

# 激光与光电子学进展

## 引入层重升序调度策略的分层最小和译码算法

刘毓, 拜林\*, 王婵, 郝耀辉, 李界民

西安邮电大学通信与信息工程学院, 陕西 西安 710121

**摘要** 分层译码算法对校验矩阵进行分层,按层进行更新,加快了译码收敛速度,但由于每层的信息更新建立在上层的基础上,不可避免地引入了上层无关信息,降低了本层有效信息的比重。针对这一问题,提出一种引入层重升序调度策略的分层最小和(LS-MS-A)译码算法,该算法通过优先更新层重小的层,减少上层无关信息对本层有效信息的干扰,从而加快译码收敛速度。仿真结果表明:在保证系统可靠性的前提下,与分层最小和译码算法相比,当码长为 256,码率为 0.5 时,LS-MS-A 算法可以提高约 9% 的译码收敛速度;当码长为 512,码率为 0.75 时,LS-MS-A 算法可提高约 15% 的译码收敛速度。

**关键词** 光通信; 准循环低密度奇偶校验码; 分层译码; 最小和译码; 层调度策略

中图分类号 TN911.22

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0706002

### Layered Minimum Sum Decoding Algorithm Improved by Introducing Layer-Weight Ascend Scheduling Strategy

Liu Yu, Bai Lin\*, Wang Chan, Hao Yaohui, Li Jiemin

School of Communications and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China

**Abstract** Layered decoding algorithm layers the check matrix and updates the messages by layer, which accelerating the decoding convergence rate. However, since message updates in each layer is based on the upper layer, it is unavoidable to introduce the irrelevant information of the upper level, which reduces the proportion of effective details of the current layer. Aiming at the problem, this paper presents a layered-sorted min-sum ascend (LS-MS-A) decoding algorithm that introduces an ascending layer-weight scheduling strategy. It first updates the layer with smaller weight and reduces the interference of irrelevant information from the upper layer to the effective information of the current layer, thus, speeding up the decoding convergence rate. According to the simulation results, under the premise of ensuring the system reliability, compared with the layered minimal sum decoding algorithm, when the code length is 256 and the code rate is 0.5, LS-MS-A can improve the decoding convergence speed by about 9%. When up to 512 and the code rate is 0.75, the decoding convergence speed can be improved by about 15%.

**Key words** optical communications; quasi-cyclic low density parity check codes; layered decoding; minimum sum decoding; row scheduling strategy

## 1 引言

低密度奇偶校验(LDPC)码是 Gallager<sup>[1]</sup>博士

于 20 世纪 60 年代提出的一类性能最接近香农限<sup>[2]</sup>的线性分组码。在 5G 标准中,LDPC 码已被作为数据信道编码方案。当 LDPC 码的码长接近无限长

收稿日期: 2021-04-29; 修回日期: 2021-05-31; 录用日期: 2021-06-27

基金项目: 科技部与烽火通信合作项目(2018YFB2201305)

通信作者: \*foreb@qq.com

时,置信传播(BP)译码算法<sup>[3]</sup>是其最佳迭代译码算法。虽然BP译码算法性能优异,但计算复杂度较高,节点更新存在大量乘法运算,不利于硬件实现。

为了降低BP译码算法的计算复杂度,文献[4-6]提出了用对数似然比表示信息概率的对数似然比置信传播(LLR BP)算法。为了弥补BP算法并行消息传递机制带来的不足,串行消息传递机制被研究人员广泛关注,其中文献[7]提出了基于校验节点更新的分层置信度传播(LBP)译码算法,提高了译码收敛速度。文献[8]利用层与列重的关系提出了准循环低密度奇偶校验(QC-LDPC)码的分层译码改进算法,改善了系统的译码性能。文献[9]提出一种基于残差的分层信念传播算法,在性能损失较小的前提下进一步降低了译码复杂度。文献[10]将分层消息传递机制和非极大值抑制(NMS)算法结合,提出了一种基于分层消息传递机制的低复杂度LDPC译码算法。为了进一步提高译码性能,文献[11]提出一种列调度策略,优先更新列重大的变量节点。文献[12-13]提出一种交叠的分层置信度传播算法。为了降低译码计算复杂度,文献[14-15]提出了一种基于整数运算的LDPC码改进分层译码算法。

针对分层最小和(L-MS)算法未考虑层更新顺序对于消息传递的影响,本文提出一种引入层重升序调度策略的分层最小和(LS-MS-A)算法。该算法依据层重将层更新顺序调整为升序,降低上层无关信息的比重,加快译码收敛速度。仿真结果表明,在不损失系统可靠性的前提下,LS-MS-A算法与L-MS算法相比,可进一步提高译码收敛速度,并且几乎未引入额外算法复杂度。

## 2 L-MS译码算法

( $N, K$ )QC-LDPC码的特点是其校验矩阵 $\mathbf{H}_{M \times N}$ 由多个准循环位移子块构成,设准循环位移子块的母块为 $\mathbf{I}_{b \times b}$ ,则 $N = nb, M = mb$ 。校验矩阵 $\mathbf{H}_{M \times N}$ 第 $i$ 行1的数目称为第 $i$ 行的行重,记为 $d_i$ 。校验矩阵 $\mathbf{H}_{M \times N}$ 每 $b$ 行划分为一层,共分为 $m$ 层。

在信息传输过程中,设发送端发送码字 $\mathbf{c} = (c_j, j = 1, 2, \dots, N)$ ,经方差为 $\sigma^2$ ,均值为0的高斯白噪声(AWGN)信道传输,接收端接收到的加扰信息为 $\mathbf{y} = (y_j, j = 1, 2, \dots, N)$ , $L$ 表示概率信息的对数似然比。 $E_b/N_0$ 为比特信噪比。

L-MS译码算法<sup>[8]</sup>步骤如下,其中 $l$ 表示迭代次

数, $k$ 表示更新层数。

1) 初始化,设置最大迭代次数 $l_{\max}$ ,计算先验似然比信息。

$$L(P_j) = -\frac{2y_j}{\sigma^2}, j = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

$$L^{(l=0,k)}(R_{i,j}) = 0, k = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

$$L^{(l=0,k)}(Q_j) = 0, k = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

式中: $L^{(l=0,k)}(R_{i,j})$ 表示校验节点的初始化信息; $L^{(l=0,k)}(Q_j)$ 表示变量节点的初始化后验信息。

2) 层间更新( $1 \leq k \leq m$ )

① 变量节点更新

$$L^{(l,k)}(Q_{j,i}) = \begin{cases} L(P_j), & l = 1 \text{ and } k = 1 \\ L^{(l-1,m)}(Q_j) - L^{(l-1,k)}(R_{i,j}), & l \neq 1 \text{ but } k = 1, \\ L^{(l,k-1)}(Q_j) - L^{(l-1,k)}(R_{i,j}), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $L^{(l,k)}(Q_{j,i})$ 表示第 $l$ 次迭代第 $k$ 层,第 $i$ 个校验节点传给第 $j$ 个变量节点的外部消息; $L^{(l-1,m)}(Q_j)$ 表示第 $l-1$ 次迭代第 $m$ 层,第 $j$ 个变量节点的后验消息; $L^{(l-1,k)}(R_{i,j})$ 表示第 $l-1$ 次迭代第 $k-1$ 层,第 $j$ 个变量节点传给第 $i$ 个校验节点的消息。

② 校验节点更新

$$L^{(l,k)}(R_{i,j}) = \prod_{j \in N(i)/j} \operatorname{sgn}[L^{(l,k)}(Q_{j,i})] \times \min_{j \in N(i)/j} |L^{(l,k)}(Q_{j,i})|. \quad (5)$$

③ 后验信息更新

$$L^{(l,k)}(Q_j) = L^{(l,k)}(Q_{j,i}) + L^{(l,k)}(R_{i,j}). \quad (6)$$

3) 译码判决

如果当前层为本次迭代的第 $m$ 层,则进行译码判决,

$$\hat{x}_j = \begin{cases} 1, & L^{(l,m)}(Q_j) \leq 0 \\ 0, & L^{(l,m)}(Q_j) > 0 \end{cases}, \quad (7)$$

式中: $\hat{x}_j$ 表示根据 $\mathbf{y}$ 译码得到第 $j$ 个变量节点。

4) 停止译码

若 $\hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{H}^T = \mathbf{0}$ 或 $l = l_{\max}$ ,则跳出迭代,停止译码;否则 $l = l + 1$ ,返回步骤2进入下次迭代。

## 3 引入层重升序调度策略的分层最小和改进算法

L-MS算法引入的分层消息传递机制,同一变量节点在一次迭代会被多次更新,因此译码收敛速

度加快,收敛速度大约是洪水算法的 2 倍。但值得指出的是,在 L-MS 算法中,由于每层的信息更新是建立在上一层更新消息的基础上,在引入有效信息的同时,也引入了与本层无关的信息,且上层层重越大,本层引入的无关信息越多,对本层的信息更新造成扰乱,降低本层有效信息的比重,从而导致译码速度没有得到进一步的提升。为此,本文提出一种 LS-MS-A 改进译码算法,在  $\mathbf{H}_{M \times N}$  每层中各行行重相等的情况下,定义每层的行重为层重  $D_k$  ( $k =$

$1, 2, \dots, m$ ), 优先更新层重较小的层,从而降低了上层无关消息的比重,加快了译码收敛速度。

LS-MS-A 改进算法译码步骤如下:

步骤 1 为分层。根据 QC-LDPC 码的校验矩阵  $\mathbf{H}_{M \times N}$  准循环移位子块的维数  $b$ , 将其划分为  $m$  层。

步骤 2 为确定层更新顺序。依据层重确定校验矩阵中层更新的顺序,生成层重升序排列的临时校验矩阵  $\mathbf{H}_{M \times N}^{\text{sort}}$ 。

步骤 3~6 与 L-MS 算法一致。

LS-MS-A 改进算法伪代码如下:

```

Calculate row-weight of  $\mathbf{H}_{M \times N}$ ;
 $\mathbf{H}_{M \times N}^{\text{sort}} = \text{Sort}(\mathbf{H}_{M \times N})$  according to the  $D_k$  of the  $\mathbf{H}_{M \times N}$ , so that the  $D_k$  of  $\mathbf{H}_{M \times N}^{\text{sort}}$  are reordered;
For  $i = 1:l_{\max}$ 
  Initialize:  $L^{(l,k)}(Q_{j,i}), L^{(l,k)}(Q_j), L^{l=0,k=0}(R_{i,j})$ ;
  For layer = 1:m (use  $\mathbf{H}_{M \times N}^{\text{sort}}$ )
    Calculate:  $L^{(l,k)}(Q_{j,i}), L^{l,k}(R_{i,j}), L^{(l,k)}(Q_j)$ ;
  End
  Verdict  $\hat{\mathbf{x}}_j$  according to  $L^{(l,k)}(Q_j)$ ;
  If  $\hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{H}_{M \times N}^T = \mathbf{0}$  or  $l = l_{\max}$ :
    Break;
  End
End

```

## 4 仿真结果及算法复杂度分析

### 4.1 仿真结果与分析

为验证 LS-MS-A 改进算法的性能,本文采用 LS-MS-A 改进算法与相关算法,对码率为  $\frac{1}{2}$  的非规则 QC-LDPC 码进行仿真。

采用 AWGN 信道,调制方式为二进制相移键控(BPSK),最大迭代次数设为 20。

1) 在层调度策略下,采用三种层更新顺序的分层译码算法进行平均迭代次数的仿真比较。

设码长为 128,采用 LS-MS-D(降序,即优先更新层重较大的层)算法、LS-MS-R(自然序,即 L-MS)算法和本文提出的 LS-MS-A(升序,即优先更新层重较小的层)改进算法进行译码,得到平均迭代次数曲线如图 1 所示。

由图 1 可以看出,引入升序层调度策略的 LS-MS-A 改进算法平均迭代次数最小,引入降序层调度策略的 LS-MS-D 改进算法平均迭代次数最大。产生此现象的原因在于,LS-MS-D 改进算法优先更新重大的层,层重大即本层含有的变量节点多,

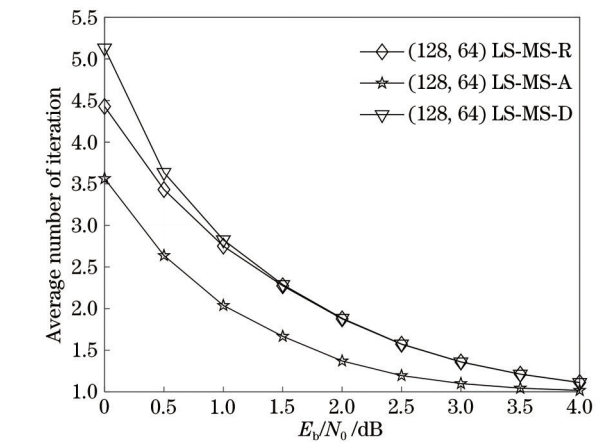


图 1 根据层重更新顺序不同的 LS-MS-D、LS-MS-R 和 LS-MS-A 算法的平均迭代次数对比图

Fig. 1 Comparison of average number of iterations of LS-MS-D, LS-MS-R, and LS-MS-A algorithms with different update orders according to row weight of layer

则更新本层会将本层含有的所有变量节点更新,而下层更新的基础是本层消息,若本层为层重较大的层,则下层更新时必然引入较多的无关消息,降低本层有效信息的比重,抑制了译码收敛速度。本文提出的 LS-MS-A 改进算法通过优先更新层重较小

的层,在尽可能保证本层有效信息比重的前提下,减少无关消息的引入,引入上层的有效信息,提高了译码收敛速度。在小信噪比处,当码长为 128 时,LS-MS-A 改进算法约可以提高 16.7% 的译码收敛速度。

2) 不同码长情况下,L-MS 算法与 LS-MS-A 改进算法的平均迭代次数仿真比较。

图 2 是 L-MS 算法与 LS-MS-A 改进算法在码率为 0.5,不同码长情况下的平均迭代次数曲线图。

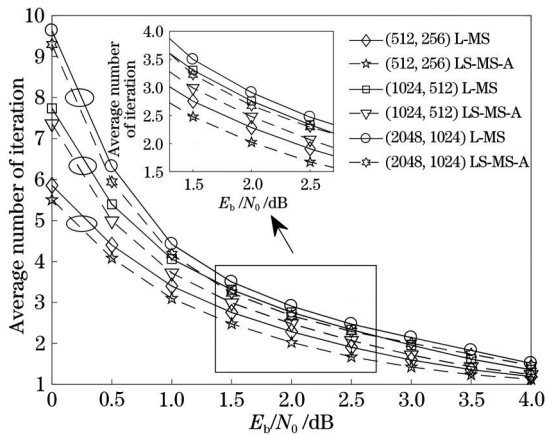


图 2 不同码长下 LS-MS-A 和 L-MS 算法的平均迭代次数对比图

Fig. 2 Comparison of average iteration times of LS-MS-A and L-MS algorithms with different code lengths

由图 2 可以看出,LS-MS-A 改进算法与 L-MS 算法相比,在不同码长情况下,LS-MS-A 改进算法平均迭代次数均小于 L-MS 算法的平均迭代次数。在小信噪比处,当码长为 512 时,LS-MS-A 改进算法对译码收敛速度的提升约为 6%;当码长为 1024 时,LS-MS-A 改进算法对译码收敛速度的提升约为 5%;当码长为 2048 时,LS-MS-A 改进算法对译码收敛速度的提升约为 3.5%。可见,LS-MS-A 改进算法在码长较短时对译码收敛速度有较大提升。

3) 不同码率情况下,L-MS 算法与 LS-MS-A 改进算法的平均迭代次数仿真比较。

图 3 是 L-MS 算法与 LS-MS-A 改进算法在码长分别为 512 和 500,不同码率情况下的平均迭代次数曲线图。

由图 3 可以看出,在小信噪比处,当码率为 0.5,码长为 512 时,LS-MS-A 改进算法对译码收敛速度的提升约为 6%;当码率为 0.6,码长为 500 时,LS-MS-A 改进算法对译码收敛速度的提升约为 8%;当

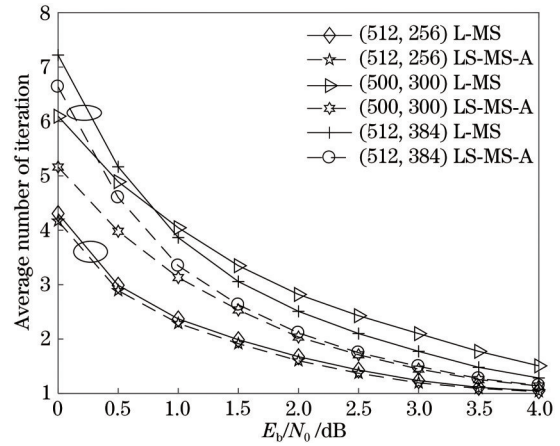


图 3 不同码率下 LS-MS-A 和 L-MS 算法的平均迭代次数对比图

Fig. 3 Comparison of average iteration times of LS-MS-A and L-MS algorithms with different code rates

码率为 0.75,码长为 512 时,LS-MS-A 改进算法对译码收敛速度的提升约为 15%。可见,LS-MS-A 改进算法在码率较高时对译码收敛速度有较大提升。

4) 误码率和平均迭代次数对比仿真。

设码长为 256,LS-MS-A 改进算法与 L-MS 算法相比较,得到误码率曲线如图 4 所示,平均迭代次数曲线如图 5 所示。

由图 4 和图 5 可以看出,引入层调度策略的 LS-MS-A 改进算法与 L-MS 算法相比,平均迭代次数降低,在小信噪比时,译码收敛速度约提升了 9%。引入层调度策略的 LS-MS-A 改进算法与 L-MS 算法在误码率方面表现相同,其原因在于引入层调度策略并不会改变校验节点与变量节点的监督关系,即为某变量节点提供有效信息的校验节点数目不变,从而使得 LS-MS-A 改进算法与 L-MS 算法在误

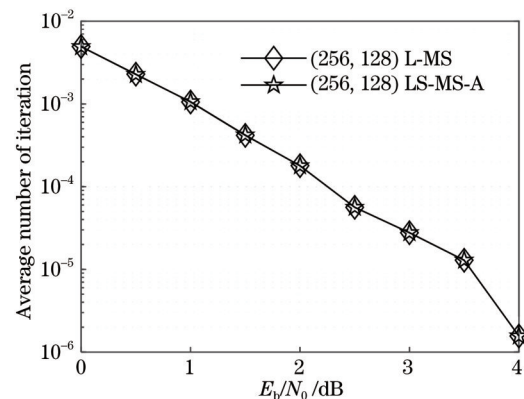


图 4 误码性能曲线图

Fig. 4 Graph of error code performance

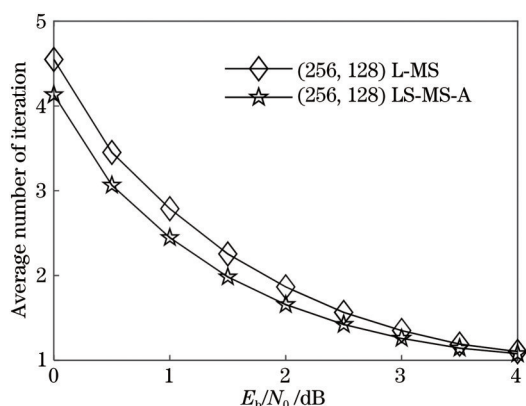


图 5 平均迭代次数曲线图

Fig. 5 Graph of average number of iterations

码率方面表现一致。

#### 4.2 算法复杂度分析

引入层重升序调度策略的 LS-MS-A 改进算法,在节点更新之前通过预排序,得到层重升序的临时校验矩阵  $\mathbf{H}_{M \times N}^{\text{sort}}$ ,利用  $\mathbf{H}_{M \times N}^{\text{sort}}$  完成节点更新。通过选择具有较低复杂度的排序算法,可以将其复杂度降至  $O(\log_2 m)$ ,远远低于译码算法主体的复杂度,几乎可以忽略不计。又因预排序可在译码算法主体外进行,所以引入层重升序调度策略的 LS-MS-A 算法可视为未引入额外的算法复杂度。

## 5 结 论

本文在分层最小和译码算法的基础上,通过分析同一变量节点在不同层中消息的传递,提出了引入层重升序调度策略的分层最小和 LS-MS-A 改进算法。改进算法通过优先更新 QC-LDPC 码校验矩阵层重小的层,增大有效信息的比重,提高了译码收敛速度。仿真结果表明,与 L-MS 译码算法相比,当码长为 256,码率为 0.5 时,LS-MS-A 算法可提高约 9% 的译码收敛速度;当码长为 512,码率为 0.75 时,LS-MS-A 算法可提高约 15% 的译码收敛速度。下一步将深入分析研究 QC-LDPC 码校验矩阵层内行重分布对于 LS-MS-A 改进算法的影响,进一步提高译码性能。

#### 参 考 文 献

[1] Gallager R. Low-density parity-check codes[J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(1): 21-28.  
 [2] Richardson T J, Shokrollahi M A, Urbanke R L. Design of capacity-approaching irregular low-density

parity-check codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 619-637.

- [3] Zheng W, Ma X Y, Zhao C C. An improved BP decoding algorithm of LDPC codes[J]. Journal of Hebei University (Natural Science Edition), 2016, 36(5): 547-553.  
 郑伟, 马晓越, 赵成晨. 一种改进的 LDPC 码 BP 译码算法[J]. 河北大学学报(自然科学版), 2016, 36(5): 547-553.  
 [4] Yuan J G, Wang Z, He C W, et al. An improved LLR-BP decoding algorithm for optical communication systems[J]. Semiconductor Optoelectronics, 2016, 37(4): 532-535, 591.  
 袁建国, 汪哲, 何昌伟, 等. 光通信系统中一种改进的 LLR-BP 译码算法[J]. 半导体光电, 2016, 37(4): 532-535, 591.  
 [5] Gao J, Long H, Shao Y B, et al. Research on improved LLR BP decoding algorithm[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2017, 36(7): 70-72.  
 高杰, 龙华, 邵玉斌, 等. 一种改进的 LLR BP 译码算法研究[J]. 传感器与微系统, 2017, 36(7): 70-72.  
 [6] Zheng J Y, Sun Y, Zhang F. Improvement of log-likelihood ratio belief propagation algorithm[J]. Modern Electronics Technique, 2019, 42(15): 5-7, 12.  
 郑娟毅, 孙宇, 张帆. 对数似然比置信传播算法的改进[J]. 现代电子技术, 2019, 42(15): 5-7, 12.  
 [7] Zheng X, Hu Q S, Feng J. Two improved algorithms for layered QC-LDPC decoding algorithm [C]//2018 IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering (CCECE), May 13-16, 2018, Quebec, QC, Canada. New York: IEEE Press, 2018: 18074441.  
 [8] Wang B B, Zhu Y, Kang J. Two effective scheduling schemes for layered belief propagation of 5G LDPC codes[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(8): 1683-1686.  
 [9] Li H, Ding H, Zheng L H, et al. An efficient scheduling scheme for layered belief propagation decoding of regular LDPC codes[C]//2016 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), October 18-20, 2016, Lisbon. New York: IEEE Press, 2016: 397-400.  
 [10] Zhou F, Niu L L, Tian B H. Low complexity LDPC decoding algorithm based on hierarchical messaging mechanism[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2020, 40(4): 110-112, 117.

- 周帆, 牛琳琳, 田秉禾. 基于分层消息传递机制的低复杂度 LDPC 译码算法[J]. 弹箭与制导学报, 2020, 40(4): 110-112, 117.
- [11] Aslam C A, Guan Y L, Cai K. Improving the belief-propagation convergence of irregular LDPC codes using column-weight based scheduling[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(8): 1283-1286.
- [12] Fan Y N, Wang L C, Yao X J, et al. Overlapped layered belief-propagation LDPC decoding algorithm [J]. Journal of Xidian University, 2017, 44(2): 88-94. 范亚楠, 王丽冲, 姚秀娟, 等. 交叠的分层置信度传播 LDPC 译码算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2017, 44(2): 88-94.
- [13] Jiang X B, Li F Y. Layered alternate iteration of shuffled belief propagation decoding of LDPC[J]. Journal of Circuits and Systems, 2013, 18(1): 423-426, 431.
- 姜小波, 李芳苑. LDPC 码的交替迭代分层置信传播译码 [J]. 电路与系统学报, 2013, 18(1): 423-426, 431.
- [14] Zhang S, Ma L H, Tang H, et al. Improved layered decoding algorithm for LDPC codes based on integer operation[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(3): 638-642. 张嵩, 马林华, 唐红, 等. 基于整数运算的 LDPC 码改进分层译码算法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(3): 638-642.
- [15] Lao L L, Li L X, Zhu M, et al. Improved layered decoding algorithms based on integer quantization for LDPC codes[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2014, 32(6): 974-980. 劳玲玲, 李立欣, 朱梦, 等. 基于改进的整数量化 LDPC 码分层译码算法[J]. 西北工业大学学报, 2014, 32(6): 974-980.