# 激光与光电子学进展

# 基于消光法反演单分散Au-Ag合金 纳米球的粒径和浓度

郑玉霞<sup>1,2</sup>,帕尔哈提江·吐尔孙<sup>1,2\*</sup>,热米莱·阿卜来提<sup>1,2</sup>,马登攀<sup>1,2</sup>,程龙<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>新疆师范大学物理与电子工程学院,新疆 乌鲁木齐 830054; <sup>2</sup>新疆矿物发光材料及其微结构重点实验室,新疆 乌鲁木齐 830054

摘要 基于 Mie 理论分析单分散 Au-Ag 合金纳米球消光特性随粒径和波长的变化情况。在理论计算中,根据金属 纳米颗粒中自由电子平均自由程的缩短效应对 Au-Ag 合金纳米颗粒的介电函数进行修正。基于消光特性提出了 三种确定粒径和浓度的拟合公式,包括共振波长法、双波长消光法和改进的双波长消光法。结果表明,只要测得颗 粒的消光谱,就能利用拟合公式反演颗粒的粒径和浓度。此外,对比三种方法的灵敏度和粒径范围发现,相比其他 方法,共振波长法的原理更简单、速度更快。

关键词 散射; Mie 理论; 消光法; Au-Ag 合金纳米球; 局域表面等离激元共振; 反演
 中图分类号 O436.2 文献标志码 A doi: 10.3788/LOP202259.0729001

# Particle Size and Concentration of Monodisperse Au-Ag Alloy Nanospheres Retrieved by Light Extinction Method

Zheng Yuxia<sup>1,2</sup>, Tuersun Paerhatijiang<sup>1,2\*</sup>, Abulaiti Remilai<sup>1,2</sup>, Ma Dengpan<sup>1,2</sup>, Cheng Long<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>School of Physics and Electronic Engineering, Xinjiang Normal University, Urumqi, Xinjiang 830054, China; <sup>2</sup>Key Laboratory of Mineral Luminescent Material and Microstructure of Xinjiang, Urumqi, Xinjiang 830054, China

**Abstract** Variation of light extinction properties of monodisperse Au-Ag alloy nanospheres with particle size and wavelength are analyzed based on Mie theory. In the theoretical calculations, the dielectric function of Au-Ag alloy nanoparticles is corrected for the effect of the reduced mean free path of the free electrons in metal nanoparticles. Three fitting equations for determining particle size and concentration methods based on the extinction properties are proposed in this paper, including resonance wavelength method, dual-wavelength extinction method, and improved dual-wavelength extinction method. The results show that as long as the extinction spectrum of the particles is measured, the particle size and concentration can be retrieved by using the fitting equations. In addition, comparing the sensitivity and the particle size range of three methods are found that the resonance wavelength method is easier and faster than other methods.

**Key words** scattering; Mie theory; light extinction method; Au-Ag alloy nanospheres; localized surface plasmon resonance; retrieval

1引言

纳米材料是纳米科技发展的重要基础,当颗粒

的粒径在纳米量级时会表现出独特的光学性质。 金属纳米颗粒与入射光相互作用会产生局域表面 等离激元共振(LSPR)现象<sup>[1]</sup>。在共振波长处,金属

收稿日期: 2021-07-13; 修回日期: 2021-07-23; 录用日期: 2021-07-28

**基金项目**:国家自然科学基金(11764042)、新疆维吾尔自治区自然科学基金(2021D01A116)、新疆矿物发光材料及其微结构重点实验室招标课题(KWFG2003)

通信作者: \*ptuersun@163.com

纳米颗粒会对入射光产生强烈的吸收和散射,在多 个领域中得到了广泛应用,如生物成像<sup>[2]</sup>、光热治 疗<sup>[3]</sup>、表面增强拉曼散射(SERS)<sup>[4]</sup>、生物传感与 检测<sup>[5-6]</sup>。

近年来,随着研究的逐渐深入,Au-Ag合金纳 米颗粒已经成为纳米材料研究的热门对象之一。 Au纳米颗粒具有良好的化学稳定性和生物相容性, Ag纳米颗粒则具有较高的折射率灵敏度和 SERS 活性,综合两种材料优势的Au-Ag合金纳米颗粒引 起了人们的广泛关注。用共还原法、晶体生长法、 置换反应法、微波加热法等合成方法可以制备出不 同尺寸和形状的Au-Ag合金纳米颗粒<sup>[7]</sup>。研究人员 发现,Au-Ag合金纳米颗粒相比其单金属纳米颗粒 有着更加独特的优良性质,如:Au-Ag合金纳米颗 粒的太阳光热转化效率高于纯Au纳米颗粒<sup>[8]</sup>;中空 Au-Ag合金纳米颗粒能显示出更好的抗氧化性<sup>[9]</sup>; Au-Ag合金纳米骨则表现出更高的比表面积和更 好的导电性<sup>[10]</sup>。Au-Ag合金纳米颗粒的LSPR调控 与多种因素有关,其中最重要的是颗粒的粒径和浓 度<sup>[11-12]</sup>。因此,需要采取有效的手段对Au-Ag合金 纳米颗粒的粒径和浓度进行准确测量。常用的测 量方法有电子显微镜观察法、动态光散射(DLS) 法、消光法<sup>[13]</sup>。用显微镜观察颗粒时能得到直观、 可靠的测量结果,但成本高、耗时长;DLS法具有速 度快、成本低及对颗粒原有状态无干扰的优点,能 测量球形颗粒,也适用于非球形颗粒的测量(将其 粒径近似等效为球形颗粒的粒径),但显微镜观察 法和DLS方法都不能测量颗粒浓度。消光法是一 种简单、快速及低成本的光学测量方法,可用于测 量颗粒的粒径和浓度,但具有一定的局限性,即被 测颗粒的浓度不能太高。

人们已经将消光法用于反演单分散 Au纳米颗 粒的粒径和浓度<sup>[14-15]</sup>、多分散 Au纳米球的粒径分布 和浓度<sup>[16]</sup>,但目前对 Au-Ag合金纳米球粒径和浓度 的消光法研究较少。因此,本文利用消光法反演单 分散 Au-Ag合金纳米球的粒径和浓度,为实验提供 理论指导。针对单分散 Au-Ag合金纳米球粒径和 浓度的测量问题,基于消光谱提出了共振波长法、 双波长消光法以及改进的双波长消光法,给出了粒 径和浓度的计算公式,并对这三种方法进行定量对 比分析。该研究为单分散 Au-Ag合金纳米球粒径 和浓度的表征提供了一种新方法。

# 2 理论方法

#### 2.1 消光法

一束光穿过含有颗粒的介质时,会产生散射和 吸收作用,使穿过颗粒的光强受到衰减,如图1所 示。其中,I,与I,分别为光束穿过颗粒介质后的光强 与穿过颗粒介质前的光强,L为光束在颗粒介质中 传播的路程即光程。



图1 颗粒介质的消光示意图

Fig. 1 Schematic of light extinction of particle medium

由比尔-朗伯(Beer-Lambert)定律<sup>[17]</sup>得到透过 率*T*为

$$T = I_t / I_i = \exp(-\tau L), \qquad (1)$$

$$\tau = NC_{\text{ext}}(\lambda, D, n_{\text{p}}, n_{\text{m}}), \qquad (2)$$

式中, τ 为单分散球形颗粒中颗粒介质的浊度, N 为 颗粒浓度即单位体积内的颗粒数, 单个颗粒的消光 截面 C<sub>ext</sub>为入射光在真空中的波长 λ、被测颗粒粒径 D、颗粒折射率 n<sub>p</sub>和周围介质折射率 n<sub>m</sub>的函数, 可由 Mie 理论<sup>[18]</sup>进行求解。比尔-朗伯定律描述的是光 束穿过颗粒介质时的衰减规律, 为颗粒粒径和浓度 的反演提供了理论依据。吸光度 A 能反映光束穿 过颗粒介质时的衰减程度<sup>[16]</sup>, 可表示为

$$A = \log_{10}(I_{\rm i}/I_{\rm t}) = \log_{10}(1/T) = \frac{LN}{\ln(10)} C_{\rm ext}(\lambda, D, n_{\rm p}, n_{\rm m})_{\circ}$$
(3)

#### 2.2 消光截面的计算

Mie 理论是研究球形纳米颗粒光学特性的重要 理论,多数研究中已经对其进行了详细描述并给出 了公式推导<sup>[19-21]</sup>。球形纳米颗粒的消光截面 C<sub>ext</sub>可 表示为

$$C_{\text{ext}} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re}(a_n + b_n), \qquad (4)$$

式中, $k = 2\pi n_m / \lambda$ 为波数, $\lambda$ 为波长, $a_n \pi b_n$ 为散射系数,n为散射系数的阶数。计算消光截面时纳米颗粒的折射率可以由介电函数  $\epsilon$ 计算得到,即 $n = \sqrt{\epsilon}$ 。

#### 研究论文

Rioux 等<sup>[22]</sup>建立的合金介电函数模型能通过 Mie 理论预测并反演得到合金纳米颗粒的消光谱, 且反演光谱与实验光谱的一致性较高。该模型包

括 Drude 项和两个临界点,且与光频率和合金成分 有关。考虑到粒径和合金比例对介电函数的影响, 将合金纳米颗粒的介电函数表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{\omega}} - \frac{\left[\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{x})\right]^{2}}{\boldsymbol{\omega}^{2} + \mathrm{i}\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{x})} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{CP1}}\left[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}_{01}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}_{g1}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\Gamma}_{1}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{A}_{1}(\boldsymbol{x})\right] + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{CP2}}\left[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}_{02}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\Gamma}_{2}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{A}_{2}(\boldsymbol{x})\right], (5)$$

式中, $\omega$ 为入射光频率,x为合金介电函数 $\varepsilon$ 中Au的 摩尔分数,1-x为Ag的摩尔分数, $\varepsilon_{\infty}$ 为自由电子从 高能级跃迁的贡献, $\omega_{p}$ 为等离子体频率, $\Gamma_{p}$ 为自由电 子的阻尼系数(碰撞频率), $\varepsilon_{CP1}$ 、 $\varepsilon_{CP2}$ 分别为两个临界 点处的介电函数, $\omega_{01}$ 、 $\omega_{02}$ 分别为两个临界点处的跃 迁阈值, $\omega_{g1}$ 为临界点处的跃迁空隙, $\Gamma_{1}$ 、 $\Gamma_{2}$ 分别为两 个临界点处的阻尼系数, $A_{1}$ 、 $A_{2}$ 分别为两个临界点 处的振幅参数。

(5)式中的每个参数都与合金成分相关,任意 Au摩尔分数合金等离子体的频率可表示为

$$\omega_{p}(x) = x^{2} (2\omega_{pAu} - 4\omega_{pAuAg} + 2\omega_{pAg}) + x(-\omega_{pAu} + 4\omega_{pAuAg} - 3\omega_{pAg}) + \omega_{pAg},$$
(6)

式中,  $\omega_{pAu}$ 、 $\omega_{pAu}$ ,  $\omega_{pAuAg}$ 分别为纯Au、纯Ag和等摩尔 分数Au-Ag合金纳米颗粒的等离子频率。不同摩 尔分数Au-Ag合金的折射率不同, 当Ag的摩尔分 数增大时, Au-Ag合金的折射率增大、灵敏度提高; 当Au的摩尔分数增大时, Au-Ag合金的折射率减 小、灵敏度降低。为了更好地反演Au-Ag合金纳米 球的粒径和浓度, 在理想情况(Au-Ag合金纳米球 完全混合情况)下得到等摩尔分数比例的Au-Ag合 金。上述介电函数模型中, 利用遗传算法对多组实 验测量数据进行拟合, 得到模型中的未知参数, 拟 合参数如表1所示。

金属纳米颗粒中自由电子的碰撞频率 $\Gamma_p$ 与自

表1 Au-Ag合金介电函数的拟合参数 Table 1 Fitted parameters of the dielectric function of

Au-Ag alloy					
Metal	Au	Au-Ag	Ag		
$\omega_{ m p}/{ m eV}$	8.9234	9.0218	8.5546		
$\Gamma_{ m p}/{ m eV}$	0.042389	0.16713	0.022427		
$\varepsilon_{\infty}$	2.2715	2.2838	1.7381		
$\omega_{ m g1}/{ m eV}$	2.6652	3.0209	4.0575		
$\omega_{\scriptscriptstyle 01}/{ m eV}$	2.3957	2.7976	3.9260		
$\Gamma_{1}/\mathrm{eV}$	0.1788	0.18833	0.017723		
$A_1$	73.251	22.996	51.217		
$\omega_{\scriptscriptstyle 02}/{ m eV}$	3.5362	3.3400	4.1655		
$\Gamma_{_2}/\mathrm{eV}$	0.35467	0.68309	0.18819		
$A_2$	40.007	57.540	30.770		

由电子的平均自由程有关,同理,Au-Ag合金纳米 颗粒中Γ<sub>p</sub>也受自由电子平均自由程的影响。因此, 可将合金纳米颗粒的介电函数<sup>[23]</sup>修正为

$$\Gamma_{\rm p} = \Gamma_{\rm p-Bulk} + \alpha \frac{h v_{\rm f}}{L_{\rm eff}},\tag{7}$$

式中, Γ<sub>p.Buk</sub>为体相材料的阻尼系数,可由拟合参数 计算得到, α为无量纲参数,通常认为接近于1(实验 中取1), h为普朗克常数, v<sub>f</sub>为自由电子的费米速 率, 对于Au-Ag合金取1×10<sup>6</sup> m/s<sup>[22]</sup>, L<sub>eff</sub>为有效的 自由电子平均自由程即纳米颗粒的粒径<sup>[24]</sup>。实验 中单分散Au-Ag合金纳米球的周围介质为水,其折 射率<sup>[25]</sup>在室温(20℃)下可表示为

$n_{\rm m}^2 = 1 + \cdot$	$\frac{0.5684027565\lambda^2}{\lambda^2 - 0.005101829712} +$	$-\frac{0.1726177391\lambda^2}{\lambda^2-0.01821153936}-$	$+\frac{0.02086189578\lambda^2}{\lambda^2-0.02620722293}+$	$-\frac{0.1130748688\lambda^2}{\lambda^2-10.69792721}, (8)$

式中,波长λ的适用范围为0.182~1.129 µm。

## 3 结果与讨论

基于 Mie 理论,获得单分散 Au-Ag 合金纳米球 在可见光范围内的吸光度,采取共振波长法、双波 长消光法以及改进的双波长消光法得到单分散 Au-Ag 合金纳米球的粒径计算公式,并通过吸光度 公式推出颗粒浓度。为了定量对比三种方法的精 度,定义灵敏度S为拟合数据纵坐标变化量Δy与粒 径变化量ΔD比值的绝对值,即

$$S = \left| \Delta y / \Delta D \right|_{\circ} \tag{9}$$

## 3.1 共振波长法

为了研究粒径对消光谱的影响,基于(3)式模 拟出单分散Au-Ag合金纳米球的消光谱。对不同 粒径的Au-Ag合金纳米球,用吸光度在可见光范围 内的峰值对消光谱进行归一化,结果如图2所示。 其中,粒径D从20 nm增加到120 nm,步长为20 nm。

#### 研究论文

第 59 卷 第 7 期/2022 年 4 月/激光与光电子学进展

可以发现,在400~600 nm之间的可见光范围内能 清晰看出共振峰,消光谱明显依赖于颗粒的粒径, 并随粒径 D 的增加逐渐红移。在可见光光谱范围 内,当粒径为20 nm 时,共振峰对应的共振波长为 454.5 nm;当粒径为120 nm 时,共振峰对应的共振 波长为555.8 nm,即共振峰的共振波长红移了 101.3 nm。在紫外线光谱200~300 nm范围之间也 明显出现了共振峰,且随着粒径的增加,共振峰对 应的共振波长也产生了红移。原因是当颗粒的粒 径逐渐增大时,电子运动周期也随之增大,振动频 率则逐渐减小,导致共振频率减小、共振波长 增大。





上述结论表明,在可见光范围内单分散Au-Ag 合金纳米球的粒径与共振波长存在对应关系。因 此,可以用共振波长法反演颗粒的粒径。为了进一 步获得粒径与共振波长之间的关系,以间隔为2 nm 计算出20~120 nm 粒径范围内Au-Ag合金纳米球 在可见光范围内的共振波长,结果如表2所示。可 见光范围内纳米颗粒的共振波长λres可通过测量得 到,即利用粒径与共振波长之间的一一对应关系, 能快速反演单分散Au-Ag合金纳米球的粒径。由 于表2的数据无法反演20~120 nm之间全部的粒径 值,因此,给出了粒径与共振波长之间的对应变化 曲线,结果如图3所示。

当单分散Au-Ag合金纳米球的粒径从20nm递 增到120nm时,共振波长随粒径的增大非线性快速 增加,且变化曲线满足多项式拟合关系,可表示为

 $\lambda_{\text{res}}(D) = \lambda_0 + f_1 D + f_2 D^2$ , (10) 式中,拟合参数  $\lambda_0 = 453.02157, f_1 = -0.08615, f_2 =$ 

表2 个问私位单分散Au-Ag合金纳不均的共振彼1
---------------------------

Table 2Resonance wavelengths of monodisperse Au-Agalloy nanospheres with different particle sizesunit: nm

D	$\lambda_{ m res}$	D	$\lambda_{ m res}$	D	$\lambda_{ m res}$
20	454.5	54	471.2	88	506.2
22	455.0	56	472.7	90	508.8
24	455.5	58	474.4	92	511.5
26	456.1	60	476.1	94	514.2
28	456.8	62	477.8	96	517.0
30	457.5	64	479.6	98	519.8
32	458.3	66	481.5	100	522.7
34	459.1	68	483.5	102	525.7
36	460.1	70	485.5	104	528.8
38	461.0	72	487.5	106	531.9
40	462.1	74	489.7	108	535.1
42	463.2	76	491.9	110	538.3
44	464.3	78	494.1	112	541.7
46	465.6	80	496.4	114	545.1
48	466.9	82	498.8	116	548.6
50	468.2	84	501.2	118	552.1
52	469.7	86	503.7	120	555.8



图 3 单分散 Au-Ag 合金纳米球的共振波长随粒径的 变化曲线

Fig. 3 Variation curve of resonance wavelength with particle size of monodisperse Au-Ag alloy nanospheres

0.00784。由(10)式得到粒径随共振波长变化的关 系为

$$D(\lambda_{\rm res}) = \frac{-f_1 + \sqrt{f_1^2 - 4f_2(\lambda_0 - \lambda_{\rm res})}}{2f_2} \,. \tag{11}$$

由(11)式可知,只要测量出单分散Au-Ag合金 纳米球在可见光范围内的吸光度,并找出吸光度最 大值对应的共振波长,就能反演得到纳米颗粒的粒 径。获得粒径后,通过Mie理论求解消光截面C<sub>ext</sub>, 得到的颗粒浓度N为

$$N = \frac{\ln(10)A(\lambda_{\rm res})}{LC_{\rm ext}(\lambda_{\rm res}, D, n_{\rm p}, n_{\rm m})^{\circ}}$$
(12)

#### 3.2 双波长消光法

为了实现双波长消光法,首先需要选择两个适 当的波长λ<sub>1</sub>和λ<sub>2</sub>,这两个波长的吸光度比值可表 示为

$$R_{\lambda_1,\lambda_2} = A_{\lambda_1} / A_{\lambda_2 \circ} \tag{13}$$

已有研究结果表明,一些纳米颗粒的吸光度不 佳,原因是存在少量扁平颗粒或颗粒聚集体<sup>[26]</sup>。因 此,应从靠近LSPR峰的周围选择两个适当波长 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ ,以更好地反映峰值位置。在400~600 nm之 间,Au-Ag合金纳米球共振峰的共振波长红移变化 明显且共振波长随粒径的变化而变化。因此,选择 400 nm与600 nm附近的两个适当波长,以表征粒 径为20~120 nm之间的Au-Ag合金纳米球。关于 粒径D, $R_{\lambda_1,\lambda_2}$ 函数曲线要满足单调关系,即 $R_{\lambda_1,\lambda_2}$ 函 数可以确定Au-Ag合金纳米球的粒径范围。

综合考虑上述条件,将入在3个波长范围内取 值,分别为350~450 nm、450~550 nm 和550~ 650 nm, 步长均为 20 nm, 将 λ<sub>2</sub>分别固定为 400 nm 和 600 nm,两个不同波长对应的吸光度比值随粒径的 变化情况如图4、图5所示。可以发现:当λ2固定为 400 nm, λ, 从 350 nm 增加到 550 nm 时, 变化曲线可 反演的粒径范围和单调性程度均明显增大,如 图 4(a)、图 4(b)所示;当λ<sub>1</sub>从 550 nm 增加到 650 nm 时,变化曲线可反演的粒径范围和单调性程度均明 显减小,如图4(c)所示。数值计算得到λ,为400 nm 时,反演粒径范围最大、曲线单调性最优的是 550 nm/400 nm 这一组对应波长吸光度的比值变化 曲线。当λ<sub>2</sub>固定为600 nm, λ<sub>1</sub>从350 nm 增加到 450 nm时,变化曲线可反演的粒径范围缓慢减小, 曲线单调性逐渐增大,如图 5(a)所示;当λ<sub>1</sub>从 450 nm 增加到550 nm时,变化曲线可反演的粒径范围明显 减小,曲线也逐渐趋于平缓,如图 5(b)所示;当λ,从 550 nm 增加到 650 nm 时, 变化曲线可反演的粒径范



图 4 λ<sub>2</sub>固定为 400 nm 时两个不同波长对应吸光度的比值随粒径的变化曲线。(a) λ<sub>1</sub>的范围为 350~450 nm;(b) λ<sub>1</sub>的范围为 450~550 nm;(c) λ<sub>1</sub>的范围为 550~650 nm

Fig. 4 Variation curve of absorbance ratio of two different wavelengths with particle size,  $\lambda_2$  ranges fixed at 400 nm. (a)  $\lambda_1$  ranges from 350-450 nm; (b)  $\lambda_1$  ranges from 450-550 nm; (c)  $\lambda_1$  ranges from 550-650 nm



图 5 λ<sub>2</sub>固定为 600 nm 时两个不同波长对应吸光度的比值随粒径的变化曲线。(a) λ<sub>1</sub>的范围为 350~450 nm;(b) λ<sub>1</sub>的范围为 450~550 nm;(c) λ<sub>1</sub>的范围为 550~650 nm

Fig. 5 Variation curve of absorbance ratio of two different wavelengths with particle size,  $\lambda_2$  ranges fixed at 600 nm. (a)  $\lambda_1$  ranges from 350-450 nm; (b)  $\lambda_1$  ranges from 450-550 nm; (c)  $\lambda_1$  ranges from 550-650 nm

#### 研究论文

围明显减小,曲线逐渐趋于水平,如图 5(c)所示。数 值计算得到 $\lambda_2$ 为 600 nm时,反演粒径范围最大、曲 线单调性最优的是 450 nm/600 nm 这一组对应波长 吸光度的比值变化曲线。对比图 4、图 5 的两组最优 变化曲线,确定的最佳反演曲线 $R_{\lambda_1,\lambda_2}$ 对应的两个波 长为 450 nm/600 nm。

考虑 R<sub>λ1,λ2</sub>函数的粒径范围和单调性程度,选择的最佳波长组合为450 nm/600 nm,采用非线性拟合得到表征 Au-Ag 合金纳米球的粒径范围如图 6 所示。可以发现,曲线呈非线性递减趋势,在该范围内, R<sub>λ1,λ2</sub>函数曲线与粒径D具有较好的单调关系。



图 6 单分散 Au-Ag 合金纳米球在两个固定波长处吸光度 比值随粒径的变化曲线及拟合曲线

Fig. 6 Variation curve and fitted curve of the absorbance ratio with particle size of monodisperse Au-Ag alloy nanospheres at two fixed wavelengths

图 6 中拟合公式曲线与仿真变化曲线的一致性 较好,且拟合得到的粒径范围为 29~120 nm。非线 性拟合得到的拟合结果可表示为

$$R_{450\,\text{nm,}\,600\,\text{nm}}(D) = m_0 + \frac{m_3}{m_2\sqrt{\pi/2}} \times \exp\left[-2\left(\frac{D-m_1}{m_2}\right)^2\right], \quad (14)$$

式中,拟合参数 $m_0 = 0.86409, m_1 = 24.62932,$  $m_2 = 52.03307, m_3 = 1029.9344$ 。由(14)式得到 粒径与两个不同波长处吸光度比值 $R_{\lambda_1,\lambda_2}$ 函数的表 达式为

$$D(R_{450 \text{ nm}, 600 \text{ nm}}) = m_1 + m_2 \sqrt{-\frac{1}{2} \ln \left[\frac{(R_{450 \text{ nm}, 600 \text{ nm}} - m_0) m_2 \sqrt{\pi/2}}{m_3}\right]_{\circ} (15)$$

通过测量单分散球形 Au-Ag 合金纳米球在可见光范围内的吸光度,并求出对应波长吸光度的比值  $R_{\lambda_1,\lambda_2}$ 函数,就可以利用(15)式反演确定纳米颗粒的粒径。颗粒浓度 N可表示为

$$N = \frac{\ln(10)A(\lambda_1)}{LC_{\text{ext}}(\lambda_1, D, n_{\text{p}}, n_{\text{m}})} = \frac{\ln(10)A(\lambda_2)}{LC_{\text{ext}}(\lambda_2, D, n_{\text{p}}, n_{\text{m}})^{\circ}}$$
(16)

#### 3.3 改进的双波长消光法

对双波长消光法进行改进,建立测量吸光度A 的两个适当波长,共振波长λ<sub>res</sub>和固定波长λ<sub>2</sub>对应的 吸光度比值可表示为

$$R_{\lambda_{\rm res},\lambda_2} = A_{\lambda_{\rm res}} / A_{\lambda_2}, \qquad (17)$$

式中,共振波长 $\lambda_{res}$ 的范围取为400~600 nm,步长为 1 nm;粒径 D 的取值范围为20~120 nm,步长为 1 nm。固定波长 $\lambda_2$ 在350~450 nm、450~550 nm和 550~650 nm范围内取值,步长为20 nm时,共振波 长 $\lambda_{res}$ 与一个固定波长 $\lambda_2$ 的比值即 $R_{\lambda_{res},\lambda_2}$ 如图7所示。 可以发现:当 $\lambda_2$ 从350 nm增加到450 nm时, $R_{\lambda_{res},\lambda_2}$ 函 数变化曲线先增大后减小,可反演的粒径范围逐渐 增大,如图7(a)所示;当 $\lambda_2$ 从450 nm增加到550 nm 时, $R_{\lambda_{res},\lambda_2}$ 函数变化曲线单调性增大,可反演的粒径 范围也明显增大,如图7(b)所示;当 $\lambda_2$ 从550 nm增 加到650 nm时, $R_{\lambda_{res},\lambda_2}$ 函数变化曲线的单调性明显 增大,可反演的粒径范围也明显增大,如图7(c)所 示。因此,通过数值计算得到 $R_{\lambda_{res},\lambda_2}$ 函数可反演的 粒径范围与单调性程度最佳的波长组合为  $\lambda_{res}/650$  nm。

吸光度比值λ<sub>res</sub>/650 nm 的变化曲线呈非线性递 减的趋势,因此,用非线性拟合得到拟合曲线,反演 得到的粒径范围为 30~120 nm,如图 8 所示。反演 拟合得到的粒径表达式为

$$R_{\lambda_{\rm res}, 650\,\rm nm}(D) = R_0 + \frac{R_3}{R_2 \sqrt{\frac{\pi}{2}}} \exp\left[-2\left(\frac{D-R_1}{R_2}\right)^2\right],$$
(18)

式中, 拟合参数 $R_0 = 1.51555$ ,  $R_1 = 27.90489$ ,  $R_2 = 59.95125$ ,  $R_3 = 2085.03558$ 。由(18)式得到 粒径和共振波长与650 nm 波长处吸光度比值 $R_{\lambda_{res},\lambda_2}$ 的表达式为



图 7 共振波长处与波长 λ<sub>2</sub>处吸光度的比值随粒径的变化曲线。(a) λ<sub>2</sub>的范围为 350~450 nm;(b) λ<sub>2</sub>的范围为 450~550 nm; (c)λ<sub>2</sub>的范围为 550~650 nm

Fig. 7 Variation curve of the absorbance ratio of resonance wavelength to wavelength  $\lambda_2$  with particle size. (a)  $\lambda_2$  ranges from 350–450 nm; (b)  $\lambda_2$  ranges from 450–550 nm; (c)  $\lambda_2$  ranges from 550–650 nm



图 8 单分散 Au-Ag 合金纳米球在共振波长与 650 nm 波长 处吸光度比值随粒径的变化曲线及拟合曲线

Fig. 8 Variation curve and fitted curve of the ratio of absorbance at resonance wavelength to 650 nm wavelength with particle size of monodisperse Au-Ag alloy nanospheres

$$D\left(R_{\lambda_{\text{res}},650\,\text{nm}}\right) = R_1 + R_2 \left[ -\frac{1}{2} \ln \left[ \frac{\left(R_{\lambda_{\text{res}},650\,\text{nm}} - R_0\right) R_2 \sqrt{\frac{\pi}{2}}}{R_3} \right]_{\circ} \quad (19)$$

由(19)式可知,通过测量单分散Au-Ag合金纳 米球在可见光范围内的吸光度,即找出共振波长处 的吸光度与特定波长下的吸光度,并计算两个吸光 度的比值即 *R*<sub>λms,λ2</sub>函数,就能反演确定纳米颗粒的 粒径。颗粒浓度 *N*可表示为

$$N = \frac{\ln(10)A(\lambda_{\rm res})}{LC_{\rm ext}(\lambda_{\rm res}, D, n_{\rm p}, n_{\rm m})} = \frac{\ln(10)A(\lambda_2)}{LC_{\rm ext}(\lambda_2, D, n_{\rm p}, n_{\rm m})^{\circ}}$$
(20)

综上所述,双波长消光法和改进的双波长消光 法要考虑拟合的单调性,粒径的下限分别为29 nm 和30 nm。对于共振波长法而言,粒径和消光谱的 频移是严格单调的,因此,可反演20 nm以下的粒 径。由于本研究采用的是Drude-Lorentz模型,对于 小于10 nm粒径颗粒的反演结果不准确,因此,对最 小粒径10 nm再次进行拟合实验,以验证该模型的 准确性。

通过粒径与共振波长之间严格的单调关系,可 得到最小粒径与共振波长之间对应数据的变化曲 线以及多项式拟合曲线,如图9所示。拟合曲线可 表示为

$$\lambda_{\rm res}(D) = \lambda_1 + f_3 D + f_4 D^2, \qquad (21)$$

式中,拟合参数 $\lambda_1 = 453.13267, f_3 = -0.08934,$  $f_4 = 0.00786$ 。最小粒径与颗粒浓度可表示为

$$D(\lambda_{\rm res}) = \frac{-f_3 + \sqrt{f_3^2 - 4f_4(\lambda_1 - \lambda_{\rm res})}}{2f_4}, \quad (22)$$

$$N = \frac{\ln(10) A(\lambda_{\rm res})}{LC_{\rm ext}(\lambda_{\rm res}, D, n_{\rm p}, n_{\rm m})^{\circ}}$$
(23)

通过测量不同波长下吸光度的比值确定 Au-Ag合金纳米球的粒径和浓度,避免了光程L和颗粒浓度 N对反演结果的影响。当Au-Ag合金纳米球粒径小于10 nm时,对应的消光谱对纳米颗粒粒径的变化不明显,因此,选择粒径大于10 nm的颗粒进行研究。三种方法反演得到的粒径范围和灵敏度 S 如表 3 所示。可以发现,共振波长法反演得到的粒径范围为 10~120 nm,灵敏度为 0.93;双波长消光法反演得到的粒径范围为 29~120 nm,灵敏度为 0.17;改进的双波长消光法反演得到的粒径范围为 30~120 nm,灵敏度为 0.30。即共振波长法反演得

#### 第 59 卷 第 7 期/2022 年 4 月/激光与光电子学进展

#### 研究论文



图 9 单分散 Au-Ag 合金纳米球的共振波长随最小粒径的 变化曲线及拟合曲线

Fig. 9 Variation curve and fitted curve of resonance wavelengths with minimum particle size of monodisperse Au-Ag alloy nanospheres

到的粒径范围较大、灵敏度高;双波长消光法和改进的双波长消光法反演得到的粒径范围较小、灵敏度也较小。

表3 三种方法的粒径范围和灵敏度

Table 3 Particle size range and sensitivity of the three methods

Method	$D/\mathrm{nm}$	S
Resonance wavelength method	10-120	0.93
Dual-wavelength extinction method	29-120	0.17
Improved dual-wavelength extinction method	30-120	0.30

# 4 结 论

利用Mie理论和介电函数的尺寸修正模型定量 研究了粒径和波长对Au-Ag合金纳米球消光特性 的影响。根据消光特性与颗粒粒径的一一对应关 系,提出了三种反演粒径和颗粒浓度的方法,包括 共振波长法、双波长消光法和改进的双波长消光 法。此外,还给出了粒径和颗粒浓度的拟合公式, 以快速获取颗粒的粒径和浓度信息。最后,对三种 方法的粒径范围和灵敏度进行定量对比,结果表 明,共振波长法反演的粒径范围(10~120 nm)和灵 敏度(0.93)均最大。对单分散Au-Ag合金纳米球 粒径和浓度的消光法研究取得了初步成果,下一步 还将研究多分散Au-Ag合金纳米球以及旋转对称 椭球的消光法。

#### 参考文献

[1] Mulvaney P. Surface plasmon spectroscopy of

nanosized metal particles[J]. Langmuir, 1996, 12(3): 788-800.

- [2] Wang J, Sun J, Hu W, et al. A porous Au@Rh bimetallic core-shell nanostructure as an H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>-driven oxygenerator to alleviate tumor hypoxia for simultaneous bimodal imaging and enhanced photodynamic therapy[J]. Advanced Materials, 2020, 32(22): e2001862.
- [3] Li Z, Qian W N, Wei S M, et al. Application of photothermal conversion nanomaterials in tumor photothermal therapy[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(17): 170005.

李治,千维娜,魏思敏,等.光热转换纳米材料在肿瘤光热治疗中的应用[J].激光与光电子学进展,2020,57(17):170005.

- [4] Li J F, Huang Y F, Ding Y, et al. Shell-isolated nanoparticle-enhanced Raman spectroscopy[J]. Nature, 2010, 464(7287): 392-395.
- [5] Fathi F, Rashidi M R, Omidi Y. Ultra-sensitive detection by metal nanoparticles-mediated enhanced SPR biosensors[J]. Talanta, 2019, 192: 118-127.
- [6] Kaya S I, Kurbanoglu S, Ozkan S A. Nanomaterialsbased nanosensors for the simultaneous electrochemical determination of biologically important compounds: ascorbic acid, uric acid, and dopamine[J]. Critical Reviews in Analytical Chemistry, 2019, 49(2): 101-125.
- [7] Jin Y L. Preparation of Au-Ag alloy nanoparticles and its application studies[D]. Suzhou: Soochow University, 2008.
  金毅亮.金银合金纳米粒子的制备及其应用研究 [D].苏州:苏州大学, 2008.
- [8] Chen M J, He Y R, Zhu J Q. Preparation of Au-Ag bimetallic nanoparticles for enhanced solar photothermal conversion[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2017, 114: 1098-1104.
- [9] Yu K K, Sun X N, Pan L, et al. Hollow Au-Ag alloy nanorices and their optical properties[J]. Nanomaterials, 2017, 7(9): E255.
- [10] Wang M H, Liu J J, Qin X L, et al. Electrochemiluminescence detection of cardiac troponin I based on Au-Ag alloy nanourchins[J]. The Analyst, 2020, 145(3): 873-879.
- [11] Xu C J, Tung G A, Sun S H. Size and concentration effect of gold nanoparticles on X-ray attenuation as measured on computed tomography[J]. Chemistry of Materials, 2008, 20(13): 4167-4169.
- [12] Chander N, Khan A F, Thouti E, et al. Size and concentration effects of gold nanoparticles on optical and electrical properties of plasmonic dye sensitized

#### 第 59 卷 第 7 期/2022 年 4 月/激光与光电子学进展

#### 研究论文

solar cells[J]. Solar Energy, 2014, 109: 11-23.

- [13] Hinterwirth H, Wiedmer S K, Moilanen M, et al. Comparative method evaluation for size and sizedistribution analysis of gold nanoparticles[J]. Journal of Separation Science, 2013, 36(17): 2952-2961.
- [14] Xu N H, Bai B F, Tan Q F, et al. Fast statistical measurement of aspect ratio distribution of gold nanorod ensembles by optical extinction spectroscopy [J]. Optics Express, 2013, 21(3): 2987-3000.
- [15] Xiao X F, Bai B F, Xu N H. Dual-wavelength extinction method for fast sizing of metal nanosphere ensembles[J]. Applied Optics, 2015, 54(24): 7160-7168.
- [16] Tuersun P, Zhu C J, Han X E, et al. Light extinction spectrometry for determining the size distribution and concentration of polydisperse gold nanospheres[J]. Optik, 2020, 204: 163676.
- [17] Lindquist N C, Nagpal P, McPeak K M, et al. Engineering metallic nanostructures for plasmonics and nanophotonics[J]. Reports on Progress in Physics, 2012, 75(3): 036501.
- [18] Mie G. Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler Metallösungen[J]. Annalen Der Physik, 1908, 330(3): 377-445.
- [19] van de Hulst H C. Light scattering by small particles

[M]. New York: John Wiley & Sons, 1957.

- [20] Kerker M. The scattering of light and other electromagnetic radiation[M]. New York: Academic Press, 1969.
- [21] Bohren C F, Huffman D R. Absorption and scattering of light by small particles[M]. New York: John Wiely &. Sons, 1983.
- [22] Rioux D, Vallières S, Besner S, et al. An analytic model for the dielectric function of Au, Ag, and their alloys[J]. Advanced Optical Materials, 2014, 2(2): 176-182.
- [23] Kreibig U, Vollmer M. Optical properties of metal clusters[M]. Heidelberg: Springer, 1995.
- [24] Averitt R D, Westcott S L, Halas N J. Linear optical properties of gold nanoshells[J]. Journal of the Optical Society of America B, 1999, 16(10): 1824-1832.
- [25] Daimon M, Masumura A. Measurement of the refractive index of distilled water from the nearinfrared region to the ultraviolet region[J]. Applied Optics, 2007, 46(18): 3811-3820.
- [26] Haiss W, Thanh N T, Aveyard J, et al. Determination of size and concentration of gold nanoparticles from UVvis spectra[J]. Analytical Chemistry, 2007, 79(11): 4215-4221.