

# 多次散射影响的激光雷达斜程能见度反演方法

熊兴隆\*, 王婕, 刘逵, 马愈昭

中国民航大学天津市智能信号与图像处理重点实验室, 天津 300300

**摘要** 针对低能见度天气条件下的多次散射影响, 提出一种根据多次散射激光雷达方程反演斜程能见度的改进方法。首先, 根据后向散射峰值拟合散射相函数, 采用半解析蒙特卡罗法计算多次散射修正系数  $m$ ; 其次, 根据 Collis 法求解能见度级数值, 并将相应  $m$  值代入多次散射激光雷达方程; 然后, 采用 Fernald 法反演消光系数, 求解斜程能见度; 使用激光雷达探测不同能见度等级的雾霾和大雨天气回波信号进行实验验证, 对所提拟合方法和常用 Henyey-Greenstein (HG) 函数方法得到的斜程能见度结果进行比较。结果表明, 在雾霾天气条件下斜程能见度的结果相差 10.9%, 大雨天气条件下, 斜程能见度相差 5.6%。所提改进方法提高了后向散射激光雷达反演斜程能见度的准确性。

**关键词** 散射; 多次散射影响; 散射相函数; 半解析蒙特卡罗法; 后向散射; 斜程能见度

中图分类号 TN958.98

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0429001

## Lidar Slant-Range Visibility Retrieval Method Based on Effect of Multiple Scattering

Xiong Xinglong\*, Wang Jie, Liu Kui, Ma Yuzhao

Key Laboratory for Advanced Signal Processing, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China

**Abstract** Aiming at the effect of multiple scattering under low visibility weather conditions, an improved method is proposed for inverting slant-range visibility based on the multiple scattering lidar equation. First, the semi-analytical Monte Carlo method is used to calculate the ratio  $m$  of multiple scattering to single scattering based on the backscattering peak fitting the scattering phase function. Second, using the Collis method, the visibility level value is obtained, and the corresponding  $m$  value is substituted into the multiple scattering lidar equation. Then, the Fernald method is used to invert the extinction coefficient and solve the slant-range visibility. Experiments were performed on the echo signals of haze and heavy rain with different visibility levels detected by lidar, and the slant-range visibility results obtained using the fitting method in this paper and the commonly used Henyey-Greenstein (HG) function method were compared. The results show that the slant-range visibility difference is 10.9% under haze conditions and 5.6% under heavy rain conditions. The proposed method improves slant-range visibility accuracy inverted by the backscattering lidar.

**Key words** scattering; multiple scattering effect; scattering phase function; semi-analytical Monte Carlo method; backscattering; slant-range visibility

## 1 引言

气象学中, 能见度被定义为大气透明度, 激光

雷达是一种新型的主动式遥感探测设备, 在探测能见度方面有显著的优势。激光雷达利用光子和大气气溶胶相互作用产生的后向散射信号<sup>[1-2]</sup>, 反演能

收稿日期: 2021-01-29; 修回日期: 2021-03-22; 录用日期: 2021-04-07

基金项目: 国家自然科学基金民航联合基金(U1833111)、中央高校基本科研业务费项目中国民航大学专项(3122019068)

通信作者: \*xx\_long@126.com

能见度。在低能见度天气时,对于飞机起飞和出行安全,精确反演能见度多次散射的影响不容忽视。2014年,熊兴隆等<sup>[3]</sup>强调了考虑多次散射影响的重要性,利用双仰角法通过激光雷达方程反演能见度,但在计算多次散射修正因子  $m$  值时,使用 Henyey-Greenstein(HG)函数得到的光子碰撞散射方向与真实 Mie 散射存在一定偏差,散射相函数作用于传输过程还有进一步改进的空间。2017年,王晓芳等<sup>[4]</sup>针对紫外光多次散射传输,比较了离散坐标和蒙特卡罗方法,指出蒙特卡罗方法在低能见度天气条件时计算精度高、速度快。2019年,程晨等<sup>[5]</sup>根据辐射传输理论提出了新的 Rayleigh-HG(RHG)散射相函数,该函数计算的后向散射特性与真实 Mie 散射误差较小,但只是通过理论计算分析该函数能够提高后向散射峰值,并没有进行实测数据验证。针对低能见度天气条件下计算多次散射修正因子  $m$  的问题,半解析蒙特卡罗法是一种精确有效的实验方法。此方法需要 Mie 散射相函数<sup>[6]</sup>抽样确

定光子碰撞后的散射方向,但是 Mie 函数形式复杂,无法得到抽样结果。

本文提出了一种利用多次散射激光雷达方程反演斜程能见度的改进方法。首先,根据后向散射峰值拟合散射相函数,采用半解析蒙特卡罗法计算多次散射与单次散射比值  $m$ ,提高大角度时的后向散射特性;其次,根据 Collis 法<sup>[7]</sup>求解能见度级数值,并将相应  $m$  值代入多次散射激光雷达方程,使得  $m$  值的选取更为精准;然后,采用 Fernald 法<sup>[8]</sup>反演消光系数,求解斜程能见度。采用中国民航大学自主研制的多普勒测风激光雷达的功率信号数据进行实验验证。

## 2 多次散射雷达方程反演能见度

### 2.1 多次散射激光雷达方程

低能见度天气条件下,利用激光雷达反演斜程能见度时需要充分考虑多次散射的影响,如图 1 所示。大气由大气分子和气溶胶粒子两部分组成,由激光雷达方程得到仰角为  $\alpha$  的回波信号  $S(r, \alpha)$ :

$$S(r, \alpha) = Cr^{-2}[\beta_m(r) + \beta_a(r)] \cdot [1 + m(r)] \exp\left\{-2 \int_0^r [\sigma_m(r_0) + \sigma_a(r_0)] dr_0\right\}, \quad (1)$$

式中:  $r$  为斜程传输距离;  $C$  为激光雷达系统常数;  $\beta_m(r)$  和  $\beta_a(r)$  分别为探测斜程  $r$  处的大气分子后向散射系数和气溶胶后向散射系数;  $\sigma_m(r)$  和  $\sigma_a(r)$  分别为探测斜程  $r$  处的大气分子消光系数和气溶胶消光系数;  $m(r)$  为多次散射修正因子,表示多次散射与单次散射的比值。选取  $\alpha = 30^\circ$  路径的激光回波数据,利用激光雷达方程反演出气溶胶消光系数与回波信号的关系,则求解多次散射修正因子  $m(r)$  成为关键。

根据多次散射激光雷达回波数据,首先利用 Collis 法反演消光系数并对能见距离进行分级,能见度等级与多次散射中  $m(r)$  值相互对应。为增加气溶胶消光系数稳定性,利用 Fernald 法确定斜程方向的气溶胶消光系数。对多次散射激光雷达回波

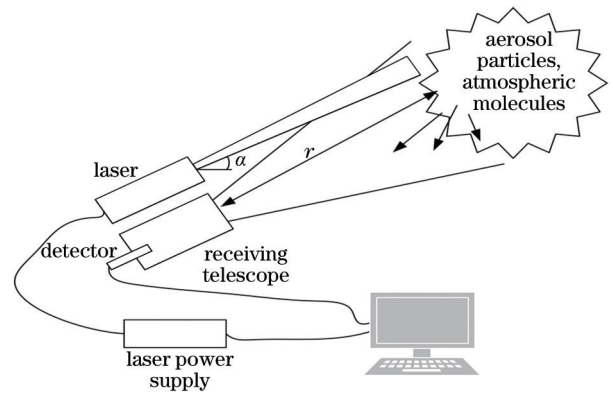


图 1 激光雷达测量原理示意图  
Fig. 1 Schematic of lidar measurement

信号进行修正,得到修正信号  $P(r) = S(r)r^2/[1 + m(r)]$ 。反演得到的消光系数迭代解为

$$\sigma_a(r) = -\frac{S_a}{S_m} \sigma_m(r) + \frac{P(r) \exp\left[2\left(\frac{S_a}{S_m} - 1\right) \int_r^{r_1} \sigma_m(r_0) dr_0\right]}{\frac{P(r_m)}{\sigma_a(r_m) + \frac{S_a}{S_m} \sigma_m(r_m)} + 2 \int_r^{r_m} P(r') \exp\left[2\left(\frac{S_a}{S_m} - 1\right) \int_r^{r_1} \sigma_m(r'') dr''\right] dr'}, \quad (2)$$

式中:分子激光雷达比  $S_m = \sigma_m(r)/\beta_m(r) = 8\pi/3$ <sup>[8]</sup>; 气溶胶激光雷达比  $S_a = \sigma_a(r)/\beta_a(r)$ <sup>[8]</sup>,不同气候地

区的  $S_a$  取值不同。使用 Fernald 法反演得到斜程  $r_1$  以下气溶胶消光系数廓线,反演斜程能见度。

### 2.2 求解斜程能见度

由能见度得知,根据 Koschmieder 定律得到关于仰角  $\alpha$  路径的斜程能见度方程<sup>[9]</sup>为

$$\int_0^R \sigma(r) dr = \ln \left[ \frac{B_t}{B_w} \left( \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{B_t - B_g}{B_t} - 1 \right) + 1 \right] \equiv A, \quad (3)$$

式中:  $\sigma(r)$  为斜程距离  $r$  处的大气消光系数;  $B_w$  为大气真亮度;  $\epsilon$  为亮度对比阈值;  $B_t$  为目标物真亮度;  $B_g$  为背景物真亮度;  $A$  为斜程  $R$  距离处的斜程光学厚度。

根据斜程能见度的定义和原理,当斜程光学厚度等于  $A$ <sup>[10]</sup> 时,积分上限  $R$  即为所求的斜程能见度值,选取  $A$  值为  $3.4$ <sup>[9,11]</sup>。

### 3 半解析蒙特卡罗法计算 $m$ 值

半解析蒙特卡罗法是一种数值与解析相结合的方法,具有高效率和高精度的特点。将采用半解析蒙特卡罗法计算多次散射修正因子  $m$ 。

### 3.1 拟合散射相函数

利用散射相函数得到传输散射角是半解析蒙特卡罗法的重要一步,传输过程以 Mie 散射相位函数为准,单个球形气溶胶的 Mie 散射相函数表示为

$$P_{\text{Mie}}(\theta) = \frac{|S_1|^2 + |S_2|^2}{\sum_{n=1}^{\infty} [(2n+1) \cdot (|a_n|^2 + |b_n|^2)]}, \quad (4)$$

式中:  $\theta$  为散射角;  $a_n$  和  $b_n$  均为 Mie 系数;  $S_1$  和  $S_2$  均为散射复振幅矩阵元,可由 Mie 理论<sup>[12]</sup> 计算得到。但 Mie 散射相函数解析式复杂,不能解出关于散射角随机抽样的反向逆函数。逼近真实 Mie 散射过程,使用拟合散射相函数(由 HG 函数<sup>[13]</sup> 和 RHG 函数组成),首次碰撞使用 RHG 函数散射,第二次至  $p$  次碰撞使用 HG 函数完成散射。

$$P_{\text{HG}}(\theta) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{3/2}}, \quad (5)$$

式中: 不对称因子  $g = \langle \cos \theta \rangle$ 。

$$P_{\text{RHG}}(\theta) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{3/2}} + \frac{3(1 - g)}{4} \cdot (1 + \cos \theta^2) + (g - 1). \quad (6)$$

图 2(a)、(b) 分别为两种不同尺度参数粒子的散射相函数图,其中  $\lambda$  为波长。图 2(a) 为沙尘型气溶胶粒子,粒子半径为  $10 \mu\text{m}$ ,复折射率  $m_r =$

$1.202 + 0.0601i$ ,非对称因子  $g = 0.799$ 。图 2(b) 为水溶气溶胶粒子,粒子半径为  $0.1 \mu\text{m}$ ,复折射率  $m_r = 1.353 + 0.0059i$ ,非对称因子  $g = 0.690$ <sup>[5]</sup>。

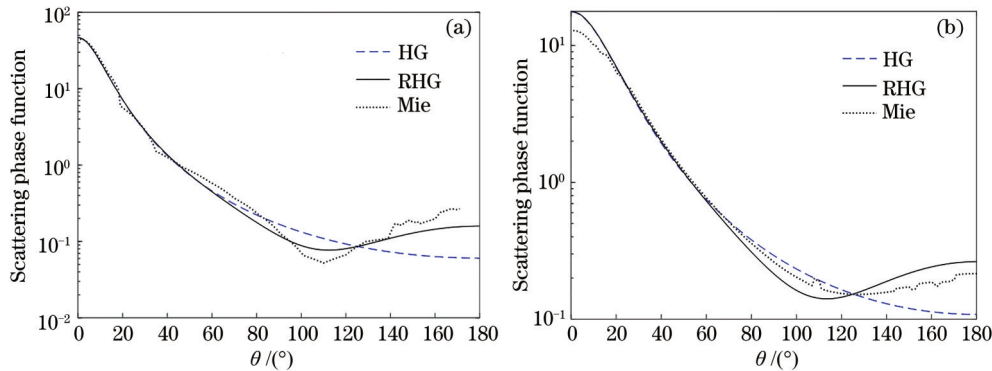


图 2 三种散射相函数比较。(a)  $\lambda=10.07 \mu\text{m}, g=0.799$ ; (b)  $\lambda=3.90 \mu\text{m}, g=0.690$

Fig. 2 Comparison of three scattering phase functions. (a)  $\lambda=10.07 \mu\text{m}, g=0.799$ ; (b)  $\lambda=3.90 \mu\text{m}, g=0.690$

### 3.2 计算比值 $m$

半解析蒙特卡罗法解决光子多次传输的步骤是光子产生和移动、粒子碰撞过程、终止判断和信号数据处理。

激光在介质中进行传输,各个方向的光子经过单次或者多次散射后重新进入接收视场贡献光强,多次散射传输过程如图 3 所示。根据光子粒子特性<sup>[14]</sup>,激光散射可以看作光子包和气溶胶的碰撞过

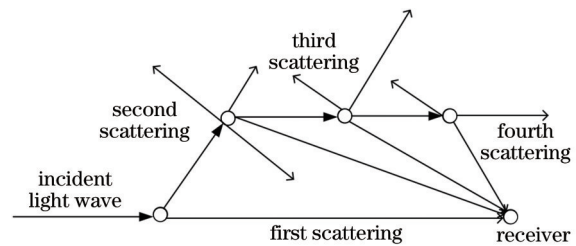


图 3 多次散射传输过程

Fig. 3 Multiple scattering transmission process

程。对光子散射传输后的能量权值进行判断,如果能量值小于预先设定的阈值,认为终止传输,继续下一个光子传输。

建立光子的三维坐标,设初始位置为(0,0,0),向量  $\mathbf{D}_0$  为光子初始传输方向<sup>[15]</sup>,初始传输方向由初始偏转角和初始方位角共同决定,抽样可得

$$\mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} u_{x,0} \\ u_{y,0} \\ u_{z,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_0 \cos \varphi_0 \\ \sin \theta_0 \sin \varphi_0 \\ \cos \theta_0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中:  $u_{x,0}, u_{y,0}, u_{z,0}$  分别为初始三维方向;  $\theta_0$  为光子的初始偏转角;  $\varphi_0$  为初始方位角。光子在进行一次碰撞之后前进的距离为  $s$ , 即

$$s = -\frac{\ln \xi}{\sigma_t}, \quad (8)$$

式中:  $\sigma_t$  为大气消光系数;  $\xi$  为  $[0, 1]$  均匀分布的随机数。光子前进距离  $s$  后,与气溶胶进行第  $p$  次碰撞,仅和上一次碰撞位置有关,其坐标  $(x_p, y_p, z_p)$  为

$$(x_p, y_p, z_p) = (x_{p-1} + su_{x,p-1}, y_{p-1} + su_{y,p-1}, z_{p-1} + su_{z,p-1}). \quad (9)$$

利用散射相函数得到光子  $p$  次碰撞后的散射角,即光子空间传输方向。利用后向散射激光雷达进行实测时,准确表达后向散射信号和多次散射修正因子  $m(r)$  值至关重要。

多次散射传输中确定散射方向的改进方法,首次碰撞时,采用散射相函数 RHG,散射角以 HG 散射相函数的前向对称  $P(\pi - \theta)$  得到:

$$\theta_1 = \arccos \left\{ \frac{1}{2g} \left[ \frac{(1-g^2)^2}{(1-g+2g\xi_\theta)^2} - (1+g^2) \right] \right\}. \quad (10)$$

之后二次至  $p$  次碰撞时用 HG 函数,抽样得到散射角为

$$\theta_p = \arccos \left\{ \frac{1}{2g} \left[ (1+g^2) - \frac{(1-g^2)^2}{(1-g+2g\xi_\theta)^2} \right] \right\}. \quad (11)$$

经过第  $p$  次碰撞后散射光子的传输方向发生变化,  $\mathbf{D}_p$  为

$$\mathbf{D}_p = \begin{bmatrix} u_{x,p} \\ u_{y,p} \\ u_{z,p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sin \theta_p (u_{x,p-1} u_{z,p-1} \cos \varphi_p - u_{y,p-1} \sin \varphi_p)}{\sqrt{1-u_{z,p-1}^2}} + u_{x,p-1} \cos \theta_p \\ \frac{\sin \theta_p (u_{y,p-1} u_{z,p-1} \cos \varphi_p + u_{x,p-1} \sin \varphi_p)}{\sqrt{1-u_{z,p-1}^2}} + u_{y,p-1} \cos \theta_p \\ -\sin \theta_p \cos \varphi_p \sqrt{1-u_{z,p-1}^2} + u_{z,p-1} \cos \theta_p \end{bmatrix}. \quad (12)$$

每次碰撞前对光子状态进行判断,其中光子终止的条件有两个:运动到接收视场外或者达到该光子最大散射次数,光子仿真传输终止;能量权值小于预先设定的阈值,光子传输终止。碰撞前后光子的能量权值由单次反照率决定,取单次反照率初始值为 1,第  $p$  次散射之后光子能量权值仅与上次有关。

$$\omega_p = \omega_{p-1} \exp(-\sigma_a s). \quad (13)$$

光子经过每一次传输到达接收机的各次散射光强贡献概率为

$$P = \frac{p_n(\theta)}{4\pi} \exp \left[ -\sigma_a \left( r_p + \sum_{i=1}^p s_p \right) \right], \quad (14)$$

式中:  $p_n(\theta)$  为散射相函数;  $r_p$  为光子和接收机之间的距离。接收的光子散射信号占比由各次散射概率之和得到,解出拟合散射相函数方法中多次散射修正因子  $m$ 。

## 4 实验验证和对比分析

采用拟合散射相函数的半解析蒙特卡罗法仿

真多次传输,结合激光雷达回波信号,反演斜程能见度值。仿真中的系统参数<sup>[16]</sup>如表 1 所示。

表 1 半解析蒙特卡罗模拟仿真参数

Table 1 Semi-analytical Monte Carlo simulation parameters

Parameter	Content
Wavelength /nm	532
Number of simulated photons	10 <sup>6</sup>
Beam divergence angle /mrad	0.3
Receiver full FOV /mrad	0.05
Phase function	HG/RHG
Single scattering albedo	1
Max scattering order	4
Asymmetry factor $g$	0.7990/0.690

### 4.1 比值 $m$ 随能见度的变化影响

利用 Collis 法反演消光系数,得到能见度,将低能见度大气分为七个等级,表 2 列出了能见度等级与能见距离以及修正因子  $m$  的对应关系。

低能见度时考虑多次散射影响,图 4 是不同能见度等级和修正因子  $m(r)$  的对应关系。可见能见度等

表 2 不同能见度等级对应的比值  $m(r)$

Table 2 Ratio  $m(r)$  corresponding to different visibility levels

Visibility level	Visibility distance /km	Meteorology	Corresponds to visibility level /km
I	<0.05	Thick fog	$V=0.1$
II	0.05-0.2	A moderate fog; Blizzard	$V=0.1$
III	0.2-0.8	The fog; The heavy snow	$V=0.5$
IV	0.8-1.2	Moderate snow; Haze	$V=1$
V	1.2-2.5	The mist; The heavy rain	$V=2$
VI	2.5-4.5	The frost; Light snow	$V=4$
VII	4.5-10	Gently fog	$V=4$

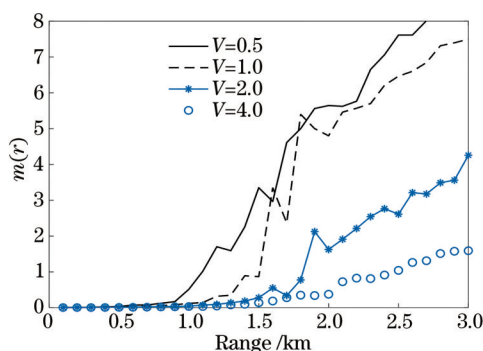


图 4 修正因子  $m(r)$  随能见度等级的变化

Fig. 4 Change of correction factor  $m(r)$  with visibility level

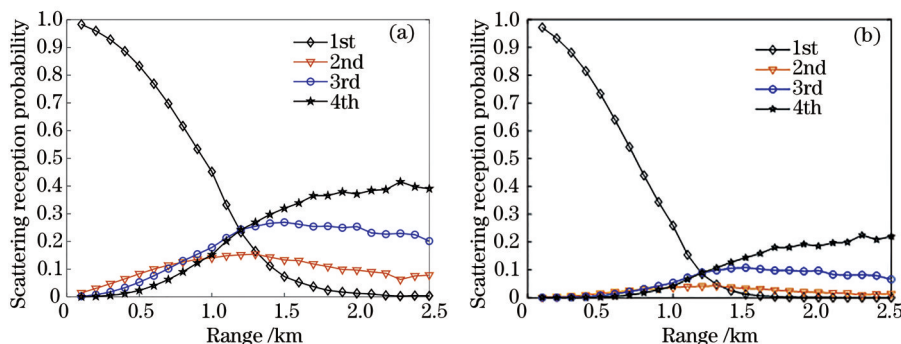


图 5 沙尘型气溶胶的各次散射接收概率。(a)所提拟合散射相函数改进方法;(b)传统仅用HG函数方法

Fig. 5 Scattering reception probability of dust aerosols. (a) Proposed improved scattering phase function method; (b) traditional HG function method

图 6 是沙尘型气溶胶粒子拟合相函数的  $m(r)$  值。每年冬季 11、12 月是天津雾霾的多发时间,图 7(a)是雾霾天气时激光雷达的功率回波信号,图 7(b)是对原信号距离进行校正后的回波信号。图 8(a)是 Fernald 法得到散射相函数拟合前后的消光系数廓线,针对雾霾天气,令激光雷达比  $S_a = 48.6^{[17]}$ 。根据(3)式,得到改进前后大气光学厚度分布如图 8(b)所示。当光学厚度  $A=3.4$  时,求得斜程能见度为 1.141 km,传统仅用 HG 函数方法确定的能见度为 1.028 km,两者相差 10.9%。考虑多次散射过程,合适的散射相函数将影响多次散射因子

级越低时,大气透明度越差,多次散射影响越明显。

#### 4.2 雾霾天气时的验证

由表 2 得出,雾霾天气属于能见度 IV 级的气象状态。雾霾天气时,主要含有沙尘型气溶胶浮在空气中。利用所提拟合散射相函数改进方法与传统仅用 HG 函数方法研究多次散射影响。图 5 为沙尘型气溶胶各次散射信号占比的变化曲线。在近距离范围内,两次以上散射信息占比逐渐增大,但是单次散射仍然占据主导地位,随传输距离增加,单次以及两次散射贡献能力逐渐减弱,三次四次散射信号占比明显增大。

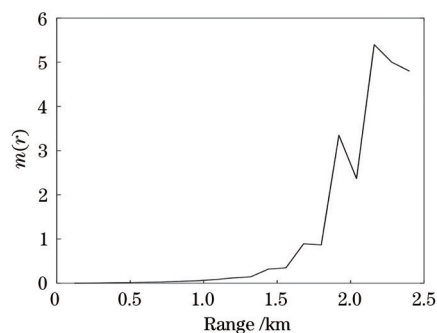


图 6 能见度 IV 级时拟合散射相函数的  $m(r)$  值

Fig. 6  $m(r)$  of Raman scattering phase function when visibility is at level IV

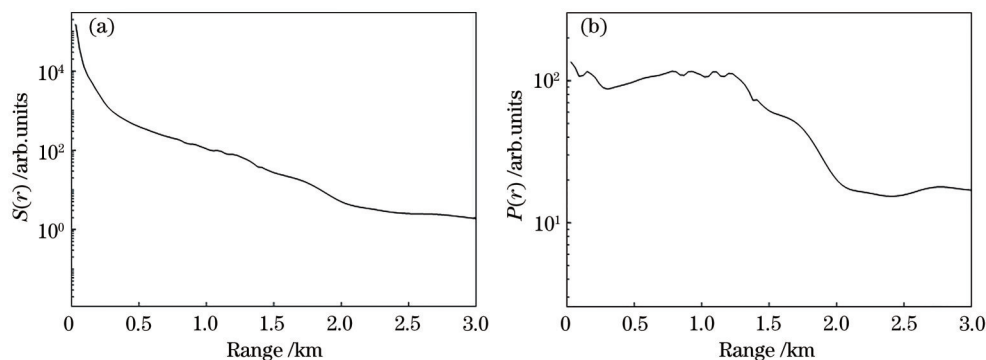


图 7 能见度为 IV 级时雾霾天气回波信号。(a)原功率回波信号;(b)距离校正后的回波信号

Fig. 7 Haze weather echo signal when visibility is at level IV. (a) Original power echo signal; (b) echo signal after range correction

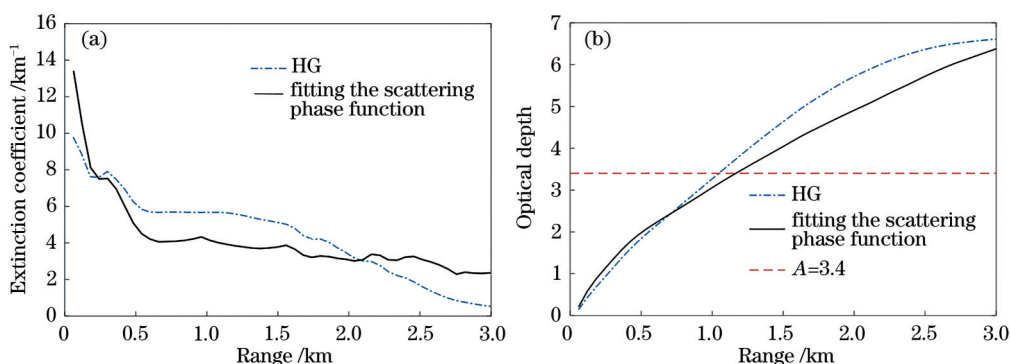


图 8 能见度为 IV 级时雾霾天气的相关参数。(a)消光系数廓线;(b)大气光学厚度廓线

Fig. 8 Relevant parameters of haze weather when visibility is at level IV. (a) Extinction coefficient profile; (b) atmospheric optical thickness profile

计算,进而影响斜程能见度的准确性。

### 4.3 大雨天气时的验证

能见度 V 级的雨天天气下,水溶性气溶胶为大气中较多含有的气溶胶种类。图 9(a)、(b)分别是所提拟合散射相函数改进方法、传统仅用 HG 函数方法处理的水溶性气溶胶散射占比曲线。传输距离 2 km 处,图 9(b)中各次散射信号占比分别是 0.05,

0.09, 0.19, 0.22, 利用所提拟合散射相函数改进方法改进之后,各次散射接收概率分别为 0.09, 0.12, 0.22, 0.31。相比传统仅用 HG 函数方法,所提拟合散射相函数改进方法能适当提高散射接收概率,减小与 Mie 散射传输的误差,更准确地描述真实 Mie 散射。随传输距离增大,单次散射作用有所下降,二三四次多次散射光强的作用逐渐彰显,由此可见多

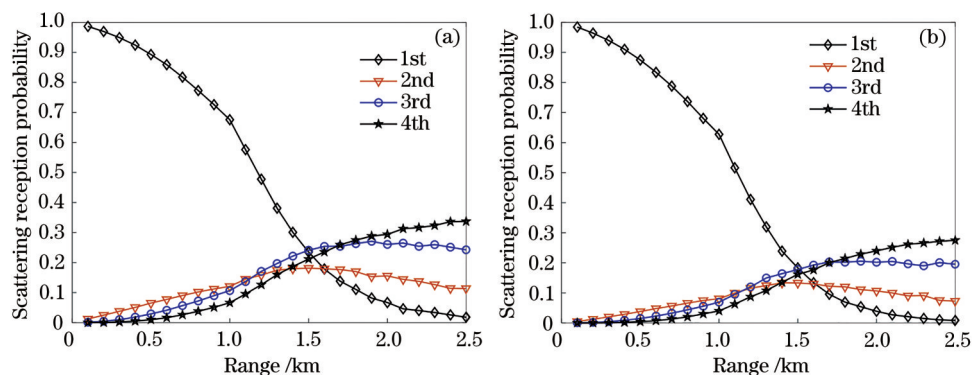


图 9 水溶性气溶胶的各次散射接收概率。(a)所提拟合散射相函数改进方法;(b)传统仅用 HG 函数方法

Fig. 9 Scattering reception probability of water-soluble aerosols. (a) Proposed improved scattering phase function method; (b) traditional HG function method

次散射影响是反演斜程能见度时必须考虑的因素。

图 10 是能见度 V 级的雨天天气下拟合相函数的修正因子  $m(r)$ 。图 11(a) 是大雨天气下的激光雷达功率回波信号, 图 11(b) 是对原信号进行距离校正后的信号图。图 12(a) 是利用不同相函数传输的  $m(r)$  得到的消光系数廓线图, 针对大雨天气条件, 令激光雷达比  $S_a = 54.4^{[17]}$ 。根据 (3) 式, 得到改进前后大气光学厚度分布如图 12(b) 所示。令光学厚度  $A = 3.4$  时, 求得斜程能见度为 1.684 km, 传统仅用 HG 函数方法计算的能见度为 1.592 km, 相差 5.6%。

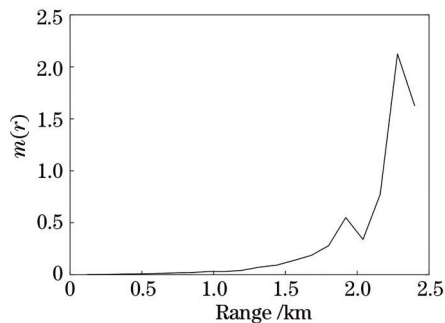


图 10 能见度 V 级时拟合散射相函数的  $m(r)$  值  
Fig. 10  $m(r)$  of Raman scattering phase function when visibility is at level V

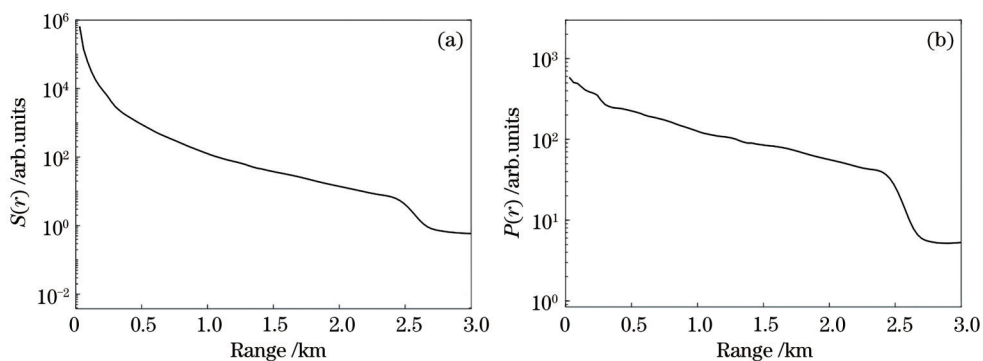


图 11 能见度为 V 级时大雨天气回波信号。(a) 原功率回波信号; (b) 距离校正后的回波信号  
Fig. 11 Heavy rain weather echo signal when visibility is at level V. (a) Original power echo signal; (b) echo signal after range correction

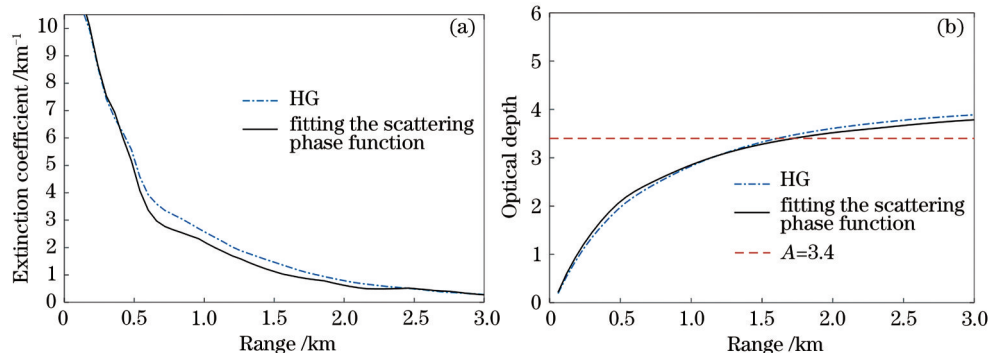


图 12 能见度为 V 级时大雨天气的相关参数。(a) 消光系数廓线; (b) 大气光学厚度廓线  
Fig. 12 Relevant parameters of heavy rain weather when visibility is at level V. (a) Extinction coefficient profile; (b) atmospheric optical thickness profile

## 5 结 论

利用激光雷达反演大气斜程能见度时, 激光会受到不同类型的气溶胶散射吸收等作用, 造成大气透过率逐渐降低, 能见度降低。随着传输距离增加, 光子的后向散射信号增大, 因为激光与气溶胶粒子发生多次碰撞概率增大, 修正因子  $m(r)$  呈现正比趋势。经过多次散射后到达接收机的粒子增

多, 因此低能见度天气时, 必须考虑多次散射的影响。利用拟合散射相函数和 HG 函数反演斜程能见度, 尤其在雾霾天气时, 两者得到的斜程能见度相差 10.9% 左右, 因为拟合散射相函数是针对后向散射特性进行改进得到的函数, 结合 HG 函数散射角分布的优点, 减小了与大气传输 Mie 散射的误差, 提高了斜程能见度结果的准确度。本次验证了单分散系粒子, 还将对多分散系粒子进行进一步研究。

## 参 考 文 献

- [1] Lü L H, Liu W Q, Zhang T S, et al. A new micro-pulse lidar for atmospheric horizontal visibility measurement[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(9): 0908005.  
吕立慧, 刘文清, 张天舒, 等. 新型微脉冲激光雷达测量大气水平能见度[J]. 中国激光, 2014, 41(9): 0908005.
- [2] Shao J F, Hua D X, Wang L, et al. Development of ultraviolet dual-wavelength lidar and analysis of its signal-to-noise ratio[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(12): 1201004.  
邵江锋, 华灯鑫, 汪丽, 等. 紫外双波长激光雷达系统研制与信噪比分析[J]. 光学学报, 2020, 40(12): 1201004.
- [3] Xiong X L, Liu W Q, Jiang L H, et al. Slant-range visibility retrieve considering multiple-scattering effects[J]. Journal of Optoelectronics·Laser, 2014, 25(9): 1742-1748.  
熊兴隆, 刘雯箐, 蒋立辉, 等. 考虑多次散射影响的斜程能见度反演方法研究[J]. 光电子·激光, 2014, 25(9): 1742-1748.
- [4] Wang X F, Zhang X, Zhang J Z, et al. Ultraviolet light atmospheric scattering propagation model based on Monte Carlo method[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(11): 110102.  
王晓芳, 张新, 张继真, 等. 基于蒙特卡罗方法的紫外光大气散射传输模型[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(11): 110102.
- [5] Cheng C, Xu Q S, Zhu L. Empirical expression of phase function for non-spherical particles[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2019, 39(1): 1-7.  
程晨, 徐青山, 朱琳. 非球形气溶胶粒子散射相函数经验公式[J]. 光谱学与光谱分析, 2019, 39(1): 1-7.
- [6] Wang R D, Qiao Y Q, Luo W Q, et al. Study of the high-order optical parameter of scattering phase function[J]. The Journal of Light Scattering, 2017, 29(3): 191-196.  
王汝丹, 乔艳青, 罗雯倩, 等. 散射相函数的高阶光学参量研究[J]. 光散射学报, 2017, 29(3): 191-196.
- [7] Tian F, Luo J, Hu D P, et al. Inversion algorithm for slant visibility based on lidar technique[J]. Laser & Infrared, 2012, 42(11): 1239-1243.  
田飞, 罗佳, 胡大平, 等. 激光雷达观测斜程能见度反演方法[J]. 激光与红外, 2012, 42(11): 1239-1243.
- [8] Lü L H, Liu W Q, Zhang T S, et al. Two data inversion algorithms of aerosol horizontal distribution detected by MPL and error analysis[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2015, 35(7): 1774-1778.  
吕立慧, 刘文清, 张天舒, 等. 微脉冲激光雷达水平探测气溶胶两种反演算法对比与误差分析[J]. 光谱学与光谱分析, 2015, 35(7): 1774-1778.
- [9] Chen M, Sun D S, Li H J, et al. Detective method and analysis of atmospheric slant visibility for lidar[J]. Infrared and Laser Engineering, 2006, 35(2): 156-160.  
陈敏, 孙东松, 李洪敬, 等. 激光雷达斜程能见度的一种探测方法及其分析[J]. 红外与激光工程, 2006, 35(2): 156-160.
- [10] Davis A B. Some new lidar equations for laser pulses scattered back from optically thick media such as clouds, dense aerosol plumes, sea ice, snow, and turbid coastal water[J]. Proceedings of SPIE, 2013, 8872: 88720E.
- [11] Lü D R, Wei Z, Zhang J G. Experimental study on visibility detection by laser[J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences, 1976(1): 55-61.  
吕达仁, 魏重, 张健国. 激光探测能见度的实验研究[J]. 大气科学, 1976(1): 55-61.
- [12] Matzler C. MATLAB functions for Mie scattering and absorption[EB/OL]. [2021-01-27]. [https://www.researchgate.net/publication/228703362\\_MATLAB\\_functions\\_for\\_Mie\\_scattering\\_and\\_absorption](https://www.researchgate.net/publication/228703362_MATLAB_functions_for_Mie_scattering_and_absorption).
- [13] Yu L Y, Cao N W, Shen J. Detection of tropospheric aerosol optical properties by Rayleigh-Raman-Mie lidar in the northern suburb of Nanjing[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(11): 110102.  
虞历尧, 曹念文, 沈吉. Rayleigh-Raman-Mie 激光雷达探测南京北郊对流层气溶胶光学特性[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(11): 110102.
- [14] Winker D M, Poole L R. Monte-Carlo calculations of cloud returns for ground-based and space-based LIDARS[J]. Applied Physics B, 1995, 60(4): 341-344.
- [15] Sun Q Y, Xu J, Gao Y, et al. Transmission characteristics of visible light in different types of aerosols[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(11): 110103.  
孙琦云, 徐军, 高旸, 等. 可见光在不同类型气溶胶中的传输特性[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(11): 110103.
- [16] Wang H X, Zhu Y Z, Tian T, et al. Characteristics of laser transmission in different types of aerosols[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(2): 024214.  
王红霞, 竹有章, 田涛, 等. 激光在不同类型气溶胶中传输特性研究[J]. 物理学报, 2013, 62(2): 024214.
- [17] Ma Y Z, Liu J Q, Wang Q Q, et al. Inversion of aerosol lidar ratio and its effect on slant visibility based on Fernald-PSO method[J]. Acta Photonica Sinica, 2019, 48(3): 0301001.  
马愈昭, 刘嘉琪, 王强强, 等. 基于 Fernald-PSO 法反演气溶胶激光雷达比及其对斜程能见度的影响[J]. 光子学报, 2019, 48(3): 0301001.