

一种隧道点云三维中轴线与横断面提取方法

景冬, 张光煜, 刘如飞*, 王旻烨

山东科技大学测绘与空间信息学院, 山东 青岛 266590

摘要 针对采用水平二维中线进行大纵坡隧道横断面提取时误差较大的问题, 提出一种高效的隧道点云三维中轴线与横断面提取方法。首先采用边界格网和角度双重约束, 提取隧道二维边界点; 然后对边界点进行多条件约束的迭代最小二乘拟合, 提取水平中线点和侧面中线点, 进而将侧面中线点正射投影至水平中线点所在的垂直曲面, 得到三维中轴点; 最后引入微元思想确定三维中轴点对应的法平面方程, 将法平面两侧一定厚度的点云投影至该平面, 实现隧道横断面提取。结果表明, 该方法能够准确提取隧道三维中轴线和横断面, 横断面提取误差在 3.06% 以内, 适用于各种纵坡的直线型、弯曲型隧道。

关键词 遥感; 隧道激光点云; 三维中轴线; 横断面; 迭代最小二乘

中图分类号 P237 文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0828006

A Method for Extracting 3D Axis and Cross-Sections of Tunnel Point Cloud

Jing Dong, Zhang Guangyu, Liu Rufe^{*}, Wang Minye

College of Geodesy and Geomatics, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China

Abstract To address the issue of large error when using horizontal 2D midline to extract the cross-sections of large longitudinal slope tunnel, an effective method for extracting the 3D axis and cross-sections of the tunnel is proposed. First, the 2D boundary points of the tunnel are extracted using boundary grid and angle constraints. Then, the boundary points are fitted using iterative least squares with multi-conditional constraints to extract horizontal and lateral midline points. Next, the lateral midline points are orthographically projected on the vertical curved surface containing the horizontal midline to obtain the 3D axis points. Finally, the infinitesimal method is used to calculate the normal plane equation corresponding to the 3D axis points and a point cloud with a certain thickness on both sides of the normal plane is projected onto this plane to extract tunnel cross-sections. The experimental results show that the proposed method can extract the 3D axis and cross-sections of the tunnel point cloud with high accuracy. Furthermore, the cross-sections extraction error is less than 3.06%; thus, the proposed method is applicable for straight and curved tunnels with varying longitudinal slopes.

Key words remote sensing; tunnel laser point cloud; 3D axis; cross-section; iterative least squares

收稿日期: 2021-08-10; 修回日期: 2021-09-14; 录用日期: 2021-10-13

基金项目: 国家重点研发计划项目(2018YFB1600302)、国家自然科学基金资助项目(42001414)、山东省自然科学基金资助项目(ZR2019BD033)、山东省重点研发计划(重大科技创新工程)(2019JZZY010429)

通信作者: liurufei@sdust.edu.cn

1 引言

近年来,激光雷达(LiDAR)技术以其测量速度快、精度高、非破坏性等优势,广泛应用于隧道变形监测领域。目前,基于点云数据的隧道拟合中线(三维中轴线、二维中线)与横断面提取主要有两种方式:一种是在隧道点云二维投影的基础上提取。例如,文献[1]将隧道点云向水平面投影,生成二值图像并提取其骨架以估计水平中线,然后通过最小化横断面宽度得到最终横断面,但提取中线容易过度拟合;文献[2]将隧道点云向水平面投影后提取水平中线,以隧道点平均高度作为中轴点高程,由围绕中轴点旋转的直线与局部拟合的二次曲面依次相交得到横断面点;文献[3]将隧道点云向水平面投影,以其中一条边界为基准提取初始横断面,进而将附近点投影到调整后的横断面,得到隧道横断面点;文献[4]将隧道点云双向投影并进行切片,以切片点云坐标最大、最小值的平均值作为二维中线点,进而进行横断面提取,但边界点云的缺失会降低二维中线的提取精度。另一种是直接在隧道三维点云中提取。例如,文献[5]针对变形较小的圆形隧道,将隧道点云分割为若干圆柱形区段并调整坐标系,以圆柱轴线作为区段中轴线进行横断面提取;文献[6]首先将隧道点云分割为若干区段,基于三维不变矩提取隧道中轴线,然后调整隧道点云使中轴线平行于某一坐标轴,实现横断面提取;文献[7]根据区段轴线与点云表面法线垂直的特点,

将点云法线与圆柱拟合相结合实现隧道中轴线提取,但计算量巨大,对于大规模隧道点云处理具有一定局限性。

《公路工程技术标准》^[8]和《地铁设计规范》^[9]均提出“隧道纵坡应小于3%,有充分依据时,隧道纵坡可适当增大,但不宜大于4%”。因此本文将纵坡超过3%的隧道称为大纵坡隧道。基于水平二维中线提取的横断面始终与水平面垂直,隧道内径和纵坡越大,横断面提取误差越大。国内外已有最大纵坡超过4%的水下公路隧道^[10],因此研究在大纵坡隧道场景下同样适用的横断面提取技术十分必要。

针对上述问题,基于隧道点云二维投影策略,本文提出一种适用于不同坡度、不同走向的隧道三维中轴线与横断面提取方法。主要工作如下:

- 1) 通过边界格网和角度双约束提取边界点,并对边界点进行多条件约束的迭代最小二乘拟合以获取准确的二维中线;
- 2) 采用重采样与正射投影方法,基于二维中线提取密集的三维中轴点,代替三维中轴线;
- 3) 引入微元思想,确定三维中轴线任意一点处的横断面法向量,实现横断面提取。

2 三维中轴线提取

三维中轴线提取分三步进行:边界点提取、二维中线点提取、三维中轴线点提取。提取流程如图1所示。

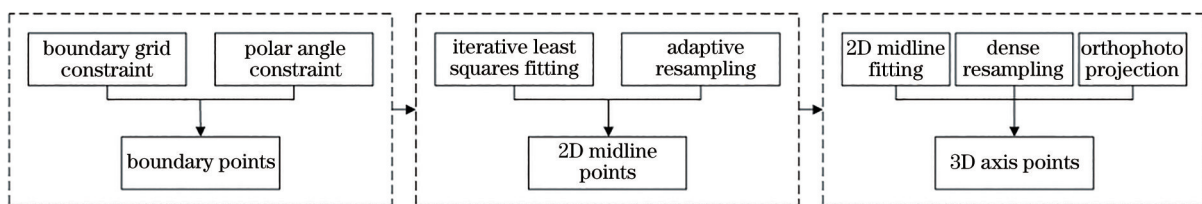


图1 三维中轴线提取流程图

Fig. 1 Flow chart of 3D axis extraction

2.1 边界点提取

2.1.1 边界格网提取

首先通过主成分分析(PCA)^[11]判断隧道点云的第一主方向,将隧道点云分别向水平面(xoy 平面)、第一主方向对应的侧面(xoz 平面或 $yozy$ 平面)投影。然后对投影点云进行基于体素栅格^[12]的精简处理,并建立二维格网索引^[13]。最后以单个非空格网为最小单元进行格网八邻域搜索,若邻域格网存在空格网,则该格网为边界格网,否则为内部格网。

2.1.2 边界点双约束提取

将隧道边界格网点云 $P_{border} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 中一点 p_i 与该点的邻域点 $p_{neighbor}$ 连线构成的相邻夹角中的最大角定义为邻域极角 θ ,设计了一种边界格网和角度双约束的边界点提取方法。如图2所示,利用k-d树对投影点云 $P_{all} = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} (m > n)$ 进行空间划分,仅遍历 P_{border} 中的点并对其进行k邻域搜索,计算每一点的邻域极角 θ_i ;设置邻域极角阈

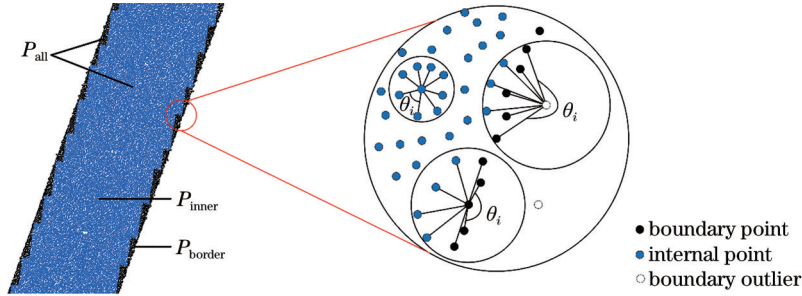


图 2 边界点提取

Fig. 2 Boundary points extraction

值区间 $(\theta_{\min}, \theta_{\max})$, 若 $\theta_{\min} < \theta_i < \theta_{\max}$, 则该点为边界点, 否则为非边界点。

2.2 二维中线提取

2.2.1 多条件约束的迭代最小二乘拟合

传统最小二乘曲线拟合对噪声敏感, 导致二维中线提取过程中边界点拟合精度降低, 因此本文采用迭代最小二乘对边界点进行拟合, 设置多个迭代条件, 保证拟合精度。步骤如下:

1) 设置三个迭代条件: 最大允许拟合均方根误差 Re_{\max} 、点到拟合曲线的最大允许距离 d_{\max} 、现有点数与初始点数的最小比值 Ra_{\min} 。其中, $d_{\max} = k \cdot Re$, k 为误差系数, Re 为拟合均方根误差。

2) 对现有点进行最小二乘曲线拟合, 计算 Re 、点到拟合曲线的距离 d_i 、现有点数与初始点数的比值 Ra_i 。

3) 若三个迭代条件均满足, 则删除 $d_i > d_{\max}$ 的

点。重复步骤 2)、3), 当不满足任何一个迭代条件时, 停止迭代, 拟合完成。

若 $Ra_i < Ra_{\min}$, 但 Re 仍大于 Re_{\max} , 则认为该组数据点不能满足预期的精度要求。

2.2.2 边界点拟合

隧道走向通常不与坐标轴方向平行, 如图 3(a) 所示, I、II、III、IV 四条边界线分别对应 $\pi/32, \pi/16, \pi/8, \pi/4$ 四个偏离角度, 且边界点在 x 轴的投影点密度依次减小, 在 y 轴的投影点密度依次增大。将四条边界线分别以 x 分量和 y 分量为自变量进行拟合, 均方根误差 (RMSE) 如图 3(b) 所示。结果表明, 同一组数据点在某一坐标轴上的投影点密度越大, 以该轴对应的坐标分量为自变量进行拟合的误差越大。因此, 为提高拟合精度, 以隧道点云第一主方向对应的坐标分量为自变量, 对边界点进行迭代最小二乘拟合。

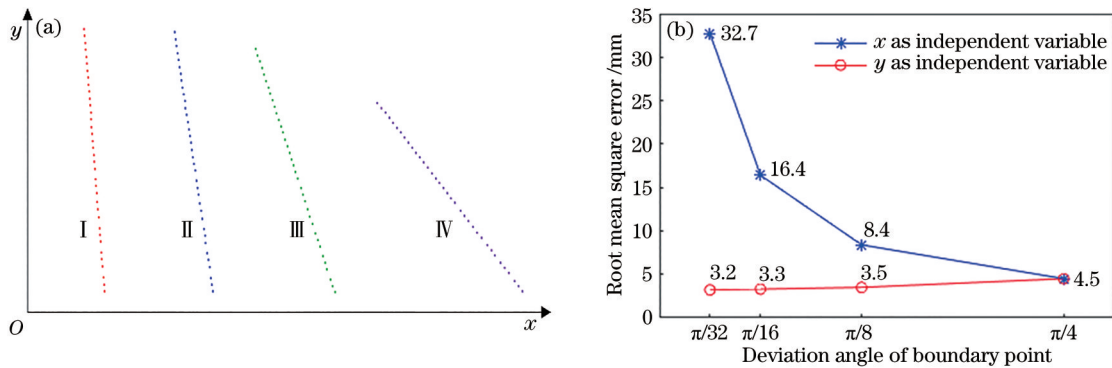


图 3 拟合精度对比。(a) 不同偏离程度的边界线; (b) 以不同分量为自变量进行拟合的均方根误差

Fig. 3 Comparison of fitting accuracy. (a) Boundary lines with different degrees of deviation; (b) root mean square error of fitting with different components as independent variable

2.2.3 二维中线提取

水平中线和侧面中线均为二维中线, 提取方法相同。首先确定重采样间距 Δs , 计算相邻采样点连线与自变量坐标轴的夹角 β ; 然后以自变量坐标增量 ΔL 作为间接采样间距, 且 $\Delta L = \Delta s \cdot \cos \beta$, 保

证采样点间距一致, 实现自适应重采样。

由于公铁隧道具有较大曲线半径, 在较短距离内可认为隧道点云投影边界互相平行, 因此将边界上一点与另一条边界上最近一点连接, 取连线中点进行最小二乘拟合, 得到隧道二维中线。对于已铺

设轨道或路面的隧道,若底部边界点云不满足迭代拟合精度要求,可将边界特征保持良好的顶部边界下移一个隧道半径的距离,代替侧面中线。

2.3 三维中轴线提取

隧道中轴线是一条空间三维曲线,难以用单一数学模型描述。因此本文以密集离散的三维中轴点代替三维中轴线, (x, y) 坐标由水平中线确定, z 坐标由侧面中线确定。如图 4 所示,以走向沿 y 轴的隧道三维中轴线提取为例,步骤如下:

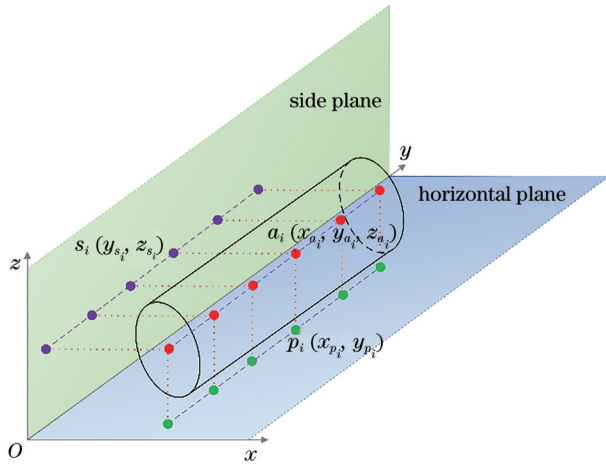


图 4 三维中轴点提取示意图
Fig. 4 Sketch of 3D axis points extraction

1) 对拟合后的水平中线进行等间距密集重采样,得到高密度的水平中线重采样点集 $P_{\text{plane}} = \{p_i(x_{p_i}, y_{p_i})\}$;

2) 以水平中线重采样点坐标 $y = y_{p_i}$ 作为侧面中线重采样的位置基准,得到侧面中线重采样点集 $P_{\text{side}} = \{s_i(y_{s_i}, z_{s_i})\}$, 其中, $y_{s_i} = y_{p_i}$;

3) 将侧面中线重采样点正射投影至水平中线所在的竖直曲面,投影光线平行于 x 轴,得到三维中轴点集 $P_{\text{axis}} = \{a_i(x_{a_i}, y_{a_i}, z_{a_i})\}$, 其中, $x_{a_i} = x_{p_i}, y_{a_i} = y_{p_i}, z_{a_i} = z_{s_i}$ 。

3 微元法提取横断面

3.1 横断面法向量

如图 5 所示, p_{i-1}, p_i, p_{i+1} 为三个相邻的三维中轴点。在水平面内, p_{i-1}, p_i, p_{i+1} 为圆弧上相邻三点, 对应三个切向量 v_{i-1}, v_i, v_{i+1} 。 p_{i-1} 与 p_{i+1} 构成向量 v , 且 $v = (x_{i+1} - x_{i-1}, y_{i+1} - y_{i-1})$ 。 n, n_1, n_2 为三点所夹的圆心角, 且 $n = n_1 + n_2$ 。由圆的几何特

性知, v_{i-1} 与 v_{i+1} 的夹角 $\langle v_{i-1}, v_{i+1} \rangle = n$ 。在竖直面内, p_{i-1}, p_i, p_{i+1} 为曲线半径无限大的圆弧上三点, w_i 为 p_i 处的切向量, p_{i-1} 与 p_{i+1} 构成向量 w , 且 $w = (y_{i+1} - y_{i-1}, z_{i+1} - z_{i-1})$ 。

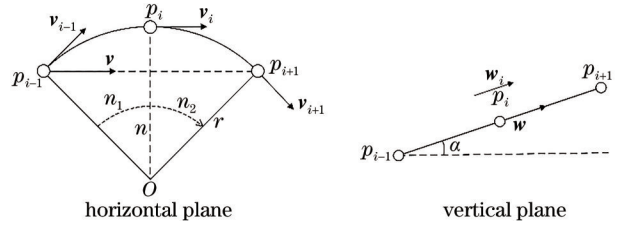


图 5 微元法求解横断面法向量
Fig. 5 Solving normal vector of cross-section by infinitesimal method

《盾构法隧道施工及验收规范》^[14]中指出,地铁隧道平面曲线半径一般不小于 300 m, 其他隧道平面曲线半径一般不小于 40 倍的盾构直径。在水平方向,当平面曲线半径 $r = 300$ m, 相邻中轴点间隔 $l = 0.5$ mm 时,由圆的弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180^\circ}$, 易知 $n = 0.69''$, v_i 趋近于 v 。同理,在竖直方向, w_i 趋近于 w 。因此,将三维中轴线分割为由三个相邻中轴点构成的微元,三维中轴线任一点处的法向量 m_i 可由该点前后两个点构成的向量 m 表示,即:

$$m_i \rightarrow m = (x_{i+1} - x_{i-1}, y_{i+1} - y_{i-1}, z_{i+1} - z_{i-1})。 \quad (1)$$

3.2 横断面提取

根据隧道三维中轴线上任一点 $p'(x', y', z')$ 处的法向量 $m_i = (A, B, C)$, 可求得对应的法平面方程:

$$Ax + By + Cz + D = 0, \quad (2)$$

其中,

$$D = -(Ax' + By' + Cz')。 \quad (3)$$

以法平面 Π 为基准面,向两侧延伸一定距离 e 实现隧道点云切片。设切片内一点 $p_0(x_0, y_0, z_0)$ 在法平面的正射投影坐标为 $p_\pi(x_\pi, y_\pi, z_\pi)$, 则由 p_0, p_π 两点构成向量为

$$p_0 p_\pi = (x_\pi - x_0, y_\pi - y_0, z_\pi - z_0)。 \quad (4)$$

根据正射投影光线互相平行且垂直于投影面的特点,易知

$$\frac{A}{x_\pi - x_0} = \frac{B}{y_\pi - y_0} = \frac{C}{z_\pi - z_0}。 \quad (5)$$

联立(2)式、(5)式可得投影变换公式:

$$\begin{cases} x_{\pi} = \frac{(B^2 + C^2)x_0 - A(By_0 + Cz_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2} \\ y_{\pi} = \frac{(A^2 + C^2)y_0 - B(Ax_0 + Cz_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2} \\ z_{\pi} = \frac{(A^2 + B^2)z_0 - C(Ax_0 + By_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2} \end{cases} \quad (6)$$

将切片点云按(6)式正射投影至法平面,实现隧道横断面提取。

4 实验与精度分析

4.1 实验数据

选取三种不同类型的隧道点云进行验证分析,

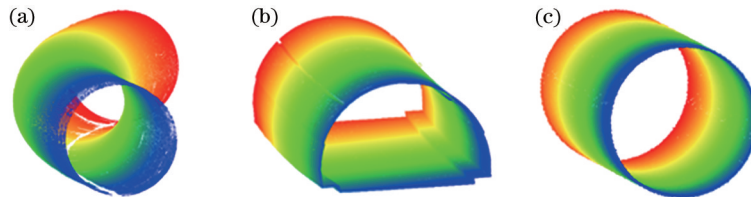


图6 实验数据。(a)数据 I ;(b)数据 II ;(c)数据 III

Fig. 6 Experimental data. (a) Data I ; (b) data II ; (c) data III

表1 主要参数设置

Table 1 Main setting parameters

Parameter	Value
$(\theta_{\min}, \theta_{\max})$	$(160^\circ, 200^\circ)$
Re_{\max} / cm	1.0
d_{\max}	$2 \cdot Re$
Ra_{\min}	80%
l / cm	0.1
e / cm	2.5

4.2 实验结果

4.2.1 边界点提取

依次对数据 I、II、III 进行边界点提取,提取结果如图 7(a)所示。传统方法通过遍历完整的投影点云进行边界点提取^[16],对于分布不均的投影点云,易

如图 6 所示。其中数据 I 为某圆形弯曲地铁隧道点云,隧道长 165.0 m,内径 5.5 m,纵坡 1.1%,共 3164547 个点;数据 II 为某马蹄形公路隧道点云,隧道长 96.5 m,内径 12.0 m,纵坡 2.86%,共 764146 个点;数据 III 为 6 组隧道模拟点云,隧道长 20.0 m,内径 10.0 m,纵坡分别为 0,1%,2%,3%,4%,5%,数据处理时均添加了均值为 0、标准差为 5 mm 的高斯噪声,每组 183080 个点。

隧道表面附着物会降低隧道变形分析的精度^[15],因此需要对隧道点云进行滤波处理,剔除隧道中的设备及不规则构件等非隧道轮廓点。对滤波后的隧道点云进行三维中轴线与横断面提取,主要参数设置如表 1。

将内部点云误判为边界点,提取结果如图 7(b)所示。两种方法进行边界点提取所需的时间以及提取边界点的数量如表 2 所示。

结果表明,本文边界点提取方法不仅避免了将内部格网点误判为边界点的情况,而且能剔除边界格网内的边界异常点,提取效率相较于传统方法提高 5~6 倍。

4.2.2 二维中线提取

选取数据 III 中纵坡为 0 的一组数据,进行二维中线提取,其真实二维中线已知。人为裁剪投影边界点云,裁剪长度为 4.2 m,模拟隧道点云边界缺失的情况。分别采用本文方法与文献[4]方法提取二维中线,提取结果如图 8 所示,本文方法提取的二维中线为直线,文献[4]方法提取的二维中线在边界

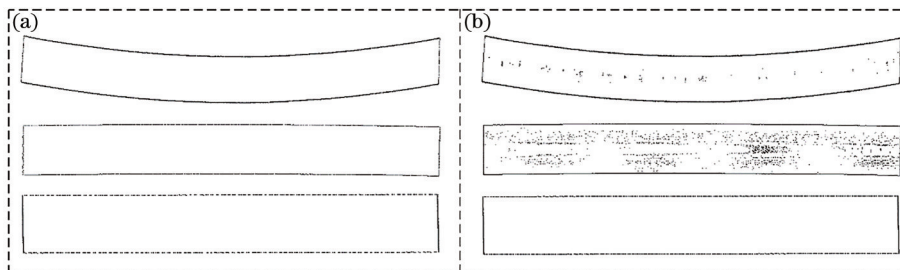


图7 两种方法提取边界点对比。(a)本文方法;(b)传统方法

Fig. 7 Comparison of boundary points extracted by two methods. (a) Our method; (b) traditional method

表 2 两种方法提取结果对比

Table 2 Comparison of extraction results of two methods

Method	Data I		Data II		Data III	
	Time /s	number	Time /s	number	Time /s	number
Our method	4.6	5154	4.2	2527	0.9	928
Traditional method	25.6	6351	26.0	4987	5.4	1090

点云缺失位置呈弯曲状。将两种方法提取的二维中线与真实二维中线对比,计算中线点的均方根误差

差 σ 、最大误差 E_{max} 、最小误差 E_{min} 、平均误差 E_{mean} ,结果如表 3 所示。

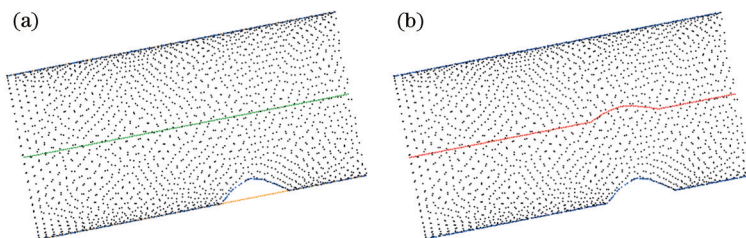


图 8 两种方法提取的二维中线对比。(a)本文方法;(b)文献[4]方法

Fig. 8 Comparison of horizontal 2D midline extracted by two methods. (a) Our method; (b) method in Ref. [4]

表 3 两种方法提取误差对比

Table 3 Comparison of extraction errors between

Error	two methods		unit: mm
	Our method	Ref. [4]	
σ	2.7	177.1	
E_{max}	4.5	571.8	
E_{min}	0.3	0.004	
E_{mean}	2.4	72.6	

结果表明,对于部分边界缺失的隧道点云,本文二维中线提取方法有较强的鲁棒性,能够保证三维中轴线的提取精度。

4.3 横断面提取精度分析

采用本文方法对数据 I、II 进行隧道三维中轴线与横断面提取,结果如图 9 所示。

分别采用三维中轴线和水平中线对数据 III 的 6 组隧道模拟点云进行横断面提取,得到断面俯视图,如图 10 所示。当纵坡为 0 时,基于三维中轴线提取的横断面与基于水平中线提取的横断面重合,俯视图均为一条直线;随着纵坡的增大,基于三维中轴线提取的横断面俯视图为长轴不变、短轴越来越大的椭圆,基于水平中线提取的横断面始终为一条直线。

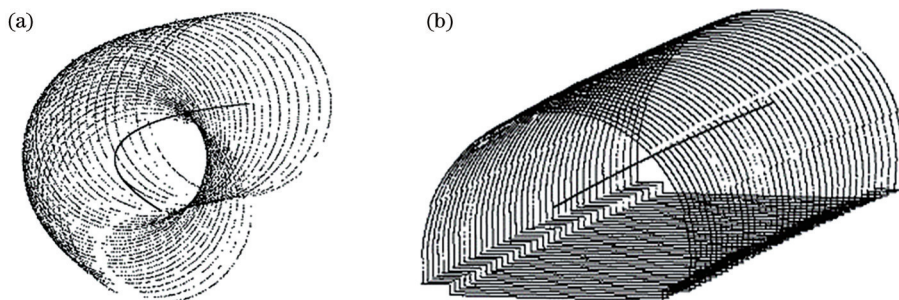


图 9 两组数据的三维中轴线与横断面提取情况。(a)数据 I;(b)数据 II

Fig. 9 Extraction of 3D central axis and cross-section of two sets of data. (a) Data I; (b) data II

图 11 为横断面提取误差示意图。短虚线为水平中线,与之正交的断面为断面 1;长虚线为三维中轴线,对应断面 2;左侧放大图为断面俯视图,短虚线为断面 1,长虚线椭圆为断面 2,实线椭圆为理论断面。其中 D 为隧道内径, f 为隧道纵坡, α 为 f 对应的

坡角; $|ao|$ 为断面 1 与理论断面的最大间距,即基于水平中线的断面最大提取误差,且 $|ao| = \frac{D}{2} \cdot f$, 与 D 和 f 的乘积成正比; $|bo|$ 为断面 1 与断面 2 的最大间距,用这两个断面点集的双向豪斯多夫距离

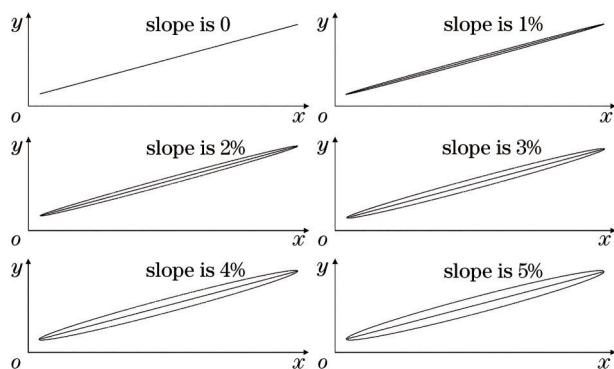


图 10 同一内径、不同纵坡下两种横断面俯视图
Fig. 10 Top view of two cross-sections with the same inner diameter and different longitudinal slopes

(Hausdorff distance)^[17]表示; $|ab|$ 为断面 2 与理论断面的最大间距, 即基于三维中轴线的断面最大提取误差, 且 $|ab| = ||ao| - |bo||$ 。

本文将横断面提取精度定义为提取断面与理

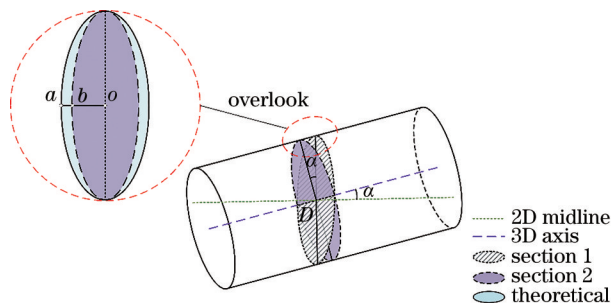


图 11 横断面提取误差示意图

Fig. 11 Sketch of cross-section extraction error

论断面的接近程度, 用断面最大提取误差占理论值的百分比 ϵ 表示, $\epsilon = \frac{|ab|}{|ao|} \times 100\%$ 。

从基于三维中轴线提取的横断面中等间隔选取 3 个断面进行精度分析, 如表 4 所示。结果表明, 在同一隧道内径下, 基于三维中轴线的断面提取误差随纵坡 f 的增加而增大, 但横断面提取误差均在 3.06% 以内。

表 4 隧道横断面提取精度分析

Table 4 Analysis of the accuracy of tunnel cross-sections extraction

f	$ ao $	Section 1			Section 2			Section 3			$\overline{ ab }/\text{mm}$
		$ bo /\text{mm}$	$ ab /\text{mm}$	$\epsilon/\%$	$ bo /\text{mm}$	$ ab /\text{mm}$	$\epsilon/\%$	$ bo /\text{mm}$	$ ab /\text{mm}$	$\epsilon/\%$	
0	0.00	0.11	0.11	/	0.10	0.10	/	0.11	0.11	/	0.11
1%	50.00	49.39	0.61	1.22	49.32	0.68	1.36	49.74	0.26	0.52	0.52
2%	100.00	98.04	1.96	1.96	98.10	1.90	1.90	98.15	1.85	1.85	1.90
3%	150.00	146.42	3.58	2.39	146.40	3.60	2.40	146.46	3.54	2.36	3.57
4%	200.00	195.81	4.19	2.10	195.96	4.04	2.02	195.96	4.04	2.02	4.09
5%	250.00	242.40	7.60	3.04	242.35	7.65	3.06	242.47	7.53	3.01	7.59

注: $\overline{|ab|}$ 表示基于三维中轴线的断面平均提取误差

5 结 论

本文以隧道三维激光点云数据为对象, 充分挖掘隧道点云空间分布特征, 提出一种高效的隧道三维中轴线和横断面提取方法。该方法首先通过边界网格和角度双约束精确提取隧道二维边界, 提取效率较传统方法提高 5~6 倍; 然后对边界点进行多条件约束的迭代最小二乘拟合, 既能有效去除噪声, 又避免了过分迭代使数据点剔除过多, 从而降低拟合精度的问题; 最后引入微元思想, 将横断面法向量的求解问题转化为相邻三个中轴点之间的问题, 能够快速有效地提取横断面, 提取误差在 3.06% 以内。通过实验, 证明了本文方法的有效性和鲁棒性, 能够为后续的隧道变形分析提供可靠依据。

参 考 文 献

- [1] Han S, Cho H, Kim S, et al. Automated and efficient method for extraction of tunnel cross sections using terrestrial laser scanned data[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2013, 27(3): 274-281.
- [2] Kang Z Z, Zhang L Q, Tuo L, et al. Continuous extraction of subway tunnel cross sections based on terrestrial point clouds[J]. Remote Sensing, 2014, 6(1): 857-879.
- [3] Cheng Y J, Qiu W G, Lei J. Automatic extraction of tunnel lining cross-sections from terrestrial laser scanning point clouds[J]. Sensors, 2016, 16(10): 1648.
- [4] Li C, Lu X P, Zhu N N, et al. Continuously extracting section and deformation analysis for subway tunnel based on LiDAR points[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2015, 44(9): 1056-1062.

- 李理, 卢小平, 朱宁宁, 等. 基于激光点云的隧道断面连续提取与形变分析方法[J]. 测绘学报, 2015, 44(9): 1056-1062.
- [5] Xie X Y, Lu X Z. Development of a 3D modeling algorithm for tunnel deformation monitoring based on terrestrial laser scanning[J]. *Underground Space*, 2017, 2(1): 16-29.
- [6] Zhang H, Li K. Application research of 3D laser scanning technology in construction monitoring of highway tunnels[J]. *Highway Engineering*, 2018, 43(4): 230-234, 268.
张慧, 李凯. 三维激光扫描技术在公路隧道施工监测中的应用研究[J]. *公路工程*, 2018, 43(4): 230-234, 268.
- [7] Jing H F, Li G Y, Wang L, et al. Research on extracting central axis of tunnel based on multi-segment cylinder fitting[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2018, 38(2): 211-215, 220.
荆海峰, 李广云, 王力, 等. 基于圆柱多段拟合的隧道中轴线提取方法研究[J]. *大地测量与地球动力学*, 2018, 38(2): 211-215, 220.
- [8] Ministry of Transport of the People's Republic of China. Technical standard of highway engineering. JTG B01—2014[S]. Beijing: China Communications Press, 2015.
中华人民共和国交通运输部. 公路工程技术标准 JTG B01—2014[S]. 北京: 人民交通出版社, 2015.
- [9] Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. National Standard (Mandatory) of the People's Republic of China: code for design of metro. GB 50157—2013[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2014.
中华人民共和国住房和城乡建设部. 中华人民共和国国家标准: 地铁设计规范 GB 50157—2013[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2014.
- [10] Zhang Z G, Hu J P, Liu H Z, et al. Study of the maximum longitudinal gradient of underwater highway tunnels[J]. *Modern Tunnelling Technology*, 2013, 50(4): 8-14.
张志刚, 胡金平, 刘洪洲, 等. 水下公路隧道最大纵坡取值研究[J]. *现代隧道技术*, 2013, 50(4): 8-14.
- [11] Jolliffe I T, Cadima J. Principal component analysis: a review and recent developments[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2016, 374(2065): 20150202.
- [12] Hu Y W, Wang J J, Fan Y Y, et al. LiDAR-based three-dimensional modeling and volume calculation for space objects[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(5): 0510001.
胡燕威, 王建军, 范媛媛, 等. 基于激光雷达的空间物体三维建模与体积计算[J]. *中国激光*, 2020, 47(5): 0510001.
- [13] Zhu L, Deng X S, Xing C B, et al. Moving surface filtering algorithm based on multilevel seed point optimization[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(17): 172801.
朱磊, 邓兴升, 邢承滨, 等. 基于多级种子点优化的移动曲面滤波算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(17): 172801.
- [14] Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. National Standard (Mandatory) of the People's Republic of China: code for construction and acceptance of shield tunnelling method. GB 50446—2017[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2017.
中华人民共和国住房和城乡建设部. 中华人民共和国国家标准: 盾构法隧道施工及验收规范 GB 50446—2017[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2017.
- [15] Cao G P, Liu X S, Liu N, et al. Segmentation of subway tunnel wall surface objects based on laser 3D point cloud[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(21): 2110001.
曹桂萍, 刘行思, 刘念, 等. 基于激光三维点云分割地铁隧道壁表面物体[J]. *光学学报*, 2020, 40(21): 2110001.
- [16] Xu F, Tian M Y, Yu J Y, et al. Global cross section extraction and deformation analysis of tunnels based on their horizontal centerlines[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2020, 39(11): 2296-2307.
徐飞, 田茂义, 俞家勇, 等. 基于隧道水平中线的全局断面提取及形变分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2020, 39(11): 2296-2307.
- [17] Aspert N, Santa-Cruz D, Ebrahimi T. MESH: measuring errors between surfaces using the Hausdorff distance[C]//*Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia and Expo*, August 26-29, 2002, Lausanne, Switzerland. New York: IEEE Press, 2002: 705-708.