doi: 10. 3788/LOP202259. 0726002

激光与光电子学进展

谐振耦合异形月牙半环宽带频率选择表面的 带通特性

王海斌, 巩蕾, 于洁, 阳志强, 杨利红, 王利国 西安工业大学光电工程学院, 陕西西安 710021

摘要 基于传统谐振开口圆环频率选择表面(FSS),在有限元方法和半谐振圆环周期孔径结构的基础上,利用 Floquent周期条件模拟无限空间单元,通过频域求解器得到该结构的散射参数和带通特性。将该结构单元的形状 拓展成上下表面为反向开口的月牙形双层结构并优化出顶部传输通带平坦的多层半谐振环耦合结构FSS。仿真 结果表明,横磁波垂直入射时,半谐振环结构的谐振频率稳定在9THz,中心频率处的回波损耗为-22dB,且具有 较好的角度稳定性。双层月牙形结构在谐振点5.9THz、10THz和11.7THz处可实现多窄带带通,多层FSS结构 在6.35~9.35THz频段内的传输系数低于-3dB,具有良好的极化稳定性,为FSS在太赫兹无损检测、通信及传感 等领域内的应用提供了理论依据和技术支撑。

关键词 物理光学;频率选择表面;带通特性;太赫兹;有限元方法 中图分类号 O441 **文献标志码** A

Bandpass Characteristics of Broadband Frequency Selective Surface of Resonant Coupling Abnormal Crescent Half Ring

Wang Haibin, Gong Lei^{*}, Yu Jie, Yang Zhiqiang, Yang Lihong, Wang Liguo

Shool of Photoelectric Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710021, China

Abstract In this paper, based on the frequency selection surface (FSS) of the traditional resonant split ring, on the basis of the finite element method and the semi-resonant ring periodic aperture structure, the Floquent period condition is used to simulate the infinite space element, and the scattering parameter and bandpass characteristics of the structure are obtained through the frequency domain solver. The shape of the structural unit is expanded to a crescent-shaped double-layer structure with reverse openings on the upper and lower surfaces, and the FSS of a multilayer semi-resonant ring coupling structure with a flat top transmission passband is optimized. The simulation results show that when the transverse magnetic wave is incident vertically, the resonant frequency of the semi-resonant ring structure is stable at 9 THz, the return loss at the center frequency is -22 dB, and it has good angular stability. The double-layer crescent-shaped structure can achieve multiple narrowband passbands at the resonance points of 5.9 THz, 10 THz and 11.7 THz, respectively. The multi-layer FSS structure has a transmission coefficient of less than -3 dB in the frequency range from 6.35 THz to 9.35 THz, and has good polarization stability. It provides a theoretical basis and technical support for the applications of FSS in the fields of terahertz non-destructive testing, communication and sensing.

Key words physical optics; frequency selection surface; bandpass characteristics; terahertz; finite element method

收稿日期: 2021-10-11; 修回日期: 2021-11-18; 录用日期: 2021-11-29

基金项目:国家自然科学基金(62071359)、陕西省教育厅重点科研计划(20JS059)、陕西省重点研发计划(2019GY-081)、西安工业大学校长基金面上培育项目(XGPY200206)

通信作者: *gonglei@xatu. edu. cn

1引言

频率选择表面(FSS)是由无源谐振单元组成的 单屏或多屏周期阵列结构^[1],作为一种对特定频段 有选择作用的空间滤波器,FSS具有频带宽、安全 性好等特点,在红外隐身、军事通信、医学成像等方 面具有重要作用^[2]。

计算机技术的发展与人工周期结构超材料的 出现,使FSS的电磁响应调控^[3]取得了极大突破。 近些年,随着超快光电技术的迅速发展,工业生产 中对滤波器、偏振器等器件的需求越发迫切,基于 超材料的FSS研究也受到了人们的广泛关注。国 内外学者通过结构设计对超材料的电磁特性进行 调控,并在多个领域取得了一定的进展。Xiao等[4] 设计了一种基于柔性氧化铟锡(ITO)十字形超材料 的透明可调谐太赫兹吸收器。Wen 等^[5]提出了开口 谐振环和十字形纳米结构相耦合的超材料,能实现 可调谐的完美吸收。Yang 等^[6]设计了一种可独立 调谐的双通带频率选择超表面。Princy等^[7]基于六 边形阵列孔径单元结构制作了带通宽度达300 GHz 的带通FSS。Li等^[8]利用时域有限差分法模拟不锈 钢基底上的哑铃孔径单元结构,通过优化几何参数 使该结构在0.15~0.93 THz范围具有良好的带通 特性。无源器件的发展对FSS的频率特性响应提 出了更高要求,因此,超材料结构的简单化、高选 择、高带通、宽通带、小型化还有待进一步优化与 改进。

本文对半开口月牙形谐振环结构的FSS展开 了研究,从单层金属薄层拓展到多形态及多层结 构,并探究了其传输特性,分析了入射角度、单元结 构及层间材质等参数对传输特性、滤波器动态调谐 性能的影响。基于不同参数的影响规律及特性优 化得到带通特性良好的FSS,为超材料的电磁调控 提供了新的理论支持和研究方向。

2 基本原理及方法

2.1 频率选择表面的泛函数表达

由 Floquent 定理^[9]可知, FSS 的单元场(*m*,*n*)与 (0,0)之间满足

$$\boldsymbol{E}(x + mT_x, y + nT_y) = \boldsymbol{E}(x, y) \times \\ \exp\left[j(mk_xT_x + nk_yT_y)\right], \tag{1}$$
$$\boldsymbol{H}(x + mT_x, y + nT_y) = \boldsymbol{H}(x, y) \times$$

$$\exp\left[j(mk_xT_x + nk_yT_y)\right],\tag{2}$$

式中, $E 和 H 分别为FSS 内部的电场矢量和磁场矢量, <math>k_x 和 k_y 分别为 x 和 y 方向的波矢分量, k_x = k_0 \sin \theta^i \cos \varphi^i, k_y = k_0 \sin \theta^i \sin \varphi^i, \theta^i \pi \varphi^i 分别为入射$ $角和方位角, <math>T_x \pi T_y 分别为 x \pi y 方向的周期长度。$ 基于变分原理, 用泛函数 F 求解相应的变分问题即可得到单位结构的场。场的空间波函数可表示为

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_{\rm r}} \times \nabla \times \boldsymbol{E} - k_0^2 \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm r} \boldsymbol{E} = -jk_0 Z_0 \boldsymbol{J}, \quad (3)$$

式中, ∇ 为梯度算子符号, ε_r 和 μ_r 分别为FSS介质的 相对介质常数和磁导率, k_0 为自由空间的波数, Z_0 为 自由空间的等效阻抗,J为FSS表面由入射电磁场 激励引起的感应电流。对(3)式进行求解,得到整 个单元体的泛函数为

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \iiint_{V} \left[\frac{1}{\mu_{r}} \left(\nabla \times \mathbf{E} \right) \cdot \left(\nabla \times \mathbf{E} \right) - k_{0}^{2} \boldsymbol{\varepsilon}_{r} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \right] \mathrm{d}V + j k_{0} Z_{0} \iint_{S_{\mathrm{top}} + S_{\mathrm{hot}}} \left(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} \right) \cdot \mathbf{H} \mathrm{d}S, \qquad (4)$$

式中,V为FSS两个周期方向的倾斜量,S为被截断的周期单元表面,S_{top}和S_{bot}分别为周期单元的顶部和底部,**n**为从FSS内部一侧指向外部边界的向量。

由于FSS的入射端一般在顶部,即底部不存在 入射磁场H^{ine}。根据Floquent定理定义上下表面辐 射边界条件,导出FSS上表面的磁场积分方程并代 入(4)式,从而将泛函数表示为

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \iint_{V} \left[\frac{1}{\mu_{r}} \left(\nabla \times \mathbf{E} \right) \cdot \left(\nabla \cdot \mathbf{E} \right) - k_{0}^{2} \varepsilon_{r} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \right] \mathrm{d}V + 2k_{0}^{2} \iint_{S_{\mathrm{top}} + S_{\mathrm{bot}}} \left(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} \right) \cdot \sum_{s_{\mathrm{top}} + S_{\mathrm{bot}}} \left[\hat{\mathbf{G}} \left(k_{p}, k_{q} \right) \cdot \tilde{\mathbf{M}}_{pq} \exp\left[j(k_{p}x + k_{q}y) \right] \mathrm{d}S - 2jk_{0}Z_{0} \iint_{S_{\mathrm{top}}} \left(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} \right) \cdot \mathbf{H}^{\mathrm{inc}} \mathrm{d}S \right],$$
(5)

式中, $\tilde{M}_{\mu q}$ 为FSS顶部磁场的二维傅里叶变化, \overline{G} 为引入的并矢格林函数(DGF)^[10-11]。FSS阵列是二维周期结构,由傅里叶变换性质可知, $k_{a} n k_{y}$ 不再是连

续值,取离散点 $p_{\chi}q$ 组成新的离散值,得到 $k_{\rho} = \frac{2\pi}{T_x}p + k_x, k_q = \frac{2\pi}{T_y}q + k_y$ 。

2.2 有限元法中的边界条件

为导出FSS的周期边界条件,将Floquent定理 应用于周期边界,侧面等效扫描部分即投射面j的 未知相位因子u_i由入射面i的相位因子u_i决定,垂直 于*x*轴和*y*轴的侧面分别存在对应关系

$$u_j = u_i \exp(jk_x T_x), \tag{6}$$

$$u_j = u_i \exp(jk_y T_y)_{\circ} \tag{7}$$

根据 Flores 离散积分方程,对顶部和底部外表 面进行离散化处理,将 FSS 内外表面的切向电场分 别展开为

$$\boldsymbol{E}_{tan}(\boldsymbol{\Gamma}_{T}^{+}) = \sum_{k,n} [A_{kn}^{E} \boldsymbol{\Phi}_{kn}^{E} + A_{kn}^{H} \boldsymbol{\Phi}_{kn}^{H}] \times \exp[-jk_{z}(z-z_{\boldsymbol{\Gamma}_{T}})], \qquad (8)$$
$$\boldsymbol{E}_{tan}(\boldsymbol{\Gamma}_{B}^{+}) = \sum [B_{kn}^{E} \boldsymbol{\Phi}_{kn}^{E} + B_{kn}^{H} \boldsymbol{\Phi}_{kn}^{H}] \times$$

$$\sum_{k,n} (\boldsymbol{I}_{B}) = \sum_{k,n} [B_{kn} \boldsymbol{\Psi}_{kn} + B_{kn} \boldsymbol{\Psi}_{kn}] \times \exp\left[-jk_{z}(\boldsymbol{z}_{\Gamma_{n}} - \boldsymbol{z})\right], \qquad (9)$$

式中, Γ_{T}^{+} 和 Γ_{B}^{+} 分别为FSS顶部和底部的单元场外 侧边界,下标 Γ_{T} 和 Γ_{B} 分别为FSS周期单元顶部和 底部单元场的端口边界,z轴方向与FSS表面垂直, $\boldsymbol{\Phi}_{bm}^{E}$ 、 $\boldsymbol{\Phi}_{bm}^{H}$ 分别为横磁(TM)、横电(TE)模下的 Floquent谐波, A_{bm}^{E} 、 A_{bm}^{H} 和 B_{bm}^{E} 、 B_{bm}^{H} 为待定的未知系 数,该边界可应用于其他内部端口。

2.3 基于有限元法的离散处理

联立(5)式~(9)式,并对其进行标准离散化,得 到矩阵

$$Lu = g, \qquad (10)$$

式中,L为部分稀疏矩阵,u为离散电场,g为与入射 电场相关的已知矢量。利用多波前方法可以有效 地对系统进行因子化和求解。基于有限元法 (FEM)^[12]引入泛函数和边界条件,对半谐振环目标 区域进行离散化并对弱形式矩阵进行求解。目标 单元区域使用了Floquent边界条件,用FSS的散射 参数S随频率变化的弱形式数值仿真结果反映器件 的带通特性。

3 数值实验及优化分析

3.1 数值实验的验证

为了验证上述数值分析方法的有效性,根据文献[13]中的参数给出了开口圆环FSS的频率响应特性并与文献[13]中的实验测试结果进行对比,如图1所示。其中,T为FSS的传输系数,圆环的内外环半径 r_1 =3.8 mm, r_2 =4.4 mm,单元结构的长宽尺寸a=b=10 mm,电介质基底的相对介电常数 ϵ_r =3,厚度h=25.4 µm,圆孔开口角度 $\theta=10^\circ$,实验在

FSS暗室测试系统中进行。可以发现,本方法的计 算结果与文献[13]中的测试结果基本一致,验证了 该有限元方法的有效性。





3.2 入射角度对半谐振环 FSS 带通特性的影响

FSS周期性结构单元由基底和表面上的半谐 振环孔径结构组成,如图2所示。基底材料为 Teflon,相对介电常数 ϵ_r =2.2,在表面覆盖的薄铜 层上刻蚀孔径图案,外部媒介为空气。其中,正方 形金属薄层单元的尺寸 $a=b=15 \mu m$,基底厚度 $h=2 \mu m$,薄铜层采用理想电导体,厚度为0.1 μm ,内外 环半径 r_1 =3.5 μm , r_2 =5 μm ,孔径结构的顶点与边 界处的距离 $d=2.5 \mu m$ 。



图 2 FSS 单元的结构示意图 Fig. 2 Stucture schematic diagram of the FSS unit

在商用仿真软件 COMSOL 中建立图 2 所示的 模型,设置边界条件使单元结构沿x,y方向无限扩展,TM平面波沿z轴方向垂直入射到 FSS 单元表 面。图 3 为入射角在正入射(θ =0°)和斜入射(θ = 30°,45°,60°)时的频率响应曲线, S_{21} 和 S_{11} 分别为 FSS的传输系数与反射系数。可以发现:垂直入射 时 的 谐 振 频 率 为 9 THz,此 时 插 入 损 耗 为 -0.03 dB, -3 dB工作带宽为8.25~9.76 THz,其



图 3 入射角对 FSS 中 S 参数的影响





他频段较低的回波损耗值形成较好的带外抑制效 果。随着入射角的增大,共振频率逐渐向低频移动,且中心频率处的调制深度不断增加。θ=60°时 的中心频率为8.7 THz,此时回波损耗为-33.62 dB, 传输特性达到峰值,但结构的通带几乎没有发生变 化,这表明该结构在太赫兹波段内具有稳定的频率 响应。

谐振点与非谐振点处的电场*x*分量分布如图4所 示。从图4(a)可以发现,谐振频率*f*=9 THz处的电 场主要分布在半谐振环结构的孔径范围内,这表明该 谐振主要由电磁波与孔径结构耦合引起,能反映谐振 频率处的强电共振特性;从图4(b)可以发现,在非谐 振频率*f*=9.2 THz处孔径范围内仍存在强电场,但 耦合强度明显低于谐振频率处,这表明非谐振频率处 的电共振减弱。



图 4 不同频率处的电场强度分布图。(a) f=9 THz; (b) f=9.2 THz Fig. 4 Distribution diagram of electric field intensity at different frequencies. (a) f=9 THz; (b) f=9.2 THz

由文献[14]可知,在其他物理量不变的情况下, 谐振环开口线宽的大小与谐振频率正相关性,且开 口越大,谐振频率就越高。因此,对半开口圆环FSS 的研究对太赫兹波段的光学调谐具有重要意义。

3.3 月牙半环形FSS的带通特性

为得到具有多频段带通特性的FSS,将半谐振 开口圆环结构两侧的连接口优化为凹陷弧连接口, 用两个不同半径不相交部分的月牙形结构设计的 FSS如图5所示。该FSS的介质基板和表面覆盖层 与半谐振环结构相同,上下表面用开口相反的月牙 形阵列作为基础单元。模型参数:单元贴片尺寸 $a=b=16 \mu m$,基底和铜薄层的厚度不变,取差集运 算的内外圆半径 $r_1=3 \mu m$, $r_2=5 \mu m$,圆心距离l=2.1 μm ,月牙形外圆与单元边界的距离为3 μm 。



图 5 月牙 FSS 的结构示意图。(a)月牙形周期结构;(b)月牙形单元结构

Fig. 5 Schematic diagram of the structure of crescent-shaped FSS. (a) Crescent-shaped periodic structure; (b) crescent unit structure

研究论文

用频域求解器对图 5 中的模型进行求解,以频 率为自变量,透射率和反射率为因变量绘制的月牙 形结构 FSS 特性曲线如图 6 所示。图 6(a)为 TM 波 垂直入射时 FSS 的透反特性曲线,可以发现,当 TM 波垂直入射时,该结构存在三个谐振点,分别在 5.9 THz、10 THz 和 11.7 THz处实现多频窄带传 输。第一和第二个谐振点处的传输特性良好,透射 率分别为 98.35% 和 98.54%;第三个谐振点处的透 射率达 76%。由反射特性曲线可知,该 FSS 能明显 抑制带外信号的传输。在 6.15~9.45 THz 和 10.43~11.47 THz 两个频段范围内形成平坦阻带, 回波损耗低于 3 dB,使 FSS 具有较高的频率选择 性。图 6(b)为入射角为 30°时 FSS 的透反特性曲线,可以发现:第二和第三个谐振点分别漂移至9 THz 和 11.3 THz 处,透射率分别为 98.71% 和 96.1%,第三个谐振频率处的透射特性有明显提升,透射率高达 99.6%;9.2~11.2 THz 范围内形成了平均透过率低于 24.1% 的平滑阻带,第二和第三个谐振点之间实现了骤降截止的特性。这表明通过形状微调控得到的月牙形 FSS 带通特性优良,且可控制参数较多、三通带之间的距离较远,为多频 天线的频段选择提供了更多可能,在太赫兹波段 FSS 的设计和调控中具有重大意义。



图 6 月牙形结构 FSS 的透射率与反射率。(a) 入射角为 0°;(b) 入射角为 30° Fig. 6 Transmittance and reflectivity of crescent-shaped structure FSS. (a) Incident angle is 0°; (b) incident angle is 30°

3.4 新型宽通带滤波器的优化与分析

针对宽通带比、低插入损耗、无栅瓣等 FSS 指标的设计要求,进一步对 FSS 的物理尺寸进行优化 调整,设计了一种传输通带平坦的超宽 FSS。器件 结构分为三层,两侧为具有相同周期结构的金属孔 径薄层,厚度为H,半谐振环顶点与方环结构之间的 距离为c,方环结构的缝宽为w。中间层为方环贴片

结构,在中间层两侧加载了厚度为h,介电常数 ϵ_r = 3.9的介质层。图7(a)为上下表面单元正视图, 图7(b)为中间层结构单元正视图,图7(c)为结构单 元侧视图。其中, E_{TM} 和 E_{TE} 分别为TM和TE极化 波入射时的电场矢量, θ 为入射角度。最终优化的 结构参数如表1所示。



图7 FSS的结构。(a)上下表面单元;(b)中间层单元;(c)侧视图

Fig. 7 Structure of the FSS. (a) Upper and lower surface unit; (b) intermediate layer unit; (c) side view

在 FSS 的实际应用中, 入射角对传输特性稳定 性的影响是衡量 FSS 的重要评价因素之一。图 8(a) 为TM极化波沿不同角度入射时的传输频谱曲线, 可以发现,正入射时级联结构的中心频率为8THz,

第 59卷 第 7 期/2022 年 4 月/激光与光电子学进展

两侧出现了小范围波动,但依旧保持了良好的带通

特性,这表明该器件具有角度稳定性。图8(b)为极 化工作模式对器件传输特性的影响,可以发现,当频 率大于9THz时,传输系数曲线出现了波动,TE工 作模式下通带的工作带宽相对TM工作模式有显著

增加,这表明TE极化模式下器件的耦合程度更高。

表」	优化后的结构参数	

Table 1 Structural parameters after optimization unit: μ m

1 1 - 1 1 1 4 4

а	r_1	r_2	w	С	ε _r	h	Н
5.7	0.7	2	0.68	0.17	3.9	1.75	0.15

透过率达99.43%,-3dB相对带宽为78.6%,传输 通带顶部较为平坦。随着入射角的增大,中心频率



图 8 入射角和极化模式对FSS传输特性的影响。(a)不同入射角下FSS的传输系数曲线;(b)不同极化模式下FSS的 传输系数曲线

Fig. 8 Influence of incident angle and polarization mode on the transmission characteristics of FSS. (a) Transmission coefficient curve of FSS under different incident angles; (b) transmission coefficient curve of FSS under different polarization modes

实际应用中介质衬底的加载是必不可少的, FSS需要附着在介质层表面或夹在介质层中间。 因此,分别改变介质厚度与介质的相对介电常数, 得到介质属性对FSS传输特性的影响,如图9所示。 以0.1 μ m的步长改变加载介质层的厚度时发现,随 着h的增加,通带逐渐向低频方向漂移。当介质层 的厚度增加时,根据等效介质理论,其等效介电常 数 $\epsilon_{eff</sub>变大。由于FSS可简化为谐振(LC振荡)电$

路,谐振频率 $f=1/(2\pi\sqrt{LC})$,其中,L和C分别为 FSS的等效电感和等效电容,即增加介电常数会增 大FSS的等效电容,从而减小谐振频率,与仿真结 果完全吻合。保持其他参数不变,加载3种不同的 介质材料(相对介电常数 ϵ ,分别为3.9、4.2、4.5)时 可以发现,随着介电常数的增加,曲线明显向左漂 移,通带的传输范围减小,这表明相对介电常数是 影响器件频率响应的重要参数。



图 9 介质性质对FSS传输特性的影响。(a)不同厚度介质的传输系数曲线;(b)不同衬底的传输系数曲线 Fig. 9 Influence of media properties on FSS transmission characteristics. (a) Transmission coefficient curves of media with different thickness; (b) transmission coefficient curves of different substrates

4 结 论

提出了一种月牙半环异形 FSS 模型,基于有限 元方法推导了FSS的边界条件并对其进行了离散 化处理,通过数值计算仿真分析了单元模型的传输 特性。给出单层半环结构、双层月牙结构、多层半 环耦合结构三种FSS的频率特性响应,分析了不同 特征参数对FSS传输特性的影响规律。结果表明: 单层介质加载的半环结构 FSS 在谐振频率 9 THz 处的透射率达99.3%,仅存在极少的欧姆损耗与介 电损耗;将结构拓展到双层反向开口月牙形结构, TM 垂直入射时在谐振频率 5.9 THz 和 10 THz 处 的插入损耗分别为0.07 dB和0.06 dB,透过率高于 98%,以30°入射时,该结构的透反特性得到了较大 提升。采用半谐振环孔径结构和方环贴片相复合 的方式,设计了一种三层级联耦合FSS,在较宽的 太赫兹频率范围内实现了良好的带通特性,使极化 方式和角度变化时FSS的传输特性更稳定。此外, 实验设计及优化出了具有高选择性、平坦宽带等特 征的半谐振环异形结构 FSS,为 FSS 在无损检测、 通信及传感等领域的应用提供了理论依据和技术 支撑。

参考文献

- Munk B. Frequency selective surfaces: theory and design[M]. Singapore: John Wiley & Sons, 2005.
- [2] Anwar R S, Mao L F, Ning H S. Frequency selective surfaces: a review[J]. Applied Sciences, 2018, 8(9): 1689.
- [3] Xiao Z Y, Xu Q D, Li C. Metamaterial bandpass filter based on three-dimensional structure[J]. Journal of Electronic Materials, 2021, 50(8): 4358-4363.
- [4] Xiao J Y, Xiao R W, Zhang R X, et al. Tunable terahertz absorber based on transparent and flexible metamaterial[J]. Chinese Optics Letters, 2020, 18 (9): 092403.
- [5] Wen Y, Liang Z K, Lin Y S. Tunable perfect metaabsorber with high-sensitive polarization characteristic
 [J]. Advanced Photonics Research, 2021, 2(3): 2000027.
- [6] Yang S L, Chen Q, Bai J J, et al. Design of ultrathin closely spaced dual-band bandpass frequency selective surface[J]. Electronics Letters, 2017, 53

(24): 1583-1585.

- [7] Princy S S, Sreeja B S, Manikandan E, et al. An ultrafast laser micromachined broadband terahertz frequency selective surface[J]. Bulletin of Materials Science, 2019, 42(4): 151.
- [8] Li X, Yin J, Liu J, et al. Resonant transparency of a planar anapole metamaterial at terahertz frequencies
 [J]. Photonics Research, 2021, 9(2): 125-130.
- [9] Wang S S, Gao J S, Feng X G, et al. Design methods of fractal frequency selective surface based on quasi-optical waveband[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(4): 0416001.
 王珊珊,高劲松,冯晓国,等.基于矩量法分析准光 学波段的分形频率选择表面[J]. 光学学报, 2011, 31 (4): 0416001.
- [10] Qu B L, Li X D, Zhu P G, et al. Design of frequency selective surface with double bands[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(8): 0824001.
 曲宝龙,李旭东,朱鹏刚.双带频率选择表面设计 [J]. 光学学报, 2012, 32(8): 0824001.
- [11] Zhu H X, Gao J S, Feng X G, et al. A new method of improving frequency selective surface passband transmittance[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(2): 0223002.
 朱华新,高劲松,冯晓国,等.一种提高频率选择表 面通带透射比的新方法[J]. 光学学报, 2011, 31(2): 0223002.
- [12] McGrath D T, Pyati V P. Periodic boundary conditions for finite element analysis of infinite phased array antennas[C]//Proceedings of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium and URSI National Radio Science Meeting, June 20-24, 1994, Seattle, WA, USA. New York: IEEE Press, 1994: 1502-1505.
- [13] Jia H Y, Li T Z, Yang S L, et al. Simulation and test of split ring element band-pass frequency selective surface[J]. Electronic Components & Materials, 2015, 34(12): 77-80.
 贾宏燕,李田泽,杨淑连,等.开口圆环单元带通频 率选择表面的仿真与测试[J]. 电子元件与材料, 2015, 34(12): 77-80.
- [14] Sydoruk O, Tatartschuk E, Shamonina E, et al. Analytical formulation for the resonant frequency of split rings[J]. Journal of Applied Physics, 2009, 105 (1): 014903.