

基于波前编码的扩展景深短波红外成像系统

王伟^{1*}, 张露鹤¹, 傅天文²

¹中国电子科技集团公司第五十四研究所, 河北 石家庄 050011;

²桂林电子科技大学信息与通信学院, 广西 桂林 541004

摘要 短波红外波段具备全天时、全天候成像的优良潜力, 借助焦平面探测阵列在现代社会发挥着日益重要的作用。为了解决短波红外成像系统的离焦问题以提升平台适用性, 将波前编码技术引入短波红外波段。针对无法配置调焦机构的轻小型短波红外成像系统, 在光瞳位置放置三次方型相位板扩展景深。将相位板参数转换为径向坐标系数, 利用调制传递函数一致性和图像可恢复性优化该系数。利用 640 pixel×512 pixel 的短波红外图像仿真波前编码成像性能, 通过 Lucy-Richardson 经典算法还原中间模糊图像。光学设计和图像仿真结果表明, 波前编码系统至少在±20 倍景深范围内能够有效降低系统对离焦的敏感性, 复原图像峰值信噪比最高可达 38.5038 dB。

关键词 成像系统; 短波红外; 波前编码; 景深; 三次相位板

中图分类号 O439

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP223156

Wavefront Coding-Based Short-Wave Infrared Imaging System for Extended Depth of Field

Wang Wei^{1*}, Zhang Luhe¹, Fu Tianwen²

¹The 54th Research Institute of China Electronic Technology Group Corporation, Shijiazhuang 050011, Hebei, China;

²School of Information and Communication, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, Guangxi, China

Abstract Short-wave infrared (SWIR) band has excellent potential for imaging. Owing to the focal plane detection arrays, SWIR plays an increasingly important role in modern society. Aiming to solve the defocus problem of SWIR imaging and improve its applicability, a wavefront coding system is introduced into the SWIR band. For light and small SWIR imaging, a cubic phase mask is placed at the pupil to extend the depth of field. The phase mask parameter is converted into radial coordinate coefficient, which is optimized by the consistency of the modulation transfer function and image recoverability. Leveraging 640 pixel×512 pixel SWIR images to simulate the wavefront coding system, and the blurred images are restored through the classic Lucy-Richardson algorithm. The optical design and simulation results show that the wavefront coding system effectively reduces the sensitivity of SWIR imaging to defocus within at least ±20 times the depth of field, and the peak signal-to-noise ratio of the restored image reaches 38.5038 dB.

Key words imaging systems; short-wave infrared; wavefront coding; depth of field; cubic phase mask

1 引言

短波红外泛指 1.0~2.5 μm 大气窗口范围的光, 可以在低照度背景和雾、霾、烟尘环境下成像, 理论上具备媲美可见光的分辨率, 具备全天时、全天候成像的潜力。得益于传统工艺的改进以及 III-V 族化合物半

导体材料的出现, 短波红外借助以 HgCdTe 和 InGaAs 为代表的制冷型和非制冷型焦平面探测阵列在民用和军事领域发挥着日益重要的作用^[1-2]。

随着应用场景的多样化, 短波红外相机容易受到平台冲击振动和环境温度的影响。以机载平台为例, 其振动谱型是 15~2000 Hz 频率范围内的宽带背景谱

收稿日期: 2022-11-24; 修回日期: 2022-12-14; 录用日期: 2023-01-04; 网络首发日期: 2023-02-07

基金项目: 广西研究生教育创新计划项目(YCSW2021182)

通信作者: *ciomp2015@163.com

的叠加^[3]。上述影响最终耦合到焦平面上产生离焦,常规解决方法是在系统中增加位移监测机构和调焦机构以补偿焦面漂移,考虑到当前多数平台对载荷轻小型化的要求,常规方法往往无法适用。

波前编码为解决上述问题提供了新思路和新方法。波前编码是计算成像技术,结合光学成像和图像处理在光路中加入相位板以降低系统的离焦敏感性,最后通过数字图像处理还原图像^[4]。相位板参数优化和图像重建算法是波前编码的核心问题;针对斯特列尔比、光学传递函数(MTF)稳定性、点扩散函数(PSF)稳定性、费舍尔信息量等标准提出多种相位板参数优化方法^[5-6];针对图像信噪比和动态范围等评价标准开发出直接逆滤波、维纳滤波、最小二乘滤波、Lucy-Richardson 等图像重建算法。波前编码已经应用于超分辨率成像^[6]、红外成像^[7]、航空共形系统^[8]等光学设计中,并常与卷积神经网络等去模糊算法结合^[9]。

在现有的应用场景中,鲜有关于波前编码应用于短波红外波段的报道。因此,本文将波前编码引入短波红外波段,相比常规的单一性评价标准,采用综合离焦一致性和图像可恢复性的复合标准,解决离焦对成像质量的影响,对提升载荷的平台适应性和环境适应性具有一定的参考价值。首先,介绍波前编码景深延拓基本原理,并设计一款轻小型大视场短波红外相机,分析离焦对像质的影响;在此基础上,依据提出的复合评价标准优化相位板参数;最后,通过仿真实验验证短波红外系统波前编码的有效性。

2 基于波前编码技术的景深延拓原理

波前编码的基本原理如图 1 所示。与常规成像系统相比,波前编码在光瞳位置放置特殊设计的相位板,利用波前光程差的变化改变相位,依据一定的评价函数得到对离焦去敏的、具备一定相似性的中间模糊图像,最后利用计算机图像处理算法复原图像。

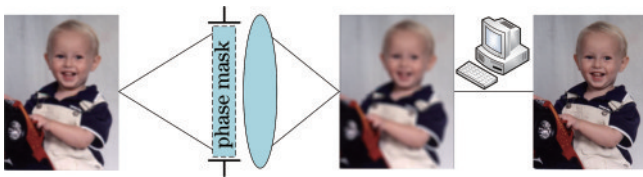


图 1 波前编码系统原理示意图

Fig. 1 Schematic diagram of wavefront coding system

点扩散函数描述光学系统对点光源的输出响应,理想的点扩散函数近似能量集中的小支持域脉冲函数。在经典光学理论中,光学成像过程是物空间目标和点扩散函数的卷积^[10]。波前编码系统牺牲能量集中度以扩大点扩散函数支持域,从而降低系统对离焦的敏感度。离焦状态下波前编码系统的归一化广义空间瞳函数 $P(x, y)$ 为

$$P(x, y) = \exp\left\{i\left[\varphi_0(x, y) + \varphi(x, y) + \Psi(x, y)\right]\right\}, \quad x^2 + y^2 \leq 1, \quad (1)$$

式中: (x, y) 为空间域坐标; φ_0 和 φ 分别为原始光学系统和相位板相位分布; Ψ 为系统离焦参数。光程差的改变主要由相位板引起,因此可以忽略原始系统相位分布的影响。光学传递函数(OTF)是广义瞳函数的自相关,波前编码要求广义瞳函数是圆对称或者变量可分离的^[4]。此时,光学传递函数中复杂的二维傅里叶运算可简化为一维运算:

$$H(u, \Psi) = \int P(k_1) \cdot \exp(i \cdot k_1^2 \cdot \Psi) \cdot P(k_2) \cdot \exp(-i \cdot k_2^2 \cdot \Psi) dx, \quad k_1 = x + \frac{u}{2}, \quad k_2 = x - \frac{u}{2}, \quad (2)$$

式中: $H(u, \Psi)$ 为一维空间频率 u 处的光学传递函数。将模糊函数和稳相近似法引入波前编码系统,用模糊函数代替光学传递函数以建立离焦参量和空间频率之间的关系,推导出适用于波前编码系统的三次方型相位板形式。扩展的三次方型相位板方程为

$$P(x, y) = \alpha \cdot (x^3 + y^3) + \beta \cdot (x^2 y + x y^2), \quad (3)$$

式中: α 和 β 均为与最大相位差有关的系数,常规三次方型相位板是扩展三次方型相位板的特例。基于模糊函数的三次方型相位板的一维光学传递函数^[4]为

$$H(u, \Psi) = \sqrt{\frac{\pi}{12|\alpha u|}} \cdot \exp\left(i \cdot \frac{\alpha u^3}{4}\right) \cdot \exp\left(-i \cdot \frac{\Psi^2 u}{3\alpha}\right). \quad (4)$$

光学传递函数取模运算即为调制传递函数,调制传递函数取平方即为点扩散函数,这两个函数均与离焦参数 Ψ 无关,仅与相位板参数 α 有关,即波前编码系统表现出良好的调制传递函数一致性或点扩散函数一致性。这是波前编码的理论基础,据此可以用同一图像处理算法复原图像,波前编码系统的设计可简化为对相位板参数的优化。

3 短波红外波前编码系统设计与仿真

3.1 短波红外光学系统优化

为验证波前编码的有效性,对一台轻小型大视场短波红外相机进行优化,采用 $25 \mu\text{m}$ 像元尺寸 InGaAs 焦平面探测器,以空间频率表示的极限分辨率(即单位长度能够分辨的黑白线对数)约为 20 lp/mm 。光学系统指标参数如表 1 所示。

波前编码相位板通常放置在系统光瞳位置,光学系统初始结构采用如图 2(a) 所示的准对称平场双高斯物镜,可以消除轴向像差。依据设计指标对初始结构进行调整,按照 0.6 的比例因子将初始结构缩放到指定焦距,更改初始系统的工作波长、通光孔径、视场角。在保证像质的前提下,综合考虑玻璃材料的光学、热力学等理化性质,选择透过率高和热膨胀系数低的 ZnSe 和 BaF₂ 材料。

表 1 光学系统指标参数

Table 1 Parameters of optical system

Parameter	Requirement
Focal length /mm	60
F-number	4
Wavelength / μm	0.9–1.7
Field of view /($^\circ$)	± 10
Total length /mm	≤ 125
Resolution /pixel \times pixel	640 \times 512
Pixel size / μm	25

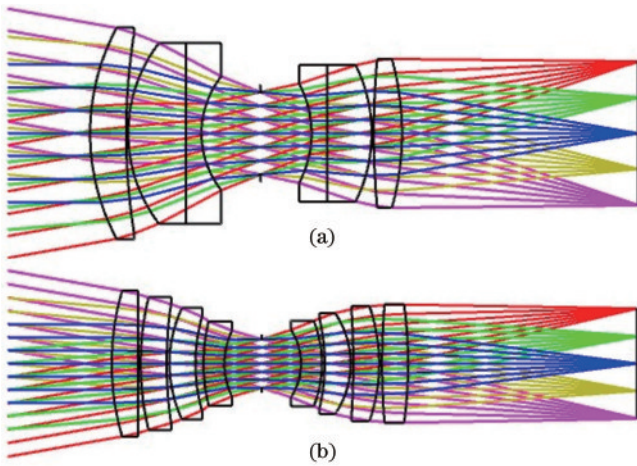


图 2 光学系统结构示意图。(a)初始结构;(b)优化后的结构
Fig. 2 Structure diagrams of optical systems. (a) Initial structure; (b) optimized structure

利用几何光线追迹理论和阻尼最小二乘法对初始结构进行迭代优化,优化后的光学系统如图 2(b)所示,最佳焦面后截距为 44.003 mm,光阑前后预留 7.193 mm 和 7.523 mm 用于安置相位板。分离胶合透镜以增加光学设计自由度,提高对像差的控制能力,相较于双胶合透镜无需严格地匹配光焦度,适度增大空气间隔以减小欠校正像差。适度增加前组中高折射率 ZnSe 透镜光焦度,减轻低折射率 BaF₂ 透镜光焦度负担,避免曲率半径过小。将前后组中的 BaF₂ 透镜分裂为两个透镜以避免透镜中心厚度过大。离轴视场光线沿径向位置的焦点偏离焦平面产生场曲和像散,在焦面一侧添加场镜校正场曲和像散。

物空间的点在像空间以弥散斑的形式分布,探测器在景深范围内可以清晰分辨相邻的光斑。以系统波像差变化 $\lambda/4$ 计,中心波长 λ 对应的光学系统景深为

$$\Delta = 2\lambda F^2, \quad (5)$$

式中, F 为光学系统的光圈数。优化后的光学系统景深在 ± 0.0416 mm 范围内。图 3 为 0° 中心视场下光学系统在不同离焦参量下的调制传递函数曲线。其中,子午面和弧矢面函数值取平均。可以看出,在理想焦平面位置,在截止频率范围内像质良好,调制传递函数曲线接近衍射极限。随着像面偏离理想焦平面,调制

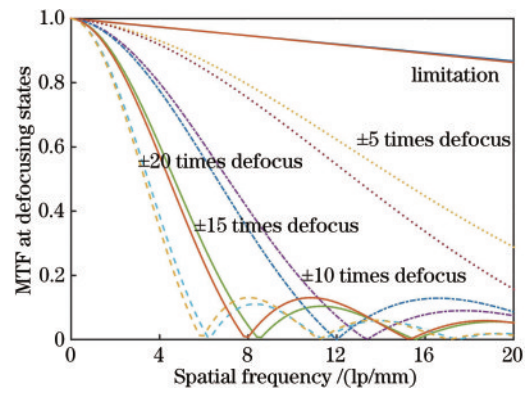


图 3 不同离焦状态下的光学系统调制传递函数曲线
Fig. 3 MTF curves of the optical system under different defocusing states

传递函数曲线迅速衰落,相同倍率下正向和负向离焦变化趋势相同。在 ± 5 倍景深 (± 0.208 mm) 离焦下,调制传递函数曲线迅速降低;在 ± 10 倍景深 (± 0.416 mm) 离焦下,调制传递函数曲线出现零点,导致信息丢失和对比度反转;在 ± 15 倍景深 (± 0.624 mm) 和 ± 20 倍景深 (± 0.832 mm) 离焦下,调制传递函数曲线零点依次增多。

3.2 波前编码系统优化设计

在保持短波红外光学系统不变的基础上,在光阑位置插入特殊设计的三次方型相位板降低系统离焦敏感性。三次方型相位板采用 2 mm 厚度硅基玻璃材料制作,中心波长 $1.3 \mu\text{m}$ 处折射率为 1.598。采用扩展多项式面型模拟相位板前表面,相位板后表面采用标准平面,孔径光阑置于后表面。前表面扩展多项式面型中仅选取 x^3 和 y^3 两项,其轴向矢高为径向坐标 (x, y) 的函数,即

$$z(x, y) = \frac{\alpha\lambda}{2\pi(n-1)R^3} \cdot (x^3 + y^3), \quad (6)$$

式中: $z(x, y)$ 为曲面矢高; α 为与光程差有关的相位板参数; n 为相位板材料折射率; R 为归一化半径,设计过程中参数 R 取 1。由式(6)可知,波前编码系统的离焦特性仅与相位板参数 α 有关,波前编码系统的优化本质上是对相位板参数的优化。在不改变问题本质的前提下,定义径向坐标系数 ϵ , 其表达式为

$$\epsilon = \frac{\alpha\lambda}{2\pi(n-1)R^3}. \quad (7)$$

常规相位板参数优化通常采用单一评价标准,缺乏对模糊图像可恢复性的讨论。依据前述卷积成像理论,成像过程是物空间目标与点扩散函数的卷积,图像复原过程是低通滤波过程,点扩散函数的中心点能量决定了系统的信噪比,近似等于调制传递函数曲线与坐标轴包围的面积。为了获得足够高的信噪比,需要对波前编码系统点扩散函数的幅值加以约束。综合考虑离焦一致性和图像可恢复性^[11],结合调制传递函数和点扩散函数关系,所采用的相位板参数优化策略遵守

以下两条原则: 1) 截止频率内调制传递函数具备离焦一致性; 2) 全频率内点扩散函数幅值的能量相对集中。

光学设计软件可以获取不同离焦参量下离散空间

频率对应的调制传递函数值, 图 4 为不同径向坐标系数下的波前编码系统调制传递函数曲线变化趋势图, 用以说明调制传递函数的离焦一致性, 采用 0° 中心视场成像, 依次对应 ± 5 、 ± 10 、 ± 15 、 ± 20 倍景深离焦。

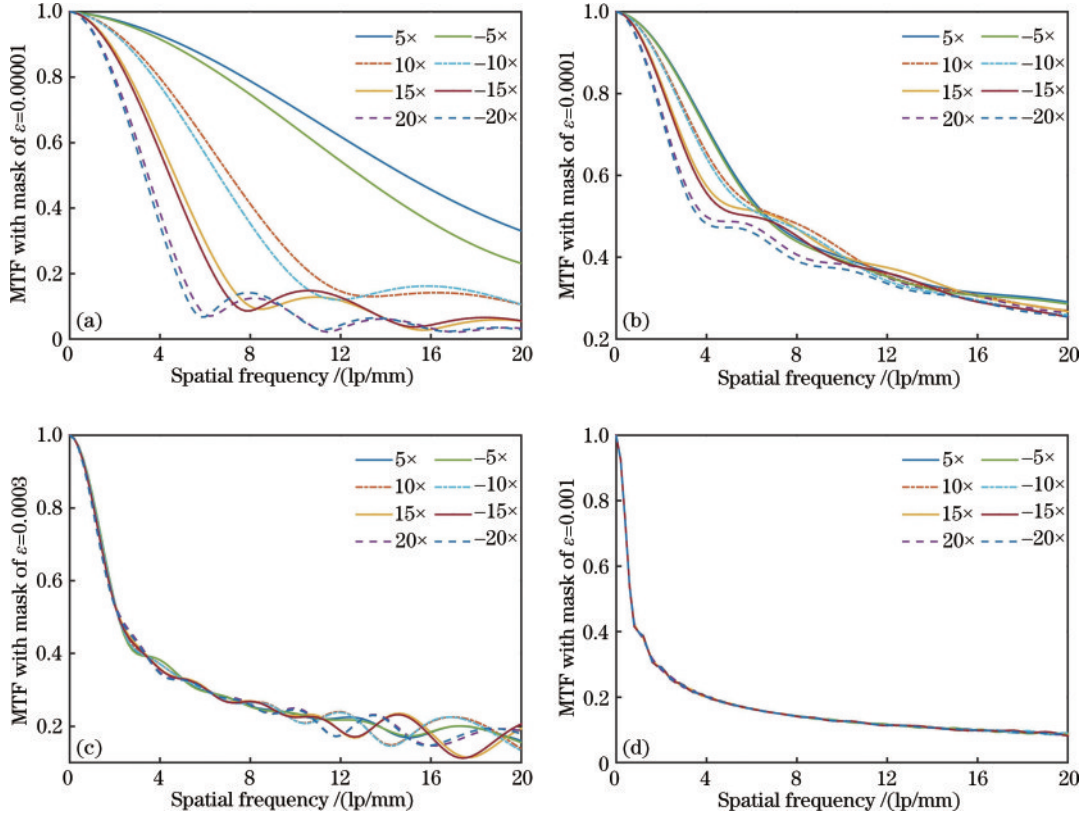


图 4 不同相位参数下波前编码系统调制传递函数曲线。(a) 1×10^{-5} ; (b) 1×10^{-4} ; (c) 3×10^{-4} ; (d) 1×10^{-3}

Fig. 4 MTF curves of wavefront coding with various phase masks. (a) 1×10^{-5} ; (b) 1×10^{-4} ; (c) 3×10^{-4} ; (d) 1×10^{-3}

随着径向坐标系数的增加, 调制传递函数的离焦一致性得到改善。在径向坐标系数取极小值 1×10^{-5} 时, 调制传递函数曲线出现不同程度的提升, 函数零点导致的信息丢失和对比度反转现象消失; 在径向坐标系数取 1×10^{-4} 时, 调制传递函数曲线在 $0 \sim 10$ lp/mm 频率范围内差异性显著; 这种差异性随着径向坐标系数的进一步增大向高频方向转移, 径向坐标系数取 3×10^{-4} 时, 差异性主要集中在 $10 \sim 20$ lp/mm 频率范围内; 当径向坐标系数高于 1×10^{-3} 时, 调制传递函数曲线趋向于一致, 呈现出良好的离焦一致性。

为定量评价相位板参数, 引入离散积分、欧氏距离、余弦相似性, 分别用于表征调制传递函数的差异性和相似性。

调制传递函数均为离散采样点, 利用矩形近似和极限原理计算定积分。离散积分准确性与采样率相关, 采样间隔 Δu 取 0.2 lp/mm。全频率内调制传递函数曲线包围面积 S_{area} 为

$$S_{\text{area}} = \sum_{m=1}^M \text{MTF}_m(u, \Psi) \cdot (\Delta u), \quad (8)$$

式中, $\text{MTF}_m(u, \Psi)$ 表示离焦参量 Ψ 下第 m 个采样点的调制传递函数值。以 ± 10 倍和 ± 20 倍景深离焦为

例, 不同径向坐标系数下的调制传递函数曲线包围面积如图 5 所示。积分曲线存在极大值, 积分曲线随着径向坐标系数的增大而减小, 包围面积呈现出良好的离焦一致性。

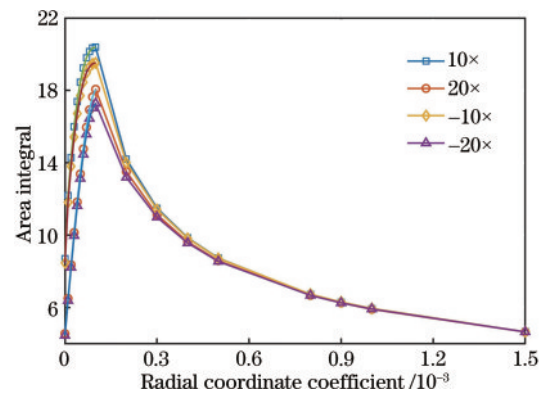


图 5 不同离焦状态下的调制传递函数积分曲线

Fig. 5 Integral curves of MTF under different defocusing states

欧氏距离即欧几里得度量, 在一维空间中可以表征两点之间的差异, 与均方根误差具有相似性和关联性。借用这一概念形式, 以 $\text{MTF}(u, 0)$ 为参考, 在截

止频率范围内统计离焦调制传递函数与参考值之间的差异,即欧氏距离 D 为

$$D(\Psi) = \sqrt{\sum_{m=1}^M \text{MTF}_m(u, \psi) - \text{MTF}_m(u, 0)} \quad (9)$$

不同径向坐标系数下,±10 倍和±20 倍景深离焦欧氏距离曲线如图 6 所示,纵坐标取对数以直观展示数据。理论上,差异显著性与欧氏距离成反比,离焦一致性良好的调制传递函数具有相似的欧氏距离数值。随着径向坐标系数的增大,欧氏距离数值接近 0,表明不同离焦参量下的调制传递具有良好的—致性。

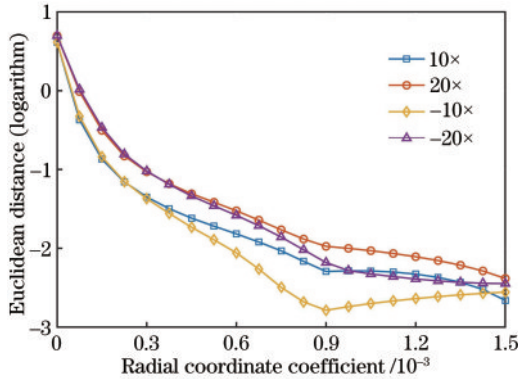


图 6 不同离焦状态下的欧式距离曲线

Fig. 6 Curves of Euclidean distance under different defocusing states

余弦相似性通常用来表征二维空间中两个向量之间夹角的余弦,余弦越接近于 1,则向量的夹角越接近于 0,即两个向量越相似,该理论在多维空间中同样适用。借用这一概念形式,同样以 $\text{MTF}(u, 0)$ 为参考,在截止频率范围内计算离焦调制传递函数与参考值之间的多维向量夹角,即

$$\cos \theta = \frac{\sum_{m=1}^M [\text{MTF}_m(u, \Psi) \cdot \text{MTF}_m(u, 0)]}{\sqrt{\sum_{m=1}^M \text{MTF}_m(u, \Psi) \cdot \sum_{m=1}^M \text{MTF}_m(u, 0)}} \quad (10)$$

不同径向坐标系数下,±10 倍和±20 倍景深离焦下的余弦相似性曲线如图 7 所示,为便于展示曲线细节,纵坐标采用差值处理。理论上离焦一致性良

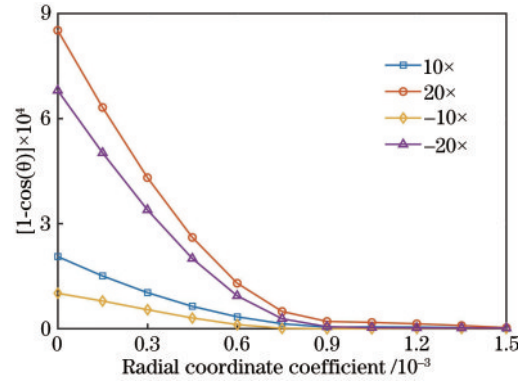


图 7 不同离焦状态下的余弦相似性曲线

Fig. 7 Curves of cosine similarity under different defocusing states

好的调制传递函数具有相似的夹角余弦数值,随着径向坐标系数的增大,夹角余弦逐渐变大,不同离焦参量下的夹角余弦差距逐渐缩小并接近 1。

通过图 5~7 的分析可知,点扩散函数中心能量取极值时,不同离焦倍率的调制传递函数差异显著,因此径向坐标系数的选择应当在确保调制传递函数一致性的同时,尽可能保证点扩散函数中心能量的集中性。欧氏距离和余弦相似性分析表明,径向坐标系数取 1.5×10^{-3} 时,调制传递函数对离焦脱敏;离散积分分析表明,在此基础上增大径向坐标系数,调制传递函数包围面积进一步减小。因此以 1.5×10^{-3} 作为三次方型相位板的径向坐标系数,即

$$P(x, y) = 1.5 \times 10^{-3} \cdot (x^3 + y^3) \quad (11)$$

优化后的波前编码系统 0° 视场角下的三维和二维笛卡尔坐标典型点扩散函数如图 8 所示,纵坐标表征的点扩散函数强度归一化到 100。与脉冲型函数相比,波前编码系统点扩散函数支持域变大,中心点能量相对较高,同时在第四象限集中了大部分能量。第四象限的能量呈三角形分布,以零点坐标为顶点,以水平坐标轴为直角边,点扩散函数强度随着与顶点距离的增加而变小,直角边强度较象限内强度高。考虑光学系统的视场,点扩散函数在边缘视场约有 3.5%~7.9% 的能量损失。

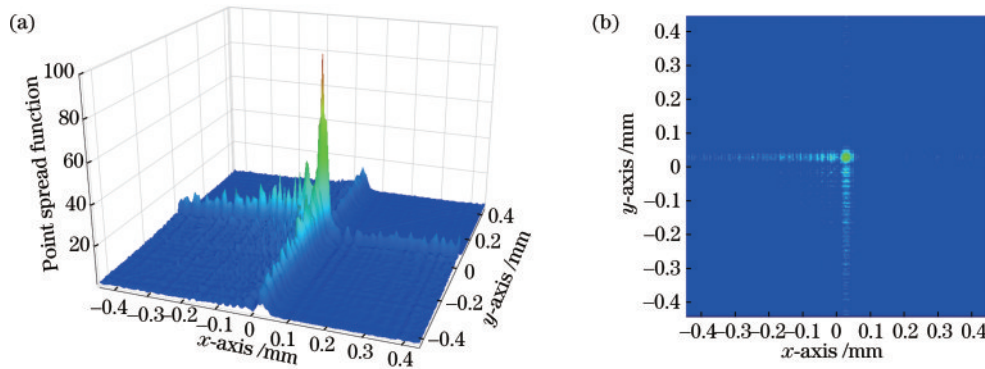


图 8 波前编码系统点扩散函数。(a) 三维图;(b) 二维图

Fig. 8 PSF of wavefront coding system. (a) 3D graph; (b) 2D graph

3.3 短波红外波前编码仿真

由于点扩散函数支持域的扩大化,波前编码系统中间图像是对离焦不敏感的模糊图像。模糊图像复原是波前编码应用中的核心问题之一,通常采用低通滤波算法从模糊图像中还原清晰图像。

图 9 为常规光学系统和波前编码系统在不同离焦量下的成像效果对比图。目标为北方地区冬季室外场景,图像分辨率为 $640 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 。由于正向离

焦和反向离焦具有相似的成像效果,因此选择 0 倍、10 倍、20 倍景深离焦。常规光学系统的成像质量随离焦的增加而恶化,大倍率离焦下调制传递函数零点丢失,导致信息无法还原。由于相位板对波前编码系统光程差的改变,即使在理想焦面位置中间图像仍然模糊,不同倍率离焦下系统具有相似的中间模糊图像,中间模糊图像灰度值差异在 $-0.071 \sim 0.082$ 之间,均方根误差为 0.0132。

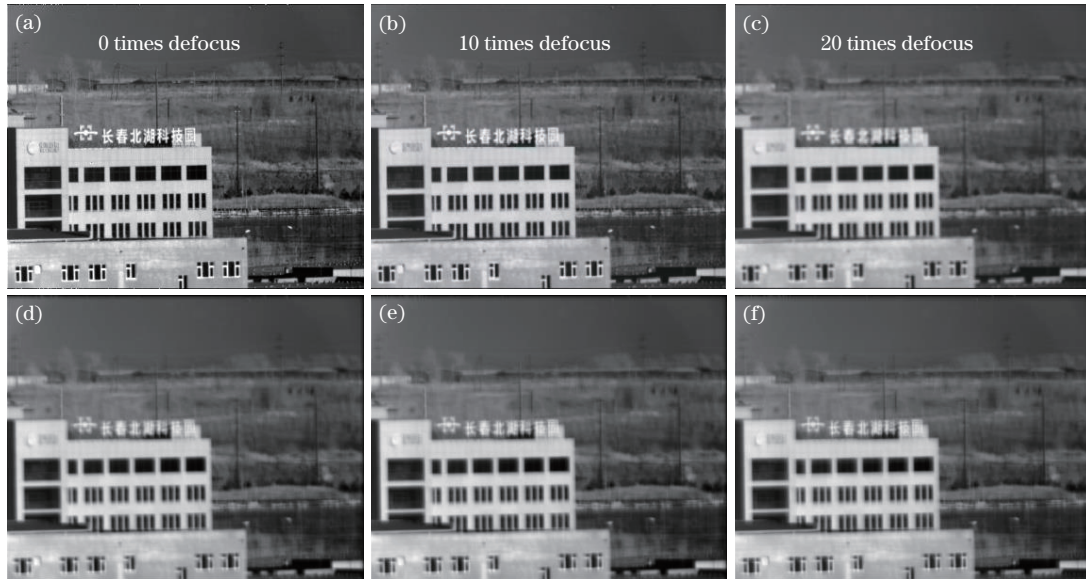


图 9 光学系统离焦效果示意图。(a)(b)(c)常规光学系统;(d)(e)(f)波前编码系统

Fig. 9 Defocus diagrams of optical system. (a)(b)(c) Conventional system; (d)(e)(f) wavefront coding system

在波前编码低通滤波反卷积算法中, Lucy-Richardson 算法是基于贝叶斯理论的空域图像迭代复原算法,利用期望最大化实现复原图像的最大似然性,适用于处理已知点扩散函数导致的图像模糊。仿真实验中从 0 倍离焦波前编码系统的 0° 中心视场对应的图像中选取点扩散函数卷积核,采用 Lucy-Richardson 经典算法对图像进行还原处理,波前编码系统中间模糊

图像复原效果如图 10 所示。0 倍离焦、10 倍离焦、20 倍离焦复原图像信噪比分别为 6.57 dB、6.68 dB、6.66 dB,峰值信噪比分别为 26.91 dB、38.50 dB、37.34 dB。统计结果与图 10 相同,由于点扩散函数支持域的扩大化,点扩散函数中心点附近存在较强的能量起伏,复原图像出现不同程度的振铃现象,在 0 倍离焦下尤甚,表现为峰值信噪比的降低。



图 10 波前编码系统复原图像示意图。(a)0 倍离焦;(b)10 倍离焦;(c)20 倍离焦

Fig. 10 Restored images of wavefront coding system. (a) $0 \times$ defocus; (b) $10 \times$ defocus; (c) $20 \times$ defocus

4 结 论

将波前编码引入短波红外波段,设计一款 60 mm 口径、 20° 视场轻小型短波红外相机,在系统光瞳处添

加三次方型硅基相位板扩展景深。遵循调制传递函数一致性和点扩散函数中心点能量集中化两大原则,摆脱常规的单一性评价指标,利用光学软件优化后的相位板参数为 1.5×10^{-3} 。短波红外图像仿真结果表明,

至少在±20倍景深范围内,波前编码系统利用 Lucy-Richardson 经典算法可以从中间模糊图像中还原清晰图像,峰值信噪比高达 38.5038 dB。波前编码仅对相位板参数进行优化设计,保留了原始系统的功能完整性,对由离焦引起的成像质量的恶化具有良好的校正作用,对提升载荷的平台适应性和环境适应性具有一定的参考价值,后续可以在此基础上探讨波前编码在初级像差校正和实际应用中的作用。

参 考 文 献

- [1] Wang W, Zhong X, Liu J et al. Apochromatic lens design in the short-wave infrared band using the Buchdahl dispersion model[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(4): 892-903.
- [2] 王伟. 多波段短波红外相机光学系统设计与成像质量评估[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2020: 12-16.
Wang W. Optical system design and imaging quality evaluation of multi-band short-wave infra-red camera[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2020: 12-16.
- [3] 祝耀昌, 石鹏颀, 程丛高, 等. 军用飞机机载设备振动试验要求和有关问题的讨论(一): GJB 150.16/16A 军用喷气式飞机和螺旋桨式飞机机载设备和外挂的振动试验要求及对比分析[J]. *航天器环境工程*, 2016, 33(2): 127-135.
Zhu Y C, Shi P J, Cheng C Get al. The vibration testing requirements and related problems for military aircraft equipment (I): vibration testing requirements and comparison of airborne equipment and external hanging of military jet and propeller aircraft in GJB 150.16/16A[J]. *Spacecraft Environment Engineering*, 2016, 33(2): 127-135.
- [4] Dowski E R, Cathey W T. Extended depth of field through wave-front coding[J]. *Applied Optics*, 1995, 34(11): 1859.
- [5] Chen S Q, Fan Z G, Chang H et al. Nonaxial Strehl ratio of wavefront coding systems with a cubic phase mask[J]. *Applied Optics*, 2011, 50(19): 3337-3345.
- [6] 赵惠, 魏静莹, 庞志海, 等. 波前编码超分辨率成像技术[J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(4): 0422003.
Zhao H, Wei J X, Pang Z H et al. Wave-front coded super-resolution imaging technique[J]. *infra-red and Laser Engineering*, 2016, 45(4): 0422003.
- [7] Yu J Q, Chen S Q, Dang F Y et al. The suppression of aero-optical aberration of the conformal dome by wavefront coding[J]. *Optics Communications*, 2021, 490: 126876.
- [8] Li Y D, Wang J H, Zhang X T et al. Extended depth-of-field infra-red imaging with deeply learnt wavefront coding[J]. *Optics Express*, 2022, 30(22): 40018-40031.
- [9] Larivière-Bastien M, Thibault S. Limits of imaging-system simplification using cubic mask wavefront coding[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(19): 3830-3833.
- [10] 陈迪. 波前编码红外成像技术研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2015: 18-22.
Chen D. Research on an infra-red imaging system based on wavefront coding[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015: 18-22.
- [11] Khan M K, Morigi S, LReichelet al. Iterative methods of Richardson-Lucy-type for image deblurring[J]. *Numerical Mathematics: Theory, Methods and Applications*, 2013, 6(1): 262-275.