

# 激光与光电子学进展

## 光反馈弧边六角微腔激光器的稳态-准周期态切换现象

申志儒<sup>1,2</sup>, 赵彤<sup>1,2\*</sup>, 王安帮<sup>1,2</sup>, 王云才<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>太原理工大学新型传感器与智能控制教育部重点实验室, 山西 太原 030024;

<sup>2</sup>太原理工大学物理与光电工程学院, 山西 太原 030024;

<sup>3</sup>广东工业大学信息工程学院, 广东 广州 510006;

<sup>4</sup>广东工业大学广东省光子学信息技术重点实验室, 广东 广州 510006

**摘要** 通过 Lang-Kobayashi 速率方程发现并研究了光反馈弧边六角微腔激光器的稳态-准周期态切换现象, 分析了反馈速率和偏置电流对该切换现象的影响, 并通过分岔图分析了此切换现象产生的原因。结果表明, 在高偏置电流、长腔反馈情况下, 更容易出现稳态-准周期态切换的现象。最后对比分析了该切换现象与其他激光器出现的类似现象的区别。

**关键词** 激光器; 弧边六角微腔激光器; 非线性动力学; 动力学状态切换

中图分类号 TN248.4

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0514001

## Switching Between Stable and Quasi-Periodic States in Circular-Side Hexagonal Resonator Microcavity Laser with Optical Feedback

Shen Zhiru<sup>1,2</sup>, Zhao Tong<sup>1,2\*</sup>, Wang Anbang<sup>1,2</sup>, Wang Yuncai<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Advanced Transducers and Intelligent Control System, Ministry of Education,

Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China;

<sup>2</sup>College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China;

<sup>3</sup>School of Information Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510006, China;

<sup>4</sup>Guangdong Provincial Key Laboratory of Photonics Information Technology, Guangdong University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510006, China

**Abstract** We observed and investigated the phenomenon of switching between stable state and quasi-periodic state in circular-side hexagonal resonator microcavity laser with optical feedback by the Lang-Kobayashi rate equation. The influences of feedback rate and bias current on the switching between two dynamical states are analyzed, and the reason for this switching phenomenon is analyzed by bifurcation diagrams. The results show that the phenomenon of switching between these two states is more likely to occur under the conditions of high bias current and long external-cavity feedback. Finally, the difference between this switching phenomenon and the similar phenomenon of other lasers is compared and analyzed.

收稿日期: 2021-04-25; 修回日期: 2021-05-16; 录用日期: 2021-05-19

基金项目: 国家自然科学基金(61961136002, 61822509)、山西省人才计划(201805D211027)、山西省“1331工程”重点创新研究团队、山西省高等学校中青年拔尖创新人才计划、广东省引进创新创业团队、山西省重点研发项目(国际合作)(201903D421012)、国防基础科研计划(WDYX19614260203)

通信作者: \*zhaotong.tyut@outlook.com

**Key words** lasers; circular-side hexagonal resonator microcavity laser; nonlinear dynamics; dynamic-state switching

## 1 引言

光反馈半导体激光器具有丰富的非线性动力学特性,诸如稳态、单周期、倍周期、准周期和混沌状态等现象<sup>[1-4]</sup>,并在诸多领域都有广泛的应用。稳态时可实现激光稳频<sup>[5]</sup>和自混合干涉测量<sup>[6-7]</sup>;基于周期状态产生的规则振荡可用于高频信号的生成<sup>[8-9]</sup>;准周期状态可产生幅度被调制的脉冲信号<sup>[10]</sup>;而混沌状态由于具有宽带类噪声的输出特性,在保密通信<sup>[11-15]</sup>、储备池计算<sup>[16-17]</sup>和随机数生成<sup>[18-19]</sup>等方面被广泛应用。

除上述现象外,激光器在光反馈作用下还会出现模式间或状态间相互切换的现象,且切换周期与外腔往返时间成倍数关系。Gavrielides 等<sup>[20]</sup>研究了边发射激光器在偏振旋转光反馈下偏振模式的规则切换现象,产生了周期为外腔往返时间两倍以上方波;Sukow 等<sup>[21]</sup>发现了偏振旋转反馈的垂直腔面发射激光器(VCSEL)的动力学特性,观察到类方波的 X 和 Y 偏振模式相互切换的现象,其周期大于延迟时间的两倍;Mashal 等<sup>[22]</sup>研究发现光反馈半导体环形激光器受延迟光交叉反馈作用,存在定向输出模式切换现象,产生了周期接近外部反馈回路往返时间两倍的方波振荡。与以上几种模式切换现象不同的是,状态间切换的周期与外腔往返时间相同。Dong 等<sup>[23]</sup>研究发现分布式反馈(DFB)激光器在长外腔偏振保持光反馈作用下,每个外腔往返时间内,激光器都会进行稳态和周期态切换;Zhang 等<sup>[24]</sup>在偏振保持光反馈的 VCSEL 系统中,观察到了两种新的动力学状态切换现象。一种是在稳态-准周期态切换(S-QPS),另一种是在两种不同的稳态之间切换,切换周期均等于外腔往返时间。

在研究光反馈弧边六角(CSHR)微腔激光器的动力学特性时,发现在一定条件下,该系统的输出也存在 S-QPS 现象。通过调节系统的反馈速率和偏置电流,分析了该现象的变化规律,同时借助分岔图解释了此切换现象产生的原因。这项工作丰富了对光反馈弧边六角微腔激光器非线性动力学状态的研究,有望应用于光数字信号处理和光时钟信号的产生等领域中。

## 2 光反馈弧边六角微腔激光器模型及参数

光反馈弧边六角微腔激光器的示意图如图 1 所示,反射镜与激光器之间的距离为反馈外腔长度,激光器输出光经过反馈外腔后由反射镜反馈回激光器,其对应时间即为外腔往返时间  $\tau_f$ 。

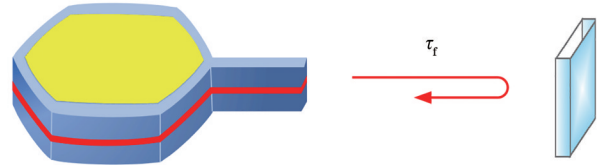


图 1 光反馈弧边六角微腔激光器示意图

Fig. 1 Schematic of CSHR microcavity laser with optical feedback

基于 Lang-Kobayashi 速率方程构建的光反馈弧边六角微腔激光器模型如下<sup>[25-26]</sup>,

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\eta I}{qV} - An - Bn^2 - Cn^3 - v_g g(n, s)s, \quad (1)$$

$$\frac{ds}{dt} = \left[ \Gamma v_g g(n, s) - \frac{1}{\tau_p} \right] s + \Gamma \beta B n^2 + 2\kappa \sqrt{s(t) \cdot s(t - \tau_f)} \cos(\theta), \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \Gamma v_g g(n, s) - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \sqrt{s(t - \tau_f) / s(t)} \sin(\theta), \quad (3)$$

式中:  $t$  为时间;  $n$  和  $s$  分别为载流子密度和光子密度;  $\eta$  为电流注入效率;  $q$  为电子电量;  $V$  为有源区体积;  $A$  为缺陷复合系数;  $B$  为辐射复合系数;  $C$  为俄歇复合系数;  $I$  为偏置电流;  $v_g$  为腔内光速;  $\beta$  为自发辐射因子;  $g$  为增益系数;  $\theta$  为反馈光相位  $[\theta = \omega \tau_f + \varphi(t) - \varphi(t - \tau_f)]$ ,  $\varphi$  为相位;  $\tau_p$  为光子寿命;  $\kappa$  为反馈速率;  $\alpha$  为半峰全宽增强因子; 由反馈速率  $\kappa = \kappa_f / \tau_l$  所得,  $\kappa_f$  和  $\tau_l$  分别为幅度反馈系数和内腔往返时间  $[\kappa_f = (1 - r_0^2) r_e / r_0, r_e$  为反射镜幅度反射率,  $r_0$  为激光器端面幅度反射率];  $\Gamma$  为光限制因子。增益系数表示如下,

$$g(n, s) = \frac{g_0}{1 + \epsilon s} \ln \left( \frac{n + N_s}{N_{tr} + N_s} \right), \quad (4)$$

式中： $\epsilon$ 为增益抑制因子； $g_0$ 为材料增益参数； $N_s$ 为对数增益参数； $N_{tr}$ 为透明载流子密度。速率方程使用四阶龙格-库塔法进行求解，激光器主要参数及取值如表 1 所示。需要指出的是本文所选外腔往返时间  $\tau_r$  大于弛豫振荡周期  $\tau_R$ ，根据文献[27]中的定义，该参数选取满足长腔反馈条件。

### 3 数值模拟结果

光反馈弧边六角微腔激光器输出稳态-准周期态切换时的光谱、频谱、时序和相图如图 2 所示。此时激光器偏置电流  $I$  为  $10I_{th}$ ，弛豫振荡频率  $f_R$  为 11.11 GHz，外腔往返时间  $\tau_r$  为 1.5 ns，反馈速率  $\kappa$  为  $8.90 \text{ ns}^{-1}$ 。图 2(a) 为微腔激光器输出的光谱图，光谱中存在  $v_q$  和  $v_s$  两个模式，主模  $v_q$  两侧存在间隔  $f_q$  为 9.16 GHz 的边模， $v_q$  及这些边模之间的拍频会在激光器输出中产生以  $f_q$  为周期的振荡，如图 2(b) 所示。此外，频谱中呈现频梳结构，如插图所示，其基频和频率间隔均为 0.67 GHz，恰好是外腔往返频率  $f_{EC}$ 。值得注意的是，在频谱中并未出现对应于  $\Delta v = v_q - v_s = 1.95 \text{ GHz}$  的频率分量，这意味着  $v_q$  和  $v_s$  没有同时存在。结合光谱和频谱，可知模式  $v_q$  和  $v_s$  交替出现。时序如图 2(c) 可见，波形呈现为稳态和准周期振荡互相切换，两者对应模式分别为  $v_s$ 。

图 3 显示了在  $I = 10I_{th}$ 、 $\tau_r = 1.5 \text{ ns}$  条件下，随着反馈速率增加，稳态-准周期态切换的时序和频谱变化情况。从时序图中可以看出，稳态-准周期态切换的周期始终为 1.5 ns，与外腔往返时间一致。随着反馈速率的增加，准周期振荡的持续时间  $t_D$  也在增加。当反馈速率为  $8.63 \text{ ns}^{-1}$  时，准周期振荡的持续时间为 0.68 ns，经 0.82 ns 后再次切换至准周期状

图 4(a) 展示了偏置电流在  $10I_{th}$  下反馈速率对振荡幅值和持续时间的影响。当反馈速率由  $8.63 \text{ ns}^{-1}$  增加至  $10.27 \text{ ns}^{-1}$  时，准周期态切换的振荡幅值  $\Delta P$  从 2.54 mW 增加至 3.99 mW，持续时间从 0.68 ns 增加至 1.3 ns，拟合曲线呈线性增长关系。除反馈速率外，偏置电流  $I$  也会对稳态-准周期态切换的振荡幅值和持续时间产生影响，如图 4(b) 所示。此时保持外腔往返时间为 1.5 ns，反馈速率为  $8.77 \text{ ns}^{-1}$ ，随着偏置电流的增加，稳态-准周期态切换的  $\Delta P$  从 3.32 mW 下降至 2.51 mW，准周期振荡的持续时间也从 1.2 ns 缩短至 0.5 ns。

两种外部参数影响切换的原因可推测如下，当反馈速率增加时，外部扰动会加速由稳态到准周期

表 1 弧边六角微腔激光器仿真参数<sup>[25-26]</sup>

Table 1 Values of the parameters for CSHR microcavity laser<sup>[25-26]</sup>

Parameter	Description	Value
$N_{tr}$	Transparency density	$1.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$
$N_s$	Logarithmic gain parameter	$0.92N_{tr}$
$n_g$	Group refractive index	3.5
$\eta$	Current injection efficiency	0.8
$\alpha$	Linewidth enhancement factor	4
$\Gamma$	Confinement factor	0.25
$R$	Side length of active area	$7.5 \mu\text{m}$
$d$	Thickness of the active region	200 nm
$A$	Defect recombination coefficient	$1 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$
$B$	Radiation recombination coefficient	$1 \times 10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}$
$C$	Auger recombination coefficient	$1 \times 10^{-28} \text{ cm}^6/\text{s}$
$g_0$	Material gain parameter	$1500 \text{ cm}^{-1}$
$\lambda$	Center wavelength	1550 nm
$\tau_L$	Cavity roundtrip time	0.55 ps
$\epsilon$	Gain suppression factor	$18/N_{tr}$

和  $v_q$ ，准周期振荡频率为  $f_q$ ，切换频率为  $1/\tau_r$ 。

图 2(d) 为相位图，其呈向中心收敛的圆环状，中心对应微腔激光器稳态输出，圆环对应准周期态输出，也反映两种状态的切换过程。

态；当反馈速率增加至  $8.97 \text{ ns}^{-1}$ ，持续时间增加至 0.77 ns；继续增加反馈速率到  $9.32 \text{ ns}^{-1}$ ，此时持续时间增加至 1.13 ns。同时，发现在反馈速率增加时，不仅准周期振荡的持续时间增加，其振荡的幅值  $\Delta P$  也逐渐由 2.54 mW 增加至 3.22 mW，而振荡的频率  $f_q$  由 9.80 GHz 减小至 8.51 GHz。

态的过渡，因此准周期态的持续时间增加。而当偏置电流增加时，激光器弛豫振荡频率提升和阻尼增加，促使激光器变得更加稳定，因此需要更大的反馈速率才能进入稳态-准周期态切换状态。

稳态-准周期态切换现象的存在不仅受电流和反馈速率影响，同样受到外腔往返时间的影响。图 5 给出了在两种不同外腔往返时间下激光器输出的分岔图。在图 5(a) 中，外腔往返时间  $\tau_r$  为 0.2 ns，随着反馈速率的加快，微腔激光器按照“稳态”—“单周期”—“准周期”的路径进入混沌状态。在图 5(b) 中，当外腔往返时间增加为  $\tau_r$  为 1.5 ns 时，随着反馈速率的增加，激光器在反馈速率从  $8.30 \text{ ns}^{-1}$  到  $10.34 \text{ ns}^{-1}$  段出现了稳态-准周期态切

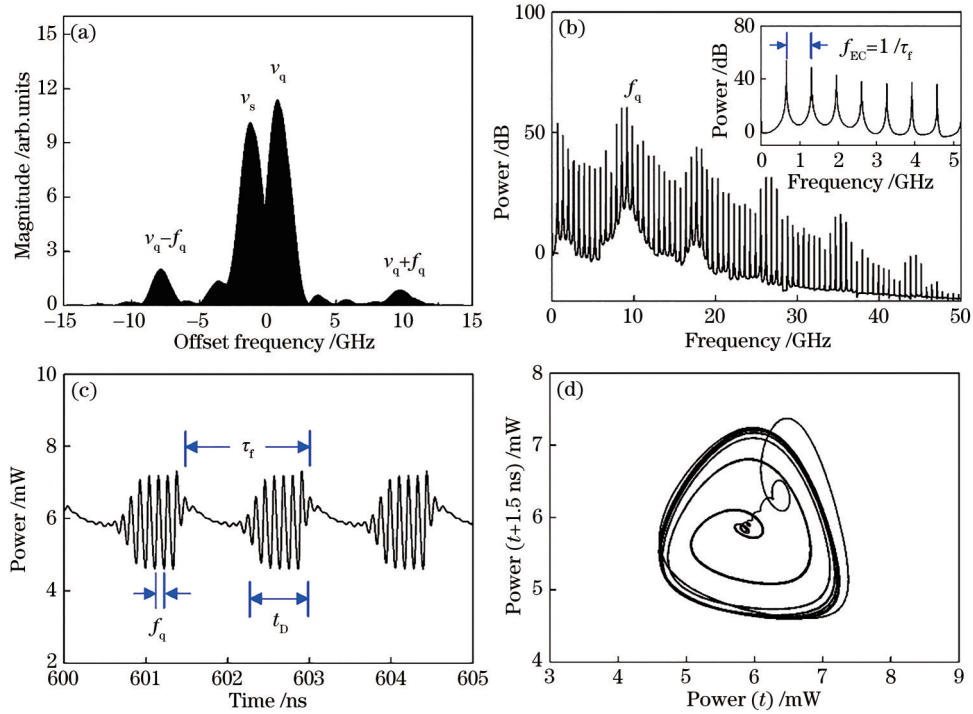


图 2 稳态-准周期态切换的数值模拟结果。(a)光谱;(b)频谱;(c)时序;(d)相位图

Fig. 2 Simulation results of switching between stable state and quasi-periodic state. (a) Optical spectrum; (b) frequency spectrum; (c) time series; (d) phase diagram

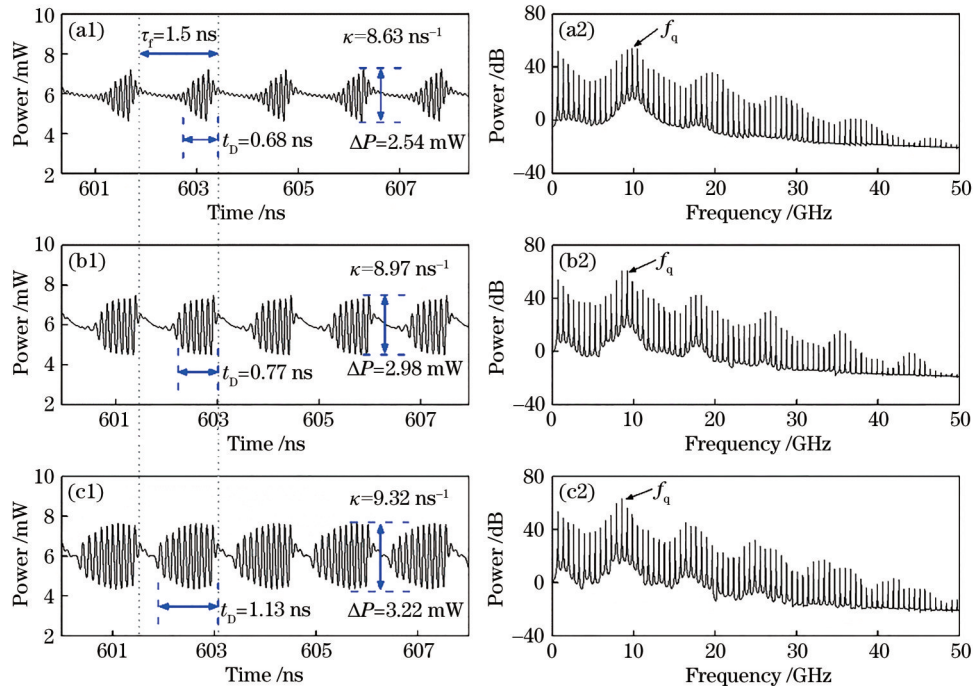


图 3 不同反馈速率下的稳态-准周期态切换。(a1)~(c1)时序;(a2)~(c2)频谱

Fig. 3 Switching between stable state and quasi-periodic state under different feedback rates. (a1)~(c1) Time series; (a2)~(c2) frequency spectra

换现象,继续增加反馈速率,最终输出进入混沌状态。对比发现,稳态-准周期态切换易发生于 $\tau_f$ 较大

时,推测是源于该激光器的阻尼作用,此处定义激光器独立运行时从开始激光至稳态输出过程中振

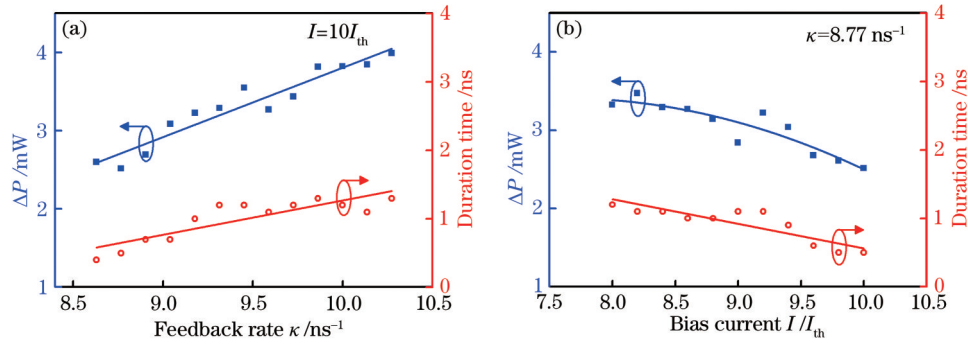


图 4 稳态-准周期态  $\Delta P$  和持续时间的影响因素。(a) 反馈速率; (b) 偏置电流

Fig. 4 Influence factors of  $\Delta P$  and duration time of switching between stable state and quasi-periodic state. (a) Feedback rate; (b) bias current

荡持续的时间为阻尼时间。在  $I = 10I_{th}$  下, 阻尼时间约为  $0.26 \text{ ns}$ , 当  $\tau_f = 1.5 \text{ ns}$  时, 外腔往返时间远大于阻尼时间, 激光器可以从振荡状态回到稳态;

而  $0.2 \text{ ns}$  的外腔往返时间小于阻尼时间, 不足以使激光器回到稳态, 所以不会出现稳态-准周期态切换现象。

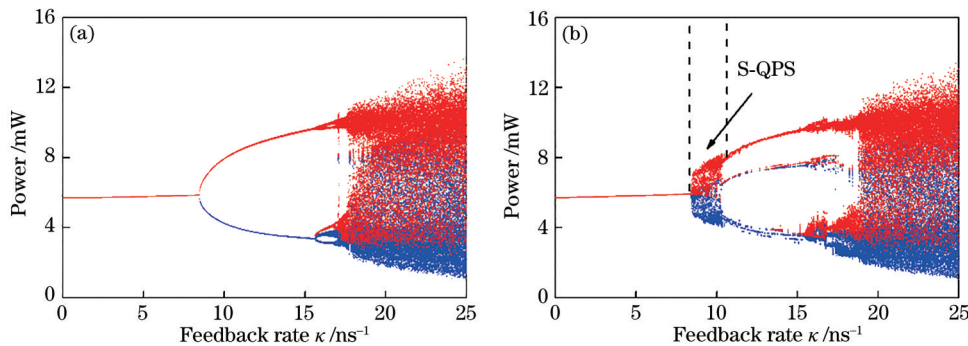


图 5 高偏置下光反馈微腔激光器分岔图。(a)  $\tau_f = 0.2 \text{ ns}$ ; (b)  $\tau_f = 1.5 \text{ ns}$

Fig. 5 Bifurcation diagrams of microcavity laser with optical feedback under high bias current. (a)  $\tau_f = 0.2 \text{ ns}$ ; (b)  $\tau_f = 1.5 \text{ ns}$

进一步研究了低偏置下微腔激光器的分岔图。当偏置电流减小至  $I = 2I_{th}$  时, 弛豫振荡频率降至  $f_R = 4.48 \text{ GHz}$ , 阻尼时间约为  $1.85 \text{ ns}$ 。图 6(a) 和图 6(b) 分别给出了  $\tau_f = 1.5 \text{ ns}$  和  $\tau_f = 5.0 \text{ ns}$  时微腔激光器的分岔图。如图 6(a) 所示, 在  $\tau_f = 1.5 \text{ ns}$  时, 稳态-准周期态切换并不会出现, 反馈速率从  $0 \text{ ns}^{-1}$

综上所述, 稳态-准周期态切换发生的原因可以归纳为两点: 1) 微腔激光器阻尼较大, 反馈速率不足以驱动激光器持续处于无阻尼振荡; 2) 外腔往返时间大于光反馈下微腔激光器的阻尼时间, 使其能够经过阻尼振荡后回到稳定模式。因此, 微腔激光器在高偏置电流、外腔往返时间大于阻尼时间的长腔反馈情况下, 易于产生稳态-准周期态切换现象。

## 4 讨 论

从图 5(b) 中发现, 在高偏置电流下, 反馈速率在  $10.34 \text{ ns}^{-1}$  至  $15.30 \text{ ns}^{-1}$  出现从稳态-准周期态切

开始加快至  $10 \text{ ns}^{-1}$ , 微腔激光器按照“稳态”-“单周期”-“准周期”路径进入混沌振荡状态。在图 6(b) 中, 保持偏置电流不变, 将外腔往返时间增加为  $\tau_f = 5.0 \text{ ns}$  时, 光反馈微腔激光器出现切换现象。此结果与高偏置时一致。

换状态到准周期态的过渡状态, 典型输出特性如图 7 所示。图 7(a) 为光谱图, 主模  $\nu_q$  位置两侧存在间隔为  $f_q = 7.86 \text{ GHz}$  的边模, 但是并没有出现另一  $\nu_s$  模式,  $\nu_q$  和边模之间的拍频会在激光器输出产生以  $f_q$  为周期的振荡, 如图 7(b) 所示。频谱中插图为低频部分放大图, 基频和频率间隔均为  $f_{EC}$ , 且低频部分能量相较于切换状态有所提高。时序如图 7(c) 所示, 波形表现为激光器输出强度在每个外腔周期内保持振荡频率为  $7.86 \text{ GHz}$  的周期振荡。图 7(d) 中展示的相图整体呈封闭环状曲线, 不存在

固定点。

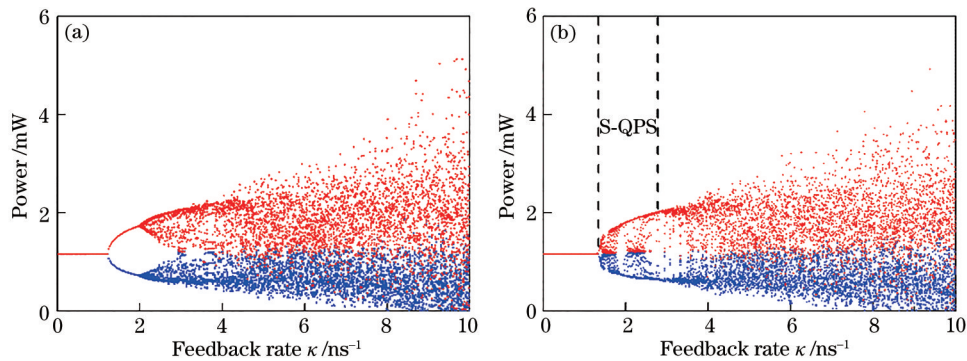


图 6 低偏置光反馈微腔激光器分岔图。(a)  $\tau_f = 1.5$  ns; (b)  $\tau_f = 5.0$  ns

Fig. 6 Bifurcation diagrams of microcavity laser with optical feedback under low bias current. (a)  $\tau_f = 1.5$  ns; (b)  $\tau_f = 5.0$  ns

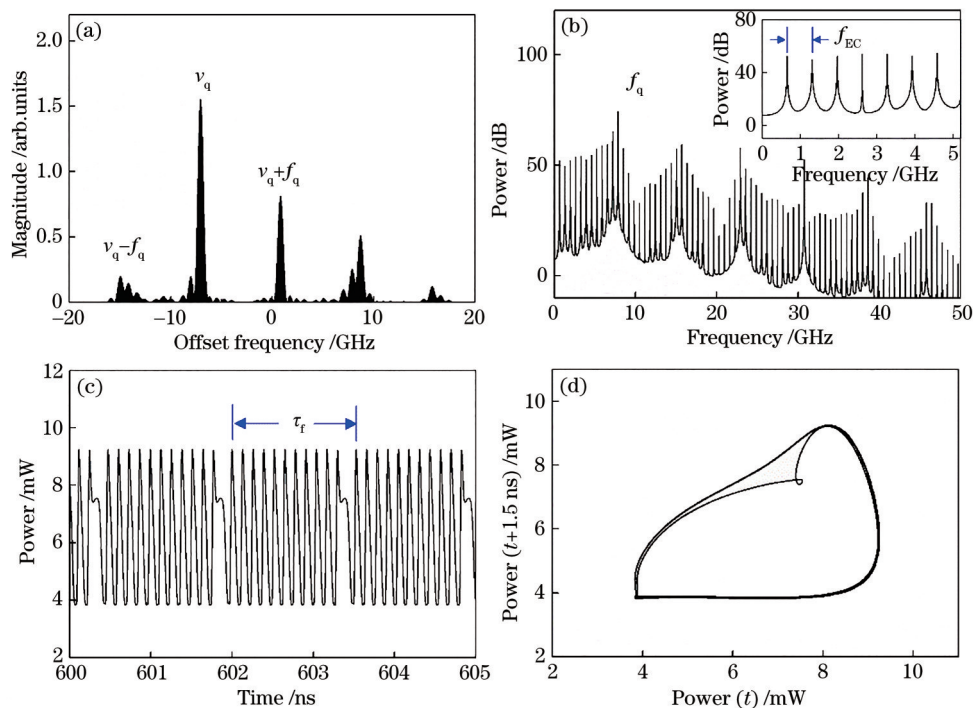


图 7 过渡状态输出特性的数值模拟结果。(a) 光谱; (b) 频谱; (c) 时序; (d) 相位图

Fig. 7 Simulation results of transition state. (a) Optical spectrum; (b) frequency spectra; (c) time series; (d) phase diagram

在不同偏置电流下,光反馈弧边六角微腔激光器的输出状态随反馈速率的提高由稳态-准周期态切换状态进入不同状态。在高偏置电流下,微腔激光器稳态-准周期态切换会先演化为过渡状态后进入准周期振荡状态,如图 5(b)所示。在低偏置情况下,稳态-准周期态切换随着反馈速率的提高会进入完整的准周期振荡状态,如图 6(b)所示。相似的切换现象在光反馈 DFB 激光器和光反馈 VCSEL 激光器中也被发现,但是此切换现象随反馈速率的变化与前两者均存在差异。对于光反馈 DFB 激光器,为周期态向稳态过渡,随着反馈速率的提高,状态

切换中周期振荡持续时间会缩短,最终由切换状态回到稳定输出状态<sup>[23]</sup>;对于光反馈 VCSEL,反馈速率的提高使振荡时间变长,最终由稳态-准周期态切换进入完整的准周期振荡状态<sup>[24]</sup>。认为此差异是各类激光器内腔往返时间和端面反射率的不同所造成。与 DFB 激光器相比,主要区别为内腔往返时间的不同,DFB 激光器的内腔往返时间约为 7 ps<sup>[28]</sup>,而微腔激光器比 DFB 激光器内腔往返时间低约一个量级,本文选取内腔往返时间约为 0.55 ps;与 VCSEL 相比,主要区别为端面反射率不同,VCSEL 具有大于 0.99 的端面反射率<sup>[29]</sup>,而微腔

激光器端面反射率为  $0.3^{[30]}$ 。

## 5 结 论

本文通过数值模拟发现了光反馈弧边六角微腔激光器的稳态-准周期态切换现象。光反馈使激光器输出状态在稳态和准周期态之间发生切换,切换周期为外腔往返时间,准周期振荡频率  $f_q$  接近弛豫振荡频率。通过分岔图,揭示了切换现象是由阻尼时间和外腔长度共同决定,当外腔往返时间大于阻尼时间时会产生稳态-准周期态切换,且在高偏置长腔中更容易出现该现象。此外,反馈速率和偏置电流可调控切换现象中的准周期振荡的幅值和持续时间,为信号处理和通信系统中方波光光子微波信号的产生提供了一种新方案。

## 参 考 文 献

- [1] Soriano M C, García-Ojalvo J, Mirasso C R, et al. Complex photonics: dynamics and applications of delay-coupled semiconductor lasers[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2013, 85(1): 421-470.
- [2] Sciamanna M, Shore K A. Physics and applications of laser diode chaos[J]. *Nature Photonics*, 2015, 9(3): 151-162.
- [3] Mørk J, Mark J, Tromborg B. Route to chaos and competition between relaxation oscillations for a semiconductor laser with optical feedback[J]. *Physical Review Letters*, 1990, 65(16): 1999-2002.
- [4] Locquet A, Routes to chaos of a semiconductor laser subjected to external optical feedback: A review[J]. *Photonics*, 2020, 7(1): 22.
- [5] Donati S, Horng R H. The diagram of feedback regimes revisited[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2013, 19(4): 1500309.
- [6] Donati S, Norgia M. Native signal self-mix interferometer has less than 1 nm noise equivalent displacement[J]. *Optics Letters*, 2021, 46(8): 1995-1998.
- [7] Xu Z L, Xie Y, Wang Y X, et al. Self-mixing interferometry with terahertz quantum cascade lasers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(11): 1114003.  
徐赵龙, 解研, 王迎新, 等. 太赫兹量子级联激光器自混合干涉测量技术研究[J]. *光学学报*, 2020, 40(11): 1114003.
- [8] Broom R F, Mohn E, Risch C, et al. Microwave self-modulation of a diode laser coupled to an external cavity[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1970, 6(6): 328-334.
- [9] Zhou P, Zhang R H, Li K X, et al. Generation of NLFM microwave waveforms based on controlled period-one dynamics of semiconductor lasers[J]. *Optics Express*, 2020, 28(22): 32647-32656.
- [10] Chang C Y, Choi D, Locquet A, et al. A multi-GHz chaotic optoelectronic oscillator based on laser terminal voltage[J]. *Applied Physics Letters*, 2016, 108(19): 191109.
- [11] Argyris A, Syvridis D, Larger L, et al. Chaos-based communications at high bit rates using commercial fibre-optic links[J]. *Nature*, 2005, 438(7066): 343-346.
- [12] Argyris A, Grivas E, Hamacher M, et al. Chaos-on-a-chip secures data transmission in optical fiber links [J]. *Optics Express*, 2010, 18(5): 5188-5198.
- [13] Jiang N, Zhao A, Xue C P, et al. Physical secure optical communication based on private chaotic spectral phase encryption/decryption[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(7): 1536-1539.
- [14] Yan S L. Theory and technique of cross transmittance and alternate parallel reception of laser chaos in secure communication[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(9): 0906001.  
颜森林. 激光混沌交叉发射与交替并行接收在保密通信中应用的基本理论与技术[J]. *中国激光*, 2020, 47(9): 0906001.
- [15] Wu M, Wang L S, Wang Y C, et al. Research on chaos resynchronization time of vertical-cavity surface-emitting lasers[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(21): 210607.  
吴梅, 王龙生, 王云才, 等. 垂直腔面发射激光器的混沌同步恢复时间研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(21): 210607.
- [16] Xiang S Y, Han Y N, Song Z W, et al. A review: Photonics devices, architectures, and algorithms for optical neural computing[J]. *Journal of Semiconductors*, 2021, 42(2): 023105.
- [17] Bueno J, Brunner D, Soriano M C, et al. Conditions for reservoir computing performance using semiconductor lasers with delayed optical feedback[J]. *Optics Express*, 2017, 25(3): 2401-2412.
- [18] Uchida A, Amano K, Inoue M, et al. Fast physical random bit generation with chaotic semiconductor lasers[J]. *Nature Photonics*, 2008, 2(12): 728-732.
- [19] Li P, Wang Y C. Research progress in physical random number generator based on laser chaos for high-speed secure communication[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(6): 060002.

- 李璞, 王云才. 面向高速保密通信的激光混沌物理随机数发生器研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(6): 060002.
- [20] Gavrielides A, Sukow D W, Burner G, et al. Simple and complex square waves in an edge-emitting diode laser with polarization-rotated optical feedback[J]. *Physical Review E*, 2010, 81(5): 056209.
- [21] Sukow D W, Gilfillan T, Pope B, et al. Square-wave switching in vertical-cavity surface-emitting lasers with polarization-rotated optical feedback: experiments and simulations[J]. *Physical Review A*, 2012, 86(3): 033818.
- [22] Mashal L, van der Sande G, Gelens L, et al. Square-wave oscillations in semiconductor ring lasers with delayed optical feedback[J]. *Optics Express*, 2012, 20(20): 22503-22516.
- [23] Dong J X, Zhuang J P, Chan S C. Tunable switching between stable and periodic states in a semiconductor laser with feedback[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(21): 4291-4294.
- [24] Zhang T, Jia Z W, Wang A B, et al. Experimental observation of dynamic-state switching in VCSELs with optical feedback[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2021, 33(7): 335-338.
- [25] Xiao Z X, Huang Y Z, Yang Y D, et al. Single-mode unidirectional-emission circular-side hexagonal resonator microlasers[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(7): 1309-1312.
- [26] Wang Y X, Jia Z W, Gao Z S, et al. Generation of laser chaos with wide-band flat power spectrum in a circular-side hexagonal resonator microlaser with optical feedback[J]. *Optics Express*, 2020, 28(12): 18507-18515.
- [27] Heil T, Fischer I, Elsässer W, et al. Dynamics of semiconductor lasers subject to delayed optical feedback: The short cavity regime[J]. *Physical Review Letters*, 2001, 87(24): 243901.
- [28] Wang A B, Wang B J, Li L, et al. Optical heterodyne generation of high-dimensional and broadband white chaos[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2015, 21(6): 531-540.
- [29] Gensty T, Becker K, Fischer I, et al. Wave chaos in real-world vertical-cavity surface-emitting lasers[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(23): 233901.
- [30] Ma X W, Huang Y Z, Long H, et al. Experimental and theoretical analysis of dynamical regimes for optically injected microdisk lasers[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2016, 34(22): 5263-5269.