

# 激光与光电子学进展

## 基于混合波束赋形的毫米波大规模 MIMO 信道估计

黄竞择<sup>1,2</sup>, 梁旭文<sup>1</sup>, 谢卓辰<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>中国科学院微小卫星创新研究院, 上海 201203;

<sup>2</sup>中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 毫米波大规模多输入多输出系统依赖于准确的信道状态信息,然而毫米波的高频率使得用于信道估计的时间变短,以往单独利用其波束域的稀疏性或天线域的低秩特性的高复杂度估计算法不再可行。因此提出了一种新的估计算法,该算法结合了稀疏和低秩两种特性,将信道估计看作矩阵完备问题,利用基于增广拉格朗日交替方向非精确牛顿法进行求解。经仿真验证,该算法具有更快的收敛速度和更高的准确度。

**关键词** 信道估计; 大规模 MIMO; 凸优化; 毫米波; 矩阵完备化

中图分类号 TN928

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0506002

### Hybrid Beamforming Based Millimeter Wave Massive MIMO Channel Estimation

Huang Jingze<sup>1,2</sup>, Liang Xuwen<sup>1</sup>, Xie Zhuochen<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Innovation Academy for Microsatellite, Chinese Academy of Sciences, Shanghai, 201203, China;

<sup>2</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** The millimeter wave massive multiple input multiple output(MIMO) system relies on accurate channel state information. However, the high frequency of the millimeter wave shortens the time slot for channel estimation, so the previous high complexity estimation algorithms that use either the sparsity in the beam domain or the low rank property in the antenna domain alone were no longer feasible. Therefore, this paper proposes a new estimation algorithm, which combines the sparsity and low rank property. The channel estimation is regarded as a matrix complete problem. The inexact Newton method based on Augmented Lagrange alternating direction is used to solve the problem. The simulation result shows that the proposed algorithm has faster convergence speed and higher accuracy than other algorithms.

**Key words** channel estimation; massive MIMO; convex optimization; millimeter wave; matrix completion

## 1 引言

大规模多输入多输出(MIMO)技术由于能显著改善通信系统的容量和提高频谱利用率等优势,被视为 5G 的关键技术之一。而毫米波由于频率相较于传统通信所用的较低频率有着很高的方向性,

因此他们可以在发射和接收过程中精确的处理大型天线阵列,使得基于毫米波的大规模 MIMO 技术更具优势。文献[1-2]表明,相较于蜂窝大规模 MIMO 通信系统,由于毫米波的路损严重,散射不丰富,多小区复用导频带来的导频污染问题已经不再是毫米波大规模 MIMO 系统的主要问题,但毫米

收稿日期: 2021-03-15; 修回日期: 2021-05-06; 录用日期: 2021-05-24

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划项目(91738201)

通信作者: \*huangjz@mail.ustc.edu.cn

波本身的特点也带来了其他问题。大规模 MIMO 技术的优势建立在准确的信道状态信息(CSI)获取上,在使用时分双工(TDD)模式的毫米波大规模 MIMO 通信系统中,收发信号的时间间隔要小于信道的相干时间。然而信道的相干时间与载波频率近似成反比,毫米波本身的高频率导致信道的相干时间变短,且大规模天线的部署意味着更大的计算量,现有估计算法的时间复杂度过高,导致相干时间内传输效率受到限制,因此需要一种具有快速收敛且高准确度特点的信道估计算法。

在已有研究中,CSI 估计常被视为压缩感知(CS)问题<sup>[3]</sup>,其中正交匹配追踪算法<sup>[4]</sup>(OMP)利用了信道的稀疏性,是最常用的 CS 方法。同样利用稀疏性的还有矢量消息传递法<sup>[5]</sup>(VAMP),但其非常依赖大量训练符号。在文献<sup>[6]</sup>中,信道估计问题被指定为二次半正定规划问题,利用到信道的低秩特性,通过使用多项式 SDP 方法来解决。这两类算法都需要大量符号训练才能获得较为满意的性能<sup>[7]</sup>。近年来,有人提出联合了两种特性的估计算法,如文献<sup>[8]</sup>中提出的分两步利用稀疏性和低秩性的估计算法(TSSR),但其计算复杂度很高,几乎无法应用。在文献<sup>[7]</sup>中,首次提出了真正结合稀疏性和低秩特性的算法,该算法基于交替方向乘子法<sup>[9]</sup>(ADMM),取得了很好的效果。ADMM 的主

要思想是将优化问题分解成多个子问题,将对偶上升法的可分解性和乘子法的上界收敛性融合在一起,因此能快速得到最优解,现在广泛应用于机器学习、图像处理等领域。

近年来随着深度学习的兴起,也有采用深度神经网络的估计算法提出,如文献<sup>[10]</sup>提出的基于卷积神经网络(CNN)以及文献<sup>[11]</sup>提出的基于循环神经网络(RNN)的估计算法,都取得了相比传统算法更高的准确度,但基于深度神经网络的计算复杂度往往较高,且严重依赖训练样本,网络只能学习有限样本的信道信息,对训练范围外的 SNR 和信道特性表现较差,难以实际应用<sup>[12]</sup>。

2016 年 Houska 等在文献<sup>[13]</sup>中提出了基于增广拉格朗日交替方向非精确牛顿法(ALADIN),凭借快速的收敛和更高的准确度在机器学习、凸优化等领域有了广泛应用<sup>[14-17]</sup>,常被用来取代采用 ADMM 的方案。在通信领域,ALADIN 已被用来求解物联网的信道估计问题<sup>[18]</sup>,取得了很好的效果。本文基于 ALADIN 算法,结合信道稀疏性和低秩性特点提出了一种新的信道估计算法,并对 ALADIN 算法做了一定程度的修改以便求解本文提出的问题,经大量仿真实验证明,该算法有着更快的收敛速度和更高的准确度。

使用到的符号定义如表 1 所示。

表 1 符号定义

Table 1 Notation definition

$a, \mathbf{a}$ and $\mathbf{A}$	Scalar, vector and matrix
$\mathbf{A}^T, \mathbf{A}^H$ and $\mathbf{A}^*$	Matrix transpose, conjugate transpose and conjugate
$\ (\cdot)\ _F, \ (\cdot)\ _*, \ (\cdot)\ _0$ and $\ (\cdot)\ _1$	Frobenius norm, nuclear norm, $\ell_0$ -norm and $\ell_1$ -norm
$\circ$ and $\otimes$	Matrix Hadamard and Kronecker products
$vec(\cdot)$	Vectorization of matrix
$unvec(\cdot)$	Inverse operation of $vec(\cdot)$
$diag(\cdot)$	Diagonal of $(\cdot)$
$E\{\cdot\}$	Expected value of $(\cdot)$
$tr(\cdot)$	Trace of matrix
$Re(\cdot)$	Real part of the complex variable
$Im(\cdot)$	Imaginary part of the complex variable

## 2 系统与信道模型

波束赋形是 MIMO 技术的核心之一,利用较小间距的天线阵元之间的相关性,各个阵元发射的波形成干涉,使得所有天线发射的电磁波面在指定的终端处重组,在非目标终端处抵消,提高了能量利

用率和抗干扰能力。采用的混合波束赋形(HBF)架构如图 1 所示,其结合了模拟波束赋形和数字波束赋形的优点,使在模拟端可调幅调相的波束赋形,再结合基带的数字波束赋形,使得系统复杂度大幅下降,降低了成本,而系统性能接近全数字波束赋形,非常适用于高频系统<sup>[19]</sup>。

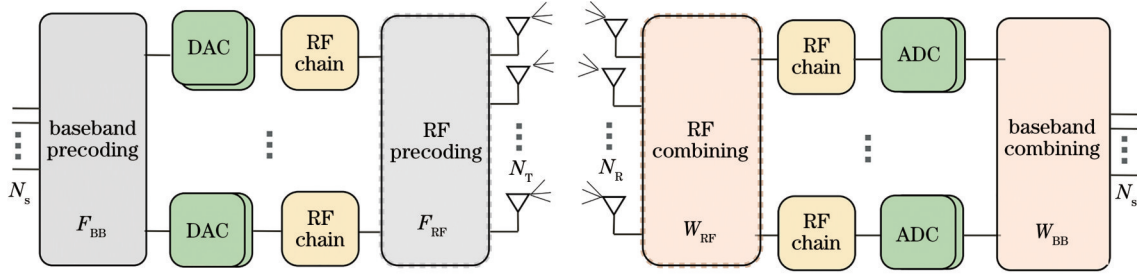


图 1 混合波束赋形架构

Fig. 1 Hybrid beamforming architecture

参考了文献[20]中的模型,研究基于开关的 HBF 架构的上行链路,设定了一个  $N_T \times N_R$  的毫米波大规模 MIMO 通信系统,发射机(TX)的  $N_T$  个天线单元与接收机的  $N_R$  个天线单元都分别连接到一个专门的射频链(RF chain)上。假设信道  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  在传输  $T$  个单位的训练符号  $s[t] \in \mathbb{C}, \forall t = 1, 2, \dots, T$  的过程中可视为不变。接收端的合并信号为  $y[t] \triangleq \sqrt{P_T} \omega^T \mathbf{H} f s[t] + n[t]$ , 其中  $P_T$  为发射机功率,  $\omega \in \{0, 1\}^{N_R}$  为接收机合并向量,  $f \in \{0, 1\}^{N_T}$  为发射机预编码向量,  $n[t]$  是零均值、方差为  $\sigma_n^2$  的加性高斯白噪声信道(AWGN)。

根据文献[21]中给出的毫米波 MIMO 信道的几何表示,信道  $\mathbf{H}$  可以建模为:

$$\mathbf{H} \triangleq \sum_{k=1}^{N_p} \alpha_k \mathbf{a}_R(\phi_R^{(k)}, \theta_R^{(k)}) \mathbf{a}_T^H(\phi_T^{(k)}, \theta_T^{(k)}), \quad (1)$$

式中  $N_p$  表示传播路径数,而  $\alpha_k$  表示 AWGN 信道的第  $k$  条路径的复增益,  $\mathbf{a}_T^H(\phi_T^{(k)}, \theta_T^{(k)}) \in \mathbb{C}^{N_T}$  和  $\mathbf{a}_R(\phi_R^{(k)}, \theta_R^{(k)}) \in \mathbb{C}^{N_R}$  分别表示发射机和接收机的阵列响应向量<sup>[22]</sup>,  $\phi_T^{(k)}, \theta_T^{(k)}$  和  $\phi_R^{(k)}, \theta_R^{(k)}$  分别表示发射角和到达角,呈拉普拉斯分布<sup>[23]</sup>。若整个训练阶段都令  $s[t] = 1$ , 假设采用均匀线性阵列,信号波长为  $\lambda$ , 相邻天线间距  $\lambda/2$ , 则有:

$$\mathbf{a}_T(\phi_T) = \{1, \exp(j\pi \sin \phi_T), \dots, \exp[j(N_T - 1)\pi \sin \phi_T]\} / \sqrt{N_T} \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}, \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_R(\phi_R) = \{1, \exp(j\pi \sin \phi_R), \dots, \exp[j(N_R - 1)\pi \sin \phi_R]\} / \sqrt{N_R} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}. \quad (3)$$

根据文献[24-25],信道  $\mathbf{H}$  从波束域模型角度,依据矩阵完备化理论<sup>[26]</sup>和文献[27]中对信道矩阵  $\mathbf{H}$  的研究,  $\mathbf{H}$  可以等价表示为:

$$\mathbf{H} = \mathbf{D}_R \mathbf{Z} \mathbf{D}_T^H, \quad (4)$$

式中  $\mathbf{D}_R \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$  和  $\mathbf{D}_T \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$  是基于归一化离散傅里叶变换的酉矩阵,即  $\mathbf{D}_R^H \mathbf{D}_R = \mathbf{I}_{N_R}, \mathbf{D}_T^H \mathbf{D}_T = \mathbf{I}_{N_T}$ , 其中  $\mathbf{I}_N$  表示  $N$  阶单位阵,  $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  仅包含了少量具有高幅值信道增益的稀疏矩阵,几乎能反映真实信道的所有特征,代表了信道的稀疏特性。同时文献[9]中已证明信道矩阵  $\mathbf{H}$  的秩  $r$  满足  $r = \min\{N_T, N_R, N_p\}$ ,  $\mathbf{H}$  为低秩矩阵。

### 3 基于 ALADIN 的信道估计算法

依据(4)式中给出的信道模型,矩阵  $\mathbf{Z}$  是一个未知的稀疏矩阵,表示了  $\mathbf{H}$  的波束域特征,在此基础上,信道估计问题可以看作通过  $\mathbf{H}$  对  $\mathbf{Z}$  中的未知 CSI 进行恢复的问题,可以表示为一个联合优化问题<sup>[7]</sup>:

$$\min_{\mathbf{H}, \mathbf{Z}} \tau_H \|\mathbf{H}\|_* + \tau_Z \|\mathbf{Z}\|_1, \quad (5)$$

s. t.  $\mathbf{\Omega} \circ \mathbf{H} = \mathbf{H}_\Omega$  and  $\mathbf{H} = \mathbf{D}_R \mathbf{Z} \mathbf{D}_T^H,$

式中  $\mathbf{H}$  的核范数具有低秩特性,同时  $\mathbf{Z}$  的  $\ell_1$  范数具有稀疏性,权重因子  $\tau_Z, \tau_H > 0$ 。  $\mathbf{\Omega} \in \{0, 1\}^{N_R \times N_T}$  表示总体激活天线矩阵,由于采用的是基于开关的 HBF 架构,每个时刻收发天线都是随机激活的,所以  $\mathbf{\Omega}$  中的非零项以相同概率随机分布,  $M = \|\mathbf{\Omega}\|_0$ , ( $0 \leq M \leq N_R N_T$ ) 表示同时激活天线的个数。矩阵  $\mathbf{H}_\Omega$  表示信道矩阵的子采样矩阵。

根据(5)式,此时信道估计问题被表示为双目标优化的问题,引入辅助变量  $\mathbf{Y} = \mathbf{H}$  和  $\mathbf{C} = \mathbf{Y} - \mathbf{D}_R \mathbf{Z} \mathbf{D}_T^H$ , (5)式被改写为以下形式:

$$\min_{\mathbf{H}, \mathbf{Z}, \mathbf{C}, \mathbf{Y}} \tau_H \|\mathbf{H}\|_* + \tau_Z \|\mathbf{Z}\|_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{C}\|_F^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{\Omega} \circ \mathbf{Y} - \mathbf{H}_\Omega\|_F^2, \quad (6)$$

s. t.  $\mathbf{Y} = \mathbf{H}$  and  $\mathbf{C} = \mathbf{Y} - \mathbf{D}_R \mathbf{Z} \mathbf{D}_T^H,$

如(6)式中的第三项和第四项所示,引入的两个辅助变量将原优化问题中的离散误差和 AWGN 信道的噪声分离了出来。然后根据 ALADIN 算法,引入对偶算子  $\lambda_1 \in \mathbb{C}^{N_R \times T}$ ,  $\lambda_2 \in \mathbb{C}^{N_R \times T \times 1}$ , 将约束项引入上式:

$$\min_{H, Z, C, Y} \tau_H \|H\|_* + \tau_Z \|Z\|_1 + \frac{1}{2} \|C\|_F^2 + \frac{1}{2} \|\Omega \circ Y - H_\Omega\|_F^2 + \text{tr}[\lambda_1^H (H - Y)] + \frac{\rho}{2} \|H - Y\|_F^2 + \text{tr}[\lambda_2^H (C - Y + D_R Z D_T^H)] + \frac{\rho}{2} \|C - Y + D_R Z D_T^H\|_F^2, \quad (7)$$

式中  $\rho$  为 ALADIN 算法的收敛步长, 则算法推导步骤如下:

设  $i$  为迭代次数, 则第  $i$  次 ( $i = 0, 1, \dots, I_{\max}$ ) 迭代中, 依次求解以下子问题:

步骤 1: 求解  $H^{(i+1)}$

$$H^{(i+1)} = \arg \min_H \tau_H \|H\|_* + \frac{\rho}{2} \|H - (Y^{(i)} - \frac{1}{2} \lambda_1^{(i)})\|_F^2, \quad (8)$$

依据矩阵完备理论, (8) 式可以通过奇异值阈值算

法<sup>[26]</sup>(SVT)改写成以下形式

$$H^{(i+1)} = U_L^{(i)} \text{diag} \left\{ \left\{ \text{sign}(\zeta_j^{(i)}) \times \max(\zeta_j^{(i)}, 0) \right\}_{1 \leq j \leq r} \right\} (U_R^{(i)})^H, \quad (9)$$

式中  $U_L^{(i)} \in \mathbb{C}^{N_L \times r}$  和  $U_R^{(i)} \in \mathbb{C}^{N_R \times r}$  表示矩阵  $(Y^{(i)} - \frac{1}{2} \lambda_1^{(i)})$  的左右奇异向量,  $\zeta_j^{(i)} \triangleq \sigma_j - \tau_H / \rho$ ,  $\sigma_j$  表示其  $r$  个奇异值中的第  $j$  个。

步骤 2: 求解  $Y^{(i+1)}$ , 对  $Y$  求偏微分:

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left\{ \frac{1}{2} \|\Omega \circ Y - H_\Omega\|_F^2 + \text{tr}[(\lambda_1^{(i)})^H (H^{(i+1)} - Y)] + \frac{\rho}{2} \|H^{(i)} - Y\|_F^2 + \text{tr}[(\lambda_2^{(i)})^H (C^{(i)} - Y + D_R Z^{(i)} D_T^H)] + \frac{\rho}{2} \|C^{(i)} - Y + D_R Z^{(i)} D_T^H\|_F^2 \right\} = \Omega \circ Y - H_\Omega - \lambda_1^{(i)} - \rho(H^{(i)} - Y) - \lambda_2^{(i)} - \rho(C^{(i)} - Y + D_R Z^{(i)} D_T^H), \quad (10)$$

令 (10) 式等于零, 可证明, 上式的解等价于求解下列方程:

$$y^{(i+1)} = (K_1 + 2\rho I)^{-1} (\lambda_1^{(i)} + \rho h^{(i+1)} + H_\Omega + \lambda_2^{(i)} + \rho c^{(i)} + \rho K_2 z^{(i)}), \quad (11)$$

式中  $I$  为单位阵  $K_1 \triangleq \sum_{j=1}^{N_R} \text{diag}([\Omega]_j)^T \otimes E_{jj} \in \mathbb{C}^{TN_R \times TN_R}$ ,  $K_2 = (D_T^H)^T \otimes D_R \in \mathbb{C}^{TN_R \times TN_T N_R}$ ,  $E_{jj}$  表示除了位置  $(j, j)$  为 1 外其余为全零的矩阵。  $y = \text{vec}(Y)$ ,  $h = \text{vec}(H)$ ,  $z = \text{vec}(Z)$ ,  $c = \text{vec}(C)$ 。

步骤 3: 求解  $Z^{(i+1)}$

$$Z^{(i+1)} = \arg \min_Z \tau_Z \|Z\|_1 + \frac{\rho}{2} \left\| \frac{1}{\rho} \lambda_2^{(i)} + C^{(i)} - Y^{(i)} + D_R Z D_T^H \right\|_F^2, \quad (12)$$

通过向量化, (12) 式等价于求解以下稀疏优化问题:

$$\min_z \tau_Z \|z\|_1 + \|K_2 z - k^{(i)}\|_2^2, \quad (13)$$

式中  $k^{(i)} \triangleq x^{(i+1)} - c^{(i)} - \frac{1}{\rho} \lambda_2^{(i)} \in \mathbb{C}^{TN_R \times 1}$ , 为方便调用

求解器求解, 将上式中的复变量进行拆分:

$$\min_x \tau_Z \|x\|_1 + \|G_1 x - \text{Re}(k^{(i)})\|_2^2 + \|G_2 x - \text{Im}(k^{(i)})\|_2^2, \quad (13)$$

式中  $x = [\text{Re}(\bar{z}^T), \text{Im}(\bar{z}^T)]^T$ ,  $G_1 = [\text{Re}(K_2), -\text{Im}(K_2)]$ ,  $G_2 = [\text{Im}(K_2), \text{Re}(K_2)]$ 。  $\text{Re}(\cdot)$ 、 $\text{Im}(\cdot)$  分别表示取实部和虚部的操作。

(13) 式改写如下:

$$\min_x f_1(x_1) + f_2(x_2) \quad \text{s.t. } x_1 - x_2 = 0 \mid \eta, \quad (14)$$

式中  $f_1(x_1) = \|G_1 x_1 - \text{Re}(k^{(i)})\|_2^2 + \|G_2 x_1 - \text{Im}(k^{(i)})\|_2^2$ ,  $f_2(x_2) = \tau_Z \|x_2\|_1$ ,  $\eta$  表示上述等式约束项的乘子, 然后调用 ALADIN 求解器求解该稀疏问题。

最后通过  $\bar{z}^{(i+1)} = \text{unvec}(z^{(i+1)}) = \text{unvec}([x_1\{1\}] + j[x_1\{2\}])$  得出解。

步骤 4: 求解  $C^{(i+1)}$ , 对  $C$  求偏微分:

$$\frac{\partial}{\partial C} \left( \frac{1}{2} \|C\|_F^2 + \text{tr}((\lambda_2^{(i)})^H (C^{(i)} - Y^{(i+1)} + D_R Z^{(i+1)} D_T^H)) + \frac{\rho}{2} \|C - Y^{(i+1)} + D_R Z^{(i+1)} D_T^H\|_F^2 \right) = (1 + \rho)C - \rho(Y^{(i+1)} - D_R Z^{(i+1)} D_T^H - \frac{1}{\rho} \lambda_2^{(i)}), \quad (15)$$

令 (15) 式等于零, 解得:



$$\mathbf{C}^{(i+1)} = \frac{\rho}{1+\rho} (\mathbf{Y}^{(i+1)} - \mathbf{D}_R \mathbf{Z}^{(i+1)} \mathbf{D}_T^H - \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\lambda}_2^{(i)}), \quad (16)$$

步骤 5: 更新  $\lambda_1, \lambda_2$ :

$$\lambda_1^{(i+1)} = \lambda_1^{(i)} + \rho (\mathbf{Y}^{(i+1)} - \mathbf{H}^{(i+1)}), \quad (17)$$

$$\lambda_2^{(i+1)} = \lambda_2^{(i)} + \rho (\mathbf{C}^{(i+1)} - \mathbf{Y}^{(i+1)} + \mathbf{D}_R \mathbf{Z}^{(i+1)} \mathbf{D}_T^H), \quad (18)$$

总结算法流程如表 2 所示。

表 2 基于 ALADIN\_based 的毫米波大规模 MIMO 信道估计算法

Table 2 ALADIN\_based millimeter wave massive MIMO channel estimation

<b>Input:</b> $\mathbf{H}, \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{D}_R, \mathbf{D}_T, \rho, \tau_H, \tau_Z, I_{\max}$
<b>Output:</b> $\mathbf{H}^{(I_{\max})}$
<b>Initialization:</b> $\mathbf{H}^{(0)} = \mathbf{Z}^{(0)} = \mathbf{C}^{(0)} = 0, \mathbf{Y} = \mathbf{H}\boldsymbol{\Omega}$ and $\tau_H, \tau_Z, \rho$
<b>for</b> $i = 0, 1, \dots, I_{\max} - 1$ <b>do</b>
1: Update $\mathbf{H}^{(i+1)}$ using (9).
2: Solve (11), then $\mathbf{Y}^{(i+1)} = \text{unvec}(\mathbf{y}^{(i+1)})$ .
3: Update $\mathbf{Z}^{(i+1)}$ by solving (13)
4: Update $\mathbf{C}^{(i+1)}$ using (16).
5: Update $\lambda_1, \lambda_2$ using (17) and (18)
<b>end for</b>

## 4 仿真与分析

为验证提出的信道估计算法在毫米波大规模 MIMO 系统中的性能, 实验设定了  $64 \times 64$  天线阵列的系统, 使用 MATLAB 进行仿真。为比较所提出的算法的优势, 本次仿真选取了基于正交匹配追踪法 (OMP)、矢量消息传递法 (VAMP)、两步估计法 (TSSR) 的方案和同样结合了稀疏性与低秩性的交替方向乘子法 (ADMM) 作对比。仿真采用的硬件平台为 Intel Core i7-10710U CPU 和 16 GB 内存的硬件配置, 在 MATLAB 上对比了各算法在不同场景下的性能差距。对采用了迭代算法的 ADMM 和 ALADIN\_based 以及 VAMP 的 SVT 阶段设置每次的迭代次数  $I_{\max}$  均为 100。对利用了稀疏性的 OMP、VAMP 以及 TSSR 的 VAMP 阶段设置信道稀疏度为路径数  $N_p$ 。ADMM 与 ALADIN\_based 的相同参数  $\rho = 0.01$ , 另外  $\tau_H = \rho \|\mathbf{H}\boldsymbol{\Omega}\|_F$ 、 $\tau_Z = 0.1 / [1 - 10 \log(\sigma_n^2)]$ 。

若  $\tilde{\mathbf{H}}$  为  $\mathbf{H}$  的估计, 使用可达频谱效率 (ASE) 和归一化均方误差 (NMSE) 来比较性能, NMSE 计算公式与 ASE 的性能边界为:

$$V_{\text{NMSE}} \triangleq \frac{\|\mathbf{H} - \tilde{\mathbf{H}}\|}{\|\mathbf{H}\|}, \quad (19)$$

$$V_{\text{ASE}} \triangleq E \left\{ \log_2 \det \left\{ I_{N_R} + [N_T N_R (\sigma_n^2 + V_{\text{NMSE}})]^{-1} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right\} \right\}. \quad (20)$$

仿真测试了不同训练符号数量  $T$ 、信噪比 SNR 条件下各算法的 NMSE 和 ASE。以及不同路径数  $N_p$  下的 NMSE 对比。

本课题组使用 semilogy 函数绘制所有 NMSE 对比图, 即对 NMSE 值取以 10 为底的对数。从图 2 可以看出, 基于 OMP 算法的方案不会随着训练符号数量和信噪比的增加而有明显改善, 这是由于 OMP 算法没有考虑到到达角的离散误差, 对所采用的信道模型适配较差。VAMP 的算法非常依赖稀疏信号的统计信息, 所以当训练符号数量较少时, VAMP 无法正常工作。而当训练符号数量达到 1200 时, VAMP 的性能要强于本方案, 且在信噪比很低时性能依旧没有明显变化, 这是由于本方案在采样时引入了过多的噪音, 但本方案的计算耗时远低于 VAMP 算法。类似的, TSSR 算法基于 SVT 和 VAMP, 但并没有通过 SVT 利用到的低秩性改善 VAMP 的缺点, 在不同训练符号数量和信噪比条件下表现都很差。同样是利用了低秩和稀疏性的 ADMM 方案, 由于不是分开利用而是真正联合了两个特性, 在不同训练符号数量和信噪比条件下都取得了很好的表现。而本课题组采用的 ALADIN\_based 方案, 使用了和 ADMM 方案同样的思路, 但由于 ALADIN 算法本身的特点, 使得基于 ALADIN 的方案具有更高的准确度和更强的鲁棒性。

图 3 对比了不同训练符号数量和信噪比条件下的可达频谱效率, 频谱效率定义为通信系统的最大吞吐量与信道带宽之比, 代表系统实际的性能。从计算公式可以看出 ASE 的计算与 NMSE 有关, 设定 NMSE 为零时为完美信道估计 (perfect CSI), 通过对比可以看出, 所提出的方案能在不同训练符号数量和信噪比条件下明显优于其它方案。图 4 还对比了不同路径数下各算法的 NMSE 表现, 此时参数设置为  $T=1200$ , SNR 为 30 dB。由于路径数对毫米波信道的影响很大, 所以随着路径数的增加, 各个算法的性能都明显下降, 但本方案的 ASE 表现始终优于其他算法。

图 5 比较了各算法在不同训练符号数量下的计

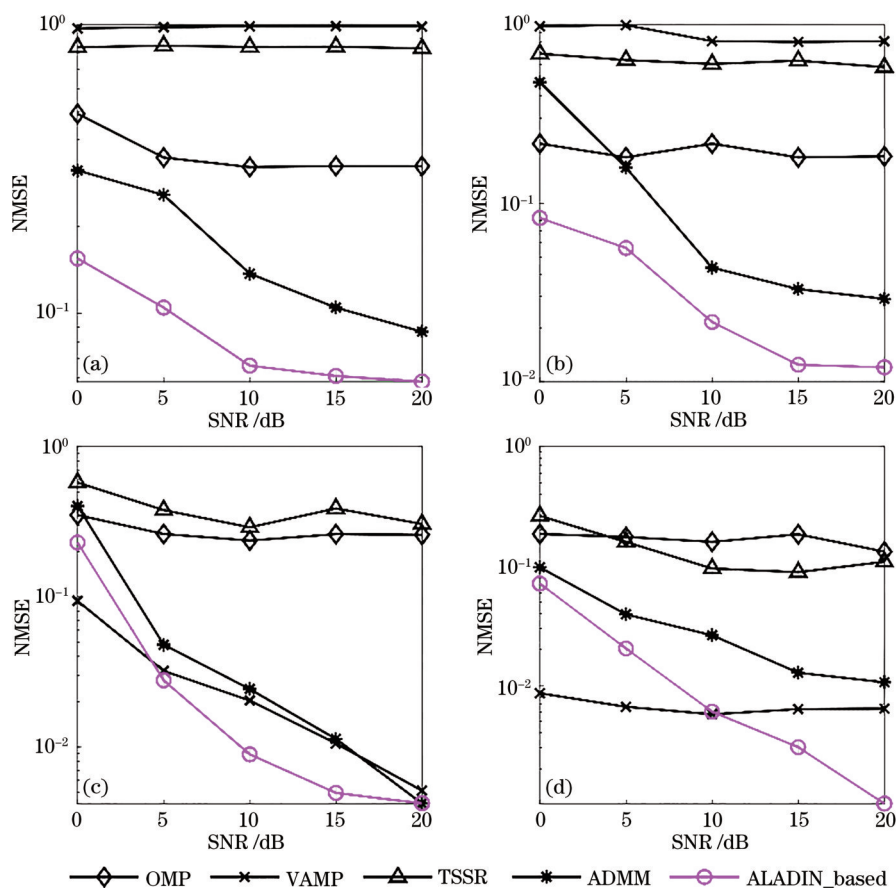


图 2 不同条件下均方误差对比。(a)  $T=300$ ; (b)  $T=600$ ; (c)  $T=900$ ; (d)  $T=1200$

Fig. 2 Comparison of mean square error under different conditions. (a)  $T=300$ ; (b)  $T=600$ ; (c)  $T=900$ ; (d)  $T=1200$

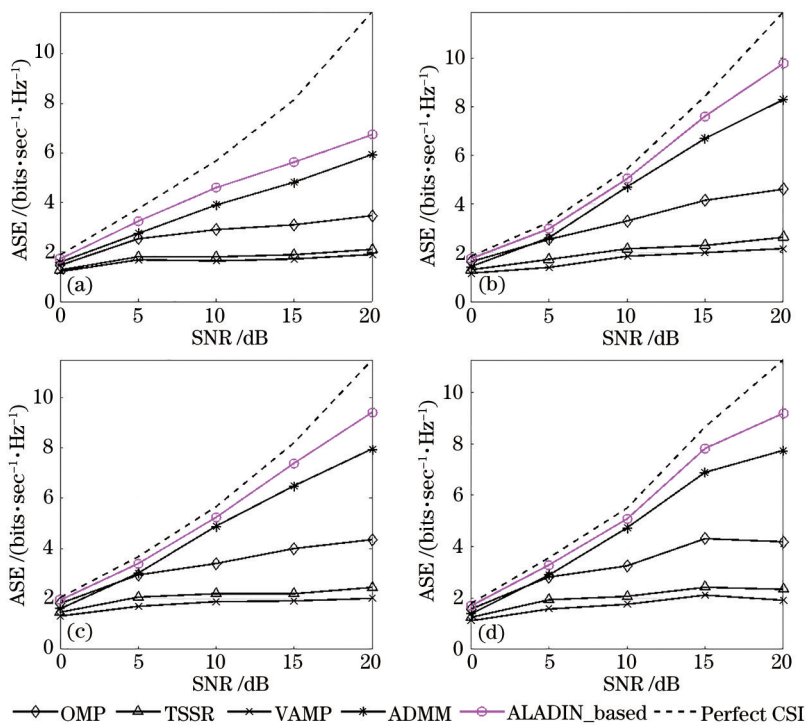


图 3 不同条件下可达频谱效率对比。(a)  $T=300$ ; (b)  $T=600$ ; (c)  $T=900$ ; (d)  $T=1200$

Fig. 3 Comparison of achievable spectral efficiency under different conditions. (a)  $T=300$ ; (b)  $T=600$ ; (c)  $T=900$ ; (d)  $T=1200$

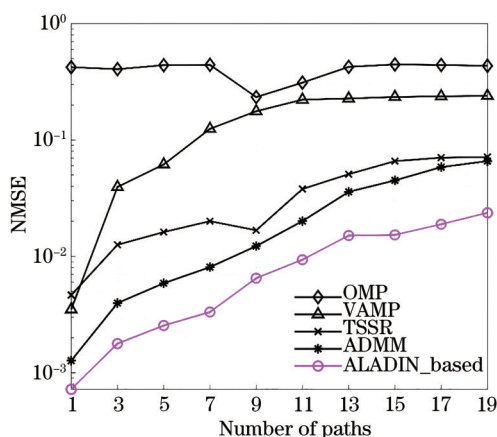


图 4 不同路径数下的均方误差对比

Fig. 4 Comparison of mean square error under different path numbers

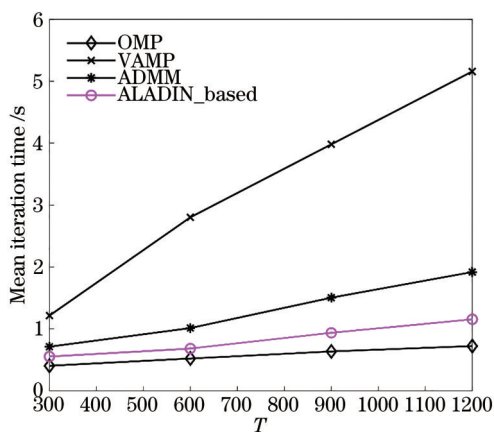


图 5 各算法的计算耗时对比

Fig. 5 Comparison of calculation time of each algorithm

算耗时, SNR 为 30 dB,  $I_{\max}=100$ 。由于 TSSR 方案的计算耗时远远高于其他算法, 不便放入图中比较, 故没有画出。可以看到, OMP 方案的耗时最短, 然而该方案在不同训练符号数量和信噪比条件下性能最低, VAMP 方案依赖于训练符号数量, 随着训练符号数量的增加, 耗时增长迅速。而 ADMM 和 ALADIN\_based 方案在不同训练符号数量下表现得较为稳定, 且 ALADIN\_based 方案耗时始终低于 ADMM 方案。图 6 还单独列出了 ALADIN\_based 方案的收敛情况, 参数设置 SNR 为 30 dB, 可以看出当  $T>300$  时, 算法在迭代 20 次后能收敛到一个平稳值, 当  $T>900$  时, 迭代 10 次后就能达到较为满意的性能。

## 5 结 论

采用结合信道矩阵稀疏性和低秩特性的思路, 将毫米波大规模 MIMO 信道估计问题表示为凸优

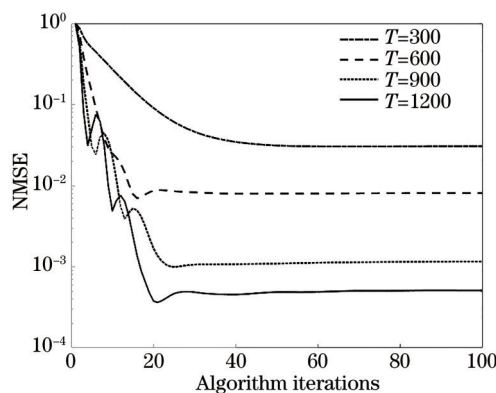


图 6 ALADIN\_based 方案的收敛情况

Fig. 6 Convergence of ALADIN\_based plan

化问题, 对 ALADIN 算法进行修改后设计出了新的信道估计方案 ALADIN\_based。通过与其他方案的性能对比, 该方案在保持高准确度的同时又具有快速收敛的特点, 在不同训练符号数量和信噪比条件下都有着稳定的性能表现, 且计算耗时短, 低于采用同样思路的 ADMM 方案, 可见基于 ALADIN 方案的优越性。但该方案只是对 ALADIN 算法的初步尝试, 仍有许多不足, 例如图 6 中收敛时会有明显波动, 这可能是 ALADIN\_based 算法偏向于采用较大步长的原因。同时算法并没有充分利用接收到的信息, 如角度信息。在解决凸优化问题时, ALADN 算法相较于 ADMM 的最大优势集中在大规模分布式计算上, 故后续将进一步结合信道矩阵的特点, 进一步降低收敛速度和计算复杂度。

## 参 考 文 献

- [1] Swindlehurst A L, Ayanoglu E, Heydari P, et al. Millimeter-wave massive MIMO: the next wireless revolution? [J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(9): 56-62.
- [2] Naqvi S A R, Hassan S A, ul Mulk Z. Pilot reuse and sum rate analysis of mmWave and UHF-based massive MIMO systems[C]//2016 IEEE 83rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring), May 15-18, 2016, Nanjing, China. New York: IEEE Press, 2016: 1-5.
- [3] Lee J, Gil G T, Lee Y H. Channel estimation via orthogonal matching pursuit for hybrid MIMO systems in millimeter wave communications[J]. IEEE Transactions on Communications, 2016, 64(6): 2370-2386.
- [4] Alexandropoulos G C, Chouvardas S. Low complexity channel estimation for millimeter wave

- systems with hybrid A/D antenna processing[C]//2016 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps), December 4-8, 2016, Washington, DC, USA. New York: IEEE Press, 2016: 1-6.
- [5] Schniter P, Rangan S, Fletcher A K. Vector approximate message passing for the generalized linear model[C]//2016 50th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, November 6-9, 2016, Pacific Grove, CA, USA. New York: IEEE Press, 2016: 1525-1529.
- [6] Nguyen S L H, Ghayeb A. Compressive sensing-based channel estimation for massive multiuser MIMO systems[C]//2013 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), April 7-10, 2013, Shanghai, China. New York: IEEE Press, 2013: 2890-2895.
- [7] Vlachos E, Alexandropoulos G C, Thompson J. Massive MIMO channel estimation for millimeter wave systems via matrix completion[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, 25(11): 1675-1679.
- [8] Li X J, Fang J, Li H B, et al. Millimeter wave channel estimation via exploiting joint sparse and low-rank structures[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2018, 17(2): 1123-1133.
- [9] Boyd S, Parikh N, Chu E, et al. *Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers*[M]. Boston: Now Publishers Inc, 2011.
- [10] Dong P H, Zhang H, Li G Y, et al. Deep CNN for wideband mmWave massive mimo channel estimation using frequency correlation[C]//ICASSP 2019 - 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), May 12-17, 2019, Brighton, UK. New York: IEEE Press, 2019: 4529-4533.
- [11] Bai Q B, Wang J T, Zhang Y, et al. Deep learning-based channel estimation algorithm over time selective fading channels[J]. *IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking*, 2020, 6(1): 125-134.
- [12] Li K, Zhang J, Li X, et al. An overview of artificial intelligence assisted channel estimation[J]. *Telecommunications Science*, 2020, 36(10): 46-55.  
李坤, 张静, 李潇, 等. 人工智能辅助的信道估计最新研究进展[J]. *电信科学*, 2020, 36(10): 46-55.
- [13] Houska B, Frasch J, Diehl M. An augmented Lagrangian based algorithm for distributed nonconvex optimization[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2016, 26(2): 1101-1127.
- [14] Tang W T, Allman A, Pourkargar D B, et al. Optimal decomposition for distributed optimization in nonlinear model predictive control through community detection[J]. *Computers & Chemical Engineering*, 2018, 111: 43-54.
- [15] Engelmann A, Jiang Y N, Mühlpfordt T, et al. Toward distributed OPF using ALADIN[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2019, 34(1): 584-594.
- [16] Tran T M D, An L N, Doan N C N. Consensus-based ALADIN method to faster the decentralized estimation of Laplacian spectrum[J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(16): 5625.
- [17] Sun G Z, Li G Y, Xia S W, et al. ALADIN-based coordinated operation of power distribution and traffic networks with electric vehicles[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2020, 56(5): 5944-5954.
- [18] Jiang Y N, Su J Y, Shi Y M, et al. Distributed optimization for massive connectivity[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2020, 9(9): 1412-1416.
- [19] Méndez-Rial R, Rusu C, González-Prelcic N, et al. Hybrid MIMO architectures for millimeter wave communications: phase shifters or switches? [J]. *IEEE Access*, 2016, 4: 247-267.
- [20] Mo J H, Schniter P, Heath R W. Channel estimation in broadband millimeter wave MIMO systems with few-bit ADCs[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(5): 1141-1154.
- [21] Alkhateeb A, El Ayach O, Leus G, et al. Channel estimation and hybrid precoding for millimeter wave cellular systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2014, 8(5): 831-846.
- [22] Heath R W, González-Prelcic N, Rangan S, et al. An overview of signal processing techniques for millimeter wave MIMO systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2016, 10(3): 436-453.
- [23] Forenza A, Love D J, Heath R W. Simplified spatial correlation models for clustered MIMO channels with different array configurations[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2007, 56(4): 1924-1934.
- [24] Sayeed A M. Deconstructing multi-antenna fading channels[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(10): 2563-2579.
- [25] Brady J, Behdad N, Sayeed A M. Beamspace MIMO for millimeter-wave communications: System architecture, modeling, analysis, and measurements [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*,



- 2013, 61(7): 3814-3827.
- [26] Cai J F, Candès E J, Shen Z W. A singular value thresholding algorithm for matrix completion[J]. SIAM Journal on Optimization, 2010, 20(4): 1956-1982.
- [27] Chiang K Y, Hsieh C J, Dhillon I S. Matrix completion with noisy side information[C]//Advances in Neural Information Processing Systems 28: Annual Conference on Neural Information Processing Systems 2015, December 7-12, 2015, Montreal, Quebec, Canada. [S.l.: s.n.], 2015.