

# 激光与光电子学进展

## 基于坐标变换的曲面全息波导追迹方法

张海军<sup>1,2,3</sup>, 赵宝奇<sup>4</sup>, 彭飞<sup>2,3\*</sup>

<sup>1</sup>天津大学精密仪器与光电子工程学院, 天津 300072;

<sup>2</sup>光电控制技术重点实验室, 河南 洛阳 471000;

<sup>3</sup>洛阳电光设备研究所, 河南 洛阳 471000;

<sup>4</sup>中国人民解放军驻六一三所军事代表, 河南 洛阳 471000

**摘要** 近眼显示技术中采用的全息波导元件通常为平面面型,不能很好地贴合使用者头部曲线。曲面面型的全息波导虽然能够更好地贴合头部曲线,但由于光线在曲面波导中传输过程复杂,使得设计非常困难。为建立曲面全息波导成像设计方法,分析了光在曲面全息波导中的关键传输过程,提出了适合曲面全息波导的光线追迹数学模型,建立了光线在曲面波导中传输过程的追迹算法,实现了曲面全息波导的设计。基于该算法,分别开展了球面面型和柱面面型的曲面全息波导光学系统设计,并进行了光线追迹仿真评估。根据设计结果,制备了柱面面型的曲面全息波导元件,并在光学系统中进行了成像演示。观测结果验证了该方法设计曲面全息波导的可行性。

**关键词** 光学设计; 光路追迹; 全息波导; 曲面波导

中图分类号 O439

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0722001

## Curved Holographic Waveguides Ray-Tracing Method via Coordinate Transformation

Zhang Haijun<sup>1,2,3</sup>, Zhao Baoqi<sup>4</sup>, Peng Fei<sup>2,3\*</sup>

<sup>1</sup>School of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

<sup>2</sup>Science and Technology on Electro-Optic Control Laboratory, Luoyang, Henan 471000, China;

<sup>3</sup>Luoyang Institute of Electro-Optical Equipment, AVIC, Luoyang, Henan 471000, China;

<sup>4</sup>Military Representative Office of PLA in No.613 Institute, Luoyang, Henan 471000, China

**Abstract** The holographic waveguide used in near-eye display technology is usually planar, making it difficult to fit the user's head. Although the holographic waveguide with a curved surface can better fit the curve of the user's head, its design is very difficult owing to the complex light transmission process in the waveguide. To establish the imaging design method of a curved holographic waveguide, the key transmission process of light in a curved holographic waveguide is analyzed, the ray-tracing mathematical model suitable for a curved holographic waveguide is proposed, and the ray-tracing algorithm for the light transmission process in a curved holographic waveguide is established. Then, the design of the curved holographic waveguide is realized. Based on the algorithm, the optical systems of spherical and cylindrical surface holographic waveguides are designed and the ray-tracing simulation is performed. According to the design results, the cylindrical curved holographic waveguide elements are fabricated and demonstrated in the optical system. The observation results verify the feasibility of the proposed method.

**Key words** optical design; optical tracing; holographic waveguide; curved waveguide

收稿日期: 2021-07-26; 修回日期: 2021-08-14; 录用日期: 2021-08-27

通信作者: pengfei\_opt@163.com

## 1 引言

传统准直显示技术采用折射和反射式光学系统,由于系统中使用了多个复杂的透镜和反射镜组,结构复杂,整机重量和体积偏大,装配精度要求苛刻,结构强度低,后期维护成本高,显示性能的提升以增大系统体积和系统重量为代价。全息波导是新一代准直显示的关键核心部件<sup>[1-2]</sup>,其将波导全反射原理和全息光栅衍射原理相结合,在实现大视场、大出瞳图像输出的同时,减小了系统的体积和重量,是准直显示系统发展的重要方向<sup>[3-9]</sup>。全息波导显示系统主要依靠衍射光栅对含有图像信息的光束传输方向进行“调制”和“解调”,以实现图像光束的输入和输出。

通常全息波导显示设备都是基于平面波导技术,利用平面波导对光传输空间的限制作用和衍射光栅对光束传输方向的偏转作用,使带有图像信息的准直光束投影在人眼中实现显示。由于人的头部是接近椭球形状的,从人体工程学来说,平面波导并不能很好地与人的面部轮廓吻合,佩戴时会存在无效的空间占用情况,不利于减小设备体积。曲面全息波导由于具备曲面波导构型,能贴合面部轮廓,充分利用面前有效空间,更适合人体佩戴,也更符合人体工程学。目前国际上 BAE 系统公司 and 应用物理等近眼显示研究单位已经开展曲面全息波导技术的探索研究<sup>[10-11]</sup>。

与平面波导相比,光在曲面波导内的传输过程相对复杂,用于控制光线传输方向的光栅对光波的衍射过程也更复杂。比如,光线在曲面波导内的全反射传输过程中,由于波导面型是弯曲的,光线难以保持相同的传输方向,传输过程复杂度大大增加;附着于曲面的光栅元件,其面型也为曲面,曲面光栅的衍射追迹过程计算、光栅构型设计和工艺制作难度都非常大。国内外目前也缺乏曲面全息波导技术细节的论文报道。

由于头盔护目镜通常采用球面或柱面面型,且球面和柱面相对于其他曲面更具有规律性,应用范围更广,因此本文针对曲面波导的特殊情况——球面和柱面波导,研究了光线的传输规律,提出了基于坐标变换的曲面全息波导光线追迹算法,建立了光线在曲面波导中传输过程的数学模型,实现了曲面全息波导的设计。基于该算法,分别开展了球面面型和柱面面型的曲面全息波导光学系统设计,并

进行了光线追迹仿真评估。根据设计结果,制备了柱面面型的曲面全息波导元件,并在光学系统中进行了成像演示。观测结果验证了该方法设计曲面全息波导的可行性。

本文提出的光在曲面全息波导模型中的追迹算法,能够快速而精确地追迹光线在曲面全息波导中的传输过程,反映曲面全息波导的成像规律。以该追迹方法为内核,可以进一步开发曲面全息波导仿真设计软件工具。

## 2 追迹算法

### 2.1 二维追迹模型

根据球面或柱面面型的几何特点,采用极坐标的方式描述更简单和高效。

首先给出在圆环波导中传输的光线的描述方法。类似解析几何中直线方程的点斜式,给出光线起点的位置和光线的方向,即可确定该光线。

对于从波导内表面出发的光线,考察圆环波导内侧表面一点  $P$ ,如图 1 所示。光线从  $P$  点[坐标示为  $(\rho, \theta)$ ]出发,出射的方向与  $OP$  连线的夹角为  $\varphi$  (逆时针方向为正,定义为光线传输角)。这样可以用点  $P(\rho, \theta)$  和角  $\varphi$  来描述光线的位置和方向。定义光线坐标为

$$\Gamma_P = \begin{pmatrix} \rho_P \\ \theta_P \\ \phi_P \end{pmatrix}. \quad (1)$$

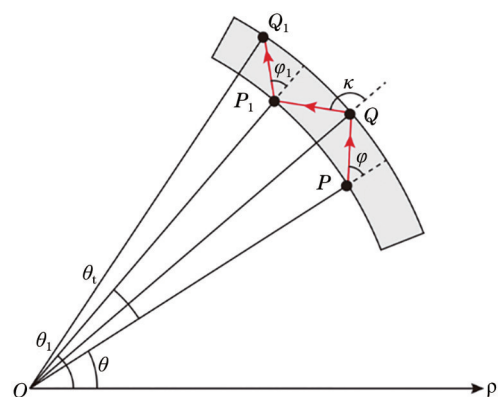


图 1 圆环波导的极坐标描述

Fig. 1 Polar coordinate description of circular waveguide

光线坐标通过光线的经过位置和传输方向唯一确定了这根光线。

上述光线入射到圆环波导外侧表面点  $Q$  发生反射,设光线离开  $Q$  点的方向与  $OQ$  连线的夹角(光线传输角)为  $\kappa$ ,则该光线的光线坐标为

$$\Gamma_Q = \begin{pmatrix} \rho_Q \\ \theta_Q \\ \kappa \end{pmatrix}. \quad (2)$$

接下来光线在波导中重复上述反射过程,相应的光线坐标也周期推进

$$\begin{cases} \Gamma_{P_i} = \Gamma_{P_0} + i\Gamma_1 \\ \Gamma_{Q_i} = \Gamma_{Q_0} + i\Gamma_1 \end{cases}, \quad (3)$$

式中: $\Gamma_1$ 定义为光线坐标周期,表示光线传输一个周期后,光线坐标的变化量。

可以看出,圆环波导的传输特点与平面波导类似,都具有周期传输规律,且光线与波导同一表面的夹角保持不变。区别是,在平面波导中,光线与上下表面夹角相同,而在圆环波导中,光线与内外表面的夹角不同。

### 2.2 三维追迹模型

接下来把该追迹方法推广至三维情况。为了能够利用二维模型中的圆环波导追迹方法,需要从三维空间中找出类似二维模型中的“圆环波导”结构。

以球面面型为例。光线在球面波导中反射传输时,光线的轨迹实际上位于该球的某一个大圆面内。球面全息波导本身存在一个固定坐标系(系统坐标系),用于建立球面全息波导模型。对于每一根具体的光线,会存在一个特殊的大圆,如果以这个特殊的大圆为基础建立坐标系(传输坐标系),则光线追迹就可以利用上节的方法。因此,在光线追迹时,可以通过坐标变换的方法,从系统坐标系转换为这根具体光线的传输坐标系。因此,对于三维模型,光线追迹的关键就是找到这个大圆,并建立相应的传输坐标系。

图 2 给出了三维球面波导的几何模型。其中子

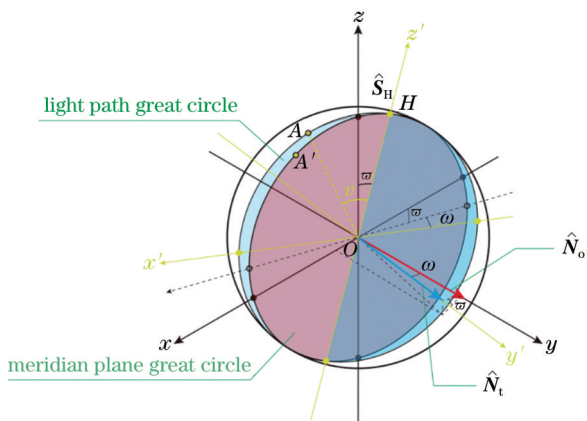


图 2 三维球面模型的基本参数

Fig. 2 Basic parameters of three-dimensional spherical model

午面( $xz$ 面)与球面的相交线,定义为子午面大圆  $C_0$ 。子午面大圆轴定义为沿  $y$  轴方向,单位长度的矢量  $\hat{N}_0$ 。光线在球面波导内多次反射传输路径位于同一个大圆内,该大圆定义为光线路径大圆  $C_1$ 。光线路径大圆轴定义为过光线路径大圆的圆心,且垂直该大圆面的单位矢量  $\hat{N}_1$ ,矢量方向的选择可以根据光线在大圆内传输路径的旋转方向按右手定律来确定。

标准坐标系  $B$  就是默认的  $oxyz$  坐标系,三个基  $b_1, b_2$  和  $b_3$  分别对应  $x, y$  和  $z$  轴,子午面大圆位于  $xoz$  面内(即  $b_1ob_3$  面内),子午面大圆轴为  $y$  轴(即  $b_2$ )。

光路坐标系  $C$  以光线路径大圆为基准,三个基  $c_1, c_2$  和  $c_3$  按照如下定义:光线路径大圆轴  $\hat{N}_1$  为  $c_2, c_3$  为子午面大圆和光线路径大圆面的交线  $\hat{S}_H$ (可由子午面大圆轴  $\hat{N}_0$  和光线路径大圆轴  $\hat{N}_1$  的矢积得到),  $c_1$  为  $c_2$  和  $c_3$  矢积。光路坐标系  $C$  的三个基  $c_1, c_2, c_3$  在标准坐标系  $B$  下的坐标分别为

$$\begin{cases} [c_1]_B = [c_2]_B \times [c_3]_B \\ [c_2]_B = \hat{N}_1 \\ [c_3]_B = \hat{S}_H = \frac{\hat{N}_0 \times \hat{N}_1}{|\hat{N}_0 \times \hat{N}_1|} \end{cases}. \quad (8)$$

根据前述定义,光线路径大圆可以通过光线路径大圆轴  $\hat{N}_1$  唯一确定。另外,光线路径大圆还可以通过子午面大圆的两次旋转操作得到:子午面大圆先绕子午面大圆轴  $\hat{N}_0$  旋转  $\varpi$ ,再沿极轴  $\hat{S}_H$ (旋转后的  $z$  轴)旋转  $\omega$ 。

找到光线路径大圆后,即可在光路坐标系内使用前述的二维极坐标追迹方法。

对于柱面面型,仍然可以采用上述方法。可以把光线在波导中的传输轨迹分解为沿着圆柱轴线的方向和垂直圆柱轴线的方向。其中沿着圆柱轴线的传输光线传输轨迹等效于平面波导,垂直圆柱轴线的传输光线传输轨迹等效于二维圆环波导,这样就可以直接利用上述追迹算法了。

## 3 光线追迹仿真

### 3.1 曲面全息波导追迹算法

根据上节的光线追迹方法,设计了曲面全息波导光线追迹算法。算法流程如图 3 所示。

整个算法流程分为输入衍射、全反射传输、输出衍射 3 个过程。输入衍射过程中,输入参数为入射光参数和输入光栅参数,经过输入衍射算法运算

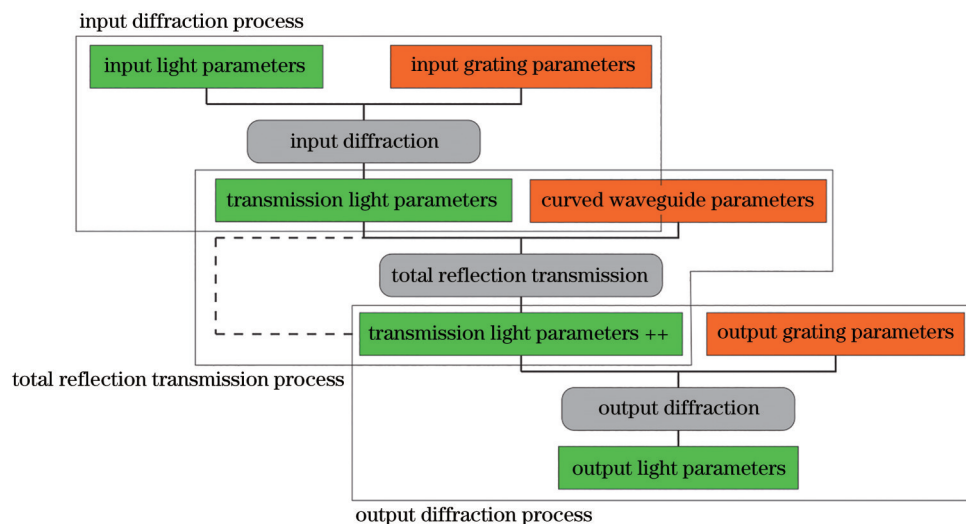


图 3 曲面全息波导光线追迹算法

Fig. 3 Ray-tracing algorithm for curved holographic waveguide

后,输出传输光参数。全反射传输过程中,输入参数为传输光参数和曲面波导参数,经过全反射传输算法运算后,输出下一级传输光参数(传输光参数++),如果输出的传输光参数仍然位于传输区域内,那么就再次调用全反射传输算法进行循环计算,直到输出的下一级传输光参数离开传输区域。输出衍射过程中,输入参数为传输光参数和输出光栅参数,经过输出衍射算法运算后,给出输出光参数。整个算法过程中,全反射传输算法需要经过循环调用,后续的输出衍射算法也相应的反复调用,这符合全息波导多次衍射扩展输出的特性。

### 3.2 曲面全息波导仿真

利用本文的曲面全息波导追迹算法,分别对球

面面型和柱面面型的曲面全息波导进行了设计和追迹仿真。设计的球面面型的曲面全息波导内径为 118 mm,波导厚度为 4 mm,波导折射率为 1.57,光栅结构为平行于中心视场光线方向的一簇圆环,光栅周期从 450 nm 渐变至 800 nm。入射光波为 525 nm 的单色波,视场为  $\Phi 10^\circ$ 。对该球面全息波导进行了追迹仿真,光线传输追迹图如图 4(a)所示。设计的柱面面型的曲面全息波导内径为 170 mm,波导厚度为 4 mm,波导折射率为 1.46,光栅结构为垂直于圆柱轴线方向的一簇弧线。入射光波为 470~600 nm 的绿色光谱,视场为  $20^\circ \times 20^\circ$ 。对该柱面全息波导进行了追迹仿真,光线传输追迹图如图 4(b)所示。

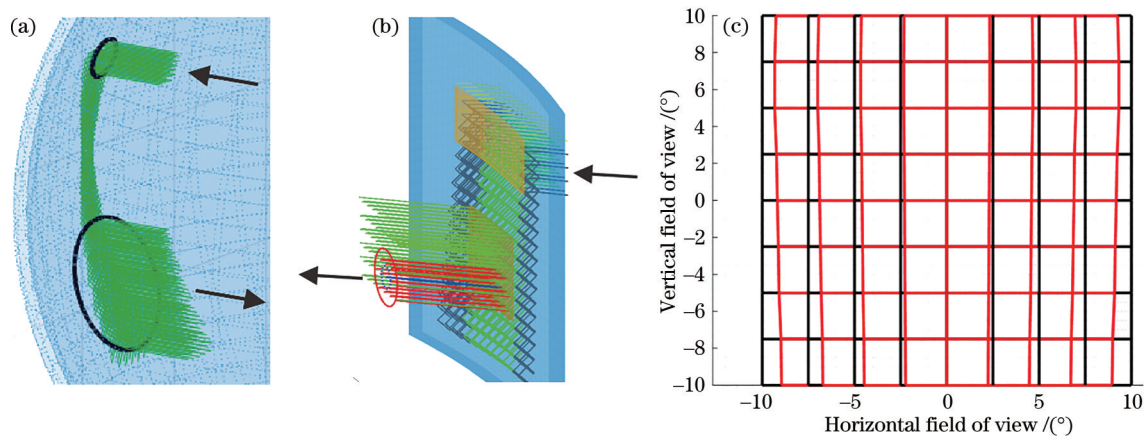


图 4 曲面全息波导追迹仿真。(a)球面全息波导;(b)柱面全息波导;(c)柱面全息波导畸变分布

Fig. 4 Tracing simulation of curved holographic waveguide. (a) Spherical holographic waveguide; (b) cylindrical holographic waveguide; (c) distortion distribution of cylindrical holographic waveguide

追迹仿真结果显示,设计的球面和柱面全息波导整体上能够清晰成像,但是存在一些畸变。由于面型的弯曲导致了光线的偏差,所以畸变分布主要沿着面型弯曲的方向,如图 4(c)所示的柱面全息波导,其畸变分布主要沿着面型弯曲的水平方向,而垂直方向无畸变。畸变分布呈水平对称分布,上边缘视场的畸变小于下边缘视场。

局部细节上,相邻次数的输出图像存在微小的偏差。这是由于同一视场的光线,在从空气到波导的耦合输入和输出过程中,未能保持一致的传输角度,导致输入与输出光线的角度存在偏差。在输出过程中,由于存在多次耦合输出,这种光线角度的偏差被进一步放大。

根据上述圆环波导的分析可知,在波导全反射传输过程中,球面波导或柱面波导是能够保证光线传输角度的一致性的,只是这种角度的一致性是在极坐标下才具备的。对于波导外的空间,由于人眼观察的需要,光线的描述方式必须是笛卡尔坐标,即同一视场光线必须是笛卡尔坐标意义下的平行关系。正是这种坐标系之间的转换,造成了光线传输的偏差。因此,在曲面全息波导的设计工作中,降低这种偏差尤为重要。

## 4 实验分析

根据上节设计的柱面全息波导,进行了实验制作。柱面波导基板采用石英玻璃,全息光栅采用聚合物材料曝光制成。制作的柱面全息波导元件如图 5(a)所示,输入光栅和输出光栅贴附在柱面波导基板的外侧表面,沿着柱轴方向排布。输入光栅的位置如图 5(a)中靠上的亮色矩形区域所示,输出光栅的位置如图 5(a)中靠下的亮色矩形区域所示。输入图像光线从上侧的输入光栅区域进入,经过柱面全息波导的传输后,从下侧的输出光栅区域离开波导,进入人眼以供观察。利用现有的像源和中继系统对该片元件进行了显示效果演示,波导元件的输入图像如图 5(b)所示,经过波导元件输出后的显示画面如图 5(c)所示。

观测结果表明,波导输出的图像在柱轴的垂直方向上存在收缩畸变,线条的局部错位现象表明相邻两次输出的图像存在微小偏差。如之前所分析的,光线在柱面全息波导中的传输轨迹分解为沿着柱轴和垂直柱轴两个正交方向,其中沿着柱轴的光路等效于平面波导,而垂直柱轴的光路等效于圆环波导。正是这种圆环波导传输过程,造成了光线角度的偏差,从而导致垂直柱轴方向上的显示畸变。

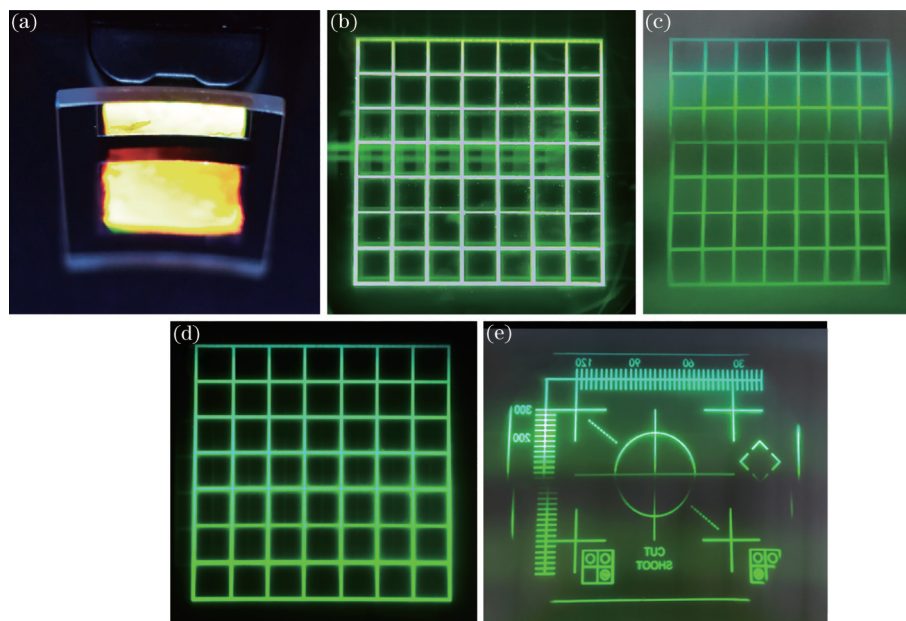


图 5 实验制作的柱面全息波导元件和显示效果。(a)全息波导元件;(b)输入图像;(c)输出图像(柱面波导);(d)对比图像(平面波导);(e)导航画面(柱面波导)

Fig. 5 Experimental fabrication and display of cylindrical holographic waveguide. (a) Holographic waveguide element; (b) input image; (c) output image (cylindrical waveguide); (d) contrast image (planar waveguide); (e) navigation image (cylindrical waveguide)

与平面全息波导相比,曲面全息波导由于波导曲率的存在,传输过程中同一视场的光线方向难以保持一致,导致成像质量的下降。如视场光线的整体角度偏差会使得该视场偏离原始位置,导致成像的畸变;视场光线的内部光线之间的角度偏差会使得光线难以会聚,导致成像清晰度的下降。随着波导曲率半径的不断增大,成像质量会逐渐提高,当波导曲率半径增大到一定程度时,曲面面型接近平面,畸变和清晰度下降的问题也随之消失。作为对比,实验制作了平面全息波导,并在相同输入条件下进行了观测,如图 5(d)所示,可以看出畸变和清晰度下降问题消失了。

图 5(e)给出了该系统对复杂导航画面的成像实验效果。

## 5 结 论

本文提出了基于坐标变换的曲面全息波导光线追迹算法,建立了光线在曲面波导中传输过程的数学模型,利用该算法设计了球面和柱面全息波导元件,并进行了光线追迹仿真分析。仿真结果表明,曲面全息波导整体上存在一些畸变,局部细节上相邻次数的输出图像存在微小的偏差。根据设计的柱面全息波导元件,开展了元件制作,并进行了成像演示,观测结果与仿真分析一致。

本文提出的光在曲面全息波导模型中的追迹算法,能够快速而精确地追迹光线在曲面全息波导中的传输过程,反映曲面全息波导的成像规律。以该追迹方法为内核,可以进一步开发曲面全息波导仿真设计软件工具。

## 参 考 文 献

- [1] Roberts D C, Snarski S, Sherrill T, et al. Soldier-worm augmented reality system for tactical icon visualization[J]. Proceedings of SPIE, 2012, 8383: 838305.
- [2] Huang Q, Gilbert J A. Diffraction properties of substrate guided-wave holograms[J]. Optical Engineering, 1995, 34(10): 2891-2899.
- [3] Zhang Y, Zhu X, Liu A, et al. Modeling and optimizing the chromatic holographic waveguide display system[J]. Applied Optics, 2019, 58(34): G84-G90.
- [4] Neipp C, Taleb S I, Francés J, et al. Analysis of the imaging characteristics of holographic waveguides recorded in photopolymers[J]. Polymers, 2020, 12(7): 1485.
- [5] Fernández R, Bleda S, Gallego S, et al. Holographic waveguides in photopolymers[J]. Optics Express, 2019, 27(2): 827-840.
- [6] Peng F, Zhang P, Yang D X, et al. Optimization of output gratings in holographic waveguide display system[J]. Acta Photonica Sinica, 2015, 44(2): 0209002. 彭飞, 张攀, 杨德兴, 等. 全息波导显示系统中输出光栅的优化[J]. 光子学报, 2015, 44(2): 0209002.
- [7] Shen Z W, Zhang Y N, Liu A, et al. Volume holographic waveguide display with large field of view using a Au-NPs dispersed acrylate-based photopolymer[J]. Optical Materials Express, 2020, 10(2): 312-322.
- [8] Shen C, Wei S, Yu H X, et al. Model of liquid crystal on silicon device with sub-wavelength grating structure[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(3): 0305001. 沈川, 韦穗, 虞海秀, 等. 基于亚波长光栅结构的硅基液晶器件模型研究[J]. 光学学报, 2020, 40(3): 0305001.
- [9] Sun L T, Wang L J, Wang W S, et al. Design of dual-focal-plane helmet mounted display based on single picture generation unit[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(13): 1322004. 孙路通, 王灵杰, 王蔚松, 等. 基于单图像生成单元的双焦面头盔显示光学系统设计[J]. 光学学报, 2020, 40(13): 1322004.
- [10] Simmonds M D, Valera M S. Head mounted display: US9618751B2[P]. 2017-04-11.
- [11] DeHoog E, Holmstedt J, Aye T. Field of view of limitations in see-through HMD using geometric waveguides[J]. Applied Optics, 2016, 55(22): 5924-5930.