

基于 LP-RANSAC 算法的路面点云快速移除算法

左勇*, 任阳**, 杜志华, 邱吉芳, 李岩, 郭宏翔, 洪小斌, 伍剑

北京邮电大学电子工程学院, 北京 100876

摘要 为解决地面点云占比过少、多条公路平面参数不同导致的地面点云移除效果差、运行时间长的问题,提出一种公路地面点云快速移除算法。该算法对传统的随机采样一致性(RANSAC)算法进行改进,通过循环计算高程最低点,并基于该点提取特定范围点云,提高地面点云占比、大幅缩短地面参数获取时间。改进后的算法能够快速移除多条公路地面点云,同时完整保留非地面点。实验结果表明:对于不同场景的公路地面,所提算法均能取得良好的地面移除效果。对于单公路场景,改进算法耗时 8 ms,相比 RANSAC 算法缩短 118 ms;对于多公路场景,改进算法耗时 57 ms,相比 RANSAC 算法缩短 180 ms。

关键词 图像处理; 激光雷达; 公路地面点云移除; 随机采样一致性

中图分类号 TP391 文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP220707

Rapid Removal Algorithm of Road Surface Point Cloud Based on LP-RANSAC Algorithm

Zuo Yong*, Ren Yang**, Du Zhihua, Qiu Jifang, Li Yan, Guo Hongxiang, Hong Xiaobin, Wu Jian

College of Electronic Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China

Abstract A fast removal algorithm for road ground point clouds is proposed to solve the problems of poor removal effect and long running time caused by too few ground point clouds and different plane parameters of multiple roads. This algorithm improves the traditional random sampling consistency (RANSAC) algorithm by iteratively calculating the lowest point of elevation and extracting a specific range of point clouds based on this point, thereby increasing the proportion of ground point clouds and significantly shortening the time for obtaining ground parameters. The improved algorithm can quickly remove multiple road ground point clouds while retaining nonground points. The experimental results show that the proposed algorithm can achieve a good ground removal effect for different scenes of highway ground. For the single road scene, the improved algorithm takes 8 ms, which is 118 ms less than the RANSAC algorithm. For multiroad scenes, the improved algorithm takes 57 ms, 180 ms less than the RANSAC algorithm.

Key words image processing; LiDAR; road surface point cloud removal; random sample consensus

1 引言

激光雷达具有分辨率高、抗干扰能力强、体积小、质量轻等优点^[1],被广泛应用于目标识别、地表测绘^[2]、城区规划^[3]、公路交通监测^[4-5]等领域。使用激光雷达进行公路监测时,其获取的点云数据中路面信息和目标信息混杂,为分离地面点与非地面点、提高后续目标检测的准确性,必须对公路地面点云进行移除。地面滤波技术是点云处理中的关键技术,它在获取路面信

息、规划行驶路径、提高目标检测精度等方面起到重要作用^[6]。

对于地面移除算法的研究,Asvadi等^[7]使用分段平面拟合与随机采样一致性(RANSAC)算法进行地表估计,解决了低弧度曲面地面的滤波问题。Li等^[8]结合RANSAC算法与正态分布变换单元(NDT)将点云划分为若干体素,并对每个体素进行处理,最终实现整体点云的平面分割。Wu等^[9]利用RANSAC算法实现成对正交平面(POP)的提取。管郡智等^[10]提出一种

收稿日期: 2022-02-11; 修回日期: 2022-03-23; 录用日期: 2022-09-05; 网络首发日期: 2022-09-15

基金项目: 国家自然科学基金(61875018, 62021005)

通信作者: *yong_zuo@bupt.edu.cn; **ry1224@163.com

基于多区域稳定的点云路面提取算法,该算法将点云数据划分为多个区域,进行逐区域的地面点云提取,以此提高地面提取的稳定性。Ebrahimi等^[11]提出一种新的复杂室内环境超表面去除技术,将点云划分为4个重叠局部区域,之后对所有区域应用迭代表面去除法分割和去除超表面。随着神经网络研究的火热,基于深度学习的点云分割越来越多,如采用PointNet^[12]、PointWiseCNN^[13]等神经网络通过提取点云XYZ坐标、RGB颜色等特征进行地面分割。李健等^[14]在此基础上进一步提取点云曲率、粗糙度等特征,实现室外大场景点云的地面分割,提高地面分割效果。Velas等^[15]提出一种新型地面点云移除算法,该算法对点云数据编码,通过卷积神经网络(CNN)进行训练,最后分割地面点云。

RANSAC算法适合公路地面点云移除,但算法耗时较长、实时性差,且地面点云占比过少时拟合效果不佳,存在多条公路时无法正确移除。针对以上问题,本研究在RANSAC算法基础上进行改进,提出一种基于高程最低点RANSAC(LP-RANSAC)算法的快速地面移除算法。

2 基于RANSAC的地面移除算法

RANSAC算法是一种随机参数估计算法,它通过迭代的方式从一组包含局外点的样本中拟合出数学模型参数,最早由Fischler等^[16]于1981年提出。该算法具有良好的鲁棒性,但时间效率较低,为了提高结果的可信度必须增大迭代次数。

使用RANSAC算法进行地面分割的核心思想如图1所示。

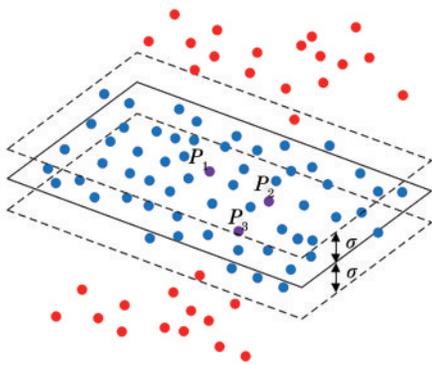


图1 RANSAC算法分割地面核心思想

Fig.1 Core idea of ground segmentation based on RANSAC algorithm

1)从原始点云样本中随机选取3个不共线的点 P_1 、 P_2 、 P_3 作为最小样本子集,计算3点所在平面的法向量 \mathbf{n} :

$$\mathbf{n} = (P_2 - P_1) \times (P_3 - P_1). \quad (1)$$

2)计算每一样本点 P_i 到该平面的距离 d_i :

$$d_i = \frac{\mathbf{n}^T (P_i - P_1)}{\|\mathbf{n}\|}. \quad (2)$$

3)设定阈值 σ ,将 $d_i < \sigma$ 的点归为地面点,并统计地面点个数。

4)设定迭代次数 I_{iter} ,重复步骤1)~步骤3),输出点数最多的地面点作为最终结果。

在RANSAC算法中, I_{iter} 指的是最大迭代次数,实际迭代次数 k 是在算法运行期间决定的,计算公式如下:

$$k = \frac{\lg(1-p)}{\lg(1-w^s)}, \quad (3)$$

式中: p 为置信度,代表RANSAC算法在 k 次采样中至少一次采样是有效采样的概率; w 表示随机抽到局内点的概率; s 表示计算模型参数需要选取的数据个数。

3 基于LP-RANSAC的快速地面移除算法

RANSAC算法是一种概率迭代算法,为提高结果的合理性必须提高算法迭代次数。且当地面点云占比过少时,在随机采样阶段将无法高概率获取地面点,导致无法正确移除地面。同时该算法只能拟合一个模型,当场景中存在多条公路时拟合效果不佳。为解决以上问题,提出一种基于LP-RANSAC算法的快速地面移除算法,使用该算法对原始点云进行地面移除。

LP-RANSAC算法基于点云Z轴方向的最值自适应提取底部点云,并利用底部点云进行循环拟合,获取多条公路参数,最终基于公路参数快速移除多条路面。LP-RANSAC算法的具体步骤如下:

1)去除无效点。通过遍历点云,判断原始数据中是否存在NaN点或者零点并去除。

2)计算点云数据在Z轴的最大坐标值 Z_{max} 和最小坐标值 Z_{min} 并自适应提取底部点云。为更快得出 Z_{max} 与 Z_{min} ,避免每一点直接与最大、最小值比较,使用如图2(a)所示的方法计算最大、最小值。在遍历点云数据时,对于索引变量 i ,每次向前步进2个元素,每2个元素为一组进行比较,将其中数值较小的点和 Z_{min} 对比,较大的点和 Z_{max} 对比,从而将遍历次数从 $2n$ 降为 $3n/2$ 。

得出 Z_{max} 与 Z_{min} 后,提取Z轴数值在 Z_{min} 至 $Z_{\text{min}} + (Z_{\text{max}} - Z_{\text{min}})/4$ 范围内的底部点云,如图2(b)所示。之后提取的点云中地面点占比将显著提高。

3)如图3所示,对提取的底部点云构造三维体素网格^[8],用体素内所有点的重心近似代表该体素中的所有点。目的是在保留公路形状特征的前提下,减少数据量、提高后续平面拟合速度。

4)迭代拟合,计算公路参数。使用RANSAC算法对处理后的底部点云进行平面拟合,得出路面模型参数。经过上述步骤处理后,地面点云占比显著增加、

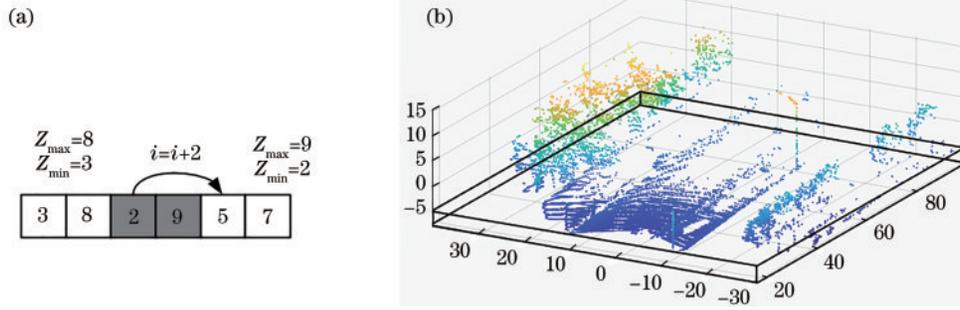


图 2 底部点云自适应提取。(a)最大、最小值计算;(b)底部点云提取

Fig. 2 Adaptive extraction of bottom point cloud. (a) Calculation of maximum and minimum values; (b) bottom point cloud extraction

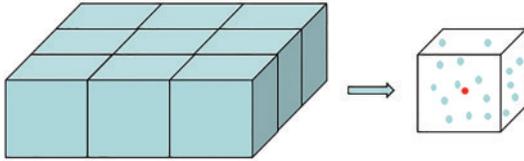


图 3 构造三维体素网格

Fig. 3 Constructing of 3D voxel meshes

数据量减少,因而在随机采样阶段可以高概率获取地面点,同时降低迭代次数、快速获得路面参数。

5)点云蔓延,移除路面点。如图 4 所示,在提取底部点云过程中,如果地面存在倾斜,有一部分地面点(红色标注点)将无法采集到。因此,在得出地面参数后需要进行点云蔓延,移除整条路面。通过遍历点云,计算每一点到拟合平面的绝对距离,将距离小于阈值 σ 的点移除。

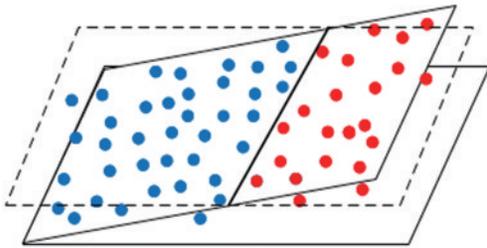


图 4 倾斜地面中部分点未能被采集

Fig. 4 Some points in inclined ground failed to be collected

6)重复步骤 4)~5),移除多条路面。这是 LP-RANSAC 算法的最后一步。开始前需要记录初始底部点云数 N_{lp} ,之后每次循环将计算当前循环下提取的底部点云数 $N_{i lp}$,当 $N_{i lp}/N_{lp} < 50\%$ 时循环结束。

通过上述步骤可以快速获取多条公路参数,实现移除多条路面的目的。

4 实验结果与分析

为验证所提算法的正确性与有效性,分别采用实地采集数据和 KITTI 开源数据集作为研究对象。实验平台为 Intel (R) Core (TM) i5-6200U CPU@2.30 GHz、8 GB 随机存取存储器 (RAM)、64 位

Windows 10 操作系统、Visual Studio 2017 开发环境,开发语言为 C++。

4.1 单公路场景地面分割实验

采集的原始点云数据如图 5(a)所示,场景中只存在一条平坦公路,同时包括树、车辆、行人等目标,其中地面点云占比约为 7.08%。使用所提算法、形态学滤波地面分割算法、RANSAC 地面分割算法、LMedS 算法进行地面分割实验,参数设置如下:

- 1)LP-RANSAC 算法:设置迭代次数 I_{ter} 为 20, 阈值 σ 为 0.07;
- 2)RANSAC 算法:设置迭代次数 I_{ter} 为 1000, 阈值 σ 为 0.07;
- 3)形态学滤波算法:网格大小为 0.01, 坡度为 0.7, 最大滤波窗口为 3.00;
- 4)LMedS 算法:设置迭代次数 I_{ter} 为 1000, 阈值 σ 为 0.07。

分割效果如图 5(b)~(e)所示。

从图 5(b)可以看出,对于该场景,所提算法的地面分割效果最好,同时完整保留了绝大部分非地面目

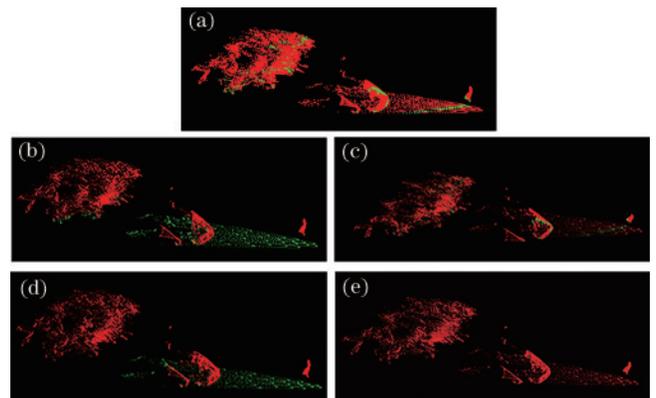


图 5 单公路场景原始点云与不同算法的地面分割结果。(a)原始点云;(b)LP-RANSAC 算法;(c)RANSAC 算法;(d)形态学滤波算法;(e)LMedS 算法

Fig. 5 Original point cloud of single highway scene and ground segmentation results of different algorithms. (a) Original point cloud; (b) LP-RANSAC algorithm; (c) RANSAC algorithm; (d) morphological algorithm; (e) LMedS algorithm

标点;从图 5(c)可以看出,对于该场景,RANSAC 算法并不能实现地面的有效分割,原因为该场景中地面点云占比过少,算法在随机采样阶段无法高概率获取地面点;从图 5(d)可以看出,形态学滤波算法可以实现地面点的分割,但出现了过分割问题,将一些非地面点判定为地面点,造成非地面点丢失;从图 5(e)可以看出,LMedS 算法效果与图 5(c)相似,同样无法有效分割地面。

综上,在该单公路场景下,所提算法分割地面效果理想,可以实现对路面点的完整移除。同时对比 RANSAC 算法、形态学滤波算法、LMedS 算法,验证了所提算法的有效性。

4.2 多公路场景地面分割实验

采集多公路场景点云进行地面分割实验。采集的原始点云数据如图 6(a)所示,场景中存在多条高度、坡度不同的公路,路面存在轻微起伏。其中,地面点云占比约为 36.25%。各算法参数设置如下:

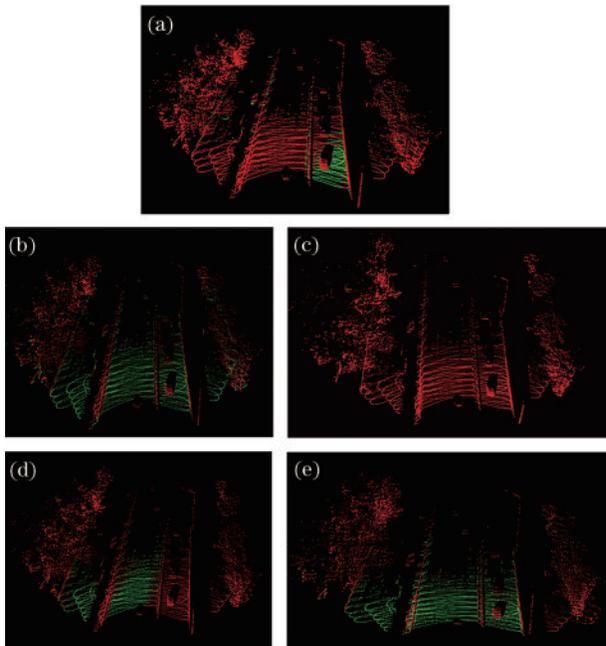


图 6 多公路场景原始点云与不同算法的地面分割结果。(a)原始点云;(b) LP-RANSAC 算法;(c) RANSAC 算法;(d) 形态学滤波算法;(e) LMedS 算法

Fig. 6 Original point cloud of multi highway scene and ground segmentation results of different algorithms. (a) Original point cloud; (b) LP-RANSAC algorithm; (c) RANSAC algorithm; (d) morphological algorithm; (e) LMedS algorithm

1) LP-RANSAC 算法:设置迭代次数 I_{ter} 为 60, 阈值 σ 为 0.07。

2) RANSAC 算法:设置迭代次数 I_{ter} 为 800, 阈值 σ 为 0.07。

3) 形态学滤波算法:网格大小为 0.01, 坡度为 0.7, 最大滤波窗口为 3.00。

4) LMedS 算法:设置迭代次数 I_{ter} 为 5000, 阈值 σ 为 0.07。

从图 6(b)可以看出,对于该场景,所提算法地面分割效果较好,对车辆、树木、护杆、路灯等非地面目标点保留完整;从图 6(c)可以看出,对于该场景,RANSAC 算法只能对一部分地面实现有效分割,但存在大量欠分割点,原因为该场景中存在多条路面,且存在起伏,但算法只能拟合一个平面模型;从图 6(d)可以看出,形态学滤波算法可以实现地面点的有效分割,但依然出现过分割问题,将一些非地面点判定为地面点;从图 6(e)可以看出,LMedS 算法效果最差,5000 次的迭代下仅分割出部分地面点。

综上,在该多公路场景下,所提算法依然可以实现对多路面的有效分割,分割地面效果理想,可以实现对路面点的完整移除。同时对比 RANSAC 算法、形态学滤波算法、LMedS 算法,验证了所提算法的有效性。

4.3 KITTI 数据集地面分割实验

采用 KITTI 数据集进行地面分割实验。原始点云数据如图 7(a)所示,场景中地面存在较大起伏。其中,地面点云占比约为 50.77%。各算法参数设置如下:

1) LP-RANSAC 算法:设置迭代次数 I_{ter} 为 500, 阈值 σ 为 0.07。

2) RANSAC 算法:设置迭代次数 I_{ter} 为 2000, 阈值 σ 为 0.07。

3) 形态学滤波算法:网格大小为 0.01, 坡度为 0.7, 最大滤波窗口为 5.00。

4) LMedS 算法:设置迭代次数 I_{ter} 为 2000, 阈值 σ 为 0.07。

分割效果如图 7(b)~(e)所示。

从图 7(b)、(c)可以看出,对于该场景,所提算法

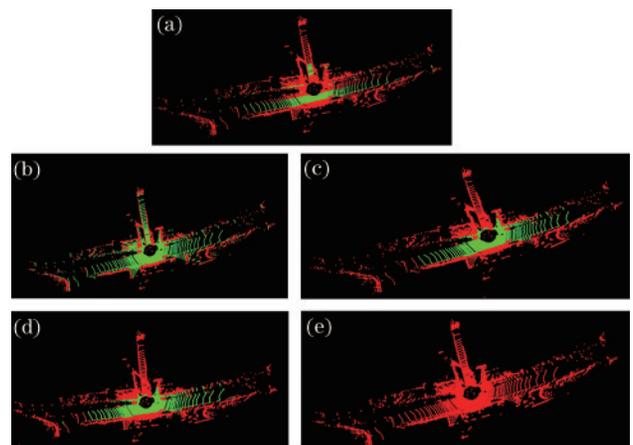


图 7 KITTI 原始点云与不同算法的地面分割结果。(a)原始点云;(b) LP-RANSAC 算法;(c) RANSAC 算法;(d)形态学滤波算法;(e) LMedS 算法

Fig. 7 Original point cloud of KITTI and ground segmentation results of different algorithms. (a) Original point cloud; (b) LP-RANSAC algorithm; (c) RANSAC algorithm; (d) morphological algorithm; (e) LMedS algorithm

地面分割效果与 RANSAC 算法近似,只能分割出公路主干道,无法分割起伏过大的地面;从图 7(d)可以看出,对于该场景,形态学滤波算法效果最好,可完整分割出地面点;从图 7(e)可以看出,LMedS 算法地面分割效果最差。

综上,在该场景下,所提算法与 RANSAC 算法效果近似,只能分割出公路主干道,无法对起伏过大的地面进行有效分割。

4.4 精度评估

为定量评估各算法性能,验证所提算法的可靠性,

表 1 不同算法在不同场景下的定量评估结果

Table 1 Quantitative evaluation results of different algorithms in different scenarios

Algorithm	$R_{TP} / \%$			$R_{FP} / \%$			Consuming time /ms		
	Single	Multi	KITTI	Single	Multi	KITTI	Single	Multi	KITTI
Morphological	100	95.46	100	4.13	6.96	0.16	1471	640	16654
RANSAC	8.59	48.51	68.81	6.62	0.08	0	126	237	315
LP-RANSAC	100	98.19	69.79	0.29	1.04	0	8	57	66
LMedS	8.66	19.59	38.98	6.58	0.03	0	2274	6047	24621

通过表 1 可知:对于实际采集的单公路场景,所提算法分割效果最好,灵敏度达 100%,同时耗时只需 8 ms;形态学滤波算法也可实现有效分割,但特异性较高,达到 4.13%,同时耗时高达 1471 ms,说明非地面点被错误分割为地面点的比例较高,实时性差;而 RANSAC 算法,由于场景中地面点占比少,无法有效采集地面点,效果最差。对于实际采集的多公路场景:RANSAC 算法分割效果较差,灵敏度仅达 48.51%,原因是 RANSAC 算法只能拟合一个平面模型,应用到多公路场景中会导致大量地面点欠分割;形态学滤波算法可以实现地面的有效分割,灵敏度可达 95.46%,但此时形态学滤波特异性更高,达到 6.96%,耗时更长,高达 640 ms,说明该算法错误分割了更多的非地面点,同时实时性更差;然而所提算法在多公路场景中依然能够保证良好的分割效果,灵敏度达 98.19%,特异性达 1.04%,同时耗时只需 57 ms,原因在于所提算法综合使用多种方法减少计算量,并通过循环拟合的方式实现多个平面拟合。对于 KITTI 场景:形态学滤波效果最好,灵敏度达 100%,特异性

采用灵敏度(R_{TP})、特异度(R_{FP})、算法耗时等 3 个指标进行定量评估。 R_{TP} 和 R_{FP} 的计算公式如下:

$$\begin{cases} R_{TP} = N_{TP}/N_P \\ R_{FP} = N_{FP}/N_N \end{cases}, \quad (4)$$

式中: N_{TP} 为地面点正确分割的数目; N_{FP} 为非地面点错误分割的数目; N_P 为实际地面点数目; N_N 为实际非地面点数目。 R_{TP} 越大,地面点被正确分割的比例越大,效果越好; R_{FP} 越大,非地面点被错误分割为地面点的比例越大,效果越差。不同算法在不同场景下的定量评估结果如表 1 所示。

仅 0.16%,但耗时依然较长,高达 16654 ms;所提算法分割效果与 RANSAC 近似,灵敏度达 69.79%,特异性 0%,但耗时最少,仅 66 ms;而 LMedS 算法效果最差,耗时最长。

综上分析,所提算法在单公路、多公路场景下,精度和效率方面较 RANSAC 算法、形态学滤波算法、LMedS 算法都具备优势。在 KITTI 数据场景下,所提算法耗时最短,精度与 RANSAC 算法近似。

4.5 LP-RANSAC 与 CNN 算法对比

考虑到实际采集的场景点云数量较少,无法运用深度学习算法进行模型训练,为进一步对比深度学习算法和所提算法的性能,继续采用 KITTI 开源数据集进行实验。所提算法与深度学习 CNN 算法^[15]地面分割效果如图 8 所示。

由图 8 可以看出,虽然所提算法可以解决多平面移除问题,但对起伏过大的地面移除效果不如深度学习算法。但 CNN 算法耗时较长,需 130 ms,且前期需要进行大量训练,对硬件设备要求较高。所提算法耗时仅 56 ms,同时算法流程简单、易于操作。

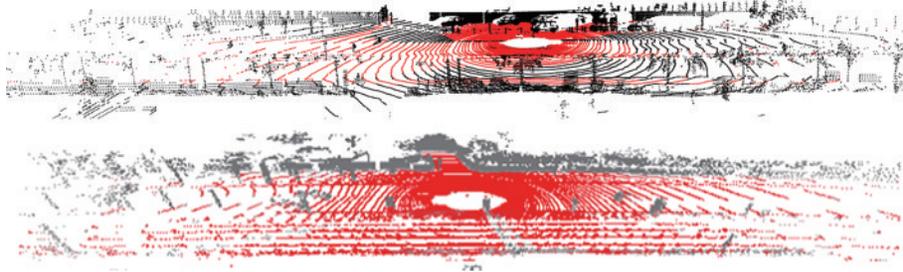


图 8 LP-RANSAC 算法(顶)与 CNN 算法(底)地面分割结果

Fig. 8 Ground segmentation results of LP-RANSAC algorithm (top) and CNN algorithm (bottom)

5 结 论

提出一种应用于城市复杂场景下散乱点云的快速地面移除算法——LP-RANSAC 算法。该算法对传统的 RANSAC 算法进行改进,利用高度最大值信息提高地面点云占比、减少计算量,同时结合循环拟合方式实现多个路面的拟合,达到移除地面的目的。采用实地采集数据和 KITTI 开源数据集进行实验,并与开源点云库中具有代表性的 RANSAC 算法、形态学滤波算法、LMedS 算法进行对比,证明了所提算法在分割精度和分割效率上的优势。

参 考 文 献

- [1] 刘博, 于洋, 姜朔. 激光雷达探测及三维成像研究进展[J]. 光电工程, 2019, 46(7): 190167.
Liu B, Yu Y, Jiang S. Review of advances in LiDAR detection and 3D imaging[J]. Opto-Electronic Engineering, 2019, 46(7): 190167.
- [2] 李卫良, 龙世林. 无人机载激光雷达在山区地形图测绘中的应用[J]. 科技创新与应用, 2020(36): 145-147.
Li W L, Long S L. Application of unmanned lidar in topographic mapping of mountainous areas[J]. Technology Innovation and Application, 2020(36): 145-147.
- [3] 田先斌, 张永利, 吴建文, 等. 无人机 LiDAR 场地勘测及 BIM 规划设计研究与实践[J]. 图学学报, 2018, 39(2): 339-345.
Tian X B, Zhang Y L, Wu J W, et al. Research and practice of site surveying by UAV LiDAR and BIM planning design[J]. Journal of Graphics, 2018, 39(2): 339-345.
- [4] 司大刚. 航空 LiDAR 技术在道路勘测设计中的应用[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2018.
Si D G. The application of airborne light detection and ranging in expressway survey and design[D]. Lanzhou: Lanzhou Jiatong University, 2018.
- [5] 高仁强, 张显峰, 孙权, 等. 基于无人机 LiDAR 数据的公路路面监测和平整度评价方法研究[J]. 应用基础与工程科学学报, 2018, 26(4): 681-696.
Gao R Q, Zhang X F, Sun Q, et al. Road pavement monitoring and roughness assessment based on UAV LiDAR data[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2018, 26(4): 681-696.
- [6] 黄思源, 刘利民, 董健, 等. 车载激光雷达点云数据地面滤波算法综述[J]. 光电工程, 2020, 47(12): 190688.
Huang S Y, Liu L M, Dong J, et al. Review of ground filtering algorithms for vehicle LiDAR scans point cloud data[J]. Opto-Electronic Engineering, 2020, 47(12): 190688.
- [7] Asvadi A, Premebida C, Peixoto P, et al. 3D Lidar-based static and moving obstacle detection in driving environments: an approach based on voxels and multi-region ground planes[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2016, 83: 299-311.
- [8] Li L, Yang F, Zhu H H, et al. An improved RANSAC for 3D point cloud plane segmentation based on normal distribution transformation cells[J]. Remote Sensing, 2017, 9(5): 433.
- [9] Wu Y, Li G Q, Xian C H, et al. Extracting POP: Pairwise orthogonal planes from point cloud using RANSAC[J]. Computers & Graphics, 2021, 94: 43-51.
- [10] 管郡智, 潘卫清. 基于多区域 RANSAC 的地面点云提取算法[J]. 电子技术与软件工程, 2020(14): 176-177.
Guan J Z, Pan W Q. Ground point cloud extraction algorithm based on multi-region RANSAC[J]. Electronic Technology & Software Engineering, 2020(14): 176-177.
- [11] Ebrahimi A, Czarnuch S. Automatic super-surface removal in complex 3D indoor environments using iterative region-based RANSAC[J]. Sensors, 2021, 21(11): 3724.
- [12] Charles R Q, Hao S, Mo K C, et al. PointNet: deep learning on point sets for 3D classification and segmentation[C]//2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, July 21-26, 2017, Honolulu, HI, USA. New York: IEEE Press, 2017: 77-85.
- [13] Hua B S, Tran M K, Yeung S K. Pointwise convolutional neural networks[C]//2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 18-23, 2018, Salt Lake City, UT, USA. New York: IEEE Press, 2018: 984-993.
- [14] 李健, 姚亮. 融合多特征深度学习的地面激光点云语义分割[J]. 测绘科学, 2021, 46(3): 133-139, 162.
Li J, Yao L. Ground laser point cloud semantic segmentation based on multi-feature deep learning[J]. Science of Surveying and Mapping, 2021, 46(3): 133-139, 162.
- [15] Velas M, Spanel M, Hradis M, et al. CNN for very fast ground segmentation in velodyne LiDAR data[C]//2018 IEEE International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions, April 25-27, 2018, Torres Vedras, Portugal. New York: IEEE Press, 2018: 97-103.
- [16] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.