第 60 卷 第 12 期/2023 年 6 月/激光与光电子学进展

激光写光电子学进展

单目球形靶标球心成像坐标求解方法

刘源测^{1,2,3},程管^{1,2,3},汤勃^{1,2,3},何茂征^{1,2,3},蒋国忠⁴ ¹武汉科技大学机械自动化学院冶金装备及其控制省部共建教育部重点实验室,湖北 武汉 430081; ²武汉科技大学机械传动与制造工程湖北省重点实验室,湖北 武汉 430081; ³武汉科技大学精密制造研究院,湖北 武汉 430081; ⁴江苏健龙岸电科技有限公司,江苏 宜兴 214200

摘要 圆球形辅助靶标的单目视觉测量系统中,光轴和球心不共线会使二维椭圆图像中心与实际球心成像坐标产生偏差,针对此,提出一种单目视觉的球形靶标球心成像坐标求解方法。首先,对单目成像系统进行标定,分析球心成像坐标 与对应二维椭圆图像中心之间偏差影响因素,建立单目球心成像坐标求解模型。其次,采用改进Zernike矩方法实现对椭圆图像边缘亚像素的提取,仿真实验表明其椭圆中心定位精度提高了25.00%以上。最后,设计单目测量球形靶标距离 实验方案,对不同间隔的球形靶标进行实验验证,结果表明所提方法求解的球形靶标移动距离与实际值的最大绝对偏差 小于0.039 mm,满足单目视觉机器人系统目标定位精度、稳定性的要求。 关键词 视觉测量;球形靶标;球心定位;Zernike矩;机器视觉

中图分类号 TP391 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/LOP221932

Spherical Center Imaging Location Solution Method for Monocular Spherical Target

Liu Yuanjiong^{1,2,3}, Cheng Guan^{1,2,3*}, Tang Bo^{1,2,3}, He Maozheng^{1,2,3}, Jiang Guozhong⁴

 ¹Key Laboratory of Metallurgical Equipment and Its Control, Ministry of Education, School of Machinery and Automation, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, Hubei, China;
 ²Hubei Key Laboratory of Mechanical Transmission and Manufacturing Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, Hubei, China;
 ³Institute of Duscision Manufacturing, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, Hubei, China;

³Institute of Precision Manufacturing, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, Hubei, China;

⁴Jiangsu Jianlong Shore Power Technology Co., Ltd., Yixing 214200, Jiangsu, China

Abstract A solving spherical target imaging coordinate method based on monocular vision for resolving the deviation between the two-dimensional elliptical image center and the actual spherical center imaging coordinate in the monocular vision measurement system of the spherical auxiliary target is proposed as a result of this non-collinearity of the optical axis and the spherical center. First, the monocular imaging system is calibrated, the factors influencing the deviation between the spherical center imaging coordinate and the corresponding two-dimensional elliptical image center are examined, and the monocular spherical center imaging coordinate solution model is developed. Second, the improved Zernike moment method is used to realize the edge sub-pixel extraction of ellipse images. The simulation results demonstrate that the ellipse center positioning accuracy of the improved Zernike moment method is enhanced by more than 25.00%. Finally, the experimental plan for the monocular measurement of the spherical target distance is created, and the experimental validation is done on spherical targets with various intervals. The findings indicate that the maximum absolute deviation between the spherical target moving distance calculated by the proposed method and the actual value is less than 0.039 mm, which meets the requirements of target positioning accuracy and stability of monocular vision robot system.

Key words visual measurement; spherical target; positioning of the center of a sphere; Zernike moment; machine vision

1 引 言

视觉测量指通过相机获取物体的二维图像信息,

经过特定测量模型与算法求解目标相对于相机的位姿 参数,得到目标精确三维信息的过程^[1]。单目三维视 觉测量系统根据是否在目标物上安装或喷涂靶点,将

收稿日期: 2022-06-27; 修回日期: 2022-06-30; 录用日期: 2022-07-07; 网络首发日期: 2022-07-17 通信作者: *1135217680@qq.com





目标分为合作目标与非合作目标。合作目标特征提取 简单、准确,但对安装或喷涂靶点要求较高;对于非合 作目标,需对其表面特征点进行测量,对特征提取算法 要求较高^[2-3]。

对于合作目标的靶标,可采用二维靶标和三维靶 标方式,如棋盘格靶标或圆形靶标^[4]。当成像平面与 二维靶标平面夹角过大时,会出现特征点提取不稳定、 误差较大等问题。三维靶标中的圆球体靶标外轮廓具 有对称性、连续性好等优点,即使在部分遮挡下也可以 被精确定位,广泛用于多相机标定[5-6]。但由于成像平 面与被投影的圆面不平行,小孔成像后为椭圆图像,且 二维椭圆图像中心与球形靶标的球心成像点之间存在 偏差,此偏差称为球心成像畸变误差或偏心误差[7-8]。 该偏差的求解和矫正模型一般需结合图像处理算法和 成像模型来实现^[9-10]。如根据至少6个球体空间已知 位置,使用最小二乘法拟合求解像平面中不同点的偏 心误差的求解方法,但该方法需要球体半径与球心到 光心之间的距离成一定比例,计算较复杂^[9];如基于高 精度边缘提取算法直接提取二维椭圆图像边缘进行拟 合求解球心成像坐标的方法,该方法在部分边缘缺失 的情况下仍具可行性,但依赖图像成像效果,受噪声和 边缘模糊等影响较大^[10]。

针对单目视觉机器人抓取带球形靶标的空间目标 应用场景,针对球形靶标成像的偏心误差,分析偏差产 生原因和影响因素,建立几何求解模型,提出一种基于 单目视觉系统的球心成像坐标计算方法。采用改进 Zemike矩的亚像素边缘检测算法减小边缘模糊对定位 造成的影响,实验验证了其椭圆中心定位精度与抗噪能 力;设计一种基于高精度位移平台的单目测量球形靶标 移动距离的实验方案,搭建实验平台,验证了其有效性。

2 球形靶标成像偏心误差分析与求解

2.1 偏心误差分析

如图1所示,球体在相机视场的不同区域内成像时,球体对应成像为椭圆形图像,且穿过椭圆图像中心的光线与穿过球心的光线不重合,即椭圆图像中心与实际球心对应的成像点不重合,从而产生偏差。



图 1 球体成像模型 Fig. 1 Sphere imaging model

第 60 卷第 12 期/2023 年 6 月/激光与光电子学进展

不考虑相机畸变等因素时,球体的投影圆面始终 垂直于球心到光心的连线,光线与投影球面形成一个 标准的圆锥^[11]。设球心在相机坐标系($O_c - X_c Y_c Z_c$) 下的坐标为 $O_B(X_B, Y_B, Z_B)$,成像坐标系(o - xy)下的 球心坐标为 $o_B(x_B, y_B, f)$,球体半径为 r_0 ,椭圆中心坐 标为 $o_e(x_e, y_e, f)$,光心到球心距离为 $\left| \overrightarrow{O_c O_B} \right| = l$,圆 锥面的向量为 $\overrightarrow{O_c q} = (x_q, y_q, z_q)$,圆锥面同球心和光心 连线的线面夹角为 θ_o

当球体在相机坐标系下的坐标 $O_{\rm B}(X_{\rm B}, Y_{\rm B}, Z_{\rm B})$ 和 球体半径 r_0 已知且不变时,有

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{O_{\rm c}q} \cdot \overrightarrow{O_{\rm c}O_{\rm B}}}{\left|\overrightarrow{O_{\rm c}q}\right| \cdot \left|\overrightarrow{O_{\rm c}O_{\rm B}}\right|^{\circ}} \tag{1}$$

式(1)即为圆锥面在空间中的表达式。且圆锥面 的光线与球面相切,有

$$\cos\theta = \sqrt{1 - \frac{r_0^2}{l^2}} \,. \tag{2}$$

大 近 式 (1) 和式 (2), 得

$$(X_{\rm B}^{2} + r_{0}^{2} - l^{2}) x_{q}^{2} + 2X_{\rm B}Y_{\rm B}x_{q}y_{q} +$$

 $(Y_{\rm B}^{2} + r_{0}^{2} - l^{2}) y_{q}^{2} + 2X_{\rm B}Z_{\rm B}x_{q}z_{q} +$
 $2Y_{\rm B}Z_{\rm B}y_{q}z_{q} + (Z_{\rm B}^{2} + r_{0}^{2} - l^{2})z_{q}^{2} = 0_{\circ}$ (3)

当相机焦距为*f*时,有*z_q*=*f*,此时像平面与圆锥面 相交截面为椭圆,求得椭圆方程为

$$(X_{\rm B}^{2} + r_{0}^{2} - l^{2}) x_{q}^{2} + 2X_{\rm B} Y_{\rm B} x_{q} y_{q} + (Y_{\rm B}^{2} + r_{0}^{2} - l^{2}) y_{q}^{2} + 2X_{\rm B} Z_{\rm B} f x_{q} + 2Y_{\rm B} Z_{\rm B} f y_{q} + (Z_{\rm B}^{2} + r_{0}^{2} - l^{2}) f^{2} = 0$$

$$(4)$$

根据椭圆的标准式,可得椭圆的各个参数为

$$\begin{cases}
A = X_{\rm B}{}^{2} + r_{0}{}^{2} - l^{2} \\
B = 2X_{\rm B}Y_{\rm B} \\
C = Y_{\rm B}{}^{2} + r_{0}{}^{2} - l^{2} \\
D = 2X_{\rm B}Z_{\rm B}f \\
E = 2Y_{\rm B}Z_{\rm B}f \\
F = (Z_{\rm B}{}^{2} + r_{0}{}^{2} - l^{2}) f^{2}
\end{cases}$$
(5)

由相似关系与椭圆中心公式,可分别求得球心成 像坐标与椭圆中心坐标为

$$\begin{cases} o_{\rm B} = (\frac{X_{\rm B}f}{Z_{\rm B}}, \frac{Y_{\rm B}f}{Z_{\rm B}}, f) \\ o_{\rm e} = (\frac{X_{\rm B}Z_{\rm B}f}{Z_{\rm B}^2 - r_0^2}, \frac{Y_{\rm B}Z_{\rm B}f}{Z_{\rm B}^2 - r_0^2}, f) \end{cases},$$
(6)

显然,在图像坐标系中oo_B与oo_e方向相同,同时有

$$|\overrightarrow{o_{e}o_{B}}| = \frac{fr_{0}^{2}\sqrt{X_{B}^{2} + Y_{B}^{2}}}{Z_{B}(Z_{B}^{2} - r_{0}^{2})}$$
(7)

将式(7)中相机坐标系下的*X_B*与*Y_B*归一化至图 像坐标系中,则有

$$|\overrightarrow{o_{e}o_{B}}| = \frac{r_{0}^{2} \sqrt{x_{B}^{2} + y_{B}^{2}}}{Z_{B}^{2} - r_{0}^{2}}$$
(8)

从式(7)可以看出,当球体在空间中的位置不变时, 偏心误差随着球体半径和焦距的增大而增大。从式(8) 可以看出,当光轴穿过球心时,有 $x_{\rm B} = 0, y_{\rm B} = 0, 则$ $|\overrightarrow{o_e o_{\rm B}}| = 0,此时偏心误差为0,球体成像为正圆。$

由于球心成像在椭圆中心与图像中心的连线上, 并偏向图像中心,则根据式(8)可知,当深度值、球体半 径已知时,偏心误差只与球心处于图像坐标系中的坐 标有关。进一步,若椭圆中心在图像坐标系下的坐标 也已知,则可以根据式(8)计算出球心坐标理论值。

2.2 偏心误差的矫正

在不考虑相机产生的畸变的情况下,球体成像边 缘呈离散形式,需要将各个离散点拟合成连续的椭圆。 椭圆的标准方程为

$$Ax^{2} + Bxy + Cy^{2} + Dx + Ey + F = 0_{\circ}$$
 (9)

y,1¹,则最小二乘法的优化目标为

$$\begin{cases} \min \| \boldsymbol{W}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{X} \| = \boldsymbol{W}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{X} \boldsymbol{X}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{W} \\ \text{s. t. } \boldsymbol{W}^{\mathsf{T}} \mathbf{H} \mathbf{W} > 0 \end{cases},$$
(10)

其中,

式中:约束 $W^{T}HW > 0$,对于椭圆的参数约束 $4AC - B^{2} > 0$ 。针对上述目标,使用拉格朗日乘子法求解,即 可求得椭圆的各个参数。由于在图像坐标系中 $\overline{oo_{B}}$ 与 $\overrightarrow{oo_{e}}$ 方向相同,即 $\overrightarrow{o_{e}o_{B}}$ 在一条过原点的直线上,根据椭 圆中心公式可求得 $o_{e}(x_{e}, y_{e}, f)$ 的坐标为

$$\begin{cases} x_{e} = \frac{2CD - BE}{B^{2} - 4AC} \\ y_{e} = \frac{2AE - BD}{B^{2} - 4AC} \end{cases}$$
(12)

经过图像坐标系原点和椭圆中心的直线方程为



$$y = kx$$
,其中 $k = y_e/x_e$,同时球心 $o_B(x_B, y_B, f)$ 也在该
直线上,则有 $o_B(x_B, kx_B, f)$ 。联立直线方程与椭
圆方程,根据Vieta定理可解得该直线与椭圆的交点
 $A_1(a_1, b_1, f), A_2(a_2, b_2, f)$ 。根据标准圆锥的性质,在
圆锥面上任意一点到顶点的连线与转轴的夹角均相
等,均为 θ ,有

第 60 卷第 12 期/2023 年 6 月/激光与光电子学进展

$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{\overrightarrow{O_{c}A_{1}} \cdot \overrightarrow{O_{c}o_{B}}}{\left|\overrightarrow{O_{c}A_{1}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{O_{c}o_{B}}\right|} \\ \cos\theta = \frac{\overrightarrow{O_{c}A_{2}} \cdot \overrightarrow{O_{c}o_{B}}}{\left|\overrightarrow{O_{c}A_{2}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{O_{c}o_{B}}\right|} \end{cases}$$
(13)

根据两交点与式(13),可求解出球心 o_B(x_B, y_B, f) 在图像坐标系下的坐标为

$$\begin{cases} x_{\rm B} = \frac{(a_2 n - a_1 m) f^2}{m(a_1^2 + b_1^2) - n(a_2^2 + b_2^2)}, \quad (14) \\ y_{\rm B} = k x_{\rm B} \end{cases}$$

式中: $m = a_1 \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + f^2}$, $n = a_2 \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + f^2}$ 。 已知相机焦距、球体成像的各个坐标值,可求解球心在 图像中的坐标。

3 改进Zernike矩的椭圆中心提取算法

硬件原因导致的边缘模糊会直接影响到测量结 果,故获取精确的边缘是视觉测量中至关重要的步骤。 文献[12]对各种边缘检测算法进行对比,结果证明 Zernike矩边缘检测算法相对于其他边缘检测算法具 有边缘精度更高、检测速度更快、抗噪能力更强等 优点^[13-14]。

3.1 改进Zernike矩边缘检测算法

Zernike 矩边缘检测算法采用理想阶跃模型,文 献[15]在其基础上进行改进,采用线性模型,如图2所 示。图2(a)中,h为第一阶灰度值, $h + k_1$ 为第二阶灰 度值, k_1 为灰度差,L为理想边缘,l为原点到理想边缘 的距离, φ 为边缘的倾角。图2(b)为图2(a)旋转 φ 角 后的结果。



图 2 Zernike 矩边缘检测原理图。(a)原始边缘图;(b)旋转 φ 后的边缘图

Fig. 2 Schematic of Zernike moment edge detection principle. (a) Original edge map; (b) edge map after rotating φ

第 60 卷第 12 期/2023 年 6 月/激光与光电子学进展

根据文献[15],可得出所需参数为

$$\begin{pmatrix} l_1 = \sqrt{\frac{5Z'_{40} + 3Z'_{20}}{8Z'_{20}}}, l_2 = \sqrt{\frac{5Z'_{31} + Z'_{11}}{6Z'_{11}}} \\ k_1 = \frac{3Z'_{11}}{2(1 - l_2^{-2})^{\frac{2}{3}}} \\ h = \frac{Z_{00} - \frac{k_1\pi}{2} + k_1 \arcsin l_2 + k_1 l_2 \sqrt{1 - l_2^{-2}}}{\pi} \end{cases}$$
(15)

令 $l = (l_1 + l_2)/2$,像素差阈值为K,距离边缘阈 值为D,若一点满足条件 $k_1 \ge K \cap |l_1 - l_2| \le L$,则该点 为目标像素点。假设使用模板大小为 $N \times N$,结合边 缘放大效应,可得到亚像素边缘坐标为

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \frac{Nl}{2} \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix}, \quad (16)$$

式中: (x_s, y_s) 为亚像素边缘坐标;(x, y)为原始边缘 坐标。

上述方法在边缘处采用的是线性模型,对文 献[14]中的方法有一定的改进。文献[15]使用9×9 的模板提高边缘精度,但计算速度较慢。相对于7×7 的卷积模板,9×9的卷积模板在同一个像素点进行卷 积,要计算的次数为81,计算次数几乎翻倍。上述计 算方法在卷积之后需要对每一个像素点计算出/值与 k_1 值,并且在计算式(16)时再次对所有像素点进行计 算,故计算次数再次翻倍。

所提方法则在7×7的模板卷积后引入9×9的模板,对边缘再次卷积,令产生的距离值为 l_3 、灰度差值为 k_2 ,取 $l = (l_1 + l_2 + l_3)/3$, $k = (k_1 + k_2)/2$,并将判断条件替换为

$$\begin{cases} l \leqslant \frac{|l_1 - l_2| + |l_1 - l_3| + |l_2 - l_3|}{3} \\ k \geqslant K \end{cases}$$
(17)

所提方法依旧在7×7边缘图像中计算亚像素边 缘坐标,避免了在计算式(16)时产生多余的计算量,并 且改变了原本的线性模型,使算法精度得到提升,计算 速度与7×7模板速度接近。所提方法的流程如图3 所示。

3.2 椭圆图像中心定位精度分析

以拟合后的椭圆中心的误差值为标准,分别在边缘模糊与不同噪声等级下,对所提方法与各类Zernike 矩边缘检测方法进行对比。对待检测图像,采用 MATLAB绘图工具,分别绘制了图像大小为140× 140、中心坐标为(70,70)的椭圆,图像大小为280× 280、中心坐标为(140,140)的椭圆,并在椭圆中加入 5×5的高斯模糊与步长为15°、范围为0~165°的旋转 角度,用于模拟实际边缘模糊,如图4所示。

为提升检测精度,检测前对图片进行预处理。首 先将图像边缘拓宽9个像素点,避免卷积范围过小,并 使用模糊与形态学操作进行去噪。检测结果如图5和



图 3 所提方法的流程 Fig. 3 Flowchart of the proposed method



图 4 140×140的模糊椭圆图像。(a)未旋转的椭圆图;(b)旋转 45°后的椭圆图

Fig. 4 Blurred ellipse image with size of 140×140. (a) Ellipse without rotation; (b) ellipse after rotating 45°

图6所示。

图 5结果表明:在像素尺寸为140×140的椭圆中, 传统 Zernike 算法对椭圆图像边缘进行提取,并求解椭 圆中心,其沿图像横轴的求解精度为0.346 pixel,平均 误差为0.173 pixel,标准差为0.101;所提算法沿图像横 轴的求解精度为0.140 pixel,平均误差为0.066 pixel,标 准差为0.044;传统 Zernike 算法沿图像纵轴的求解精 度为0.400 pixel,平均值为0.169 pixel,标准差为 0.115;所提算法沿图像纵轴的求解精度为0.100 pixel, 平均值为0.051 pixel,标准差为0.031。

图 6 结果表明:在 280×280 椭圆图像中,相比传统 Zernike 算法,所提算法沿图像横轴的求解精度由







图 6 280×280椭圆仿真误差。(a)横轴误差;(b)纵轴误差 Fig. 6 280×280 ellipse simulation error. (a) Horizontal axis error; (b) vertical axis error

0.200 pixel 提高至 0.150 pixel;沿图像纵轴的求解精 度由 0.200 pixel 提高至 0.150 pixel,精度提高了 25.00%;沿图像横轴的绝对平均误差由 0.109 pixel 降 至 0.031 pixel,沿图像纵轴的绝对平均误差由 0.116 pixel 降至 0.036 pixel,稳定性分别提高了 28.44%和31.03%。

真实场景下的图像通常会存在一定噪声,如图7所示,在每张照片中分别加入密度为0~0.20、步长为0.025的椒盐噪声。结果表明:传统Zernike算法与文献[15]中的方法沿图像横轴的求解精度分别为0.081 pixel

和 0.067 pixel,平均误差分别为 0.042 pixel 和 0.034 pixel; 所提算法沿图像横轴的求解精度为 0.043 pixel,平均误 差为 0.025 pixel,分别提升了 40.48% 和 26.47%;传统 Zemike 算法与文献[15]中的方法沿图像纵轴的求解精 度分别为 0.117 pixel 和 0.089 pixel,平均误差分别为 0.059 pixel 和 0.047 pixel;所提算法沿图像纵轴的求解 精度为 0.048 pixel,平均误差为 0.021 pixel,分别提升了 64.41% 和 55.32%。仿真结果充分表明,所提算法在像 素较低、边缘模糊的情况下对椭圆图像中心定位具有 较高的精确性和稳定性。



图 7 椒盐噪声对椭圆中心的影响。(a)横轴误差;(b)纵轴误差

Fig. 7 Influence of salt and pepper noise on ellipse center. (a) Horizontal axis error; (b) vertical axis error

第 60 卷第 12 期/2023 年 6 月/激光与光电子学进展

研究论文

4 实验与分析

4.1 实验平台的搭建及相机标定

图 8 单目视觉测量实验平台包括 2 个条形光源 ①⑦、1 个工业相机⑤、1 个镜头⑥、1 个高精度线性模 组②、手动移动平台④、实验陶瓷球③、实验架⑧。高 精度线性模组用于调节相机高度和物体位置;两个条 形光源用于打光,获得清晰的图像;面阵相机用于捕获 物体的图像信息;手动位移平台用于调节球体位置。

在实验前,需要对相机进行标定,获得相机的内参 矩 阵 K 和 畸 变 系 数。所 使 用 工 业 相 机 的 型 号 为



图 8 单目测量实验平台 Fig. 8 Monocular measurement experimental platform

MC500UG-L, 传 感 器 为 CMOS, 分 辨 率 为 2592 pixel×1944 pixel,透镜焦距为5 mm,像元尺寸为 2.2 μm。标定使用 8×11、间距为10 mm 的棋盘格。 获取30张不同位姿,并且均分在相机视野范围内的棋 盘格图像,采集图像如图9所示。



图 9 棋盘格标定板 Fig. 9 Checkerboard calibration board

实验采用张正友棋盘格标定法^[16]对工业相机参数 进行标定,标定参数包括相机的4个内参和5个镜头畸 变参数。畸变参数包括径向畸变 k_1 、 k_2 、 k_3 和切向畸变 p_1 、 p_2 。使用MATLAB R2016b作为软件开发环境,标 定结果如表1所示。

unit: pixel

表	1 标定结果			
Table 1	Calibration results			
	1	1	1	

f_x	f_y	u_x	v_y	k_1	k_2	k_3	<i>p</i> ₁	p_2
2303.012	2303.633	1344.870	1010.973	-0.123	0.132	0.027	-0.000382	-0.000755

4.2 测量方案设计及实验

偏心误差矫正实验原理为小孔成像,使用直径为 28 mm、精度为±0.16 μ m的陶瓷球作为球形靶标,在 精度为±0.01 mm、行程为±25 mm的手动位移平台 LX120-L上进行实验。根据2.2节内容可以精确求得 球心成像坐标和标准圆锥母线与圆锥回转轴的夹角 θ ,且球体半径 r_0 已知,则球心到光心之间的距离l为

$$l = \frac{r_0}{\sin \theta},\tag{18}$$

则测量值可以为两个球体之间的距离。测量球形靶标 距离的实验方案如图 10 所示。由于各球体的成像坐标已知,则两球体之间的夹角为

$$\cos \alpha_{i} = \frac{\overrightarrow{O_{C}o_{B_{i}}} \cdot \overrightarrow{O_{C}o_{B_{i+1}}}}{\left| \overrightarrow{O_{C}o_{B_{i}}} \right| \cdot \left| \overrightarrow{O_{C}o_{B_{i+1}}} \right|}, i = 1, 2, 3, \cdots, 6_{\circ}$$
(19)

根据式(18)可求解出球心到光心之间的距离*l*,则 根据余弦定理可计算出两球体之间的距离*d*为

$$d_{i} = \sqrt{l_{i}^{2} + l_{(i+1)}^{2} - 2l_{i}l_{(i+1)}\cos\alpha_{i}}, i = 1, 2, 3, \cdots, 6_{\circ}$$
(20)

由上述描述可知,偏心误差矫正实验的过程如下。 1)固定相机,且将相机调整至水平面。将球体放



图 10 测量球形靶标距离的实验方案

Fig. 10 Experimental scheme for measuring the distance of spherical targets

置在手动位移平台上方。

2)转动手动位移平台旋钮,使球体在平面上移动。每移动10mm拍一张照片,共拍摄12张照片,分为2组。每组包含6张的照片,每相邻两张为1小组。

3)对拍摄的每一张照片进行畸变矫正,使用模糊 与形态学操作进行简单去噪,再进行二值化。进一步

第 60 卷第 12 期/2023 年 6 月/激光与光电子学进展

使用改进的Zernike矩亚像素边缘检测算法检测亚像素级精度。

4) 对步骤 3) 中的亚像素级轮廓进行最小二乘拟 合,获得椭圆中心坐标。同时,使用 2.2 节的计算方法 获得球心成像坐标。

5) 由式(18)~(20)求解出两球体之间的距离。

6) 对实际值与步骤 5) 中的测量结果进行对比。

实验结果如表2和表3、图11所示。

Table 2Experimental results of Group A							
Group	Center coordinate before correction /pixel	Measured value before correction /mm	Error value before correction /mm	Center coordinate after correction /pixel	Measured value after correction /mm	Error value after correction /mm	
1	$1 \begin{array}{c} (340.826,115.024) \\ (264.222,115.977) \end{array} 10.055$	10.055	0.055	(340.090,114.776)	9.968	0.032	
1		10.055	0.055	(263.653,115.727)			
2	(264.222,115.977)	264. 222, 115. 977)	0.047	(263.653,115.727)	10.034	0.034	
2	2 (187. 397, 116. 945)	10.047		(186.993,116.693)			
2	(187.397,116.945)	10.099	0.099	(186.993,116.693)	10.006	0.006	
3	(110.848,117.984)			(110.610,117.731)			
4	(110.848,117.984)	10.149	0.149	(110.610,117.731)	9.977	0.023	
	(34.633,119.028)			(34.559,118.771)			
5	(34.633,119.028)	10.079	0.079	(34.559,118.771)	10.007	0.007	
	(-41.641,120.113)			(-41.552,119.856)			

表2 第A组实验结果

表3 第B组实验结果

Table3 Experimental results of Group B

Group	Center coordinate before correction /pixel	Measured value before correction /mm	Error value before correction /mm	Center coordinate after correction /pixel	Measured value after correction /mm	Error value after correction /mm
1	(-41.643,120.128)	10.038	0.038	(-41.554,119.870)	10.010	0.010
	(34.651,119.043)			(34.576,118.787)		
2	(34.651,119.043)	10.038	0.038	(34.576,118.787)	9.973	0.027
	(110.829,118.025)			(110.590,117.772)		
0	(110.829,118.025)	10.095	0.095	(110.590,117.772)	10.009	0.009
3	(187.371,116.960)			(186.968,116.708)		
4	(187.371,116.960)	10.150	0.150	(186.968,116.708)	10.036	0.036
	(264.222,116.004)			(263.653,115.754)		
5	(264.222,116.004)	10.099	0.099	(263.653,115.754)	9.964	0.036
	(340, 793, 115, 047)			(340, 057, 114, 799)		



图 11 实验结果。(a) 第 A 组实验结果;(b) 第 B 组实验结果

Fig.11 Experimental results. (a) Experimental results of Group A; (b) experimental results of Group B

第 60 卷第 12 期/2023 年 6 月/激光与光电子学进展

结果表明:未进行偏心误差矫正前,两组实验测量 偏差范围为0.047~0.149 mm和0.038~0.150 mm, 所提方法矫正后两组实验测量偏差范围为0.006~ 0.034 mm和0.009~0.036 mm;未矫正前的两组实验 绝对偏差平均值均为0.084 mm,矫正后两组绝对偏差 平均值降为0.020 mm和0.023 mm。偏差明显降低, 矫正效果明显。 以球体每移动 5.00 mm 拍一张照片,共拍摄 11 张,作为第 3 组实验,每相邻两步位移进行求解对比, 结果如表 4 所示。结果表明:所提方法矫正后的绝对 偏差波动范围明显降低,由 0.357 mm 和 0.074 mm 降 为 0.038 mm,变化曲线如图 12 所示,10 组绝对偏差累 计值由 0.862 mm 和 0.454 mm 降为 0.162 mm。

Group	Center coordinate before correction /pixel	Measured value before correction /mm	Error value before correction /mm	Center coordinate after correction /pixel	Measured value after correction /mm	Error value after correction /mm
1	(344.135,111.779) (305.716.112.475)	5.051	0.051	(343.394,111.538) (305.059.112.233)	4.987	0.013
2	(305.716,112.475) (305.716,112.475) (267.466.113.043)	5.045	0.045	(305.059,112.233) (305.059,112.233) (266.892,112.801)	4.983	0.017
3	(267.466,113.043) (267.466,113.043) (229.153.113.643)	5.068	0.068	(266.892,112.801) (228.661.113.400)	5.008	0.008
4	(229.153,113.643) (190.598.114.274)	5.087	0.087	(228.661,113.400) (190,190.114,029)	5.039	0.039
5	(190.598,114.274) (152.295,114.942)	5.093	0.093	(190.190,114.029) (151.968,114.696)	5.038	0.038
6	(152.295,114.942) (114.182,115.503)	5.047	0.047	(151.968,114.696) (113.937,115.256)	5.002	0.002
7	(114.182,115.503) (76.118,116.148)	5.042	0.042	(113.937,115.256) (75.954,115.899)	5.001	0.001
8	(76.118,116.148) (37.956,116.784)	5.050	0.050	(75.954,115.899) (37.875,116.532)	5.016	0.016
9	(37.956, 116.784) (-0.214, 117.413)	5.357	0.357	(37.875, 116.532) (-0.213, 117.159)	5.008	0.008
10	(-0.214, 117.413) (-38.337, 118.122)	4.978	0.022	(-0.213, 117.159) (-38.254, 117.867)	4.980	0.020

表4 第C组实验结果 Table 4 Experimental results of Group C



图 12 第C组实验结果。(a)绝对偏差对比;(b)累计绝对偏差对比

Fig. 12 Experimental results of Group C. (a) Absolute deviation comparison; (b) cumulative absolute deviation comparison

5 结 论

建立相机坐标系下的球体成像模型,证明了从不

同的角度分析偏心误差时对应的影响因素也不同的结论,推导出球心成像坐标与椭圆二维图像中心共线的 内容。在深度值和球体半径不变的情况下,偏心误差

只与球心处于图像坐标系中的位置有关,从而建立球 形靶标球心求解模型。在此基础上,采用一种基于改 进Zernike矩的亚像素边缘提取方法。椭圆中心定位 实验结果表明,相对于文献[15]中的算法,所提方法的 精度提升了25.00%以上。进一步设计了一种基于单 目视觉测量两球形靶标之间距离的实验方案,通过该 方案可以测量出在视场范围内任意已知半径的球形靶 标之间的距离。实验结果表明,所提方法的最大绝对 偏差小于0.039 mm,满足单目视觉空间目标定位精度 的要求。

参考文献

- 关印,王向军,阴雷,等.基于物体表面形貌的单相机 视觉位姿测量方法[J].光电工程,2018,45(1):43-50.
 Guan Y, Wang X J, Yin L, et al. Monocular position and pose measurement method based on surface topography of object[J]. Opto-Electronic Engineering, 2018,45(1):43-50.
- [2] 陈冠宇,成群林,张解语,等.基于多传感器测量的航 天器舱段自动对接位姿调整方法[J].北京航空航天大学 学报,2019,45(6):1232-1239.

Chen G Y, Cheng Q L, Zhang J Y, et al. Multi-sensor measurement based position and pose adjustment method for automatic docking of spacecraft cabins[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(6): 1232-1239.

- [3] 苏建东,齐晓慧,段修生.基于单目视觉和棋盘靶标的 平面姿态测量方法[J].光学学报,2017,37(8):0815002.
 Su J D, Qi X H, Duan X S. Plane pose measurement method based on monocular vision and checkerboard target[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(8):0815002.
- [4] Heikkila J, Silven O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction[C]//Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 17-19, 1997, San Juan, PR, USA. New York: IEEE Press, 1997: 1106-1112.
- [5] 赵云涛,孙军华,陈勖,等.基于球几何特征的摄像机 内参分步标定方法[J].北京航空航天大学学报,2014, 40(4):558-563.
 Zhao Y T, Sun J H, Chen X, et al. Camera calibration

from geometric feature of spheres[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(4): 558-563.

[6] Zhang H, Wong K Y K, Zhang G Q. Camera calibration from images of spheres[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(3): 499-502.

第 60 卷第 12 期/2023 年 6 月/激光与光电子学进展

- [7] 韩建栋,杨红菊.三维视觉测量中圆中心投影误差分析 方法[J]. 计算机科学,2010,37(12):247-249.
 Han J D, Yang H J. Analysis method for the projection error of circle center in 3D vision measurement[J]. Computer Science, 2010, 37(12): 247-249.
- [8] 魏振忠,张广军.视觉检测中椭圆中心成像畸变误差模型研究[J].北京航空航天大学学报,2003,29(2): 140-143.

Wei Z Z, Zhang G J. Distortion error model of image of ellipse center in 3D visual inspection[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(2): 140-143.

 [9] 谷飞飞,赵宏,卜鹏辉,等.用于相机标定的球靶标投 影误差分析与校正[J].光学学报,2012,32(12): 1215001.

Gu F F, Zhao H, Bu P H, et al. Analysis and correction of projection error of camera calibration ball[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(12): 1215001.

- [10] 耿贺辉,赵宏,卜鹏辉,等.基于二维成像的球心坐标 高精度定位方法[J].激光与光电子学进展,2019,56(2): 021501.
 Geng H H, Zhao H, Bu P H, et al. High accuracy positioning method based on 2D imaging for the coordinates of the center of a sphere[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(2): 021501.
- [11] 刘书桂,宋宣晓,韩振华.球形靶标中心成像点的高精 度定位[J].光学精密工程,2016,24(8):1861-1870.
 Liu S G, Song X X, Han Z H. High-precision positioning of projected point of spherical target center[J].
 Optics and Precision Engineering, 2016, 24(8): 1861-1870.
- [12] 张美静.亚像素边缘检测技术研究[D]. 沈阳:沈阳理工 大学, 2013.
 Zhang M J. Research on sub pixel edge detection technology[D]. Shenyang: Shenyang Ligong University, 2013.
- [13] Ghosal S, Mehrotra R. Orthogonal moment operators for subpixel edge detection[J]. Pattern Recognition, 1993, 26 (2): 295-306.
- [14] 高世一,赵明扬,张雷,等.基于Zernike正交矩的图像 亚像素边缘检测算法改进[J].自动化学报,2008,34(9): 1163-1168.
 Gao S Y, Zhao M Y, Zhang L, et al. Improved

algorithm about subpixel edge detection of image based on Zernike orthogonal moments[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(9): 1163-1168.

[15] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.