

激光与光电子学进展

混杂非马尔可夫库对海森伯 XYZ 自旋链模型的量子纠缠与量子稠密编码的影响

艾克拜尔·阿木提江, 阿拉帕提·阿不力米提, 杨帆, 张金峰, 艾合买提·阿不力孜*

新疆师范大学物理与电子工程学院, 新疆 乌鲁木齐 830054

摘要 由于构成一个开放量子系统周围环境的热库里总是同时含有玻色子和费米子, 用混杂库而不是单一的玻色库或费米库来描述系统的热库是比较符合实际的。利用非马尔可夫量子态扩散方法, 研究了同时耦合于非马尔可夫玻色库与费米库的海森伯 XYZ 自旋链模型的量子纠缠和量子稠密编码信道容量的动力学演化特性, 并与单一非马尔可夫库中的情况进行比较。数值模拟结果显示, 与单一非马尔可夫库相比, 与一个混杂非马尔可夫库耦合的海森伯自旋链模型显示出更高的纠缠度、更优的量子稠密编码以及更长的弛豫时间。这说明在提高量子纠缠、优化量子稠密编码方面, 混杂非马尔可夫库比单一非马尔可夫库更有优势。

关键词 量子光学; 混杂非马尔可夫库; 环境记忆效应; 量子纠缠; 量子稠密编码; 量子态扩散方法

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0527002

Effect of Non-Markovian Hybrid Bath on Quantum Entanglement and Quantum Dense Coding in Heisenberg XYZ Spin Chain Model

Akbar Hamutjan, Arapat Ablimit, Yang Fan, Zhang Jinfeng, Ahmad Abliz*

*School of Physics and Electronic Engineering, Xinjiang Normal University,
Urumqi, Xinjiang 830054, China*

Abstract Because a heat bath forming the surrounding environment of an open quantum system always contains Bosons and Fermions at the same time, it is more practical to describe the heat bath using a mixed bath rather than a single Bosonic or Fermionic bath. The dynamical evolution properties of the quantum entanglement and quantum dense encoding channel capacity of the Heisenberg XYZ spin chain model coupled with a non-Markovian Bosonic bath and Fermionic bath simultaneously were studied and compared with a non-Markovian single bath using the non-Markovian quantum state diffusion method. The numerical simulation results show that compared with a non-Markovian single bath, the Heisenberg spin chain model coupled with the non-Markovian hybrid bath has higher entanglement, better quantum dense coding, and a longer relaxation time. These results show that the non-Markovian hybrid bath has more advantages than the non-Markovian single bath. A system in the non-Markovian hybrid bath improved quantum entanglement and optimized quantum dense coding.

Key words quantum optics; non-Markovian hybrid bath; environmental memory effect; quantum entanglement; quantum dense coding; quantum state diffusion method

收稿日期: 2021-09-22; 修回日期: 2021-10-19; 录用日期: 2021-10-25

基金项目: 国家自然科学基金地区科学基金(11864042)

通信作者: *ahmad@126.com

1 引言

考虑到现实意义^[1-3],与一个热库相互作用的开放量子系统的动力学是极具吸引力的课题。为了研究与一个玻色库耦合的开放体系动力学演化问题,诸如路径积分^[4-5]、主方程^[6-7]、马尔可夫和非马尔可夫量子轨迹^[8-10]等方法已提出。对于一个与费米库相互作用的体系,也有一些类似的研究方法,如散射理论^[11]、非平衡格林函数^[12]、费米路径积分^[13-14]等。这些开放体系问题当中,非马尔可夫热库吸引了广泛关注。这是由于非马尔可夫环境的记忆效应,从系统流入到环境的能量与信息在一定的时间间隔内重新返回到系统,使得系统的量子纠缠等量子特性有可能有效恢复。因此,探究开放体系量子关联的非马尔可夫动力学演化并利用这一特性控制并保护系统的量子特性引起了研究者们极大的兴趣^[15-17]。在众多研究非马尔可夫动力学的方法中,Carmichael等^[18-22]提出的非马尔可夫量子态扩散(NMQSD)方法在各类量子系统的非马尔可夫动力学研究中展现出了强大的计算能力。该方法处理开放量子系统的动力学演化问题时,不但可以精确地分析量子系统的随机动力学特征,而且体系的演化不会受到耦合强度和关联时间的影响。该方法广泛地应用于各类固态体系的量子关联、量子通讯特性以及量子控制理论中。其中,程洞^[23]定量地研究了非马尔可夫环境对多维量子比特系统量子纠缠的影响,Jing等^[17]利用复合噪声控制并提高了量子隐形传态保真度。

尽管现实的环境很复杂,但由于其是玻色子和费米子构成的,以上所提到的研究工作主要集中于量子系统耦合到单一非马尔可夫库(玻色子或费米子)的情形中。然而,某些开放系统与一个玻色库相互作用的同时有可能与一些费米库耦合^[24-26],比如一个原子系统有可能同时与经典的激光场(玻色库)和量子化的辐射场(费米库)耦合在一起^[27]。另外,一个双量子点体系在与两个电子库相互作用的同时,也有可能和两个费米库和一个声子库(玻色子)耦合。这种情况下,量子点系统的动力学是费米库(非对易的 Grassmann 噪声)和玻色库(复合 Gaussian 噪声)共同决定的。最近有人研究了与费米库和玻色库同时耦合的量子点系统中电子传导分子结的振动式激发和电荷转移的动力学演化过程^[28-30]。Zhao等^[31]已提出了含有费米子和玻色子的混杂库耦合的开放系统动力学的量子态扩散方法

及其对应的非马尔可夫主方程。单一非马尔可夫热库对开放系统量子特性的有效作用已有不少研究^[32-33]。但是,混杂非马尔可夫库对量子纠缠及量子稠密编码的效应至今鲜有报道。

本文利用混杂库的 NMQSD 方法^[31]研究耦合到一个非马尔可夫混杂库的海森伯 XYZ 自旋链模型的量子纠缠和量子稠密编码信道容量的动力学演化特性。主要目的是探究混杂库是否有助于提高量子纠缠及信道容量,并通过与单一库的情形进行对比验证混杂库是否具有优越性等问题。

2 理论模型与研究方法

2.1 模型与主方程

当两个二能级原子组成的海森伯 XYZ 自旋链系统同时耦合到由非马尔可夫费米库与玻色库构成的共同混杂库时,总哈密顿量可以写为(整篇文章取 $\hbar = 1$)

$$H_{\text{tot}} = H_{\text{sys}} + H_{\text{fb}} + H_{\text{bb}} + H_{\text{fl}} + H_{\text{bl}}, \quad (1)$$

其中,

$$\begin{cases} H_{\text{sys}} = \omega_A \sigma_z^A + \omega_B \sigma_z^B + J_x \sigma_x^A \sigma_x^B + J_y \sigma_y^A \sigma_y^B + J_z \sigma_z^A \sigma_z^B \\ H_{\text{fb}} = \sum_k \epsilon_k c_k^\dagger c_k \\ H_{\text{bb}} = \sum_r \Omega_r b_r^\dagger b_r \\ H_{\text{fl}} = \sum_k (\mu_k L_f^\dagger c_k + \text{h.c.}) \\ H_{\text{bl}} = \sum_r (\lambda_r L_b^\dagger b_r + \text{h.c.}) \end{cases}, \quad (2)$$

式中: H_{sys} 为自旋链系统的哈密顿量; ω_A 与 ω_B 是两个二能级原子的跃迁频率; J_x 、 J_y 和 J_z 分别是X、Y和Z方向上的耦合常数; H_{fb} 为费米库的哈密顿量; c_k (c_k^\dagger)是费米库的湮灭(产生)算符; H_{bb} 为玻色库的哈密顿量; b_r (b_r^\dagger)为玻色库的湮灭(产生)算符; H_{fl} 是体系与费米库之间的相互作用哈密顿量; H_{bl} 是体系与玻色库之间的相互作用哈密顿量;费米库和系统耦合的 Lindblad 算符 $L_f = k_A \sigma^A + k_B \sigma^B$, 玻色库和系统耦合的 Lindblad 算符 $L_b = k_A \sigma^A + k_B \sigma^B$ ^[31], k_A 、 k_B 是两个自旋的耦合常数, $\sigma_\pm = (\sigma_x \pm i\sigma_y)/2$ 是升降算符; μ_k 、 λ_r 是系统与环境的耦合系数; Ω_r 为玻色库中玻色子的跃迁频率; ϵ_k 为费米库中费米子的跃迁频率。为了描述混杂库的状态,引入费米相干态 $|\xi_k\rangle$ 与玻色相干态 $|z_r\rangle$ 。(1)式代入薛定谔方程后,系统的 NMQSD 方程可写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} |\phi_t\rangle = & [-iH_{\text{sys}} + L_f \xi_f^\dagger - L_f^\dagger \bar{Q}(t, \xi^*, z^*) + \\ & L_b z_r^* - L_b^\dagger \bar{O}(t, z^*, \xi^*)] |\phi_t\rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

式中:费米库的环境噪声函数 $\xi_i^* = -i \sum_k \xi_k^* e^{-i\epsilon_k t}$, 玻色库的环境噪声函数 $z_i^* = -i \sum_r z_r^* e^{-i\omega_r t}$ 。这里,引入依赖时间的 Q 和 O 算符:

$$\begin{cases} Q(t, s, \xi^*, z^*) | \psi_t \rangle = \frac{\delta | \psi_t \rangle}{\delta \xi_s^*} \\ O(t, s, z^*, \xi^*) | \psi_t \rangle = \frac{\delta | \psi_t \rangle}{\delta z_s^*} \end{cases} \quad (4)$$

将(4)式代入(3)式,可得推导出 Q 和 O 算符的演化过程^[31],即

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} Q = [-iH_{\text{sys}}, Q] - \{L_f \xi_i^*, Q\} + [L_b z_i^*, Q] - L_f^\dagger \bar{Q} (-\xi^*) Q + Q L_f^\dagger \bar{Q} - \\ L_b^\dagger \bar{O} (-\xi^*) Q + Q L_b^\dagger \bar{O} - L_b^\dagger \frac{\delta}{\delta \xi_s^*} \bar{O} - L_f^\dagger \frac{\delta}{\delta \xi_s^*} \bar{Q} \\ \frac{\partial}{\partial t} O = [-iH_{\text{sys}} + L_f \xi_i^* + L_b z_i^* - L_f^\dagger \bar{O} - L_b^\dagger \bar{O}, O] - L_b^\dagger \frac{\delta}{\delta z_s^*} \bar{O} - L_f^\dagger \frac{\delta}{\delta z_s^*} \bar{Q} \end{cases}, \quad (5)$$

式中: $\bar{Q}(t, \xi^*, z^*) = \int_0^t \alpha_f(t, s) Q(t, s, \xi^*, z^*) ds$, $\bar{O}(t, z^*, \xi^*) = \int_0^t \alpha_b(t, s) O(t, s, z^*, \xi^*) ds$, 相应的环境关联函数为 $\alpha_f(t, s) = \sum_k \mu_k^2 e^{-i\epsilon_k(t-s)}$ 和 $\alpha_b(t, s) = \sum_r \lambda_b^2 e^{-i\omega_r(t-s)}$, 并且选择了 Ornstein-Uhlenbeck 噪声环境关联函数 $\alpha(t, s) = \frac{\gamma}{2} e^{-\gamma|t-s|}$ 。其中当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时,系统处于马尔可夫环境,当 $\gamma \rightarrow 0$ 时,系统处于非马尔可夫环境^[34]。运用(5)式并对环境噪声求系

综平均后,体系的密度算符表达式为

$$\rho = M_b \{ M_f [P_t] \} = M_b \{ M_f [| \psi_t(z^*, \xi^*) \rangle \langle \psi_t(z^*, -\xi^*) |] \}, \quad (6)$$

式中:环境噪声的系综平均值 $M_f \{ \cdot \} = \int \prod_k d\xi_k^* d\xi_k e^{-\xi_k^* \xi_k} [\cdot]$, $M_b \{ \cdot \} = \int \prod_r \frac{1}{\pi} e^{-|z_r^*|^2} d z_r^* [\cdot]$ 。把(6)式代入到(5)式,可以得到系统耦合到混杂库的非马尔可夫主方程:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} = & -i [H_{\text{sys}}, \rho] + [L_f, M_b \{ M_f \{ P_t \bar{Q}^\dagger (-\xi) \} \}] + [M_b \{ M_f \{ \bar{Q} P_t \} \}, L_f^\dagger] + \\ & [L_b, M_b \{ M_f \{ P_t \bar{O}^\dagger \} \}] + [M_b \{ M_f \{ \bar{O} P_t \} \}, L_b^\dagger] \end{aligned} \quad (7)$$

并且当 $\bar{Q}(t, \xi, z) \approx \bar{Q}_0(t)$ 和 $\bar{O}(t, z, \xi) \approx \bar{O}_0(t)$ 时,算符 $\bar{Q}(t, \xi, z)$ 和 $\bar{O}(t, z, \xi)$ 对噪声 ξ_i^* 与 z_i^* 可以忽略不计^[34],所以在零阶近似情况下的非马尔可夫主方程可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} = & -i [H_{\text{sys}}, \rho] + [L_f, \bar{Q}_\rho^\dagger] + [\bar{Q}_\rho, L_f^\dagger] + \\ & [L_b, \bar{O}_\rho^\dagger] + [\bar{O}_\rho, L_b^\dagger] \end{aligned} \quad (8)$$

2.2 量子纠缠

量子纠缠是量子力学的基本特性之一,也是量子稠密编码^[35-36]、量子隐形传态^[37]和量子计算等领域中的重要物理资源。1998年 Wootters 等提出的量子比特纠缠度量 Concurrence 可以写为

$$C(\rho_{AB}) = \max \{ 0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4} \}, \quad (9)$$

式中: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4 \geq 0$ 为矩阵 $\rho(\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B) \times \rho^*(\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B)$ 的本征值, σ_y 表示泡利矩阵; ρ^* 为 ρ 的

复共轭。 $C(\rho_{AB})$ 的变化范围为 0 到 1, 将共生纠缠度作为纠缠的度量。

2.3 量子稠密编码的信道容量

量子稠密编码以纠缠态作为信道,可以得到比经典信道更高的信道容量^[38-41]。量子稠密编码的信道容量使用能传递的最大信息量来表示,能传递的最大信息量是由 Holevo 量来定义的,因此信道容量的表达式^[42]为

$$\chi = S(\bar{\rho}) - S(\rho), \quad (10)$$

其中,

$$\begin{cases} \bar{\rho} = \sum_{i=0}^{i_{\max}} p_i \rho_i = \sum_{i=0}^{i_{\max}} p_i \left[\frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 (U_i \otimes I_2) \rho (U_i^\dagger \otimes I_2) \right], \\ S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log_2 \rho) \end{cases} \quad (11)$$

式中: $\bar{\rho}$ 是信号系综平均密度矩阵; $S(\rho)$ 是 Von-Neumann 熵。其中信息发送者以先验概率 $p_i (i =$

1, 2, 3, ..., i_{\max})对系统进行局域幺正变换 U_i , 将系统制备到 ρ_i 后发送给接收者。收到量子态后, 接收者对量子系统进行测量, 得到信息。当信道容量值为 $1 \leq \chi \leq 2$ 时, 才能有效地完成量子稠密编码。

3 数据分析与讨论

根据以上相关定义, 将进行数值模拟计算。首先分析系统处在不同初始态的条件下, 混杂库和单一库对量子纠缠演化特性影响的对比, 如图 1(a) 和图 1(b) 所示, 其中 $\omega_A = \omega_B = 0.5$, $k_A = k_B = 1$, $J_x = 0.9$, $J_y = 0.2$, $J_z = 0.4$ 。由图 1(a) 可见, 当初态为分离态时, 演化的初始时刻虽然单库情况下的纠缠比

混杂库情况时的略胜一筹, 但随着时间的演化, 两种情况下的纠缠演化展现出截然不同的演化行为。混杂库中的量子纠缠逐渐振荡升高, 而单一库中量子纠缠显示出相反的演化行为。当初态为最大纠缠态时, 如图 1(b) 所示, 虽然一开始单一库中量子纠缠体现出更为抗衰减的性质, 但随后按振荡衰减的方式演化, 而混杂库中量子纠缠则强劲恢复并振荡上升且最终达到较高的稳态值。这说明在非马尔可夫混杂库中环境记忆效应比单库的记忆效应更强, 使系统恢复到更强的量子关联状态并由此延迟两个原子之间的退相干, 混杂库中纠缠比单一库情况提高 2~3 倍。

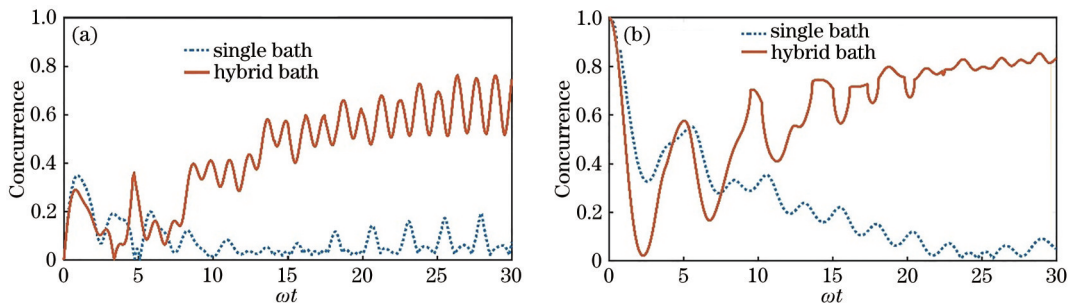


图 1 并发度在单一非马尔可夫库和混杂非马尔可夫库下的动力学演化对比。(a) 初始态为 $|\varphi\rangle = |11\rangle$;
(b) 初始态为 $|\varphi\rangle = (|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$

Fig. 1 Comparison of concurrence dynamics under the non-Markovian single bath and non-Markovian hybrid bath.

(a) Initial state is $|\varphi\rangle = |11\rangle$; (b) initial state is $|\varphi\rangle = (|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$

下一步将运用主方程(8)式和信道容量(10)式进行数值模拟计算。图 2 为当 $\gamma = 0.2$ 和量子信道为纠缠态 $|\varphi\rangle = (|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$ 时, 量子纠缠及量子稠密编码信道容量在不同热库中的时间演化, 其中 $\omega_A = \omega_B = 0.5$, $k_A = k_B = 1$, $J_x = 0.9$, $J_y = 0.2$, $J_z = 0.4$ 。从图 2 不难看出, 系统在单一非马尔可夫库中演化时两体纠缠明显减弱, 从而导致此时

的量子稠密编码信道容量未达到有效值。反而在与单一库相同的条件下, 在混杂库中并发度的演化拥有了较高的数值结果, 系统的量子纠缠呈现上升的趋势, 并长时间保持稳定的较高值, 相应的量子稠密编码也显示出了更佳的信息传送效果。这再次说明, 混杂非马尔可夫库延长了环境记忆时间, 从系统流出到环境的信息更有效地流回到系统里, 因此提升了两个原子之间的纠缠特性, 提高了信道

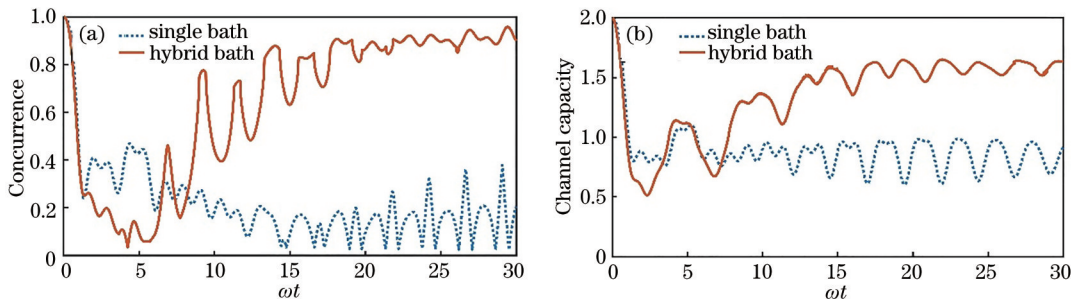


图 2 并发度和信道容量的动力学演化对比, 初始态为 $|\varphi\rangle = (|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$ 。(a) 并发度; (b) 信道容量

Fig. 2 Comparison of dynamic evolution of concurrence and channel capacity, the initial states is $|\varphi\rangle = (|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$.

(a) Concurrence; (b) channel capacity

容量。

已有诸多研究表明,海森伯自旋链的耦合常数对该体系的量子关联有影响^[43]。为了弄清楚混杂库情况下不同耦合常数对量子纠缠及量子稠密编码信道容量的影响,与单一库进行对比,给出了如图 3 所示的数值模拟。图 3(a)和图 3(b)的参数条件为 $\omega_A = \omega_B = 0.5, k_A = k_B = 1, J_y = 0.2, J_z = 0.4$, 图 3(c)和图 3(d)的参数条件为 $\omega_A = \omega_B = 0.5, k_A = k_B = 1, J_x = 0.3, J_y = 0.5$ 。由于耦合常数 J_x 和 J_y 对信道容量演化趋势的影响几乎相同,所以只给出了 J_x

对信道容量的动力学演化图像。结果显示,不管是混杂库还是单一库,耦合常数(不管哪一个方向)越小越有利于量子纠缠和量子稠密编码。图 3 的结果再次证明,混杂库的环境记忆效应比单一库的记忆效应更强,导致混杂库情况下的量子纠缠及信道容量仍然体现出比单一库更为优越的结果。尤其是耦合常数越小时,混杂非马尔可夫环境对并发度和信道容量的积极作用越为明显。另外,在演化过程中,多次出现量子相变点,是因为基态和第一激发态的特性发生不连续变化^[44]。

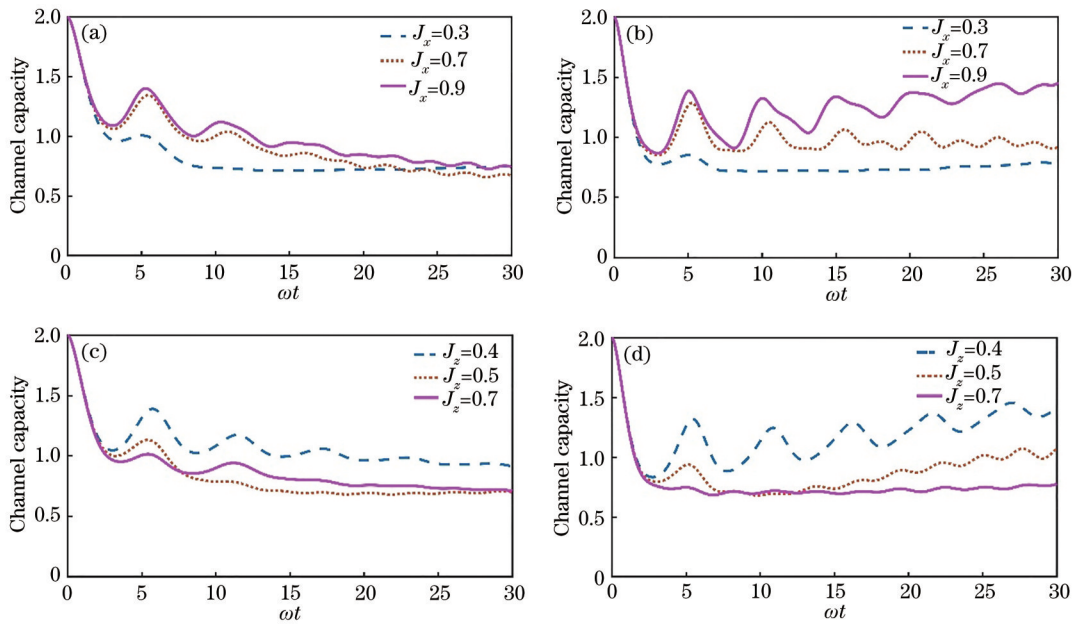


图 3 不同条件对信道容量的影响。(a)在单一非马尔可夫库条件下,耦合常数 J_x 对信道容量的影响;(b)在混杂非马尔可夫库条件下,耦合常数 J_x 对信道容量的影响;(c)在单一非马尔可夫库条件下,耦合常数 J_z 对信道容量的影响;(d)在混杂非马尔可夫库条件下,耦合常数 J_z 对信道容量的影响

Fig. 3 Influence of different conditions on quantum dense coding. (a) Under non-Markovian single bath, effect of internal coupling strength J_x on quantum dense coding; (b) under non-Markovian hybrid bath, effect of internal coupling strength J_x on quantum dense coding; (c) under non-Markovian single bath, effect of internal coupling strength J_z on quantum dense coding; (d) under non-Markovian hybrid bath, effect of internal coupling strength J_z on quantum dense coding

4 结 论

基于混杂非马尔可夫库下演化过程的主方程,以同时耦合到费米库与玻色库的海森伯 XYZ 自旋链模型为载体,用数值模拟方法研究了混杂库对量子纠缠、量子稠密编码动力学演化特性的影响,并与单一库情形进行了对比。结果表明,混杂库环境下演化的体系中量子纠缠恢复及提高远比单一库情形要明显。同样,利用该自旋链体系实现稠密编码时,量子信道容量随时间的演化行为展现出与量子纠缠一样相比于单一库情形的优越性。最后分

析自旋链不同方向的耦合常数 J_x, J_y, J_z 对信道容量的影响,发现在单一库中信道容量的演化出现振幅衰减振荡,降低量子稠密编码的传送信息效率,而在混杂库中,系统的信道容量随着耦合常数的变化依然呈现明显的提升趋势。由此可知,虽然非马尔可夫库有环境记忆效应,但在混杂非马尔可夫库中的体系拥有的环境记忆时间明显比单一非马尔可夫库中的环境记忆时间更长,从系统耗散到环境的能量和信息多次流回到系统内,因而可以更有效地提高量子纠缠及量子稠密编码信道容量。本结果有可能为原子系统(同时与经典的激光场和量子化

的辐射场耦合在一起)及双量子点体系(与两个电子库相互作用的同时,也有可能耦合到两个费米库和一个声子(玻色子)库)中量子关联的研究提供理论参考。

参 考 文 献

- [1] Hu X M, Huang C X, Sheng Y B, et al. Long-distance entanglement purification for quantum communication[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 126(1): 010503.
- [2] Mattle K, Weinfurter H, Kwiat P G, et al. Dense coding in experimental quantum communication[J]. *Physical Review Letters*, 1996, 76(25): 4656-4659.
- [3] Zhang J F, Xie J Y, Deng Z W, et al. Quantum dense coding scheme using Bell state superposition state and its NMR implementation[J]. *Science in China (Series G) Physical, Mechanics & Astronomy*, 2004, 34(5): 502-512.
张竞夫, 谢竞伟, 邓志威, 等. 应用 Bell 态叠加态的量子稠密编码方案及其核磁共振实现[J]. *中国科学 G 辑: 物理学、力学、天文学*, 2004, 34(5): 502-512.
- [4] Feynman R P, Vernon F L. The theory of a general quantum system interacting with a linear dissipative system[J]. *Annals of Physics*, 1963, 24: 118-173.
- [5] An J H, Zhang W M. Non-Markovian entanglement dynamics of noisy continuous-variable quantum channels[J]. *Physical Review A*, 2007, 76(4): 042127.
- [6] Hu B L, Paz J P, Zhang Y. Quantum Brownian motion in a general environment. II. nonlinear coupling and perturbative approach[J]. *Physical Review D, Particles and Fields*, 1993, 47(4): 1576-1594.
- [7] Calzetta E A, Hu B L B. Nonequilibrium quantum field theory[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- [8] Gisin N, Percival I C. The quantum-state diffusion model applied to open systems[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1992, 25(21): 5677-5691.
- [9] Yu T, Diósi L, Gisin N, et al. Non-Markovian quantum-state diffusion: perturbation approach[J]. *Physical Review A*, 1999, 60(1): 91-103.
- [10] Strunz W T, Yu T. Convolutionless non-Markovian master equations and quantum trajectories: Brownian motion[J]. *Physical Review A*, 2004, 69(5): 052115.
- [11] Büttiker M. Scattering theory of current and intensity noise correlations in conductors and wave guides[J]. *Physical Review B*, 1992, 46(19): 12485-12507.
- [12] Meir Y, Wingreen N S, Lee P A. Transport through a strongly interacting electron system: theory of periodic conductance oscillations[J]. *Physical Review Letters*, 1991, 66(23): 3048-3051.
- [13] Tu M W Y, Zhang W M. Non-Markovian decoherence theory for a double-dot charge qubit[J]. *Physical Review B*, 2008, 78(23): 235311.
- [14] Zhang W M, Lo P Y, Xiong H N, et al. General non-Markovian dynamics of open quantum systems [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(17): 170402.
- [15] Zhao X Y, Jing J, Corn B, et al. Dynamics of interacting qubits coupled to a common bath: non-Markovian quantum-state-diffusion approach[J]. *Physical Review A*, 2011, 84(3): 032101.
- [16] Chen Y S, You J Q, Yu T. Exact non-Markovian master equations for multiple qubit systems: quantum-trajectory approach[J]. *Physical Review A*, 2014, 90(5): 052104.
- [17] Jing J, Yu T, Lam C H, et al. Control relaxation via dephasing: a quantum-state-diffusion study[J]. *Physical Review A*, 2018, 97: 012104.
- [18] Carmichael H. An open systems approach to quantum optics[M]. Heidelberg: Springer, 1993.
- [19] Dalibard J, Castin Y, Mølmer K. Wave-function approach to dissipative processes in quantum optics [J]. *Physical Review Letters*, 1992, 68(5): 580-583.
- [20] Gao X, Eisfeld A. Charge and energy transfer in large molecular assemblies: quantum state diffusion with an adaptive basis[J]. *The Journal of Chemical Physics*, 2019, 150(23): 234115.
- [21] Plenio M B, Knight P L. The quantum-jump approach to dissipative dynamics in quantum optics[J]. *Reviews of Modern Physics*, 1998, 70(1): 101-144.
- [22] Diósi L, Strunz W T. The non-Markovian stochastic Schrödinger equation for open systems[J]. *Physics Letters A*, 1997, 235(6): 569-573.
- [23] Cheng J. Theoretical research of entanglement dynamics in open quantum systems[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2016: 4-7.
程洞. 开放量子系统中纠缠动力学的理论研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2016: 4-7.
- [24] Hu X, Sousa R D, Sarma S D. Foundations of quantum mechanics in the light of new technology [M]. Singapore: World Scientific, 2002.
- [25] Ritschel G, Suess D, Möbius S, et al. Non-Markovian quantum state diffusion for temperature-dependent linear spectra of light harvesting aggregates

- [J]. *The Journal of Chemical Physics*, 2015, 142(3): 034115.
- [26] Lambert N, Nori F. Detecting quantum-coherent nanomechanical oscillations using the current-noise spectrum of a double quantum dot[J]. *Physical Review B*, 2008, 78(21): 214302.
- [27] Gardiner C W, Zoller P. *Quantum noise*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2004.
- [28] Simine L, Segal D. Path-integral simulations with fermionic and bosonic reservoirs: transport and dissipation in molecular electronic junctions[J]. *The Journal of Chemical Physics*, 2013, 138(21): 214111.
- [29] Mühlbacher L, Rabani E. Real-time path integral approach to nonequilibrium many-body quantum systems [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(17): 176403.
- [30] Simine L, Segal D. Vibrational cooling, heating, and instability in molecular conducting junctions: full counting statistics analysis[J]. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 2012, 14(40): 13820-13834.
- [31] Zhao X Y, Shi W F, You J Q, et al. Non-Markovian dynamics of quantum open systems embedded in a hybrid environment[J]. *Annals of Physics*, 2017, 381: 121-136.
- [32] Yang F, Ablimit A, Abliz A. Influences of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and inhomogeneous magnetic field on entanglement of spin system in non-Markov environment[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(7): 0727003.
杨帆, 阿拉帕提·阿不力米提, 艾合买提·阿不力孜. 非马尔可夫环境下 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和非均匀磁场对自旋系统的纠缠影响[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(7): 0727003.
- [33] Azizigul A, Bai H T, Aynisa Y, et al. Evolution of geometric quantum discord of two-bit Heisenberg spin chain system in non-Markovian environment[J/OL]. *Laser & Optoelectronics Progress*: 1-14 [2021-08-10]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1690.tn.20210802.1730.062.html>.
艾则孜姑丽·阿不都克热木, 白慧婷, 阿依尼沙·牙生, 等. 两比特海森伯自旋链体系中几何量子失协在非马尔可夫效应下的演化[J/OL]. *激光与光电子学进展*: 1-14 [2021-08-10]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1690.tn.20210802.1730.062.html>.
- [34] Diósi L, Gisin N, Strunz W T. Non-Markovian quantum state diffusion[J]. *Physical Review A*, 1998, 58(3): 1699-1712.
- [35] Bennett C H, Wiesner S J. Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states[J]. *Physical Review Letters*, 1992, 69(20): 2881-2884.
- [36] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, et al. Quantum entanglement[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2009, 81(2): 865-942.
- [37] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70(13): 1895-1899.
- [38] Nielsen M A, Chuang I L. *Quantum computation and quantum information: 10th anniversary edition* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [39] Lo H K, Spiller T, Popescu S. *Introduction to quantum computation and information*[M]. Singapore: World Scientific, 1998.
- [40] Bennett C H, DiVincenzo D P. Quantum information and computation[J]. *Nature*, 2000, 404(6775): 247-255.
- [41] Galindo A, Martín-Delgado M A. Information and computation: classical and quantum aspects[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2002, 74(2): 347-423.
- [42] Zhang Y D. *Principles of quantum information physics*[M]. Beijing: Science Press, 2005.
张永德. *量子信息物理原理*[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [43] Arapat A, Yang F, Dildar H, et al. Influence of non-Markovian bosonic environment on the quantum teleportation of a single three-level atom[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(21): 2127002.
阿拉帕提·阿不力米提, 杨帆, 迪丽达尔·海依提江, 等. 非马尔可夫玻色库对单个三能级原子量子隐形传态的影响[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(21): 2127002.
- [44] Zhang G Q. *Studies of quantum correlation and quantum phase transition in spin-chain and open systems*[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2019: 23-24.
张国清. *自旋链与开放系统中量子关联和量子相变的研究*[D]. 杭州: 浙江大学, 2019: 23-24.