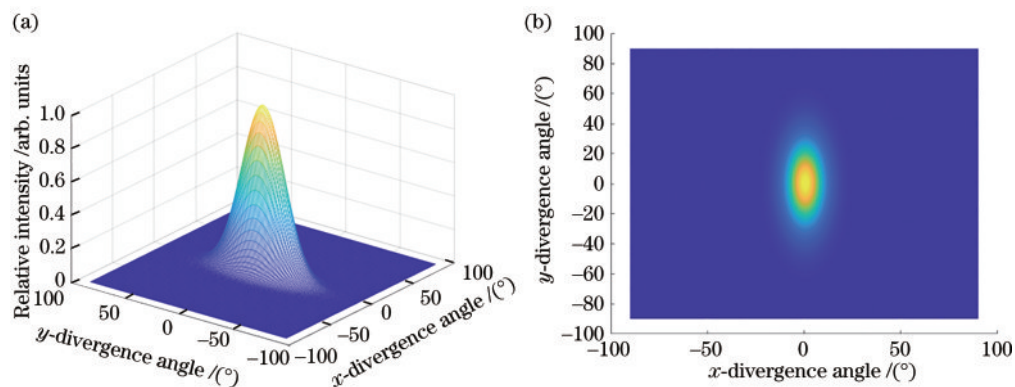


图 2 单个发光单元的光强分布。(a) 远场三维光强分布; (b) $x-y$ 面二维投影

Fig. 2 Light intensity distribution of a single light emitting unit. (a) Far-field three-dimensional light intensity distribution; (b) two-dimensional projections of $x-y$ surface

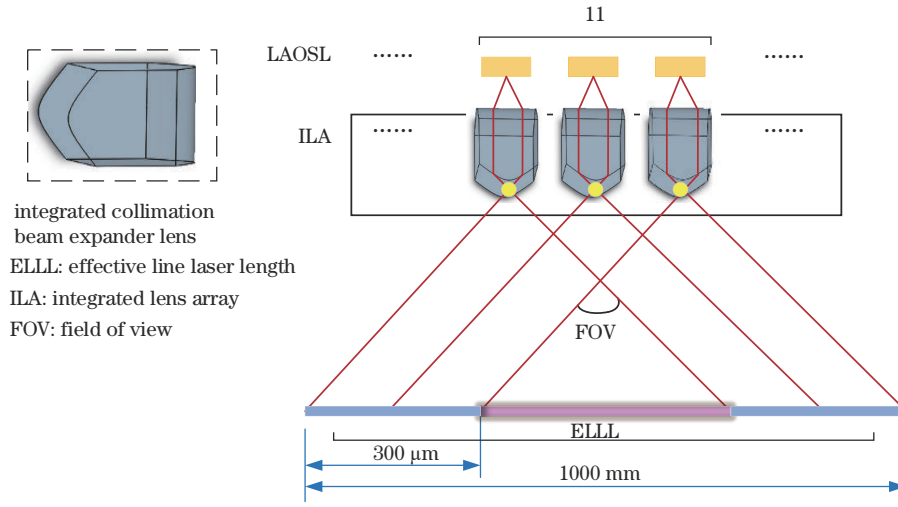


图 3 一体化准直扩束透镜阵列整形系统结构图

Fig. 3 Structure diagram of integrated collimated beam expanding lens array shaping system

一体化透镜阵列结构如图 4 所示,可以看出,透镜阵列结构尺寸非常小,其长度约为 260 μm,宽度约为 30 μm。透镜阵列的整体尺寸和线阵激光器输出光束

的横截面大小近似相等,可以满足小型化扫描成像系统的应用需求。

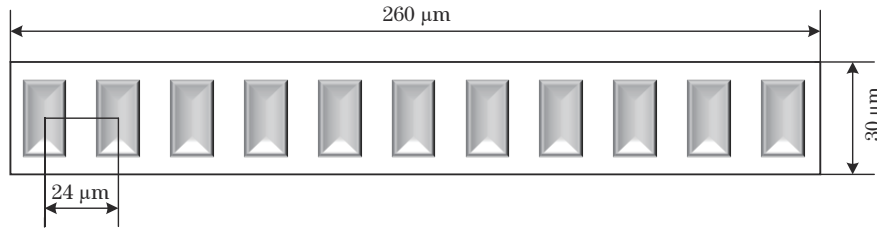


图 4 一体化透镜阵列结构示意图

Fig. 4 Structure diagram of integrated lens array

对于一体化透镜阵列光束整形系统,要求所设计的透镜能够在快轴和慢轴方向具有不同功能的面型,快轴用于光束准直,压缩发散角;慢轴用于扩束,获取较大范围的视场角。为满足这一要求,本文所选用的透镜类型是双锥透镜,其非球面方程为

$$z = \frac{\frac{1}{R_x} \cdot x^2 + \frac{1}{R_y} \cdot y^2}{1 - \sqrt{1 - (1 + K_x) \cdot \left(\frac{1}{R_x}\right)^2 \cdot x^2 - (1 + K_y) \cdot \left(\frac{1}{R_y}\right)^2 \cdot y^2}} \quad (2)$$

式中, R_x 、 R_y 、 K_x 、 K_y 分别为非球面透镜在 x 方向和 y 方向上的曲率半径和圆锥系数。

2.3 非球面透镜初始结构确定

对快轴和慢轴分别进行非球面面型参数的设计,快轴光束进行准直,压缩发散角;慢轴光束进行扩束,增大发散角。其设计原理如图 5 和图 6 所示。

图 5 中,在 $yo z$ 平面, A 点为线阵激光器的一个发光单元(在进行理论计算时,将 A 点看作理想点光源),

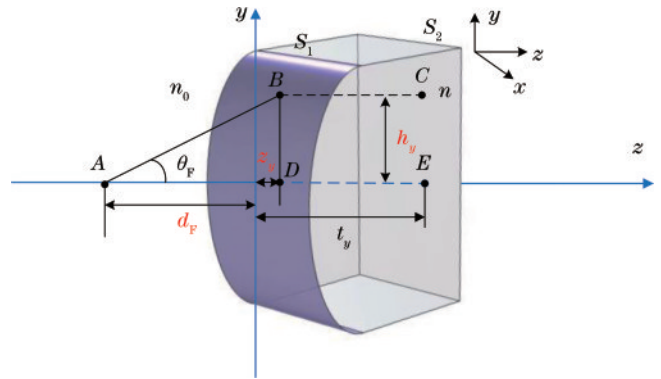


图 5 快轴方向非球面透镜准直原理图

Fig. 5 Schematic of aspheric lens collimation in fast axis direction

位于准直透镜的焦距位置。点光源发出球面光束,照射到非球面准直柱透镜的前表面 S_1 , 并在此表面上发生折射,折射后的光束沿着平行 z 轴的方向出射。

依据费马原理^[16]可知,从 A 点出发的轴上点的光程与轴外点的光程相等,即 $AB + BC = AD + DE$, 其等光程方程为

$$n_0 \cdot d_F + n \cdot t_y = n_0 \cdot \sqrt{h_y^2 + (d_F + z_y)^2} + n \cdot (t_y - z_y) \quad (3)$$

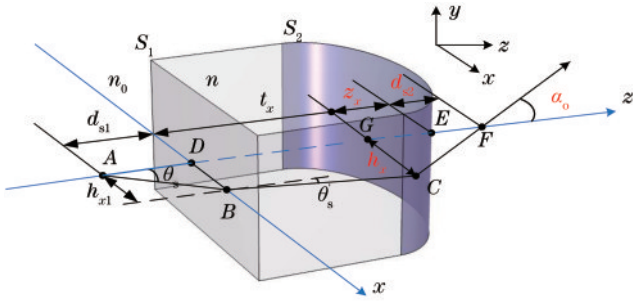


图 6 慢轴方向非球面透镜扩束原理图

Fig. 6 Schematic of aspheric lens beam expansion in slow axis direction

式中： n_0 表示空气中的折射率，一般取值为1； n 表示非球面透镜玻璃材料的折射率； d_F 为柱透镜的焦距； t_y 为柱透镜的中心厚度； h_y 为光束入射到非球面透镜上的高度。将式(3)中的 z_y 提出，可得

$$z_y(h_y) = \frac{\frac{1}{d_F \cdot (n-1)} \cdot h_y^2}{1 + \sqrt{1 - (1-n^2) \cdot \frac{1}{d_F^2 \cdot (n-1)^2} \cdot h_y^2}} \quad (4)$$

旋转对称的偶次非球面方程表达式为

$$z = \frac{c \cdot r^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k) \cdot c^2 \cdot r^2}} + \sum_{i=1}^n a_{2i} r^{2i}, \quad (5)$$

式中： c 为曲率半径倒数； k 为非球面曲面圆锥系数； $\sum_{i=1}^n a_{2i} r^{2i}$ 为非球面曲面方程多次项。将式(4)和式(5)进行对比，可以确定非球面准直透镜的曲面类型为二次曲面，并可以确定非球面设计的主要参数：曲面的曲率半径 R_y 和曲面的圆锥系数 K_y ，其表达式为

$$\begin{cases} R_y = d_F \cdot (n-1) \\ K_y = -n^2 \end{cases} \quad (6)$$

非球面透镜的前焦距 d_F 可由下式计算得出：

$$d_F = \frac{\sqrt{h_y^2 + \left[\frac{h_y}{\tan(\theta_F)} \right]^2} - n \cdot \frac{h_y}{\tan(\theta_F)}}{1-n}, \quad (7)$$

式中， $\tan(\theta_F)$ 表示入射光束快轴半发散角的正切值。

图6中，在 xoz 平面，A点为发光单元(将A点作为理想点光源)，发出球面光束，在非球面扩束透镜的前表面 S_1 上发生折射，折射后的光束再经过透镜后表面 S_2 实现扩束。

在图6中，依据费马原理的等光程条件以及光路的可逆性原理，可以得到： $DE + EF = BC + CF$ ，其等光程的方程为

$$n_0 \cdot d_{s2} + n \cdot t_x = n_0 \cdot \sqrt{h_x^2 + d_{s2}^2} + n \cdot \sqrt{(t_x - z_x)^2 + (h_x - h_{x1})^2}, \quad (8)$$

式中： h_{x1} 表示光束在透镜前表面 S_1 入射时 x 方向上的入射高度； θ'_s 表示入射光线经过透镜前表面 S_1 发生折射后的折射角； d_{s1} 为激光发光单元到柱透镜的距离(即非球面准直透镜的焦距)； α_o 表示光束经过非球面柱透镜后表面 S_2 扩束后的半发散角； d_{s2} 为非球面扩束柱透镜的焦距。式(8)中的其他参量在前文中已介绍。由于线阵激光慢轴方向发散角很小，本文所使用的透镜尺寸也很小，因此在发生折射后光线在透镜内部传播后所引起的 x 方向的位移可以忽略不计，即： $h_x \approx h_{x1}$ 。将式(8)中的 z_x 提出，可得

$$z_x(h_x) = \frac{\frac{1}{d_{s2} \cdot (n-1)} \cdot h_x^2}{1 + \sqrt{1 - (1-n^2) \cdot \frac{1}{d_{s2}^2 \cdot (n-1)^2} \cdot h_x^2}} \quad (9)$$

将式(9)和式(5)进行对比，可以确定非球面透镜的曲面类型为二次曲面，并可以确定非球面设计的主要参数：曲面的曲率半径 R_x 和曲面的圆锥系数 K_x 。其计算公式为

$$\begin{cases} R_x = d_{s2} \cdot (n-1) \\ K_x = -n^2 \end{cases} \quad (10)$$

非球面透镜的后焦距 d_{s2} 可以由下式计算：

$$d_{s2} = \frac{h_x}{\tan(\alpha_o)} - z_x, \quad (11)$$

式中， $\tan(\alpha_o)$ 为扩束后半发散角的正切值。

3 整形系统设计

本文采用一体化透镜阵列结构对LAOSL进行光束整形，线阵激光器的设计参数如表1所示。

表1 整形系统设计参数

Table 1 Design parameters of shaping system

Parameter	Value
Wavelength /nm	850
Field of view /($^\circ$)	45
Projection distance /mm	1000
Line width /mm	<3
Energy utilization /%	>80
Energy uniformity /%	>90

3.1 仿真设计优化

采用光学设计软件Zemax对一体化透镜阵列光束整形系统进行仿真，首先确定LAOSL的相关参数；依据本文第2.3节中的式(6)~(7)、式(11)~(12)确定一体化透镜的初始结构。根据本系统设计目标，将非球面透镜曲率半径、透镜厚度设置为变量，以空间均匀度、 x 向均方根(RMS)光斑半径和总光通量为目标函数，对系统初始结构进行优化。优化后判断结果是否满足设计指标，若不满足，则将透镜的圆

锥系数添加为变量,继续上述优化过程,直至满足系统的设计指标。线阵激光器参数和透镜初始结构参数如表 2 所示。

表 2 LAOSL 和非球面透镜初始结构参数
Table 2 Initial structural parameters of LAOSL and aspheric lens

Laser diode array		Aspheric lens initial structure	
Parameter	Value	Parameter	Value
λ / nm	850	Object type	Biconic lens
Power / W	1	x -radius / μm	12
$\theta_s / (^\circ)$	38	y -radius / μm	12
$\theta_F / (^\circ)$	13.8	Thickness / μm	35
G_x	0.85	R_{y1}	5.34
G_x	1	K_{y1}	-2.301
x -width / μm	1	R_{x2}	-3.55
y -width / μm	4	K_{x2}	-2.301

初始结构建立后,根据系统的设计指标,建立以空间均匀度、 x 向 RMS 光斑半径和总光通量为优化目标的评价函数为

$$\varphi^2 = \frac{\omega_1 \varphi_1^2 + \omega_2 \varphi_2^2 + \omega_3 \varphi_3^2}{\omega_1 + \omega_2 + \omega_3}, \quad (12)$$

式中: $\varphi_i = v_i - t_i$,表示目标值与实际值的偏差(v_i 表示目标值, t_i 表示实际值); ω_i 表示目标操作数在评价函数中的权重, $i = 1, 2, 3$ 分别对应三个优化目标。由式(12)可以看出,评价函数的值越小,优化的效果越好。

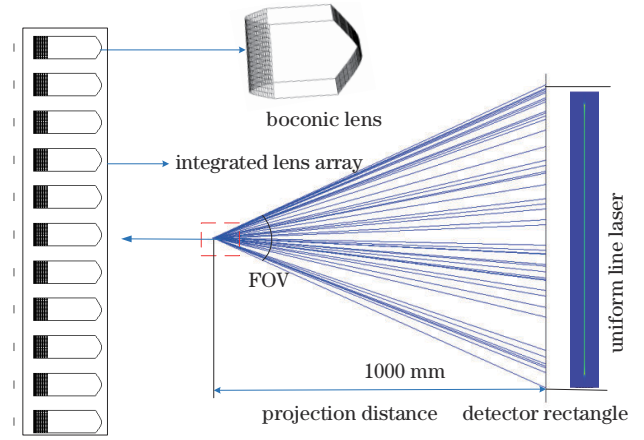
3.2 仿真结果

利用 Zemax 软件非序列模式下的执行 optimization wizards 对初始结构进行优化,优化后非球面透镜参数如表 3 所示。

表 3 非球面准直扩束透镜阵列优化后参数
Table 3 Parameters after optimization of aspheric collimation beam expanding lens arrays

Parameter	x direction	y direction
Aperture of lens / μm	16	18
Thickness / μm	12	12
Radius of front surface	-	5.353
Radius of back surface	-1.20	-
Conic of front surface	-	-2.345
Conic of back surface	-1.95	-

利用 Zemax 光学设计软件进行仿真,得到一体化透镜阵列光束整形系统结构和整形后的效果如图 7 所示,可以看出,经过本文设计的系统进行光束整形后,在 1000 mm 处的投射距离,得到了均匀分布的线光束。



beam shaping system

图 7 Zemax 中光束准直扩束系统结构图

Fig. 7 Structure diagram of beam collimation beam expansion system in Zemax

4 仿真结果分析

在投射距离为 1000 mm 位置处,整形系统设计结果如图 8 所示,图 8(a)为 LAOSL 入射光束归一化光强分布图;图 8(b)为光束经过整形后出射光束归一化光强分布图;可以看出,经过整形后,LAOSL 输出光束的高斯光斑阵列变成了光强均匀分布的线光束,其线宽为 2.8 mm,长度为 910 mm。图 8(c)为优化后的单个透镜结构图,优化后单个透镜的尺寸为 $16 \mu\text{m} \times 18 \mu\text{m} \times 12 \mu\text{m}$ 。

LAOSL 整形前后的相对光强分布结果对比如图 9 所示,图 9(a)为整形前入射光束在快轴方向的相对光强分布;图 9(b)为整形后出射光束在快轴方向的相对光强分布;经过整形系统快轴准直后,快轴方向呈高斯分布的圆斑变成线宽小于 3 mm 的矩形光束。图 9(c)为整形前入射光束在慢轴方向的相对光强分布;图 9(d)为整形后出射光束在慢轴方向的相对光强分布;经过整形系统慢轴扩束后,慢轴方向光强呈高斯分布的圆斑阵列变成均匀分布的线光束。

线光束的能量利用率 η 和能量均匀度 γ 可以通过下式进行计算:

$$\eta = \frac{P_o}{P}, \quad (13)$$

$$\gamma = 1 - \frac{\sqrt{\sum (E_i - \bar{E})^2 / N}}{\bar{E}}, \quad (14)$$

式中: P 表示入射光束的总能量; P_o 表示出射光束的总能量; E_i 表示任一采样点的光强值; \bar{E} 表示所有采样点的光强平均值; N 为所选取的采样点的数量。通过 Zemax 光学设计软件进行仿真得到:光束整形后系统的光能量为 0.8879 W,系统的初始设定光强为 1 W,代入式(13)计算可以得出能量利用率为 88.79%。对整形后仿真得到的线光束进行采样,在 800 mm 内,每

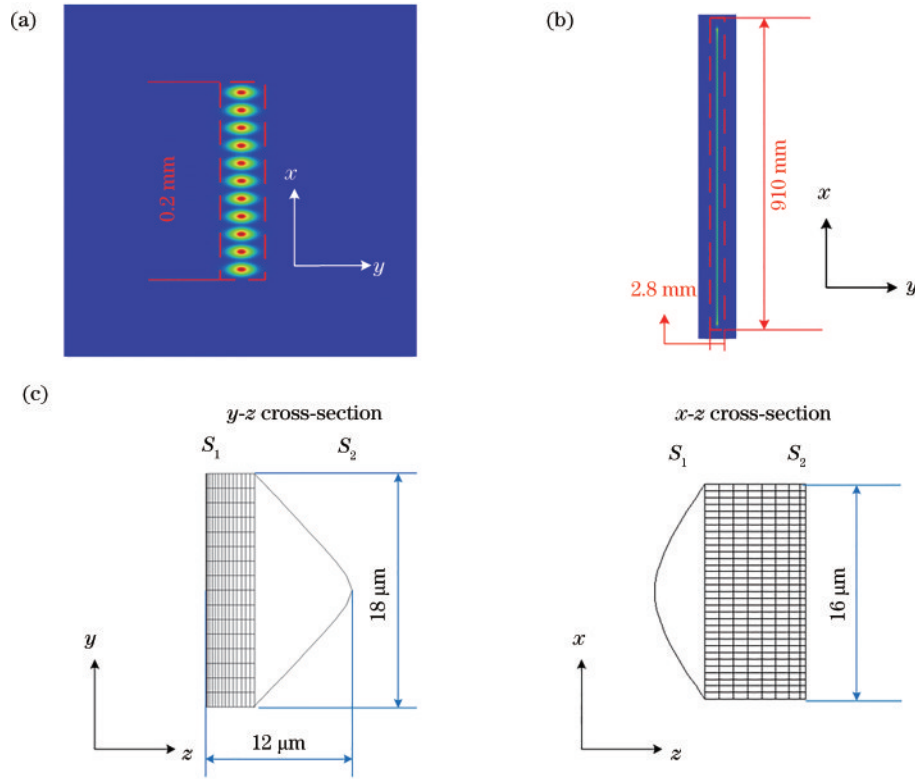


图 8 一体化透镜阵列整形结果图。(a) 入射光束归一化光强分布图；(b) 出射光束归一化光强分布图；(c) 优化后透镜结构图
 Fig. 8 Result maps of integrated lens array shaping. (a) Normalized light intensity distribution map of incident beam; (b) normalized light intensity distribution map of outgoing beam; (c) optimized lens structure map

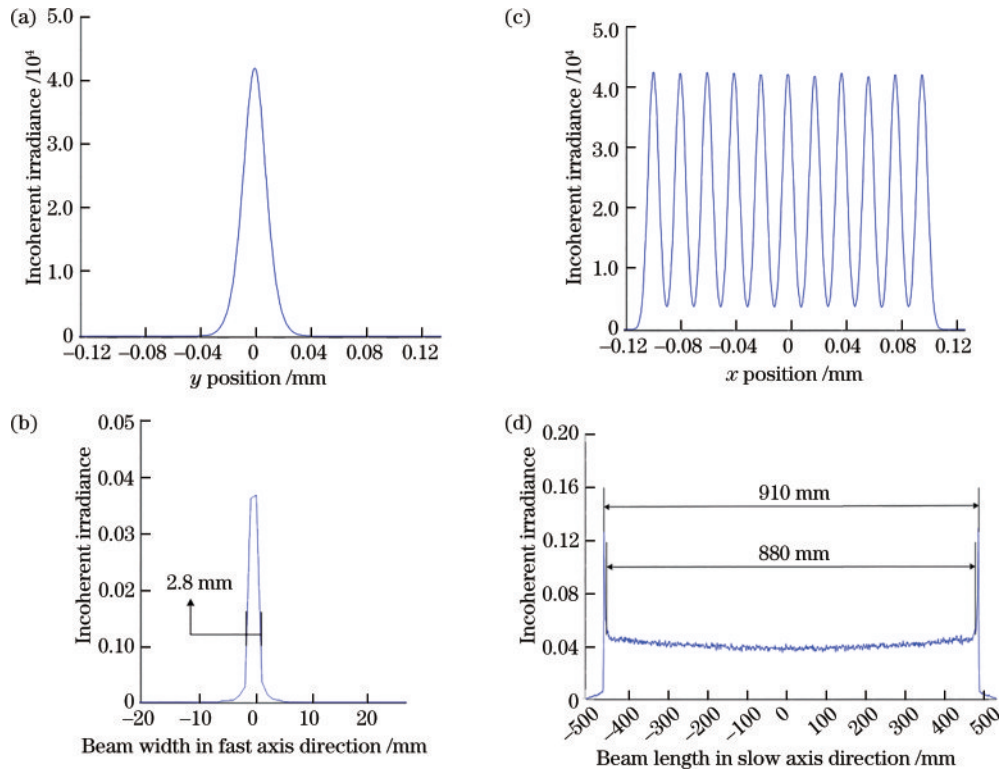


图 9 整形前与整形后 LAOSL 的相对光强分布。(a) 入射光束快轴；(b) 出射光束快轴；(c) 入射光束慢轴；(d) 出射光束慢轴方向上的相对光强分布

Fig. 9 Relative light intensity distributions of LAOSL before and after shaping. Relative light intensity distribution in (a) fast axis direction of incident beam; (b) fast axis direction of outgoing beam; (c) slow axis direction of incident beam; (d) slow axis direction of outgoing beam

间隔 10 mm 进行一次采样,采样原始数据如表 4 所示(共采样 80 组数据,表 4 中仅列出部分数据)。将采样数据代入式(14)进行计算,可以得出整形后系统的能

量均匀度为 94.51%。由整形结果可知,本文设计的一体化透镜阵列光束整形系统的能量均匀度高、能量利用率高且光束长宽比高,整形效果较好。

表 4 线光束采样原始数据

Table 4 Raw data for line beam sampling

Position /mm	Intensity	Position /mm	Intensity	Position /mm	Intensity	Position /mm	Intensity
-400	0.05213	-200	0.04141	10	0.03863	210	0.04939
-390	0.05147	-190	0.03924	20	0.03768	220	0.04054
-380	0.04820	-180	0.04126	30	0.03874	230	0.04114
...
-230	0.04184	-30	0.03766	180	0.03979	380	0.04887
-220	0.04096	-20	0.03795	190	0.04189	390	0.05252
-210	0.04126	-10	0.03852	200	0.04054	400	0.05102

5 结 论

为解决 LAOSL 快慢轴发散角差异较大、光束质量较差的问题,并满足小型扫描成像系统的微型化需求,本文提出了一种一体化透镜阵列光束整形系统的设计方案。该方案采用 Zemax 软件对一体化透镜阵列光束整形系统进行仿真设计优化,得到快轴发散角为 2.8 mrad,慢轴发散角为 48.93°(在 1000 mm 的投射距离得到长度为 910 mm、线宽为 2.8 mm 的线光束,其长宽比为 325),线光束的能量利用率为 88.79%,能量均匀度为 94.51%。仿真结果表明,设计的系统整形效果较好。相比于传统的采用多个透镜组合进行光束整形的方法,本文所设计的整形系统具有结构简单、体积小、易加工的优势,符合未来光束整形技术的发展趋势。后期将采用微纳加工的方式对设计的整形系统进行加工。

参 考 文 献

- [1] Zhang B, Wang Z R, Brodbeck S, et al. Zero-dimensional polariton laser in a subwavelength grating-based vertical microcavity[J]. *Light: Science & Applications*, 2014, 3(1): e135.
- [2] Cao C S, Fan L, Ai I, et al. Recent development of high-power-efficiency 50-W CW TE/TM polarized 808-nm diode laser bar at Lasertel[J]. *Proceedings of SPIE*, 2010, 7583: 75830L.
- [3] 陈良惠, 杨国文, 刘育衍. 半导体激光器研究进展[J]. *中国激光*, 2020, 47(5): 0500001.
Chen L H, Yang G W, Liu Y X. Development of semiconductor lasers[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(5): 0500001.
- [4] 宁永强, 陈泳屹, 张俊, 等. 大功率半导体激光器发展及相关技术概述[J]. *光学学报*, 2021, 41(1): 0114001.
Ning Y Q, Chen Y Y, Zhang J, et al. Brief review of development and techniques for high power semiconductor lasers[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(1): 0114001.
- [5] Hoffnagle J A, Jefferson C M. Design and performance of a refractive optical system that converts a Gaussian to a flattop beam[J]. *Applied Optics*, 2000, 39(30): 5488-5499.
- [6] Fischbach S, Schlehahn A, Thoma A, et al. Single quantum dot with microlens and 3D-printed micro-objective as integrated bright single-photon source[J]. *ACS Photonics*, 2017, 4(6): 1327-1332.
- [7] 丁铠文, 王聪, 罗志, 等. 超快激光光束整形原理与方法及其在功能性微结构制造中的应用[J]. *中国激光*, 2021, 48(2): 0202005.
Ding K W, Wang C, Luo Z, et al. Principle and method of ultrafast laser beam shaping and its application in functional microstructure fabrication[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(2): 0202005.
- [8] 李建军, 褚春艳, 卢玮彤, 等. 微透镜阵列的制备与应用研究进展[J]. *光学学报*, 2021, 41(21): 2100001.
Li J J, Chu C Y, Lu W T, et al. Development of microlens arrays: from fabrication to photonic applications [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(21): 2100001.
- [9] Choi J, Kong H J, Lee J U. Optical design of a refractive beam shaper that transforms a Gaussian beam profile into a diverging uniform line beam profile[J]. *Optical Engineering*, 2014, 53(5): 055101.
- [10] 于晓晨, 胡家升, 王连宝. 基于液晶空间光调制器的激光束整形[J]. *光学学报*, 2012, 32(5): 0514001.
Yu X C, Hu J S, Wang L B. Laser beam shaping based on liquid-crystal spatial light modulator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(5): 0514001.
- [11] 史光远, 杨晓苹, 梁艳梅. 基于非球面柱透镜的激光束整形[J]. *光子学报*, 2014, 43(S1): 0122001.
Shi G Y, Yang X P, Liang Y M. Gaussian beam shaping based on aspheric cylindrical lens[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(S1): 0122001.
- [12] 常颖, 王狮凌. 基于球面-非球面柱透镜的圆光斑高斯光束整形[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(6): 060801.
Chang Y, Wang S L. Gaussian beam shaping of round spot based on spheric-aspheric cylindrical lens[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(6): 060801.
- [13] 吴政南, 谢江容, 杨雁南. 高功率半导体激光器光束整形的设计和实现[J]. *激光技术*, 2017, 41(3): 416-420.
Wu Z N, Xie J R, Yang Y N. Design and implementation of beam shaping for high power

- semiconductor lasers[J]. *Laser Technology*, 2017, 41(3): 416-420.
- [14] 孙玉博, 熊玲玲, 张普, 等. 半导体激光器光束匀化系统的光学设计[J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(12): 1205003.
- Sun Y B, Xiong L L, Zhang P, et al. Optical design of laser diode beam-homogenizing system[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(12): 1205003.
- [15] Lee X B, Wang C H, Luo Z X, et al. Optical design of a new folding scanning system in MEMS-based lidar[J]. *Optics & Laser Technology*, 2020, 125: 106013.
- [16] Agrawal O P. Generalized variational problems and Euler-Lagrange equations[J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2010, 59(5): 1852-1864.