

激光与光电子学进展

基于寄生网络的垂直腔面发射激光器频响特性

陈洋¹, 王伟^{2*}

¹南京信息工程大学电子与信息工程学院, 江苏 南京 210044;

²无锡学院电子信息工程学院, 江苏 无锡 214105

摘要 随着信息快速增长时代的来临, 人们对于数据带宽的需求不断提升, 垂直腔面发射激光器 (Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers, VCSEL) 作为一种新型光通信器件得到广泛应用。从半导体激光器寄生电路出发, 分析了 VCSEL 内部光电转换过程, 考虑本征激光器以及外部封装寄生特性, 分别搭建了大信号和小信号等效电路模型, 并使用 Python 语言以及 Pspice 软件进行仿真。在大信号模型中分析自发辐射系数和光限制因子对阈值电流的影响, 在小信号模型中讨论寄生网络参数对调制响应带宽的影响。仿真结果表明, 通过对自发辐射系数、光限制因子以及寄生网络参数的调节, 可以降低 VCSEL 器件的阈值电流, 提高调制带宽。

关键词 垂直腔面发射激光器; 寄生参数; 速率方程; 等效电路; 频响特性

中图分类号 TN248.4

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0514005

Frequency Response Characteristics of Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers Based on Parasitic Network

Chen Yang¹, Wang Wei^{2*}

¹*School of Electronics and Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China;*

²*School of Electronics and Information Engineering, Wuxi University, Wuxi, Jiangsu 214105, China*

Abstract With the advent of the era of rapid information growth, the demand for data bandwidth continues to increase. Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers (VCSEL) have been widely used as a new type of optical communication devices. Starting from the parasitic circuit of the semiconductor laser, the internal photoelectric conversion process of the VCSEL is analyzed, and the parasitic characteristics of the intrinsic laser and the external package are considered. The large-signal and small-signal equivalent circuit models are built respectively, and the simulation is carried out using Python language and Pspice software. The influences of spontaneous emission coefficient and optical confinement factor on the threshold current are analyzed in the large-signal model, and the influence of parasitic network parameters on the modulation response bandwidth is discussed in the small-signal model. The simulation results show that the threshold current of the VCSEL device can be reduced, and the modulation bandwidth can be increased, by adjusting the spontaneous emission coefficient, optical confinement factor and parasitic network parameters.

Key words vertical-cavity surface-emitting lasers; parasitic parameters; rate equation; equivalent circuit; frequency response characteristics

收稿日期: 2021-04-30; 修回日期: 2021-06-07; 录用日期: 2021-06-11

基金项目: 南京信息工程大学滨江学院人才启动科研项目 (2019r005, 550219005)

通信作者: *wjwciomp@163.com

1 引言

近来,随着个人移动和传感器设备在局域网中大幅增加,高带宽和高容量的无线网络将是终端用户的关键接入技术。由于传统的射频(RF)无线网络带宽不足,光无线通信(OWC)和可见光通信(VLC)将是切实可行的替代方案^[1]。此外,光通信因为具有带宽高、抗干扰性强、保密性较好、传输距离远、传输速度快等特点,成为日益增长的通信需求的解决办法。光通信作为一种新型绿色的通信技术,正在推动传统通信产业的升级,革新通信商业模式,是国家战略科技力量,是极具价值的新兴产业。在光通信系统中,光模块作为传输载体存在于交换机和终端设备,广泛应用于数据中心、移动通信基站、5G 承载网络等场景。而基于直接调制垂直腔面发射激光器(VCSEL)的光模块具有安装便捷、配置灵活、稳定安全、不易损坏等优点,广泛地应用于数据中心、超级计算机等大容量、高性能数据交换场所,是短距离光互联的重要光源。VCSEL 自诞生之日起就作为数据通信应用的核心器件,极大地促进了光通信的发展^[2-6]。由于激光器内部存在载流子-光子共振(CPR)、热效应和寄生网络等因素,直调 VCSEL 的调制速率和带宽受到了很大的限制。提高 VCSEL 的直调速率和调制带宽,一直是国内外的研究热点。2016 年, Bimberg 研究组^[7]使用 980 nm 直调 VCSEL 在 120 °C 下实现 30 Gbit/s 的无误码传输,在 80 °C 实现 50 Gbit/s 的无误码传输。同年,德国高速光芯片公司(VIS)^[8]采用氧化限制孔引起的泄露效应减小谱宽,在 OM4 多模光纤中实现 54 Gbit/s 的传输。2018 年, VIS^[9]使用 850 nm 氧化限制型 VCSEL 在 150 °C 下实现 25 Gbit/s 的直接调制速率。2019 年瑞典查尔姆斯理工大学(CUT)和佐治亚理工学院(GIT)^[2]采用均衡器和滤波器基于 26 GHz 的 850 nm VCSEL 芯片实现了超 100 Gbit/s 的传输速率。同年,北京工业大学^[10]采用的 ALAs 材料优化 n 型分布式布拉格反射镜(DBR),使得 VCSEL 在 0~70 °C 的温度范围内仍能满足 25 Gbit/s 的直调速率。2020 年 GIT 和 VIS^[11]基于 28 GHz 的 850 nm VCSEL 芯片实现了 168 Gbit/s 的传输速率。传统方法从选择高增益有源区材料、改善谐振腔结构等方面着手,虽然能够明显提高激光器调制性能,但是不能直观地将激光器的内部响应以及外部响应剖开分析,从而不能直接处理由封

装产生的寄生网络给调制响应所带来的影响。

激光器调制响应由本征激光器响应和外部寄生响应共同决定,只有对其进行准确的建模以及精确的参数提取,才能全面分析响应特性。本文将以 680 nm 氧化限制型 VCSEL 为基础,对激光器的封装寄生与内部本征响应分开分析,以简化分析过程,通过搭建含有寄生电路的等效电路模型,改变模型中关键参数进行仿真,争取降低激光器阈值电流,提升调制带宽和调制效率。

2 VCSEL 寄生电路模型

在建立模型之前,可以将 VCSEL 看作简单的双端口串联模型,如图 1 所示。本征激光器响应指的是有源区内部响应,在有源区通过注入电子达到粒子数反转,并通过以受激辐射为主导的形式产生光子。外部寄生参数指的是在有源区和外部驱动电路之间,由电极之间、芯片与金属接触等所产生的杂散参数^[12-13]。该模型输入变量为驱动电压 V_d 和驱动电流 i_d ,流经电极和芯片电路中分流为 i_p 和 i_c ,流入有源区电流为 i_a ,输出变量为光功率 P 和频率偏移 Δv ,在短距离光数据链路中可以忽略 Δv 。

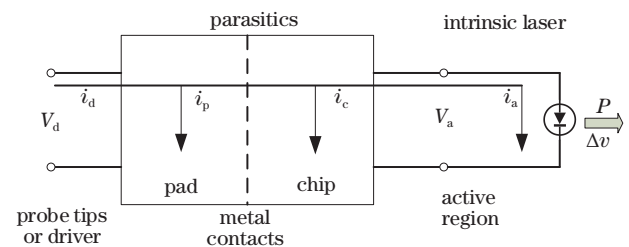


图 1 VCSEL 串联双端口模型

Fig. 1 Cascaded two-port model for VCSEL

从图 1 可以看出来外部寄生使得调制驱动电流分流以至于其仅部分进入有源区驱动激光器工作,这样大大降低了激光器效率。为了获得激光器的高效率及大调制带宽往往需要优化寄生电路,最小化寄生参数。不同的 VCSEL 结构具有不同的寄生参数^[14-15],这里以典型的氧化限制型 VCSEL 来分析其寄生网络电路。

图 2 展示了氧化限制型 VCSEL 截面示意图。其主要由 DBR,氧化限制层,有源区以及衬底构成。根据 VCSEL 结构,分析其内部的寄生网络参数。由图可以看出寄生参数主要包括以下几个部分:封装网络的焊盘与载体接触产生并联寄生电容 C_p ,此电容会对光电流进行分流,导致信号幅值降低;同时包含接触损耗电阻 R_p 以及有源区与焊盘之间的

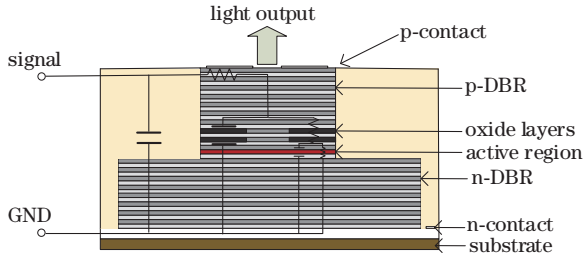


图 2 含寄生参数的氧化限制型 VCSEL 示意图

Fig. 2 Schematic diagram of oxide-confined VCSEL with parasitic parameters

引线电感 L_p ; 接着就是芯片寄生网络的氧化限制层 p-n 结电容 C_s 和结电阻 R_s ; 最后电流流进有源区, 引入有源区空间电荷电容 C_{sc} 以及有源区电阻 R_j ^[16-17]。VCSEL 寄生网络等效分析电路如图 3 所示。

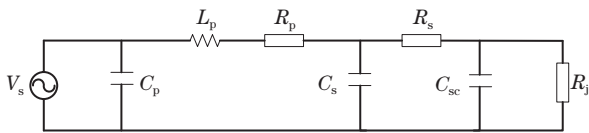


图 3 VCSEL 寄生网络等效电路

Fig. 3 Parasitic network equivalent circuit of VCSEL

3 速率方程

讨论 VCSEL 内部的稳态和动态特性时通常使用速率方程, 它建立起激光器有源区载流子和光子以及注入电流之间相互作用的关系, 是表征半导体激光器光发射机制和传输特性最直接的物理方程。在给出速率方程之前先作如下假设, 以简化分析过程和明确各个物理参量意义: 第一, 激光器在阈值以上进行单模工作; 第二, 将谐振腔近似看作理想光腔, 其内部电子和光子均匀分布, 且粒子数均匀反转; 第三, 有源区载流子浓度和光子浓度只与时间有关; 第四, 光增益随着载流子浓度呈线性变化。由此, 一维速率方程可简化为

$$\frac{dN}{dt} = \eta_i \frac{I}{qV} - R_{sp} - R_{nr} - gv_g N_p, \quad (1)$$

$$\frac{dN_p}{dt} = \Gamma gv_g N_p + \Gamma \beta R_{sp} - \frac{N_p}{\tau_p}. \quad (2)$$

(1) 式中: 左边表示载流子随时间变化; 右边第一项表示注入有源区的电流; R_{sp} 表示载流子自发辐射复合速率; R_{nr} 表示非辐射复合速率; 第四项表示载流子受激辐射复合速率, 也就是光子产生速率。(2) 式中: 左边表示光子数随时间变化; 右边第一项表示有源区内受激辐射产生光子速率; 第二项表示有源区内自发辐射耦合进入激光模式的光子速率; 第三

项表示激光器内部其他损耗对光子的减少速率, 比如端面出射损耗和内部吸收损耗等。其中, N 和 N_p 分别表示有源区载流子密度和光子密度; η_i 为注入效率, 是提供载流子复合的有效注入电流和总的外部注入电流的比值; I 为外部注入电流; q 为电子电荷; V 为有源区体积; g 为有源区材料单位长度光学增益; v_g 是光学模式的轴向群速率; Γ 为光限制因子, 是有源区内光子数与谐振腔内光子数的比值; β 为自发辐射系数, 表示自发辐射耦合进激光模式中的比例; τ_p 为光子寿命。

4 大信号等效电路模型

由经典的 Shockley 关系式^[18]可以得到异质结注入载流子密度与结电压的关系:

$$N = N_e \left[\exp\left(\frac{qV_j}{\eta kT}\right) - 1 \right], \quad (3)$$

式中: N_e 为平衡载流子密度; V_j 为激光器有源区结电压; η 为二极管理想因子; k 为玻耳兹曼常数; T 为温度。

通过(1)~(3)式得到:

$$I_j = C_d \frac{dV_j}{dt} + I_{nr} + I_{sp} + I_{st}, \quad (4)$$

$$\Gamma I_{st} + \Gamma \beta I_{sp} = C_{ph} \frac{dV_p}{dt} + \frac{V_p}{R_{ph}}, \quad (5)$$

式中: I_j 为注入有源区的电流; $V_p = qVN_p$; $C_{ph} = 1$ 表征光路存储; $R_{ph} = \tau_p$ 表征光路损耗。

由(4)式和(5)式再结合寄生网络电路可以得到 VCSEL 大信号等效电路图, 如图 4 所示。

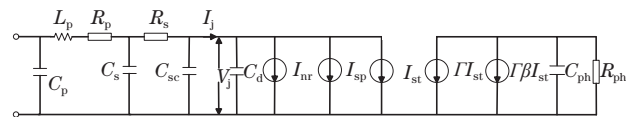


图 4 含寄生网络的 VCSEL 大信号等效电路模型

Fig. 4 Large-signal equivalent circuit model of VCSEL with parasitic network

为了描述 VCSEL 的激光发射现象, 以及模型中参数如何对电学回路和光学回路产生影响, 需要建立载流子密度和光子密度与注入电流的关系。仿真所需要的基本参数如表 1 所示。

表 1 大信号等效电路部分仿真参数取值

Table 1 Values of some simulation parameters of the large-signal equivalent circuit

V/m^3	τ_p/s	τ_n/s	Γ	N_0/m^{-3}
1.78×10^{-17}	0.76×10^{-12}	0.74×10^{-9}	1.42×10^{-12}	1.5×10^{24}

VCSEL 产生激光辐射之前,必须在有源层中实现到粒子数反转,接着达到阈值电流以建立阈值增益。在阈值电流这个临界点之下,VCSEL 的工作状况类似于普通发光二极管,其发光光源来自有源区的自发辐射。图 5 显示了自发辐射系数 β 对载流子密度和光子密度的影响。从图中可以看出, β 对 VCSEL 阈值电流的尖锐程度产生了影响。 β 分别取 9.0×10^{-5} 、 9.0×10^{-3} 和 9.0×10^{-2} , 随着取值

的增大,VCSEL 从非激光辐射状态到激光辐射状态的转换变得越来越平滑。 β 的取值越小, 阈值电流体现得越明显, 在 β 取 0 极限情况下, VCSEL 阈值电流可表示为

$$I_{th} = \frac{qV \left(\frac{1}{\tau_p \Gamma g_0} + N_0 \right)}{\tau_n}, \quad (6)$$

由此计算的阈值电流约为 17 mA, 与仿真结果吻合。

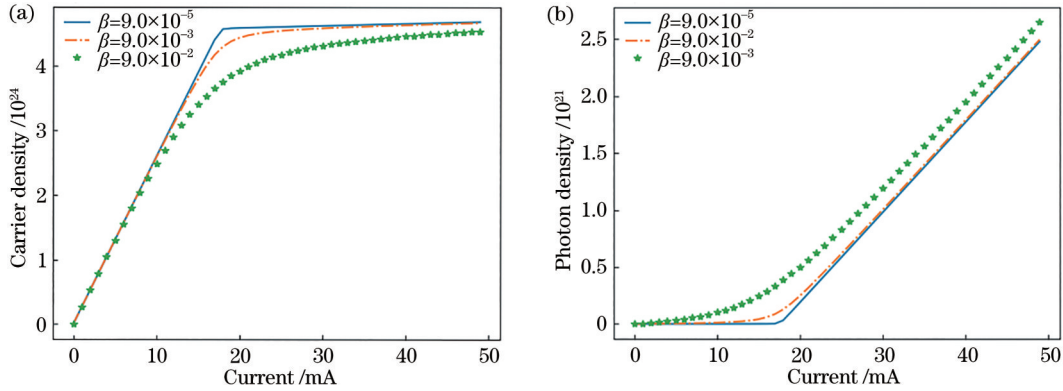


图 5 Python 语言仿真结果。(a) β 对载流子密度的影响; (b) β 对光子密度的影响

Fig. 5 Python simulation results. (a) Influence of β on carrier density; (b) influence of β on photon density

图 6 显示了光限制因子 Γ 分别取 0.20、0.25 和 0.30 时对载流子密度和光子密度的影响。从图中可以看出光限制因子主要影响激光器的阈值电流, 随着 Γ 取值变大(表示激光器有源区内所包含的光

子数占谐振腔光子数比例越大), VCSEL 的阈值电流不断变小, 达到稳态时的载流子密度越小, 从非激光辐射状态到激光辐射状态的转换变得越快, 这对设计低阈值的 VCSEL 激光器有指导意义。

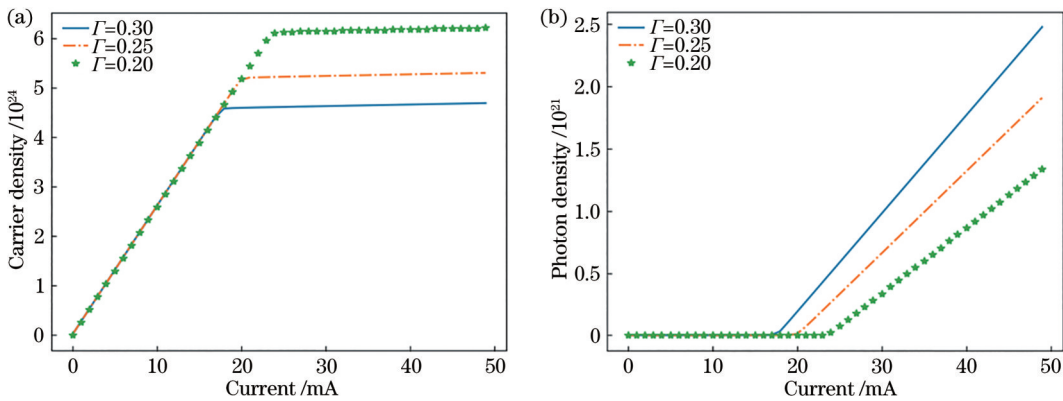


图 6 Python 语言仿真结果。(a) Γ 对载流子密度的影响; (b) Γ 对光子密度的影响

Fig. 6 Python simulation results. (a) Influence of Γ on carrier density; (b) influence of Γ on photon density

5 小信号等效电路模型

有了速率方程, 就可以应用小信号频率分析。VCSEL 进行高速直接调制, 可以看作在一个静态驱动电流(高于阈值电流)的基础上叠加高频正弦或者余弦信号。当对有源区注入恒定电流时, 速率方程的稳态形式变换为

$$\frac{I_0}{qV} - \frac{N_0}{\tau_n} - g_0(N_0 - N_e)(1 - \xi N_{p0})v_g N_{p0} = 0, \quad (7)$$

$$\Gamma g_0(N_0 - N_e)(1 - \xi N_{p0})v_g N_{p0} - \frac{N_{p0}}{\tau_p} + \Gamma \frac{\beta N_{p0}}{\tau_n} = 0, \quad (8)$$

式中, ξ 为增益压缩因子, 有源区内的等效电路可以利用速率方程和异质结的载流子与结电压之间的

关系推导出来,在稳态附近对其进行傅里叶变换,从而获得小信号速率方程:

$$v_j = i_s (R_b + j\omega L_x), \quad (9)$$

$$i = v_j (1/R_a + j\omega C_d) + i_s, \quad (10)$$

结合(9)式和(10)式以及寄生网络电路可以得到微波小信号等效电路模型,如图7所示。

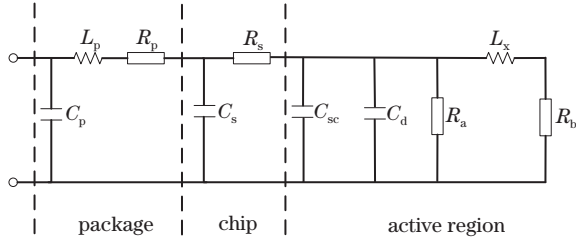


图7 含寄生回路的 VCSEL 小信号电路模型
Fig. 7 Small signal circuit model of VCSEL with parasitic network

在此模型中, C_d 为结扩散电容,其大小与结电压有关,表征有源区中载流子的存储效应,反映激光器有源区中扩散电容与电压的关系; L_x 为串联电感,表征有源区内光子的存储效应; R_a 和 R_b 用来模拟半导体激光器的弛豫振荡阻尼。激光器有源区等效电路部分参数列在表2中。

表2 小信号等效电路部分仿真参数取值

Table 2 Values of some simulation parameters of the small-signal equivalent circuit

R_s/Ω	C_s/pF	C_{sc}/pF	C_d/pF	R_a/Ω	L_x/pH	$R_b/\text{m}\Omega$
3.31	15.99	8.7	29	1.53	8.87	20.3

VCSEL 在进行高速光电调制时,需要有效地向有源区注入高速调制的电流,而影响这一过程的最主要因素就是封装寄生网络,它使得 VCSEL 的调制响应带宽大幅降低。研究与改善封装寄生网

络,对提高调制带宽、优化调制性能以获得高品质激光器件有着重要意义。

为了研究封装寄生参量对电路模型的频率响应特性影响,利用 Pspice 搭建出上文所构造的含寄生网络的电路图,改变 R_p, L_p, C_p 等寄生参量进行频率响应仿真以及分析讨论。

接触电阻 R_p 来源于芯片与外部电路的金属接触,由 2Ω 到 18Ω 改变其电阻值,仿真结果如图8所示。从图中可以看出, R_p 对小信号等效电路的频率响应带宽以及响应的幅值产生影响,在 6GHz 之前频率响应曲线比较平稳,谐振峰大约出现在 13GHz ,随着 R_p 取值变大谐振峰值不断降低。在 R_p 取值为 2Ω 和 6Ω 时等效电路的 3dB 频率响应带宽分别为 0.34GHz 和 1.07GHz ,此时带宽非常小,当 R_p 取到 10Ω 时, 3dB 增加到 9.91GHz ,有了很显著的提升。随着 R_p 继续增加到 14Ω 和 18Ω , 3dB 带宽开始缓慢下降到 2GHz 以下。分析得知,接触电阻 R_p 的取值大小主要影响频率响应的谐振峰值,合适的 R_p 可以获得较为平坦的响应。此外,当 R_p 达到其中某个值时,会与 L_p, C_p 共同构成一个谐振回路,此时会对 VCSEL 的频率响应带宽起到补偿的效果,因此在一定程度上提高了 VCSEL 的调制特性。

紧接着保持 R_p 值不变,改变引线电感 L_p 值观察其调制响应,如图9所示。在 L_p 取 1nH 时,仿真得到的 3dB 带宽达到峰值带宽(约为 9.91GHz),当 L_p 增加或减小时, 3dB 带宽不断减小。从图中可以看出,电感 L_p 影响频率响应谐振峰的位置以及谐振峰值的高度,使得带宽内的响应变得平坦,并延缓带宽之外的衰减。此外,随着电感值逐渐增加,谐振峰位置往低频移动。由于在大信号眼图中过高的频响谐振峰会导致过冲,增大误码率,因此合适的引线电感值 L_p

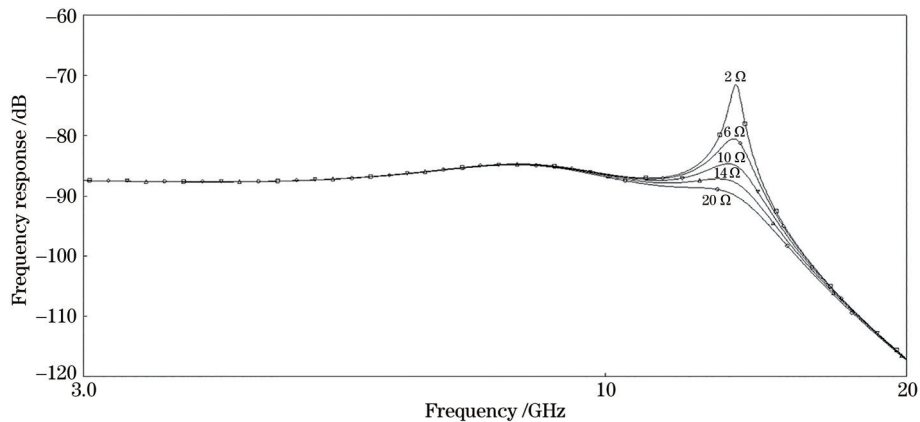
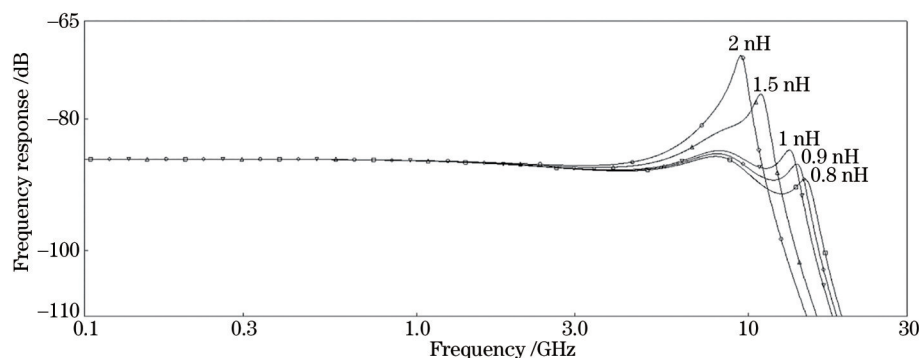


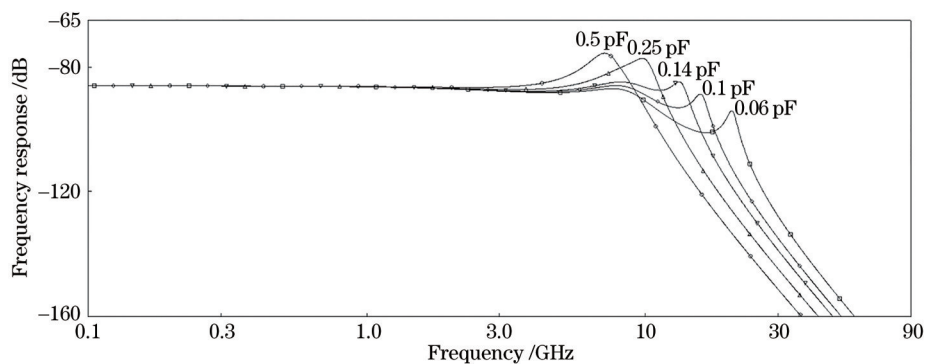
图8 R_p 对频率响应的影响
Fig. 8 Effect of R_p on frequency response

图 9 L_p 对频率响应的影响Fig. 9 Effect of L_p on frequency response

可以控制频响谐振峰,从而在合适的范围内构成谐振回路对电路的频响特性进行补偿,提升带宽。

最后保持 R_p , L_p 不变,从 0.06 pF 到 0.5 pF 改变寄生电容 C_p 的值。当 C_p 取值小于 0.14 pF 时,频响的 3 dB 带宽均小于 9.91 GHz,且仅在 0.14 pF 时

内响应曲线较为平坦,当寄生电容继续增大时,3 dB 带宽出现下降趋势。从图 10 中可以看出寄生电容 C_p 的值越小,谐振峰值越往高频移动, C_p 对高频响应影响很大,依此可以通过合适的 C_p 值来扩展激光器的频响,提升高频响应特性。

图 10 C_p 对频率响应的影响Fig. 10 Effect of C_p on frequency response

结合上面对寄生电阻 R_p , 寄生电感 L_p 和寄生电容 C_p 的仿真分析,三者等效电路中构成了谐振回路,影响着谐振位置与谐振峰值,对 VCSEL 器件的频率响应特性起着至关重要的作用。在 VCSEL 芯片制作的过程中,封装寄生不可避免,通过搭建等效电路对三者进行精确仿真,可以找到合适的寄生参数,最小化寄生影响,来提高器件的 3 dB 带宽,指导实际工艺中对芯片进行封装,以获得所需带宽的 VCSEL 器件。

6 结 论

以 VCSEL 结构和半导体速率方程为基础,分析了 VCSEL 封装和芯片寄生网络参数以及本征网络参数,讨论从速率方程到大信号和小信号等效电路模型的搭建过程,利用载流子密度方程和光子密度方程分别构建了电学回路和光学回路,模拟了

VCSEL 内部光电转换过程,然后结合封装寄生网络建立了完整的 VCSEL 等效电路模型,使用 Python 语言以及 Pspice 软件对所构建的等效电路进行仿真实验。阈值是 VCSEL 激光器产生激光的必要条件,降低阈值使得激光器更容易激射产生激光。通过观察大信号等效电路中光子密度和载流子密度影响曲线,分析了自发辐射系数 β 和光限制因子 Γ 对阈值电流的影响,调节仿真参数获得了 17 mA 的低阈值电流。鉴于目前 VCSEL 在光存储和光通信领域中得天独厚的优势与其高调制带宽密不可分,通过观察小信号电路中频率响应曲线,分析了影响电路带宽和调制性能的寄生参数,利用寄生参数所构成的谐振补偿,使仿真频率响应的 3 dB 带宽达到 9.9 GHz 左右。通过本次研究,对影响 VCSEL 器件频响特性的因素有了深层次的探究与分析,在制作低阈值和高响应带宽的 VCSEL 器

件时具有重要的指导意义。

参 考 文 献

- [1] Yeh C H, Yang Y C, Chow C W, et al. VCSEL and LED based visible light communication system by applying decode-and-forward relay transmission [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2020, 38(20): 5728-5732.
- [2] Ledentsov N N, Shchukin V A, Kalosha V P, et al. Development of 850 nm and 910 nm Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers for 50-100 Gb/s Applications [C]//2019 21st International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), July 9-13, 2019, Angers, France, New York: IEEE Press, 2019: 1-5.
- [3] Liu A J. Progress in single-mode and directly modulated vertical-cavity surface-emitting lasers[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(7): 0701005.
刘安金. 单模直调垂直腔面发射激光器研究进展[J]. *中国激光*, 2020, 47(7): 0701005.
- [4] Chen L H, Yang G W, Liu Y X. Development of semiconductor lasers[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(5): 0500001.
陈良惠, 杨国文, 刘育衔. 半导体激光器研究进展[J]. *中国激光*, 2020, 47(5): 0500001.
- [5] Fan X H, Bai C L, Zhang B Y, et al. Vertical cavity surface emitting laser: principle, preparation and testing technology[M]. Beijing: Science Press, 2009.
范鑫焯, 白成林, 张丙元, 等. 垂直腔面发射激光器原理、制备及测试技术[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [6] Ledentsov N N, Shchukin V A, Kalosha V P, et al. Optical interconnects using single-mode and multi-mode VCSEL and multi-mode fiber[C]//Optical Fiber Communication Conference (OFC) 2020, March 8-12, 2020, San Diego, California. New York: IEEE Press, 2020: 1-3.
- [7] Larisch G, Moser P, Lott J A, et al. Impact of photon lifetime on the temperature stability of 50 Gb/s 980 nm VCSELs[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2016, 28(21): 2327-2330.
- [8] Stepniak G, Lewandowski A, Kropp J R, et al. 54 Gbit/s OOK transmission using single-mode VCSEL up to 2.2 km MMF[J]. *Electronics Letters*, 2016, 52(8): 633-635.
- [9] Ledentsov N, Jr, Agustin M, Kropp J, et al. Temperature stable oxide-confined 850-nm VCSELs operating at bit rates up to 25 Gbit/s at 150 °C [J]. *Proceedings of SPIE*, 2018, 10552: 105520P.
- [10] Zhou G Z, Lan T, Li Y, et al. High temperature-stable 25 Gbit/s 850 nm vertical-cavity surface-emitting lasers[J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2019, 40(5): 630-634.
周广正, 兰天, 李颖, 等. 高温稳定 25 Gbit/s 850 nm 垂直腔面发射激光器[J]. *发光学报*, 2019, 40(5): 630-634.
- [11] Lavrencik J, Varughese S, Ledentsov N, et al. 168 Gbit/s PAM-4 multimode fiber transmission through 50 m using 28 GHz 850 nm multimode VCSELs[C]//2020 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), March 8-12, 2020, San Diego, CA, USA. New York: IEEE Press, 2020: 1-3.
- [12] Li S L, Nezami M S, Rolston D, et al. A compact high-efficient equivalent circuit model of multi-quantum-well vertical-cavity surface-emitting lasers for high-speed interconnects[J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(11): 3865.
- [13] Yan Y Y, Chen Z W, Qiu J, et al. Effect of package on luminescence characteristics of high-power VCSEL with narrow pulse[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(8): 0814001.
颜颖颖, 陈志文, 邱剑, 等. 封装对大功率 VCSEL 窄脉冲发光特性的影响[J]. *光学学报*, 2020, 40(8): 0814001.
- [14] Wang X Y, Cui B F, Li C F, et al. Research progress of transverse mode control for vertical cavity surface emitting lasers[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(7): 0700008.
王翔媛, 崔碧峰, 李彩芳, 等. 垂直腔面发射激光器横模控制方法的研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(7): 0700008.
- [15] Chen M. Research on the equivalent circuit model of semiconductor laser and photodetector[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2011.
陈苗. 半导体激光器和光探测器等效电路模型研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2011.
- [16] Panajotov K, Schatz R. Coupled-cavity VCSEL with an integrated electro-absorption modulator: small- and large-signal modulation analysis[J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(17): 6128.
- [17] Bou Sanayeh M, Hamad W, Hofmann W. Equivalent circuit model of high-performance VCSELs[J]. *Photonics*, 2020, 7(1): 13.
- [18] Wasiak M, Śpiwak P, Haghghi N, et al. Numerical model for small-signal modulation response in vertical-cavity surface-emitting lasers[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2020, 53(34): 345101.