

激光与光电子学进展

拉盖尔-高斯光束在拓扑绝缘体分层介质薄膜的相位分布

孟惠¹, 王明军^{2*}, 宁铎³, 任神河¹

¹咸阳师范学院物理与电子工程学院, 陕西 咸阳 712000;

²西安理工大学自动化学院, 陕西 西安 710021;

³陕西科技大学电气与控制工程学院, 陕西 西安 710021

摘要 拓扑绝缘体(TI)是一种具有特殊能带结构的新型量子物态。它的体内结构像绝缘体一样不导电,而表面像导体一样具有金属性能够导电,能够实现无损耗传播能量和信息,良好的光学透射率。利用平面角谱展开法和传输矩阵理论研究了拉盖尔-高斯(LG)光束入射分层拓扑绝缘体(TI)薄膜的相位分布特征。数值结果表明,反射场和透射场中LG光束的相位结构会随着拓扑磁电极化率(TMEP)的变化而变化,尤其是p波的相位分布中心轴发生左移或者右移的现象。拉盖尔-高斯LG光束入射分层拓扑绝缘体介质薄膜相位分布特征在无线激光通信、光学囚禁、微粒操纵、非线性光学以及信息编码等领域有一定意义。

关键词 表面光学; 拉盖尔-高斯光束; 拓扑绝缘体; 相位结构; 分层介质; 传输矩阵理论

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0524002

Phase Distribution of Laguerre-Gaussian Beams on a Layered Topological Insulator Dielectric Film

Meng Hui¹, Wang Mingjun^{2*}, Ning Duo³, Ren Shenhe¹

¹College of Physics & Electronic Engineering, Xianyang Normal University, Xianyang, Shaanxi 712000, China;

²School of Automation, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710021, China;

³School of Electrical & Control Engineering, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an, Shaanxi 710021, China

Abstract Herein, the phase distribution characteristics of Laguerre-Gaussian (LG) beams incident on a layered topological insulator (TI) thin film are studied using the plane angular spectrum expansion method and transmission matrix theory. Numerical results show that the phase structure of LG beams in the reflected and transmitted fields is affected by the changes in topological magneto-electric polarizability. Particularly, the center axis of the phase distribution of p-wave shifts left or right. This research on the phase distribution characteristics of LG beams incident on layered topological insulator thin films has significance in wireless laser communication, optical trapping, particle manipulation, nonlinear optics, information coding, and other fields.

Key words optics at surfaces; Laguerre-Gaussian beam; topological insulator; phase structure; layered dielectric; transmission matrix theory

收稿日期: 2021-03-02; 修回日期: 2021-05-05; 录用日期: 2021-06-10

基金项目: 国家自然科学基金(61771385)

通信作者: *rshyjs@163.com

1 引言

拓扑绝缘体(TI)^[1-5]是一种具有特殊能带结构的新型量子态,具有像普通绝缘体一样的体带隙,在表面具有受拓扑保护的导电态。在TI表面上涂抹磁性薄膜将破坏其时间反转对称性,该材料出现拓扑磁电极效应。近年来学者们掀起了对拓扑绝缘体材料的光学特性研究热潮^[6-9],其良好的透光率、非线性光学特性以及导电性在电子设备和光学设备的设计和生产中具有潜在的应用前景^[10]。

拉盖尔-高斯(LG)光束^[11-13]是一种典型的具有柱对称性,中心强度为零,环强度分布特性的涡旋光束,其特殊的螺旋相位分布特性使粒子可以被涡旋捕获,克服了高斯光束无法捕获折射率比周围介质低的粒子的缺点。国内外不少学者研究了LG光束在不同媒质的相位特性,比如大气湍流^[14-17]、等离子体材料^[18]、左手材料^[19-20]等,但未见有学者报道LG光束在TI介质中传播的相位结构的变化。

本文基于平面角谱法和矩阵理论研究了LG光束入射多层拓扑绝缘体平板的相位特性。分别推导了LG光束的反射矩阵、透射矩阵、反射系数矩阵和透射系数矩阵。数值模拟了多层TI平板LG光束在入射场、反射场和透射场中相位结构,并对数值结果进行了详细讨论。该研究不仅对研究拉盖尔高斯光束在无线激光通信领域的应用具有一定的意义,而且为探索拓扑绝缘体材料的光学性能提供了新的思路。

2 理论推导

如图1所示,建立了拉盖尔-高斯光束入射拓扑绝缘体分层介质薄膜的传输模型。假设波长为 $\lambda = 632.8 \mu\text{m}$ 、束腰半径为 $\omega = 0.5 \text{ mm}$ 、拓扑荷数为 $l = 2$

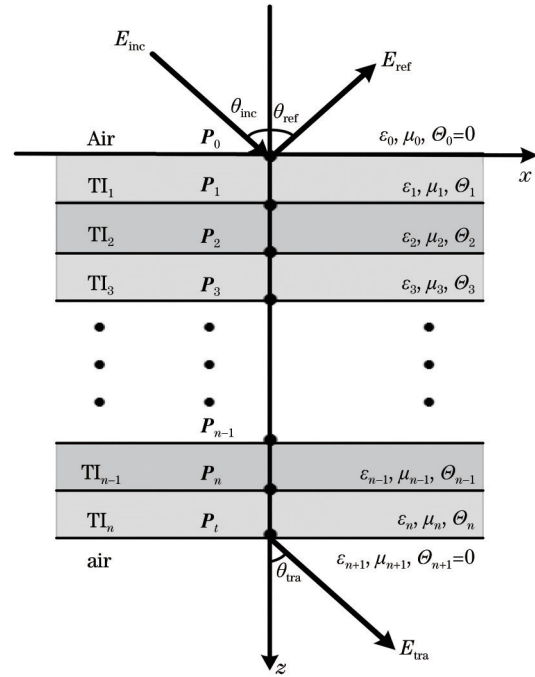


图1 LG光束入射多层拓扑绝缘体介质板的传输模型
Fig. 1 Transmission model of LG beam incident on a multilayer topological insulator dielectric plate

的LG光束沿z轴入射,标号0、1、2、3、...表示层数,s和p分别表示垂直传输方向光束和平行传输方向光束,第i层与第i+1层的传输矩阵为 P_i , E_{inc} 为入射电场, E_{ref} 为反射电场, E_{tra} 为透射电场,入射角 $\theta_{inc} = 60^\circ$, θ_{ref} 为反射角, θ_{tra} 为透射角。

空气中介电常数和磁导率分别为 $\epsilon_0 = (36\pi)^{-1} \times 10^{-9} \text{ F/m}$ 和 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$,TI材料的介电常数和磁导率分别为 $\epsilon_1 = 9\epsilon_0$ 和 $\mu_1 = \mu_0$,普通介质的介电常数和磁导率分别为 $\epsilon_2 = 3\epsilon_0$ 和 $\mu_2 = \mu_0$ 。

一束线偏振LG光束在 $z = 0$ 处的复电场表达式为^[11]

$$E(r, \varphi, z=0) = E_0 \left[\frac{\sqrt{2} r}{\omega} \right]^{|l|} \exp\left[\frac{-r^2}{\omega^2} \right] \times L_p^{|l|} \left(\frac{2r^2}{\omega^2} \right) \exp(il\varphi), \quad (1)$$

式中: $E_0 = \sqrt{2p! / \pi(p+|l|)!} / \omega_0$; ω 为束腰半径; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\theta = \arctan(y/x)$; $z=0$; $L_p^{|l|}$ 是拉盖尔多项式; p 是径向指数; l 是拓扑荷数;时间因子

$\exp(-i\omega t)$ 忽略。将入射光束利用平面角谱法^[21-22]展开,垂直和平行于入射方向的s波和p波的电场分别表示为^[23]

$$E_{is} = \frac{ik\omega_0^2 \cdot z \cdot E_0}{x^2 + y^2 + z^2} \left(k\omega_0 \cdot \frac{y - ix}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right)^l \times \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k^2}{4} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} \right) \times \exp\left[ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right], \quad (2)$$

$$E_{ip} = \frac{ik\omega_0^2 \cdot x \cdot E_0}{x^2 + y^2 + z^2} \left(k\omega_0 \cdot \frac{y - ix}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right)^l \times \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k^2}{4} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}\right) \times \exp\left[ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right]. \quad (3)$$

拓扑绝缘体的本构关系^[6]修正为

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon_1 \mathbf{E} - \frac{\alpha\Theta}{\pi} \mathbf{B} \\ \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_1} + \frac{\alpha\Theta}{\pi} \mathbf{E} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} e_n \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 \\ e_n \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = 0 \\ e_n \times (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = 0 \\ e_n \times (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

麦克斯韦方程组和边界条件表示为

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} - (\partial \mathbf{D} / \partial t) = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} + (\partial \mathbf{B} / \partial t) = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases}, \quad (5)$$

在拓扑绝缘体和普通介质的本构关系和边界条件的基础上利用传输矩阵法^[24]处理多层薄膜结构体系,传输矩阵可以连接各层传输点之间的电磁场关系,并利用体系的边界条件的连续性计算每一层的传输矩阵,再把每一层的传输矩阵连接起来最终可得到整个体系的反射场和透射场传输表达式。相邻两层薄膜的传输表达式可以表示为^[25]

$$\begin{pmatrix} E_{is}^+ \\ E_{ip}^+ \\ E_{is}^- \\ E_{ip}^- \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{\mu_{(i+1)} k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}} & \sqrt{\frac{n_i}{n_0}} \frac{\mu_{(i+1)}^2 c k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}} \frac{\alpha(\Theta_{(i+1)} - \Theta_i)}{\pi} & 1 - \frac{\mu_{(i+1)} k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}} & -\sqrt{\frac{n_i}{n_0}} \frac{\mu_{(i+1)}^2 c k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}} \frac{\alpha(\Theta_{(i+1)} - \Theta_i)}{\pi} \\ \sqrt{\frac{n_0}{n_{(i+1)}}} \frac{\alpha(\Theta_{(i+1)} - \Theta_i)}{\mu_i \pi} & -\frac{\mu_{(i+1)} c}{\mu_i} \sqrt{\frac{n_i}{n_{(i+1)}}} \left(1 + \frac{\mu_{(i+1)} k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}}\right) & \sqrt{\frac{n_0}{n_{(i+1)}}} \frac{\alpha(\Theta_{(i+1)} - \Theta_i)}{\mu_i \pi} & -\frac{\mu_{(i+1)} c}{\mu_i} \sqrt{\frac{n_i}{n_{(i+1)}}} \left(1 - \frac{\mu_{(i+1)} k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}}\right) \\ 1 - \frac{\mu_{(i+1)} k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}} & -\sqrt{\frac{n_i}{n_0}} \frac{\mu_{(i+1)}^2 c k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}} \frac{\alpha(\Theta_{(i+1)} - \Theta_i)}{\pi} & 1 + \frac{\mu_{(i+1)} k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}} & \sqrt{\frac{n_i}{n_0}} \frac{\mu_{(i+1)}^2 c k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}} \frac{\alpha(\Theta_{(i+1)} - \Theta_i)}{\pi} \\ \sqrt{\frac{n_0}{n_{(i+1)}}} \frac{\alpha(\Theta_{(i+1)} - \Theta_i)}{\mu_i \pi} & -\frac{\mu_{(i+1)} c}{\mu_i} \sqrt{\frac{n_i}{n_{(i+1)}}} \left(1 - \frac{\mu_{(i+1)} k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}}\right) & \sqrt{\frac{n_0}{n_{(i+1)}}} \frac{\alpha(\Theta_{(i+1)} - \Theta_i)}{\mu_i \pi} & -\frac{\mu_{(i+1)} c}{\mu_i} \sqrt{\frac{n_i}{n_{(i+1)}}} \left(1 + \frac{\mu_{(i+1)} k_{zi}}{\mu_i k_{z(i+1)}}\right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_{(i+1)s}^+ \\ E_{(i+1)p}^+ \\ E_{(i+1)s}^- \\ E_{(i+1)p}^- \end{pmatrix} = \mathbf{P}_i \begin{pmatrix} E_{(i+1)s}^+ \\ E_{(i+1)p}^+ \\ E_{(i+1)s}^- \\ E_{(i+1)p}^- \end{pmatrix}, \quad (7)$$

式中: $\bar{\alpha}_i = \frac{\alpha\Theta_i}{\pi}$; $n_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$; $n_i = \sqrt{\frac{\epsilon_i}{\mu_i}}$; $k_{zi} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_i \mu_i} \sin \theta_i$, k_{zi} 是第 i 层波矢量的 z 方向分量。假设透射矩阵为 \mathbf{Q} , 则入射场、反射场和透射场的关系为

$$\begin{pmatrix} E_{0s}^+ \\ E_{0p}^+ \\ E_{0s}^- \\ E_{0p}^- \end{pmatrix} = \mathbf{P}_0 (\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 \mathbf{P}_3 \dots \mathbf{P}_n) \mathbf{P}_i \begin{pmatrix} E_{(n+1)s}^+ \\ E_{(n+1)p}^+ \\ E_{(n+1)s}^- \\ E_{(n+1)p}^- \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} E_{is} \\ E_{ip} \\ E_{rs} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = \mathbf{Q} \begin{pmatrix} E_{ts} \\ E_{tp} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

将(2)式和(3)式代入(8)式可以得到反射场和透射场的电场强度,(8)式中 E_{is} 为入射电场 E_{inc} 的 s 波简写, E_{ip} 为入射电场 E_{inc} 的 p 波简写, E_{rs} 为反射电场 E_{ref} 的 s 波简写, E_{rp} 为反射电场 E_{ref} 的 p 波简写, E_{ts} 为透射

电场 E_{tra} 的 s 波简写, E_{tp} 为透射电场 E_{tra} 的 p 波简写, 进而可根据电场强度数值模拟出相位分布为^[26]

$$\varphi(x, y, z) = \arg[E(x, y, z)]. \quad (9)$$

3 数值结果分析

假设入射场是各向同性的空气,下面数值模拟了不同拓扑荷数的 LG 光束的相位结构。如图 2 所

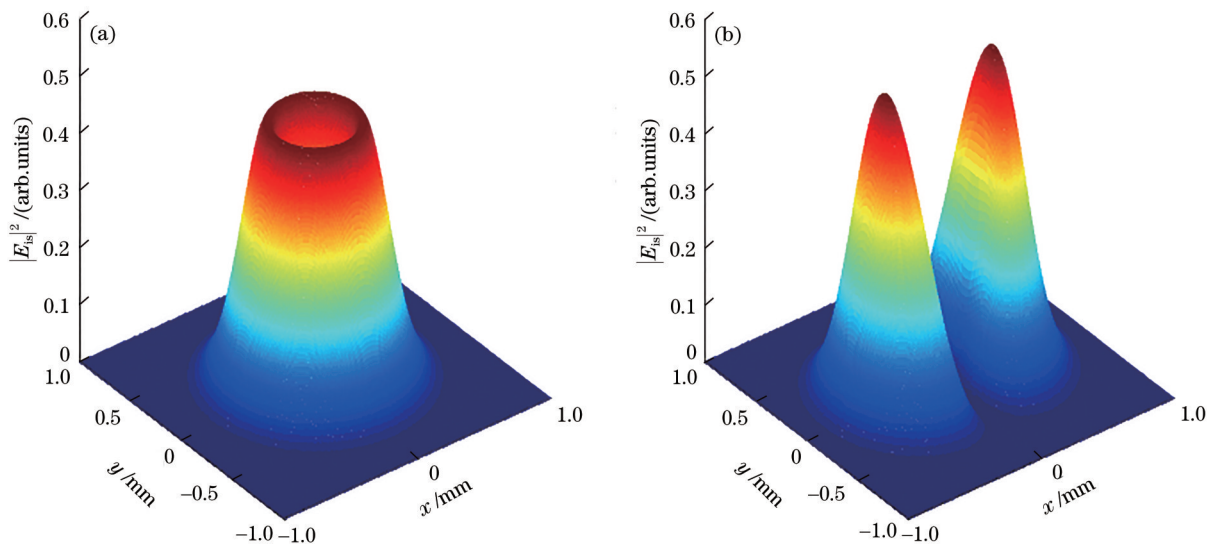


图 2 入射场中 LG 光束的光强分布图。(a) s 波的光强分布;(b) p 波的光强分布

Fig. 2 Light intensity distributions of LG beam in incident field. (a) Light intensity distribution of s-wave; (b) light intensity distribution of p-wave

图 3 是入射场中不同拓扑荷数的 LG 光束在空气中的相位分布情况。可以看出 s 波的相位分布呈“花瓣”状从中心向四周顺时针旋转开来,“花瓣”数

目随着拓扑荷数的增加而增加,与文献[18-20]的相位分布吻合;p 波的相位分布出现中心轴与 p 波光强分布的对称轴相对应。

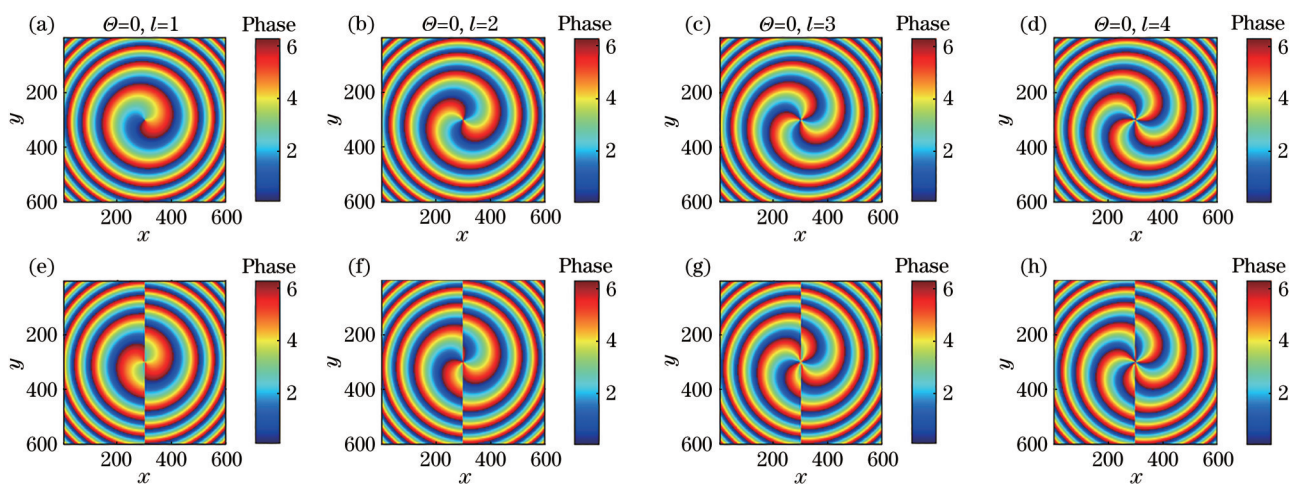


图 3 入射场中不同拓扑荷数的 LG 光束的相位分布图。(a)~(d) s 波的相位分布;(e)~(h) p 波的相位分布

Fig. 3 Phase distributions of LG beams with different topological charges in incident field. (a)~(d) Phase distributions of s-wave; (e)~(h) phase distributions of p-wave

图 4 和图 5 是双层拓扑绝缘体的拓扑磁电极化率(TMEP)取不同值时,拓扑荷数为 $l=2$ 的 LG 光束入射 TI-普通介质周期薄膜的反射场和透射场的相位分布情况。图 4(a)~(d)是反射场中 s 波的相位

分布,显然 s 波相位结构不受 TMEP 参数的影响,相位分布不改变;图 4(e)~(h)是反射场中 p 波的相位分布,可以看出随着 TMEP 参数值的增大,p 波的相位结构中心轴发生左移或者右移的现象,这一现象

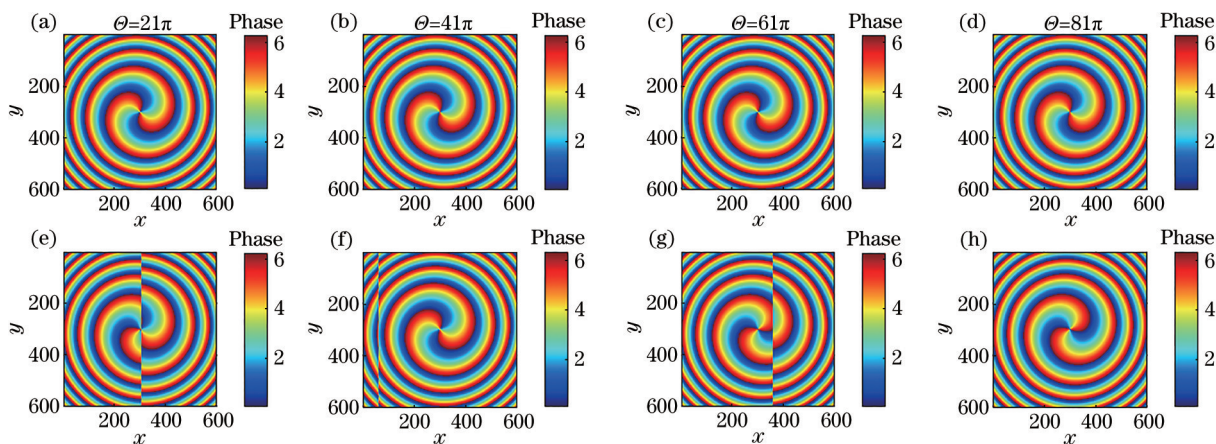


图 4 不同 TEMP 下, LG 光束入射 TI-普通介质周期薄膜的反射场的相位分布。(a)~(d) s 波的相位分布; (e)~(h) p 波的相位分布
Fig. 4 Phase distributions of reflected field of LG beam incident on TI-common dielectric periodic film under different TEMPs.

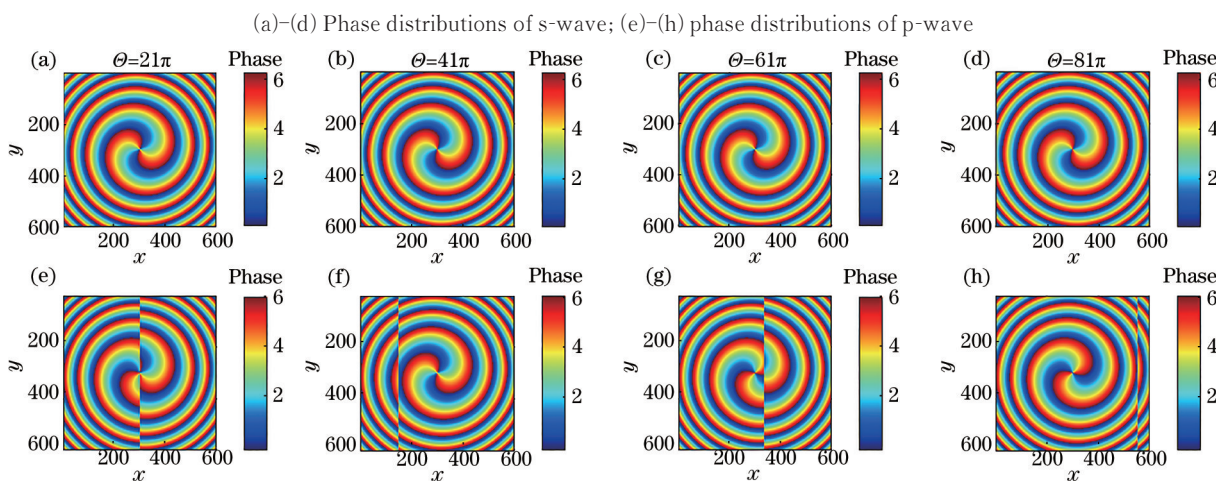


图 5 不同 TEMP 下, LG 光束入射 TI-普通介质周期薄膜的透射场的相位分布。(a)~(d) s 波的相位分布; (e)~(h) p 波的相位分布
Fig. 5 Phase distributions of transmitted field of LG beam incident on TI-common dielectric periodic film under different TEMPs. (a)-(d) Phase distributions of s-wave; (e)-(h) phase distributions of p-wave

与 LG 光束的光强分布的中心轴变化相对应^[22]。

图 5 中透射场中相位结构的变化与反射光类似。

4 结 论

本文基于传输矩阵法和平面角谱法研究了拉盖尔-高斯光束入射不同 TEMP 的分层拓扑绝缘体介质板的相位特性。研究表明:与普通介质中 LG 光束的相位分布相比, LG 光束的相位分布仍呈现“花瓣状”且顺时针方向旋转,不同的是反射场或者透射场中 s 波的相位分布变化不大, p 波相位分布的中心轴随 TEMP 的变化向左移或者右移。这一现象的发现对 LG 涡旋光束在无线激光通信领域的应用有一定的意义。

参 考 文 献

[1] Hasan M Z, Kane C L. Colloquium: topological

insulators[J]. Reviews of Modern Physics, 2010, 82 (4): 3045-3067.

[2] Zhang S C. Topological field theory and the discovery of topological materials[J]. Physica Scripta, 2012, T146: 014022.

[3] Zhang X, Wang J, Zhang S C. Topological insulators for high-performance terahertz to infrared applications[J]. Physical Review B, 2010, 82(24): 245107.

[4] Fu L, Kane C L, Mele E J. Topological insulators in three dimensions[J]. Physical Review Letters, 2007, 98(10): 106803.

[5] Qi X L, Hughes T L, Zhang S C. Topological field theory of time-reversal invariant insulators[J]. Physical Review B, 2008, 78(19): 195424.

[6] Chang M C, Yang M F. Optical signature of topological insulators[J]. Physical Review B, 2009, 80(11): 113304.

[7] Zuo Z W, Ling D B, Sheng L, et al. Optical

- properties for topological insulators with metamaterials [J]. *Physics Letters A*, 2013, 377(40): 2909-2915.
- [8] Liu F, Xu J P, Song G, et al. Goos-Hänchen and Imbert-Fedorov shifts at the interface of ordinary dielectric and topological insulator[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2013, 30(5): 1167-1172.
- [9] Tse W K, MacDonald A H. Giant magneto-optical Kerr effect and universal faraday effect in thin-film topological insulators[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(5): 057401.
- [10] Fleet L. Topological transistor[J]. *Nature Physics*, 2015, 11(1): 5.
- [11] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [12] Huang Y, Zhang Y R, Zhong Z Q, et al. Rapid polarization rotation smoothing scheme based on interference of circularly polarized vortex beamlets [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(9): 0905003. 黄媛, 张寅瑞, 钟哲强, 等. 基于涡旋圆偏振光干涉的偏振快速旋转束匀滑方案[J]. *中国激光*, 2020, 47(9): 0905003.
- [13] Ma W Q, Lu H M, Wang J P, et al. Vortex beam generation based on spatial light modulator and deep learning[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(11): 1107001. 马文琪, 路慧敏, 王建萍, 等. 基于空间光调制器和深度学习的涡旋光束产生[J]. *光学学报*, 2021, 41(11): 1107001.
- [14] Ding P F, Pu J X. Propagation of Laguerre-Gaussian vortex beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(9): 338-342. 丁攀峰, 蒲继雄. 拉盖尔-高斯涡旋光束的传播[J]. *物理学报*, 2011, 60(9): 338-342.
- [15] Wei Y, Zhu Y Y. Analysis of phase change of Laguerre-Gaussian vortex beam during propagation [J]. *Laser Technology*, 2015, 39(5): 723-726. 魏勇, 朱艳英. 拉盖尔-高斯涡旋光束传播中的相位变化分析[J]. *激光技术*, 2015, 39(5): 723-726.
- [16] Aksenov V P, Kolosov V V, Pogutsa C E. The influence of the vortex phase on the random wandering of a Laguerre-Gaussian beam propagating in a turbulent atmosphere: a numerical experiment[J]. *Journal of Optics*, 2013, 15(4): 044007.
- [17] Zhang J Q, Zhai Y W, Fu S Y, et al. Propagation properties of radially-polarized vector beams under a turbulent atmosphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(11): 1101001. 张建强, 翟焱望, 付时尧, 等. 径向偏振矢量光束在大气湍流下的传输分析[J]. *光学学报*, 2020, 40(11): 1101001.
- [18] Li H Y, Honary F, Wu Z S, et al. Reflection, transmission, and absorption of vortex beams propagation in an inhomogeneous magnetized plasma slab[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2018, 66(8): 4194-4201.
- [19] Luo H L, Ren Z Z, Shu W X, et al. Reversed propagation dynamics of Laguerre-Gaussian beams in left-handed materials[J]. *Physical Review A*, 2008, 77(2): 023812.
- [20] Xiang Y Y, Luo H L, Wen S C. Intensity and phase rotation of beams in left-handed metamaterials[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2010, 22(8): 1834-1838. 向延英, 罗海陆, 文双春. 光束在左手材料中的强度和相位旋转特性[J]. *强激光与粒子束*, 2010, 22(8): 1834-1838.
- [21] Zhou G Q. Analytically vectorial structure of an apertured Laguerre-Gaussian beam in the far-field[J]. *Optics Communications*, 2010, 283(18): 3383-3390.
- [22] Li J, Chen Y R, Cao Q J. Analytical vectorial structure of truncated modified Laguerre-Gaussian beam in the far field[J]. *Optics & Laser Technology*, 2012, 44(5): 1247-1255.
- [23] Xu Q, Pan F, Huang L, et al. Analysis of vectorial far-field characteristics of Laguerre-Gaussian beams by angular-spectrum method[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(8): 0805001. 徐强, 潘丰, 黄莉, 等. 拉盖尔-高斯光束矢量远场特性的角谱法分析[J]. *中国激光*, 2017, 44(8): 0805001.
- [24] Yeh P. Optics of anisotropic layered media: a new 4×4 matrix algebra[J]. *Surface Science*, 1980, 96(1/2/3): 41-53.
- [25] Wang M J, Lin N N. Propagation characteristics of Laguerre-Gaussian beams in periodic films with topological insulators[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(1): 0105003. 王明军, 林妞妞. 拉盖尔-高斯光束在含拓扑绝缘体周期薄膜中的传输特性[J]. *中国激光*, 2020, 47(1): 0105003.
- [26] Gao F H, Chen B S, Pu J X, et al. Intensity distribution and spiral spectra of Laguerre-Gaussian beam passing through a single-slit[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(9): 090501. 高福海, 陈宝算, 蒲继雄, 等. 拉盖尔-高斯光束经单缝后的光强分布和螺旋谱[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(9): 090501.