# 激光写光电子学进展

## 可见光通信的定位与定向系统设计及性能分析

陈瑾1,徐世武1.2\*,魏芬2,张龙腾3

<sup>1</sup>福建师范大学协和学院,福建 福州 350117; <sup>2</sup>福建师范大学医学光电科学与技术教育部重点实验室,福建 福州 350007; <sup>3</sup>福建师范大学数学与统计学院,福建 福州 350117

**摘要** 针对可见光通信的 3D 定位与定向问题,提出了一种自适应参数与自适应变异粒子群优化的 3D 定位与定向方法。 首先,分析了一种在复杂环境下的基于测距模型的混合 3D 可见光定位模型,并将定位问题转化为联合概率密度函数的 优化问题。其次,通过计算粒子解与种群最优解之间的模糊贴近度,设计了一种自适应参数与自适应变异粒子群优化方 法。最后,通过数学方法精确解析了所提 3D 可见光定位模型的定位与定向误差的理论下边界,即克拉-美罗(Cramer-Rao)下界。结果表明,所提算法的时间复杂度较低,且定位与定向误差都非常接近 Cramer-Rao 下界,其平均定位与平均 定向收敛误差分别为5.99 cm 与 6.65°,显著优于另外四种基于迭代的可见光定位算法。

关键词 光纤光学与光通信;可见光通信;接收信号强度;定位;定向;Cramer-Rao下界;粒子群优化
 中图分类号 TN247 文献标志码 A DOI: 10.3788/LOP222011

## Design and Performance Analysis of Positioning and Orientating System for Visible Light Communication

Chen Jin<sup>1</sup>, Xu Shiwu<sup>1,2\*</sup>, Wei Fen<sup>2</sup>, Zhang Longteng<sup>3</sup>

 <sup>1</sup>Concord University College, Fujian Normal University, Fuzhou 350117, Fujian, China;
 <sup>2</sup>Key Laboratory of Opto-Electronic Science and Technology for Medicine, Ministry of Education, Fujian Normal University, Fuzhou 350007, Fujian, China;
 <sup>3</sup>School of Mathematics and Statistics, Fujian Normal University, Fuzhou 350117, Fujian, China

**Abstract** A three-dimensional (3D) positioning and orientating method based on an adaptive parameter and adaptive mutation particle swarm optimization is proposed in this study to solve the 3D positioning and orientating problem in visible light communication. First, a hybrid 3D visible light positioning (VLP) model based on a ranging model in a complex environment is analyzed, and the positioning problem is transformed into an optimization problem of the joint probability density function. Second, an adaptive parameter and adaptive mutation particle swarm optimization method are designed by calculating the fuzzy closeness between the solution of the particle and the optimal solution of the population. Finally, the theoretical lower bound of the positioning and orientating error of the proposed 3D VLP model, called the Cramer-Rao lower bound (CRLB), is accurately analyzed using mathematical methods. The results show that the time complexity of the proposed algorithm is low, and the positioning and orientating errors are close to the CRLB. The average positioning and average orientating convergence errors of the proposed algorithm are 5.99 cm and 6.65°, respectively, which are significantly better than those of four other iterative-based VLP algorithms.

**Key words** fiber optics and optical communication; visible light communication; received signal strength; positioning; orientating; Cramer-Rao lower bound; particle swarm optimization

研究论文

收稿日期: 2022-06-06; 修回日期: 2022-07-11; 录用日期: 2022-07-20; 网络首发日期: 2022-07-30

基金项目:福建省中青年教师教育科研项目(JAT200967, JT180818)、福建省光电传感应用工程技术研究中心开放课题(2020002)

## 1 引 言

与广泛使用的射频通信相比,可见光通信(VLC) 具有频谱资源丰富、可与照明系统共存、可安全地应用 于禁止电磁波辐射的区域、绿色节能以及通信保密性 好等优点<sup>[1]</sup>,因此,VLC被广泛认为是一种可与射频通 信互补的新兴通信技术。VLC的接收端可采用图像 传感器或光电二极管(PD)采集光信号,与图像传感器 相比,PD成本更低、功耗更小而受到更多关注。到达 时间(TOA)、到达角度(AOA)以及接收信号强度 (RSS)等是室内定位系统常用的测量方法<sup>[2]</sup>。由于 RSS 值可直接被集成 PD 的设备接收, 对收发之间的 时钟同步要求不高,接收端不需要集成多天线阵列,因 此,基于RSS的可见光定位(VLP)备受研究人员关 注。基于RSS的VLP可以分为测距法与指纹法<sup>[3-5]</sup>, 指纹法需要在离线阶段采集大量的位置指纹数据,人 工成本高,实际可行性较差。而测距法无需离线构建 指纹库,实现简单,可行性更好。

一般情况下, VLC 遵循朗伯(Lambertian) 光辐射 模型<sup>[3-7]</sup>,根据接收端采集到的RSS值,可以得到收发 之间的通信距离,进而通过高斯牛顿法<sup>[8]</sup>、极大似然 法<sup>[9]</sup>以及线性最小二乘法<sup>[10]</sup>等实现接收端的定位。由 于 VLC 的传输信号无法穿透墙壁等障碍物,视距 (LOS)通信占据主要成分,为了简单,一般直接采用 一阶朗伯光辐射模型测量发光二级管(LED)与PD之 间的距离。但是,当接收机靠近墙壁或其它障碍物时, 依然存在多径干扰,即非视距(NLOS)通信<sup>[10]</sup>。实现 2D的VLP系统相对简单,然而要实现3D的VLP系 统,尤其同时实现定位与定向,则需要面临高度复杂的 非凸优化问题[11],高斯牛顿法与线性最小二乘法在求 解非凸优化问题时容易陷入局部最优解,导致误差 大[11]。元启发式具有很强的全局寻优能力,尤其针对 非凸优化问题,目前已有研究人员结合元启发式实现 3D的VLP系统,比如,粒子群优化(PSO)<sup>[12]</sup>、遗传算 法(GA)<sup>[13]</sup>、差分进化(DE)<sup>[14]</sup>、蝙蝠算法(BA)<sup>[15]</sup>,以及 自适应花授粉算法<sup>[16]</sup>等已被应用于求解 3D VLP 的优 化问题,并取得了较高的定位精度。然而已有文 献<sup>[12-15,17]</sup>为了简单,直接假设接收端水平放置,接收面 与天花板平行,只考虑3D定位问题,忽略定向问题,实 际的可行性较差。采用PD接收技术,接收到的光信 号强度受到 PD 倾斜角度的影响较大<sup>[11]</sup>,因此,准确地 估计PD的倾斜角度是实现高定位精度的前提条件。

克拉-美罗下界(Cramer-Rao lower bound, CRLB) 为所有无偏估计的方差提供了一个理论下边界<sup>[17]</sup>,已 被广泛应用于评估 VLP 的性能。比如,文献[18]给出 了一种被动式定位的新方法,并解析了所提方法定位 误差的 CRLB。文献[19]给出了一种基于孔径接收机 的 VLP系统,并确定了定位误差的 CRLB。文献[11] 给出了一种同时定位与定向的 VLP方法,并通过分析

#### 第 60 卷第 15 期/2023 年 8 月/激光与光电子学进展

LOS 高斯噪声模型的 CRLB 深入解析所提 VLP 方法 的定位与定向性能,不过其在分析CRLB时,并未考虑 NLOS 传输信号的影响。文献[9]同样通过分析 LOS 高斯噪声模型的 CRLB 深入解析所提 VLP 方法的定 位与定向性能。文献[20]给出了一种接收端采用多 PD的VLP系统,并同时估计位置和方向的方法,并通 过 CRLB 分析了所提 VLP 系统的定位与定向性能。 接收端采用多PD技术虽然可以提高定位精度,但同时 增加了硬件成本以及设备的体积,同时增加了抗干扰 的复杂度。文献[20]同样通过分析LOS高斯噪声模 型的CRLB深入了解所提多PD技术的定位与定向性 能。本文课题组的前期工作分析了一种在复杂环境下 基于测距模型的混合 3D VLP模型<sup>[21]</sup>,并通过数学方 法精确解析了所提 VLP系统的 CRLB, 然而未考虑定 向问题,解析CRLB只考虑位置的影响,且直接采用距 离误差模型的联合概率密度函数。本文在前期工作[21] 的基础上,实现了同时3D定位与定向的VLP方法,接 收端无需保持水平状态,极大提升了VLP系统的性能 与实际可行性。且本文采用的是朗伯光辐射模型的联 合概率密度函数,并非简单的距离误差模型的联合概 率密度函数,由于朗伯光辐射模型的非线性,所构建的 定位与定向联合概率密度函数是一个高度复杂的非凸 优化函数,导致在低时间复杂度下,同时实现定位与定 向误差收敛于CRLB是一个挑战。本文的主要工作包 括:1)分析了一种在复杂环境下的基于测距模型的混 合 3D VLP模型,该模型同时考虑了 LOS 和 NLOS 分 量,并通过引入NLOS的传输概率,考虑了所有NLOS 传输的可能情况,并同时考虑了3D定位与定向问题; 2)针对VLP的3D定位与定向问题,提出了一种自适 应参数与自适应变异的粒子群优化;3)在混合3D VLP 模型下,通过数学方法对所提 VLP系统的 CRLB 进行 了精确解析。所提算法的时间复杂度较低,且定位与 定向误差非常接近CRLB值,明显优于PSO<sup>[12]</sup>、GA<sup>[13]</sup>、 DE<sup>[14]</sup>以及BA<sup>[15]</sup>四种基于迭代的VLP算法。

## 2 VLP系统设计

#### 2.1 系统模型

基于测距模型的混合 LOS 与 NLOS 传输链路的 3D VLP系统模型如图 1 所示,记第 *i* 个 LED 的 3D 坐 标为 $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, p_{i3})^{T}$ ,其方向角为 $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, v_{i3})^{T}$ , 其中,*i* = 1, 2, …, *M*,*M*表示 LED 的个数,右上标 T 表示向量的转置。PD 接收器可以在 3D 定位空间中自 由移动,PD 接收器的 3D 坐标与方向角分别用  $x = (x_1, x_2, x_3)^{T}$ 与 $u = (u_1, u_2, u_3)^{T}$ 向量表示。用 $\theta_i$ 和 $\phi_i$ 分别表示第*i* 个 LED 与 PD 接收器之间的辐射角和入 射角, $0 < \phi_i < \phi_{FOV}, \phi_{FOV}$ 为 PD 接收器的视角(FOV)。 虽然在 VLC 中,LOS 通信链路占据主要成分,但是在 复杂环境下,由于障碍物以及墙壁等因素的干扰,



图 1 3D VLP系统模型 Fig. 1 3D VLP system model

VLC模型中同时存在LOS通信链路与NLOS通信链路,如图1所示。

由于VLC一般遵循朗伯光辐射模型,则PD与第*i* 个LED之间的信道增益<sup>[9-16]</sup>为

$$h_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = \frac{A_i(r+1)T_sg}{2\pi d_i^2} (\cos\theta_i)^r \cos\phi_i, \quad (1)$$

式中:d<sub>i</sub>为收发器之间的距离;r为辐射模式;A<sub>r</sub>为PD 的有效接收面积;T<sub>s</sub>为光学滤波器增益;g为光学聚光 器增益。显然第i个LED与PD接收器之间的辐射角 和入射角<sup>[9,11]</sup>分别为

$$\theta_{i} = \arccos\left(\frac{\left(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{v}_{i}}{\left\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i}\right\|_{2} \left\|\boldsymbol{v}_{i}\right\|_{2}}\right), \qquad (2)$$

$$\boldsymbol{\phi}_{i} = \arccos\left(-\frac{\left(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}}{\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i}\|_{2}\|\boldsymbol{u}\|_{2}}\right)_{\circ}$$
(3)

则接收端接收到第i个LED的光功率值 $\varphi_i$ 为

$$\psi_{i} = P_{t}h_{i}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = \frac{C(r+1)\left[\left(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_{i}\right]^{r}\left(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}}{\left\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i}\right\|_{2}^{r+3}\left\|\boldsymbol{v}_{i}\right\|_{2}^{r}\left\|\boldsymbol{u}\right\|_{2}},$$
(4)

式中: $C = -\frac{A_{\tau}T_{s}gP_{\tau}}{2\pi}; P_{\tau}$ 表示 LED 的发射功率。

#### 2.2 目标函数

假设在LOS 朗伯光辐射模型下,接收端接收到第 i个LED 的光功率值ψ<sub>i,LOS</sub> 为

$$\psi_{i,\text{LOS}} = \psi_i + n_i, \qquad (5)$$

式中, $n_i$ 表示LOS 传输链路下的测量噪声,包含了散 粒噪声 $\sigma_{shot}^2$ 与热噪声 $\sigma_{thermal}^2$ ,且服从均值为0、方差为  $\sigma_{LOS}^2$ 的高斯分布<sup>[6,9,11,20]</sup>。则在LOS 朗伯光辐射模型 下,测量噪声 $n_i$ 的概率分布函数 $P_{i,LOS}$ 为

$$P_{i,\text{LOS}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\text{LOS}}^2}} \exp\left[-\frac{\left(\psi_{i,\text{LOS}} - \psi_i\right)^2}{2\sigma_{\text{LOS}}^2}\right]_{\circ} \quad (6)$$

在复杂的室内环境,收发之间存在一定概率的 NLOS链路,比如当目标靠近墙壁等障碍物<sup>[10]</sup>,假设在

#### 第 60 卷第 15 期/2023 年 8 月/激光与光电子学进展

NLOS 朗伯光辐射模型下,接收端接收到第i个 LED 的光功率值 $\phi_{i,NLOS}$ 为

$$\psi_{i,\text{NLOS}} = \psi_i + n_i + \varepsilon_i, \qquad (7)$$

式中, $\epsilon_i$ 表示 NLOS 传输链路的测量误差。虽然目前 已有文献分析了 NLOS 环境下的 VLP 通信模型,但是 这些 NLOS 通信模型都需要事先获得一些物理参数, 比如房间形状、墙壁以及地面的反射率等<sup>[10,17]</sup>,而在实 际应用中准确获取这些参数,并通过这些参数训练好 模型是非常难的。由于在实际应用中很难得到一种普 遍的 NLOS 通信数学表达式模型,而高斯分布模型是 VLP 中常用的分析模型<sup>[9,11,20-21]</sup>,且在大量的样本与有 限的均值与方差的噪声模型下,高斯分布可以很好地 反映噪声的不确定性<sup>[9,11]</sup>。因此,为了全面分析所提出 的 3D VLP 模型的定位与定向性能,同样假设在 NLOS 环境下的测量噪声也服从高斯分布,即 $\epsilon_i$ 服从 均值为 $\mu$ 、方差为 $\sigma_{NLOS}^2$ 的高斯分布。假设 $\chi_i = n_i + \epsilon_i$ , 则 $\chi_i \sim N(u, \sigma_{LOS}^2 + \sigma_{NLOS}^2)$ ,在 NLOS 辐射模型下,其测 量误差的概率分布函数 $P_{i,NLOS}$ 为

$$P_{i,\text{NLOS}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi \left(\sigma_{\text{LOS}}^2 + \sigma_{\text{NLOS}}^2\right)}} \cdot \exp\left[-\frac{\left(\psi_{i,\text{NLOS}} - \psi_i - u\right)^2}{2\left(\sigma_{\text{LOS}}^2 + \sigma_{\text{NLOS}}^2\right)}\right]^{\circ}$$
(8)

由于无法事先获得收发之间的传播状态,因此引入 NLOS 的传输概率  $b_i$ ,表示接收机与第  $i \uparrow LED$ 之间存在 NLOS 传播的概率,且 0  $\leq b_i \leq 1$ 。在 LOS 与 NLOS 混合高斯模型下,总的测量误差  $\xi_i = b_i \chi_i + (1 - b_i)n_i$ ,则接收到第  $i \uparrow LED$ 的光功率值 $z_i$ 为

$$z_i = \psi_i + \xi_i \sim N(\psi_i + b_i u, \sigma^2), \qquad (9)$$

式中, $\sigma^2 = b_i^2 (\sigma_{\text{LOS}}^2 + \sigma_{\text{NLOS}}^2) + (1 - b_i)^2 \sigma_{\text{LOS}}^2$ 。则在混合 高斯模型下,其测量误差的概率分布函数 $P_i$ 为

$$P_{i} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left[ -\frac{\left(z_{i} - \psi_{i} - b_{i}u\right)^{2}}{2\sigma^{2}} \right]_{\circ} \quad (10)$$

记 $\alpha = (x, u)$ 表示接收端的坐标与角度向量,则接收 机与M个LED之间测量误差的似然函数为

$$L(\boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{z}) = \prod_{i=1}^{M} P_{i} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^{M} \sigma^{-M} \cdot \exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^{M} (z_{i} - \psi_{i} - b_{i}u)^{2}}{2\sigma^{2}}\right]_{\circ} \quad (11)$$

根据极大似然准则,定位与定向的目标就是寻找参数 α使得L(α; z)取得最大值,即

$$\boldsymbol{\alpha} = \arg_{\boldsymbol{\alpha}} \max L(\boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{z}), s. t. 0 \leq b_i \leq 1, \quad (12)$$
  
$$\exists \boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{z} = [z_1, z_2, \cdots, z_M]_{\circ}$$

## 2.3 算法设计

受到鸟群的运动习性启发,由Kennedy和Eberhart 提出了一种经典的PSO算法,在标准的PSO算法中,

粒子的速度与位置更新表达式<sup>[22]</sup>分别为  
$$\mathbf{v}_{j}(t+1) = \omega \mathbf{v}_{j}(t) + c_{1}R_{1}[\boldsymbol{\beta}_{j}^{\text{LB}}(t) - \boldsymbol{\beta}_{j}(t)] +$$

$$c_2 R_2 \left[ \boldsymbol{\beta}^{\text{GB}}(t) - \boldsymbol{\beta}_j(t) \right], \qquad (13)$$

$$\boldsymbol{p}_{j}(t+1) = \boldsymbol{p}_{j}(t) + \boldsymbol{v}_{j}(t+1), \quad (14)$$

式中: $\boldsymbol{\beta}_{i}(t) = \left[\beta_{i1}(t), \beta_{i2}(t), \cdots, \beta_{ik}(t)\right]^{T}$ 和  $\boldsymbol{v}_{i}(t) =$  $\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{i1}(t), \mathbf{v}_{i2}(t), \dots, \mathbf{v}_{ik}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 分别表示在第*t*次迭代中,第 i个粒子的位置矢量和速度矢量,k=1,2,...,D,D表 示求解问题的维度; $j=1,2,\dots,N_P,N_P$ 表示种群的规 模; $t=1,2,\dots,T_{max},T_{max}$ 表示最大的迭代次数; $R_1$ 与  $R_2$ 是[0,1]之间随机产生的一个值;w表示惯性权重, 其值越大,粒子的飞行速度越快;c1与c2分别表示粒子 的自我学习因子与社会学习因子; $\boldsymbol{\beta}_{i}^{\text{LB}}(t)$ 表示第j个粒 子的历史最优解; $\boldsymbol{\beta}^{GB}(t)$ 表示种群的历史最优解。由 于目标函数式(11)是一个高度复杂的非凸优化函数, 为了克服传统 PSO 容易陷入局部最优解,针对所要解 决的VLP问题,本文结合普通粒子与最优粒子之间的 模糊贴近度,提出了一种参数自适应算法,以及根据种 群的收敛程度,提出一种粒子自适应变异算法,所提算 法使得种群在迭代初期具有更好的多样性,迭代后期 具有更快的收敛速度。

2.3.1 粒子的自适应参数设计

由于无法获得接收机位置与角度的先验信息,即 x与u向量是未知的,为了得到最优解,需要在可行解 区间内均匀生成种群的初始解。第j个粒子在3D定位 空间中的随机飞行解为

**β**<sub>j</sub>(*t*) = [ $\beta_{j_1}(t)$ ,  $\beta_{j_2}(t)$ ,  $\beta_{j_3}(t)$ ,  $\beta_{j_4}(t)$ ,  $\beta_{j_5}(t)$ ,  $\beta_{j_6}(t)$ ]<sup>1</sup>, (15) 式中: $\beta_{j_1}(t)$ ,  $\beta_{j_2}(t)$ ,  $\beta_{j_3}(t)$  对应接收机的方向解*u*。结合目标 函数式(11)可以得到粒子的适应度值,显然,适应度值 最大的粒子的解为接收器的位置与方向解。

在标准的PSO算法中,种群的空间探索能力以及 收敛速度很大程度受制于w、c1以及c2三个参数。在求 解一个高度复杂的多维非凸优化问题时,采用固定的 参数值,容易导致种群的多样性变弱,迭代容易陷入局 部最优解,从而导致迭代精度较低。为了降低定位与 定向的误差,本文提出了一种自适应参数的PSO算法。

定义1, $d_j^{GB}(t)$ 表示第j个粒子的解向量 $\boldsymbol{\beta}_j(t)$ 与全 局最优(GB)粒子的解向量 $\boldsymbol{\beta}^{GB}(t)$ 之间的模糊贴近度, 其数学表达式为

$$d_{j}^{GB}(t) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sum \left[ \boldsymbol{\beta}^{GB}(1;3)(t) \land \boldsymbol{\beta}_{j}(1;3)(t) \right]}{\sum \left[ \boldsymbol{\beta}^{GB}(1;3)(t) \lor \boldsymbol{\beta}_{j}(1;3)(t) \right]} + \frac{\sum \left[ \boldsymbol{\beta}^{GB}(4;6)(t) \land \boldsymbol{\beta}_{j}(4;6)(t) \right]}{\sum \left[ \boldsymbol{\beta}^{GB}(4;6)(t) \lor \boldsymbol{\beta}_{j}(4;6)(t) \right]} \right\}, j \neq GB,$$
(16)

式中:/表示对应两个向量中的元素取小值;/表示对

#### 第 60 卷第 15 期/2023 年 8 月/激光与光电子学进展

应两个向量中的元素取大值;  $\Sigma$ 表示对应向量中的所 有元素求和运算;  $\beta^{GB}(1:3)$ 表示取向量 $\beta^{GB}$ 的前三个元 素,对应坐标向量;  $\beta^{GB}(4:6)$ 表示取向量 $\beta^{GB}$ 的最后三 个元素,对应角度向量。式(16)的第一项表示定位的 模糊贴近度,第二项表示定向的模糊贴近度。显然,模 糊贴近度值越大,表明第j个粒子越收敛于最优解。 则粒子的自适应参数分别设置为

$$w_{j}(t) = \begin{cases} w_{\min}, & \text{if } j = \text{GB} \\ d_{j}^{\text{GB}}(t)(w_{\max} - w_{\min}) \left(1 - \frac{t}{T_{\max}}\right) + w_{\min}, \text{ else}, \end{cases}$$
(17)

$$c_{1j}(t) = d_j^{GB}(t)(c_{max} - c_{min}) \left(1 - \frac{t}{T_{max}}\right) + c_{min}, (18)$$

$$c_{2j}(t) = c_{\max} - d_j^{GB}(t)(c_{\max} - c_{\min}) \left(1 - \frac{t}{T_{\max}}\right), (19)$$

式中: $w_{min} 与 w_{max}$ 分别表示惯性权重的最小值与最大 值; $c_{min} 与 c_{max}$ 分别表示学习因子的最小值与最大值。 为了避免种群过早地陷入局部最优解,在早期迭代中,  $d_j^{GB}(t)$ 值越大, $w_j(t)$ 值也越大,则种群的多样性越好, 保持 $w_{GB}(t) = w_{min}$ ,目的是避免最优粒子跳出全局最 优解。当 $d_j^{GB}(t)$ 值越大,则 $c_{1j}(t)$ 值越大, $c_{2j}(t)$ 越小, 目的是提高种群的自我学习能力,降低种群的社会学 习能力,避免种群过早地收敛到局部最优解。随迭代 次数的增加, $w_j(t)$ 与 $c_{1j}(t)$ 值变得越小, $c_{2j}(t)$ 变得越 大,提高种群在迭代后期的收敛速度。粒子速度的更 新表达式重新定义为

$$\boldsymbol{v}_{j}(t+1) = w_{j}(t) \boldsymbol{v}_{j}(t) + c_{1j}(t) R_{1} \big[ \boldsymbol{\beta}_{j}^{\text{LB}}(t) - \boldsymbol{\beta}_{j}(t) \big] + c_{2j}(t) R_{2} \big[ \boldsymbol{\beta}^{\text{GB}}(t) - \boldsymbol{\beta}_{j}(t) \big]_{\circ}$$
(20)

2.3.2 粒子的变异操作

因种群迭代的初始解是随机产生的,在迭代过程 中,粒子除了会向自身的历史最优解学习,而且会向历 史的全局最优粒子 GB 学习,优点是算法的收敛速度 快,缺点是容易陷入局部最优解。为了保持迭代初期 种群具有更好的多样性,对粒子的解向量 **β**<sub>j</sub>(t)进行变 异操作。

定义2,σ2表示种群的收敛度,其数学表达式为

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{1}{N_P - 1} \sum_{j=1}^{N_P} \left[ d_j^{GB}(t) - S_{mean}(t) \right]^2}, j \neq GB, \quad (21)$$

式中,S<sub>mean</sub>(t)表示种群的平均模糊贴近度,其数学表达式为

$$S_{\text{mean}}(t) = \frac{1}{N_P - 1} \sum_{j=1}^{N_P} d_j^{\text{GB}}(t), j \neq \text{GB}_{\circ} \qquad (22)$$

显然, $\sigma_2$ 值越小,种群越趋于收敛,针对非凸优化问题, 此时的全局收敛解不一定是全局最优解,尤其当局部 收敛解偏离全局最优解的时候,误差会变得非常大。 在早期迭代中,为了增强种群的空间探索能力,粒子的 解向量 $\beta_i(t)$ 由突变概率 $\delta_i(t)$ 产生,即

$$\delta_{jk}(t) = \exp(-\sigma_2) d_j^{GB}(t) \left(1 - \frac{t}{T_{max}}\right), j \neq GB, (23)$$
  
if  $R_3(t) < \delta_{jk}(t)$ 

then  $\beta_{jk}(t) = R_4(t) (\beta_k^{max} - \beta_k^{min}) + \beta_k^{min}$ , (24) 式中:  $R_3(t) = R_4(t) \ge [0, 1]$ 之间随机产生的一个值;  $\beta_k^{min} 和 \beta_k^{max} 分别表示第 k 维解的最小和最大边界值。$ 显然,在早期的迭代中,保持较大的变异概率,可以使种群具有更好的空间探索能力。随着迭代次数的增加,变异概率逐渐变小,使得在迭代后期,种群具有更强的局部搜索能力。

2.3.3 定位与定向的理论误差边界分析

CRLB为所有无偏估计的方差提供了一个下边 界,因此被广泛应用于评估VLP系统的性能<sup>[9,11,17-21]</sup>。 当所设计VLP系统的定位与定向误差能够收敛于 CRLB值,说明所提算法是有效的。为了不失一般性, 同样假设接收机与M个LED的通信过程中,其测量值 是独立同分布的<sup>[9,11,20]</sup>,根据目标函数式(11)得到对数 似然函数为

$$\ln L(\boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{z}) = -\frac{M}{2} \ln(2\pi) - M \ln \sigma - \frac{\sum_{i=1}^{M} (z_i - \psi_i - b_i \boldsymbol{u})^2}{2\sigma^2}, \quad (25)$$

则

因

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{z})}{\partial \alpha_{m}} = -\frac{1}{2\sigma^{2}} \sum_{i=1}^{M} 2\left(z_{i} - \psi_{i} - b_{i}u\right) \left(-\frac{\partial \psi_{i}}{\partial \alpha_{m}}\right) = \frac{1}{\sigma^{2}} \sum_{i=1}^{M} \left(z_{i} - \psi_{i} - b_{i}u\right) \frac{\partial \psi_{i}}{\partial \alpha_{m}}, \quad (26)$$

$$\frac{\partial^{2} \ln L(\boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{z})}{\partial \alpha_{m} \partial \alpha_{n}} = \frac{1}{\sigma^{2}} \cdot \sum_{i=1}^{M} \left[ -\frac{\partial \psi_{i}}{\partial \alpha_{m}} \frac{\partial \psi_{i}}{\partial \alpha_{n}} + (z_{i} - \psi_{i} - b_{i}u) \frac{\partial^{2} \psi_{i}}{\partial \alpha_{m} \partial \alpha_{n}} \right], \quad (27)$$
$$\mathbb{E} \left[ \frac{\partial^{2} \ln L(\boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{z})}{\partial \alpha_{m} \partial \alpha_{n}} \right] = -\frac{1}{\sigma^{2}} \sum_{i=1}^{M} \frac{\partial \psi_{i}}{\partial \alpha_{m} \partial \omega_{n}} \frac{\partial \psi_{i}}{\partial \alpha_{m} \partial \omega_{n}} \quad (28)$$

$$\mathbb{E}\left[\frac{\partial \alpha_m \partial \alpha_n}{\partial \alpha_m \partial \alpha_n}\right] = -\frac{\partial \alpha_m}{\partial \alpha_m^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\partial \alpha_m}{\partial \alpha_m} \frac{\partial \alpha_n}{\partial \alpha_n^2}$$
(28)

$$\nabla_{\mathbf{x}}\psi_{i} = \left(\frac{\partial\psi_{i}}{\partial x_{1}}, \frac{\partial\psi_{i}}{\partial x_{2}}, \frac{\partial\psi_{i}}{\partial x_{3}}\right)^{\mathrm{T}}, \ \nabla_{\mathbf{u}}\psi_{i} = \left(\frac{\partial\psi_{i}}{\partial u_{1}}, \frac{\partial\psi_{i}}{\partial u_{2}}, \frac{\partial\psi_{i}}{\partial u_{3}}\right)^{\mathrm{T}},$$
(29)

从而, Fisher 信息矩阵 $I(\alpha)$ 为

$$I(\boldsymbol{\alpha}) = -\left\{ \mathbb{E} \left[ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{z})}{\partial \alpha_m \partial \alpha_n} \right] \right\}_{6 \times 6} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{M} \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_m} \frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_n} \right)_{6 \times 6} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{M} \left[ \nabla_{\mathbf{x}} \psi_i (\nabla_{\mathbf{x}} \psi_i)^{\mathrm{T}} \quad \nabla_{\mathbf{x}} \psi_i (\nabla_{\mathbf{u}} \psi_i)^{\mathrm{T}} \right]_{0} (30)$$

第 60 卷第 15 期/2023 年 8 月/激光与光电子学进展

$$\nabla_{\mathbf{x}} \psi_{i} = \frac{C(r+1)}{\|v_{i}\|_{2}^{r} \|\mathbf{u}\|_{2}} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \frac{\left[ (\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i})^{\mathsf{T}} v_{i} \right] (\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i})^{\mathsf{T}} u}{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i}\|_{2}^{r+3}} = \frac{C(r+1)}{\|v_{i}\|_{2}^{r} \|\mathbf{u}\|_{2}} \times \left\{ \frac{r \left[ (\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i})^{\mathsf{T}} v_{i} \right]^{r-1} (\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i})^{\mathsf{T}} u v_{i}}{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i}\|_{2}^{r+3}} + \frac{\left[ (\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i})^{\mathsf{T}} v_{i} \right]^{r} u}{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i}\|_{2}^{r+3}} - \frac{\left[ (\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i})^{\mathsf{T}} v_{i} \right]^{r} (\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i})^{\mathsf{T}} u}{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i}\|_{2}^{r+3}} \right] + \frac{(r+3) \left[ (\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i})^{\mathsf{T}} v_{i} \right]^{r} (\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i})^{\mathsf{T}} u (\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i})}{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_{i}\|_{2}^{r+5}} \right\}, \quad (31)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{u}} \psi_{i} = \frac{C(r+1) \left[ (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{v}_{i} \right]^{r}}{\|\boldsymbol{v}_{i}\|_{2}^{r} \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i}\|_{2}^{r+3}} \cdot \nabla_{\boldsymbol{u}} \frac{(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{u}}{\|\boldsymbol{u}\|_{2}} = \frac{C(r+1) \left[ (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{v}_{i} \right]^{r}}{\|\boldsymbol{v}_{i}\|_{2}^{r} \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i}\|_{2}^{r+3}} \frac{\|\boldsymbol{u}\|_{2}^{2} \boldsymbol{I}_{3 \times 3} - \boldsymbol{u} \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}}{\|\boldsymbol{u}\|_{2}^{3}}}{\|\boldsymbol{u}\|_{2}^{3}}$$

$$(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_{i}), \qquad (32)$$

因此,CRLB为

$$\mathbb{E}\left\{ \left\| \tilde{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\alpha} \right\|_{2}^{2} \right\} \geq \operatorname{trace}\left\{ \left[ I(\boldsymbol{\alpha}) \right]^{-1} \right\}, \qquad (33)$$

式中: $\tilde{\alpha}$ 为 $\alpha$ 的估计值;trace表示求矩阵的迹。

## 3 仿真分析

### 3.1 参数设置

为了验证所提 VLP算法的定位与定向性能,采用 以下几种 VLP 算法作为比对基线:基于 PSO 的 VLP<sup>[12]</sup>、基于 GA 的 VLP<sup>[13]</sup>、基于 DE 的 VLP<sup>[14]</sup>、基于 BA的VLP<sup>[15]</sup>,以及定位与定向误差的CRLB。几种元 启发式的参数设置分别为:DE的加权因子与交叉因子 分别为0.3与0.6;GA的交叉率与变异率分别为0.7与 0.3;BA的响度和脉冲率分别为0.6和0.1;PSO惯性权 重的最大与最小值分别为0.9和0.4,其值随迭代次数 增加线性递减,学习因子为1.5;所提算法的最大惯性权 重和最小惯性权重分别为0.9和0.4,学习因子的最大 值与最小值分别为1.8与0.8。以上参数的设置均使得 对应VLP系统取得最优的定位与定向性能。除非另外 说明,否则种群规模N<sub>P</sub>为80,最大迭代次数T<sub>max</sub>为50。 虽然本文所解决的VLP问题对LED的方向角没有特殊 要求,为了不失一般性,同样假设LED的方向垂直朝 下,即方向角 $\boldsymbol{v}_i = (0, 0, -1)^{\mathrm{T}}$ 。6个LED均匀地分布 在400 cm×400 cm×300 cm的空间中。朗伯光辐射模 型的参数采用典型值,即 $P_t = 6$ W, $\phi_{FOV} = \pi/2$ , $T_s =$  $g=1, A_r=1 \text{ cm}^2$ 。LOS 传输链路下的 SNR 取典型的 20 dB,由于NLOS传输链路下噪声较大,因此NLOS传

而且

输链路的 SNR 值为 5 dB。除非另外指定,否则 NLOS 的传输概率 b<sub>i</sub>为 0.2。为了更加公平地比对算法,接收 机在 3D 定位空间中随机产生 200 个不同的位置以及方 向角,仿真中,定位与定向误差采用广泛使用的实际值 与估计值之间的欧氏距离表示。

#### 3.2 结果分析

定位与定向误差随迭代次数 t 的变化情况如图 2 所示,可以看出,所提算法的定位与定向收敛误差都非 常接近 CRLB值,由于所提算法在迭代过程中考虑了 粒子解与种群最优解之间的模糊贴近度,并设计了一 种自适应粒子变异方法,可以有效地避免种群陷入局



第 60 卷第 15 期/2023 年 8 月/激光与光电子学进展

部最优解,误差显著低于另外四种基于元启发式的迭 代算法,具体为当平均定位与定向误差收敛时,所提算 法的平均定位与平均定向收敛误差分别为5.99 cm与 6.65°,平均定位与平均定向误差的 CRLB 值分别为 5.32 cm 与5.73°。PSO、GA、BA 以及 DE 的平均定位 收敛误差分别为9.76、8.91、12.13、8.43 cm,平均定 向收敛误差分别为13.85°、9.83°、14.16°、9.14°。与 PSO、GA、BA 以及 DE 相比,所提算法的平均定 位误差的降低率分别为38.62%、32.77%、50.61%、 28.94%,所提算法的平均定向误差的降低率分别为 51.98%、32.34%、53.03%、27.24%。



#### 图 2 误差随迭代次数的变化情况。(a) 平均定位误差;(b) 平均定向误差 Fig. 2 Variation of error with number of iterations. (a) Average positioning error; (b) average orientating error

图 3(a)、3(b)分别为平均定位误差与平均定向误差随种群规模 N<sub>P</sub>的变化情况。由于 PSO、GA、BA、 DE 以及所提算法都是基于种群迭代的元启发式,正 如所料,随着种群规模的变大,元启发式陷入局部最优 解的概率降低,几种不同算法不管是定位误差还是定 向误差都随着种群规模的变大总体呈现逐渐降低的趋 势。同时可以看出,由于所提算法在迭代过程中考虑 了粒子解与种群最优解之间的模糊贴近度,并设计了 一种自适应参数与自适应变异粒子群优化方法,即使 在种群规模较小的情况下,迭代后期依然能够保持种 群较好的多样性,增强了空间的探索能力,因此,定位 与定向误差依然非常接近于CRLB,且所提算法即使 在种群规模为60的情况下,定位与定向误差都低于种 群规模为90下的基于PSO、GA、BA与DE的VLP系 统。室内定位是一个实时性的过程,定位的时间复杂 度是一个重要的衡量指标,而种群规模越大,迭代的时





Fig. 3 Variation of error with number of population size. (a) Average positioning error; (b) average orientating error

## 第 60 卷第 15 期/2023 年 8 月/激光与光电子学进展

间复杂度就越高,由于所提算法的种群规模要求较低, 从而算法的时间复杂度也较低。当然在实际应用中, 可以通过离线训练得到一个合适的种群规模,使得定 位精度与时间复杂度进行折中处理。

几种不同算法的定位与定向误差的累积分布函数 (CDF)如图4所示,图4(a)为定位误差的CDF,图4(b) 为定向误差的CDF。可以看出,无论是定位误差还是 定向误差,所提算法都非常接近CRLB,且明显优于另外四种VLP算法的CDF。图4(a)中,当定位误差小于10 cm时,GA与BA的CDF优于DE与PSO,但GA与BA总体陷入局部最优解的概率较高,即定位误差大于15 cm的概率较大,导致总体的CDF较差。图4(b)中,DE与GA的定向误差的CDF非常接近,BA与PSO的定向误差的CDF非常接近。





Fig. 4 Cumulative distribution function (CDF) of errors. (a) Positioning error; (b) orientating error

几种不同算法的平均定位与定向误差随 NLOS 传输概率 b<sub>i</sub>的变化情况如图 5 所示,图 5(a)、5(b)分别 为平均定位误差和定向误差随 NLOS 传输概率的变 化情况。正如所料,随着 NLOS 传输概率的增大,整 体噪声变大,导致几种不同算法的平均定位与定向误 差都增大。可以看出,随着 NLOS 传输概率的增大, 本文所提算法的平均定位与定向误差都最接近 CRLB 值,且明显优于 PSO、GA、BA 以及 DE 四种基于迭代 的元启发式算法。



图 5 误差随 NLOS 传输概率的变化情况。(a) 平均定位误差;(b) 平均定向误差 Fig. 5 Variation of error with transmission probability of NLOS. (a) Average positioning error; (b) average orientating error

定位是一个实时性的过程,时间复杂度也是衡量 一个定位系统性能的重要指标。几种不同算法时间复 杂度分析结果如表1所示。表1所得结果的参数设置 为:所提算法的种群规模为60,PSO、GA、BA与DE的 种群规模为90,在迭代次数满足最大值50或者定位误 差小于6 cm以及定向误差小于7°的时候停止迭代。 所得 200个不同目标的平均计算时间如表1所示。从表1可以看出,所提算法即使在保持最优的平均定位误差与平均定向误差的前提下,平均计算时间依然显著低于基于 PSO、GA、BA与 DE的 VLP 系统。值得注意的是,如果 PSO、GA、BA、DE 的种群规模同为 60,则可以降低时间复杂度,但从图 3也可以看出,此

	Table 1	Time complexity analysis	
Algorithm	Average calculation time /ms	Average positioning error /cm	Average orientating error /(°)
Proposed	68	6.02	7.22
PSO	128	8.06	10.85
GA	208	7.37	8.91
ВА	105	11.42	11.91
DE	135	7.08	8.52

表1 时间复杂度分析

时几种算法的平均定位误差与平均定向误差将显著高 于所提算法。

#### 结 论 4

本文分析了一种在复杂环境下的基于测距模型的 混合 3D VLP 模型,该模型同时考虑了 LOS 和 NLOS 分量,并通过引入 NLOS 的传输概率,考虑了所有 NLOS传输的可能情况,并同时实现3D定位与定向功 能。针对VLP的3D定位与定向问题,提出了一种自 适应参数与自适应变异的粒子群优化,由于所提算法 考虑了普通粒子与最优解粒子之间的模糊贴近度,采 用自适应的惯性权重与学习因子,以及自适应的变异 方法,保证了种群在迭代前期具有更大的空间探索能 力,在迭代后期具有更强的局部搜索能力,从而有效地 避免了种群陷入局部最优解的情况。在混合 3D VLP 模型下,本文通过数学方法精确解析了所提VLP系统 的CRLB,结果表明,所提算法的时间复杂度较低,定 位与定向性能都非常接近 CRLB 值, 且明显优于 PSO、GA、BA以及 DE 四种基于迭代的 VLP 算法。 当平均定位与平均定向误差收敛时,所提算法的平均 定位与平均定向收敛误差分别为5.99 cm 与 6.65°,明 显优于PSO、GA、BA以及DE等算法。

#### 参 考 文 献

- [1] Maheepala M, Kouzani A Z, Joordens M A. Light-based indoor positioning systems: a review[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(8): 3971-3995.
- [2] 曹阳, 党宇超, 彭小峰, 等. TOA/RSS混合信息室内可 见光定位方法[J]. 中国激光, 2021, 48(1): 0106005. Cao Y, Dang Y C, Peng X F, et al. Indoor visible light localization method using TOA/RSS hybrid information [J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(1): 0106005.
- [3] 秦岭,张崇泰,郭瑛,等.基于 Elman 神经网络的可见 光室内定位算法研究[J]. 光学学报, 2022, 42(5): 0506002.

Qin L, Zhang C T, Guo Y, et al. Research on visible light indoor localization algorithm based on Elman neural network[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(5): 0506002.

[4] 赵黎,韩中达,张峰.基于神经网络的可见光室内立体 定位研究[J]. 中国激光, 2021, 48(7): 0706004. Zhao L, Han Z D, Zhang F. Research on stereo location in visible light room based on neural network[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(7): 0706004.

[5] 徐世武, 吴怡, 王徐芳. 基于粒子群优化压缩感知的可 见光定位算法[J]. 中国激光, 2021, 48(3): 0306004. Xu S W, Wu Y, Wang X F. Visible light positioning algorithm based on particle swarm optimization compressed sensing[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(3): 0306004.

- [6] Komine T, Nakagawa M. Fundamental analysis for visible-light communication system using LED lights[J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2004, 50 (1): 100-107.
- [7] Zhuang Y, Hua L C, Wang Q, et al. Visible light positioning and navigation using noise measurement and mitigation[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(11): 11094-11106.3D
- [8] Şahin A, Eroğlu Y S, Güvenç İ, et al. Hybrid 3D localization for visible light communication systems[J]. Journal of Lightwave Technology, 2015, 33(22): 4589-4599.
- [9] Zhou B P, Liu A, Lau V, et al. Performance limits of visible light-based positioning for Internet-of-vehicles: time-domain localization cooperation gain[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22(8): 5374-5388.
- [10] Gu W J, Aminikashani M, Deng P, et al. Impact of multipath reflections on the performance of indoor visible light positioning systems[J]. Journal of Lightwave Technology, 2016, 34(10): 2578-2587.
- [11] Zhou B P, Lau V, Chen Q C, et al. Simultaneous positioning and orientating for visible light communications: algorithm design and performance analysis[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(12): 11790-11804.
- [12] Cai Y, Guan W P, Wu Y X, et al. Indoor high precision three-dimensional positioning system based on visible light communication using particle swarm optimization[J]. IEEE Photonics Journal, 2017, 9(6): 7908120.
- [13] Chen H, Guan W P, Li S M, et al. Indoor high precision three-dimensional positioning system based on visible light communication using modified genetic algorithm[J]. Optics Communications, 2018, 413: 103-120.
- [14] Wu Y X, Liu X W, Guan W P, et al. High-speed 3D indoor localization system based on visible light communication using differential evolution algorithm[J]. Optics Communications, 2018, 424: 177-189.
- [15] Huang L, Wang P, Liu Z Y, et al. Indoor threedimensional high-precision positioning system with bat algorithm based on visible light communication[J]. Applied Optics, 2019, 58(9): 2226-2234.

 [16] 张慧颖,于海越,陈玲玲.基于反向学习策略的自适应 花授粉接收信号强度指示室内可见光定位[J].中国激 光,2021,48(1):0106001.
 Zhang H Y, Yu H Y, Chen L L. Indoor visible light

Lindoor visible light location using adaptive pollination receiving signal strength indication based on reverse learning strategy[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(1): 0106001.

- [17] Li Z P, Qiu G D, Zhao L, et al. Dual-mode LED aided visible light positioning system under multi-path propagation: design and demonstration[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(9): 5986-6003.
- [18] Majeed K, Hranilovic S. Performance bounds on passive indoor positioning using visible light[J]. Journal of Lightwave Technology, 2020, 38(8): 2190-2200.
- [19]~ Heidi S , Qian W T , Jean A. Theoretical lower bound for

indoor visible light positioning using received signal strength measurements and an aperture-based receiver[J]. Journal of Lightwave Technology, 2017, 35(2): 309-319.

- [20] Shen S Q, Li S Y, Steendam H. Simultaneous position and orientation estimation for visible light systems with multiple LEDs and multiple PDs[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2020, 38(8): 1866-1879.3D
- [21] Xu S W, Wu Y, Wang X F, et al. Indoor 3D visible light positioning system based on adaptive parameter particle swarm optimisation[J]. IET Communications, 2020, 14(20): 3707-3714.
- [22] Han H G, Lu W, Zhang L, et al. Adaptive gradient multiobjective particle swarm optimization[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(11): 3067-3079.