

结合深度学习的雕像面部数字复原方法

朱夫宏¹, 李彩林^{1,2*}, 郭宝云¹, 王志勇¹, 廖祥灿¹

¹山东理工大学建筑工程学院, 山东 淄博 255049;

²河南大学黄河中下游数字地理技术教育部重点实验室, 河南 开封 475001

摘要 针对面部破损的雕像在实际复原过程中容易遭受二次损坏,以及雕像历史影像数据匮乏的问题,提出一种基于深度学习网络,利用单张雕像面部影像实现雕像破损面部数字复原的方法。首先利用深度学习网络对雕像未破损前的单张影像数据进行处理,生成点云,然后通过激光扫描仪获取破损后的雕像点云,最后对两者数据进行配准融合,生成完整的雕像模型,从而实现雕像面部数字复原。对完好雕像扫描生成的点云进行人为破坏,以模拟面部破损雕像,并利用所提方法进行复原。实验结果表明,所提方法能够有效实现面部破损雕像的数字复原,且生成的雕像模型面部细节准确,复原精度较高。

关键词 机器视觉; 数字图像处理; 深度学习; 三维重建; 面部破损雕像; 数字复原

中图分类号 P232

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0415006

Digital Restoration Method of Sculpture Face Based on Deep Learning

Zhu Fuhong¹, Li Cailin^{1,2*}, Guo Baoyun¹, Wang Zhiyong¹, Liao Xiangcan¹

¹*School of Civil and Architectural Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255049, China;*

²*Key Laboratory of Geospatial Technology for the Middle and Lower Yellow River Regions, Ministry of Education, Henan University, Kaifeng, Henan 475001, China*

Abstract The damaged faces of statues are prone to getting redamaged during the restoration process, and the historical image data of statues are insufficient. To solve these problems, we propose a digital restoration method based on a deep learning network, which can use a single statue face image to restore the damaged face of the statue. First, the deep learning network is used to process the single image data of the undamaged statue to generate a point cloud. Second, the damaged statue point cloud is obtained through a laser scanner. Finally, the two data are registered and fused to generate a complete statue model to realize the digital restoration of the statue face. In this study, the artificially damaged point cloud of undamaged facial statues is used to simulate the damaged facial statues, and the proposed method is used for restoration. The experimental results show that the proposed method can effectively realize the digital restoration of facial damaged statues, and the generated statue model has correct facial details and high restoration accuracy.

Key words machine vision; digital image processing; deep learning; 3D reconstruction; facial damaged statue; digital reduction

收稿日期: 2021-07-06; 修回日期: 2021-08-22; 录用日期: 2021-09-13

基金项目: 国家自然科学基金(41601496,61572444)、自然资源部大湾区地理环境监测重点实验室(深圳大学)开放基金(SZU51029202003)、黄河中下游数字地理技术教育部重点实验室(河南大学)开放基金(GTYR202004)、山东省艺术科学重点课题(ZD202008267,201806353)

通信作者: *licailin@sdut.edu.cn

1 引言

雕像属于特定历史社会的产物,具有重要的历史意义^[1],但随着时间的流逝,雕像面部遭受到自然环境和人类活动的破坏,导致雕塑面部出现不同程度的损坏,所以复原雕像的面部使其更好地展示社会文化具有十分重要的意义。目前雕像面部复原过程中存在诸多问题:一方面,在雕像的实际复原中,毁容式复原现象十分普遍;另一方面,部分雕像损毁年限久远,影像数据十分匮乏,从而给面部破损雕像的复原带来了更大的挑战。

当前,三维重建技术因可以有效避免雕像复原工作对雕像造成的二次损坏,被广泛应用于雕像数字复原领域。复原方法主要有两类,一类是基于文物对称性的复原方法,税午阳等^[2]通过计算破损文物的对称平面,根据对称性原理数字复原了破损青铜面具;Hou等^[3]同样利用对称性,建立菩萨像破损手部的预测模型,实现大足千手菩萨像的破损手部的复原。另一类方法则利用古籍信息,借助软件,人工实现破损雕像的数字复原,朱宜萱等^[4]参考历史记录资料,对破损佛像数字模型面部等值线进行修补,实现对佛像的面部复原;高清云等^[5]参考古籍资料,利用软件手动修复唐崇陵翁仲石像。尽管上述方法在雕像复原领域取得了一定的成果,但当雕像面部不严格按照沿中轴对称时,基于对称性的雕像面部复原方法则无法获得较好的数字模型;而利用软件手动复原雕像方法的主观性太强,复原结果不可靠。

影像数据的匮乏会对传统三维重建方法造成

困难,随着深度学习技术的不断发展,许多专家学者利用该技术实现单张影像物体的三维重建。朱育正等^[6]设计了一个深度学习网络,实现了部分类别物体单张影像的三维形状重建。Jackson等^[7]提出 volumetric regression network (VRN),通过训练建立单张人脸影像与3D人脸模型的对应关系,实现真实人脸单张影像的三维重建。Guo等^[8]提出的3D Dense Face Alignment-V2(3DDFA-V2)网络则采用三维可形变模型参数回归的方式,也实现了单张影像的人脸重建。

鉴于深度学习网络利用单张影像实现物体三维重建的技术已经取得了较好进展,由于部分破损雕像的历史影像数据十分稀少,以及当前传统的面部缺损雕像复原方法仅能利用对称性进行缺陷复原,同时结合激光点云数据具有精度较高的优势,本文将单张影像面部重建的深度学习技术引入到雕像复原领域,提出一种利用单张雕像破损前的影像实现面部破损雕像数字复原的方法,对单张影像恢复的影像点云数据与扫描的雕像激光点云数据进行融合,从而实现面部破损雕像的数字复原。

2 复原方法

利用单张未破损前的雕像面部影像和破损后雕像的激光点云实现面部破损雕像的数字复原,复原方法流程如图1所示。首先,利用卷积神经网络生成单张影像点云数据;然后,利用激光扫描仪获取雕像破损后的点云数据并进行预处理,对激光点云和影像点云数据进行配准、融合,获取融合后的高精度点云模型;最后,对融合后的点云模型执行

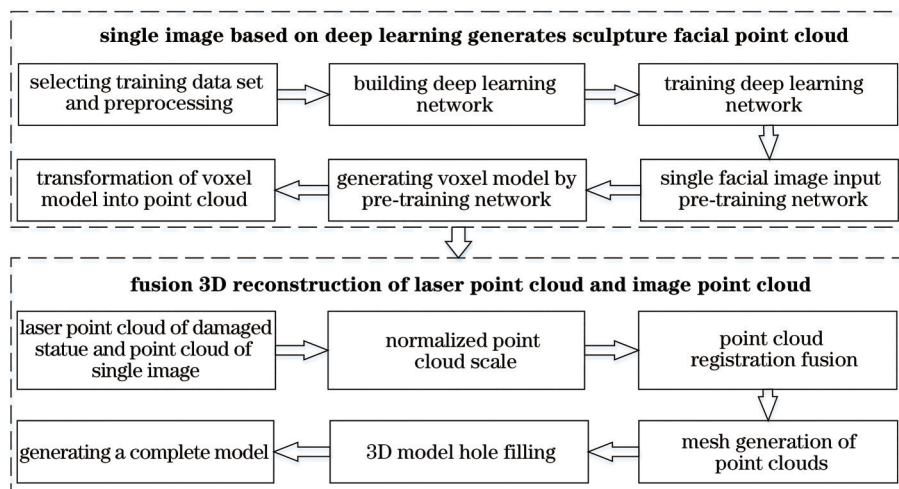


图1 复原流程

Fig. 1 Recovery process

网格重建,并对几何模型的孔洞缺失部分进行细节修补,最终输出高精度、完整的雕像三维模型。

2.1 基于深度学习的单张影像生成雕像面部点云

由于雕像面部与实际人脸面部特征基本一致,以真实人脸数据集 300W-LP^[9]作为训练数据集,对深度学习网络进行训练,该数据集包括超过 60000 张真实 2D 人脸图像和 3D 人脸网格。

直接对 3D 人脸网格进行回归会造成网络训练困难,将 3D 人脸网格转换为体素模型后,可以有效降低训练难度。将 3D 空间离散化为 $i \times j \times k$ 的体素,将 3D 人脸网格所包含的体素点赋值为 1,其他点赋值为 0^[7],进而 3D 人脸网格转换为 3D 二进制体素模型。经过实验证明,将 3D 空间离散化为 $200 \times 200 \times 200$ 的体素时,因离散化产生的误差可以忽略不计,离散化程度与误差大小的对应关系如图 2 所示。

构建深度学习网络,学习 2D 面部图像到对应体素模型的映射关系。以两个沙漏网络结构^[10]为基础,使用跳跃连接和残差学习构建深度学习网

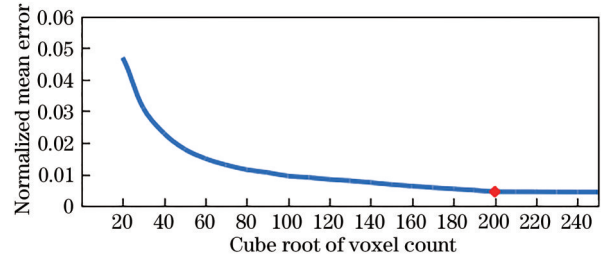


图 2 体素离散化程度与误差的对应关系

Fig. 2 Relationship between voxel discretization degree and error

络。将 2D 图像输入深度学习网络,可获得 3D 体素模型,网络结构如图 3 所示,黑色矩形与灰色矩形均表示残差学习,箭头表示跳跃连接,共同构成了两个沙漏网络结构。其中第一个沙漏网络结构用于计算固定维度的特征表示,建立输入图像和体素模型之间的空间对应关系,对不同分辨率的特征进行分层组合,预测每个像素对应的体素;第二个沙漏网络结构与第一个沙漏网络结构相同,用于提高输入图像和体素模型之间空间对应关系的精确程度。

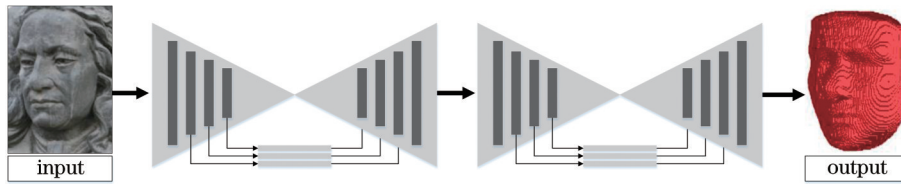


图 3 2D 图片输入深度学习网络后输出 3D 体素模型的网络结构

Fig. 3 Network structure that outputs 3D voxel models after 2D images are input into the deep learning network

在构建深度学习网络后,使用 sigmoid 交叉熵损失函数参与深度学习网络的训练,所有训练样本需要迭代 50~60 次,sigmoid 交叉熵损失函数公式为

$$l_1 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left[V_{ijk} \log \hat{V}_{ijk} + (1 - V_{ijk}) \log (1 - \hat{V}_{ijk}) \right], \quad (1)$$

式中: V_{ijk} 是 3D 人脸网格转换的体素模型; \hat{V}_{ijk} 是回归体素模型的相应 sigmoid 输出; 变量 I, J, K 分别代表体素模型在 i, j, k 三个方向上的最大数值。

将破损前的雕像面部影像输入至训练后的深度学习网络中,获得面部体素模型,再对体素模型的各个顶点进行重采样,最终生成雕像面部点云。

2.2 激光点云与影像点云融合三维建模

使用多站激光扫描的方法获取面部破损雕像的初始激光点云,点云去噪^[11]是重要一步,通过计算点与邻域散射点间距离的均值和标准差设置距

离查找阈值,如果邻域中某点的距离超过该阈值,则判断该点为噪声点云。在删除激光点云的噪声点后,对各站点云进行拼接,获得破损后雕像的激光点云模型。

点云配准是不同坐标基准下点云数据融合建模的前提^[12-13],利用 Super4PCS^[14]粗配准、设置虚拟点的改进最邻近点迭代(ICP)精配准算法^[15]实现单张影像生成的点云与面部破损的激光点云的配准融合,配准流程如图 4 所示。

通过主成分分析,生成激光点云和影像点云的累计贡献率曲线,通过累计贡献率曲线的配准,获取激光点云和影像点云间的比例因子^[16],并将二者归一化到同一尺度;利用 Super4PCS 算法对两类点云进行粗配准,在源点云中选取共面的四点作为基点,在目标点云中根据交比一致性查找对应的四点的集合,求出每一个四点集与基点的变换矩阵;

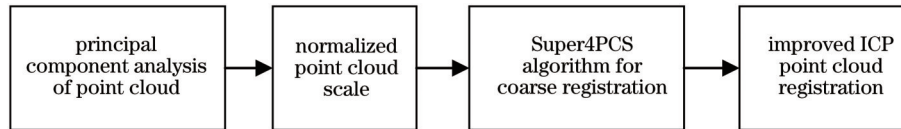


图 4 影像点云与激光点云配准融合流程

Fig. 4 Registration fusion process between image point cloud and laser point cloud

通过比较最大化公共点集,选择配准精度最高的变换矩阵进行全局变换,实现两类点云的粗配准。

将点云粗配准获取的旋转参数、平移参数作为初始参数值,利用设置虚拟点的改进 ICP 算法对两类点云进行精配准。在点云 S_n 中选取一点 p_i ,在点云 Q 中寻找最邻近点 q_i ,过 p_i 做法向量 n_i ,过 q_i 做切平面 l_i ,交点为 s_i 。查找 s_i 的最邻近点,若邻近点仍为 q_i 点,那么虚拟点 s_i 为点 p_i 的同名点。设置 $|p_i s_i|$ 和 $|s_i q_i|$ 的阈值,剔除重叠区域外的点对,获得同名点对,组成点集 P_n 和 S_n ,计算变换矩阵,使得当前点对重合度最高。不断迭代以上步骤,实现两类点云的精确配准。

获取精确配准融合的多源点云数据后,利用 Volume Wrap 方法^[17]对配准后的点云进行网格化。通过对点集进行 Delaunay^[18]三角化,获取一个 Delaunay 单复形,并利用距离场的梯度流将 Delaunay 单复形构成子复形,进而获取精确的三维曲面模型。经网格化重建后的几何模型通常会存在三维模型孔洞。因此,利用人机交互的方式对三维网格模型进行孔洞识别,建立孔洞初始化匹配网格,然后通过泊松方程解算该匹配网络中所有顶点的新坐标,经过多次迭代即可实现对网络孔洞的填补,生成完整的雕像模型。

3 实验与分析

3.1 结合深度学习的面部破损雕像数字复原

以保存完好的智慧之光雕像为实验对象,该雕像高 5.25 m,纪念了牛顿、居里夫人等人。采用型号为 Cannon EOS5D Mark II 的手持数码相机和型号为 RIEGL-VZ-400 的三维激光扫描仪分别获取智慧之光雕像的单张面部影像数据和面部三维激光点云数据,进行面部破损雕像的数字复原实验。RIEGL-VZ-400 扫描仪的激光发射频率最高可达 120 万点/秒,测量精度优于 5 mm,测距能力可达 800 m。为验证所提面部破损雕像复原方法的实际效果,通过对激光点云数据进行人为损坏以模拟面部破损的雕像,利用所提方法对面部破损雕像进行

复原,并与完好雕像扫描点云生成的模型进行对比。图 5(a)为面部具有缺损的牛顿雕像点云数据,图 5(b)为面部具有缺损的居里夫人雕像点云数据。

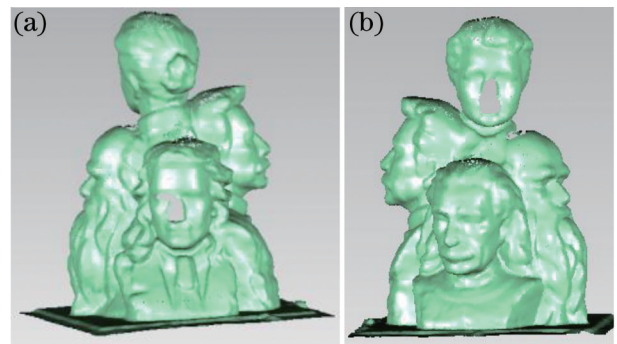


图 5 面部缺失激光点云。(a)牛顿雕像;(b)居里夫人雕像
Fig. 5 Facial missing laser point cloud. (a) Newton statue;
(b) Madame Curie statue

将单张雕像面部影像分别输入预训练网络和已训练好的 3DDFA-V2 网络,生成雕像面部点云。由图 6(b)、(c)、(g)、(h)可知,预训练网络利用单张影像可以清晰地还原出雕像的眼部、鼻部、嘴部、面部轮廓,还原结果与雕像激光点云相似程度很高;而 3DDFA-V2 网络生成的点云是基于三维可形变模型生成的,由图 6(d)、(i)可见,生成点云保留了明显的三维可形变模型特征,不同雕像面部影像重建结果相似程度较高,彼此间面部差异不明显。可见预训练网络生成的雕像面部点云更适用于雕像破损面部的复原工作。

对深度学习网络利用单张影像生成的面部点云与激光扫描点云进行配准融合,然后再经点云网格化和空洞填充处理,生成完整模型,复原效果如图 7 所示。

由图 7(a)、(b)可以看出,模拟面部破损模型中牛顿雕像眼部与鼻部发生破损,所提方法能够实现对该雕像破损部分的复原;从图 7(b)、(c)可以看出,所提复原模型与面部破损前模型相似程度很高;由图 7(d)、(e)、(f)可知,所提方法成功复原了鼻子和嘴部缺损的居里夫人雕像。从视觉效

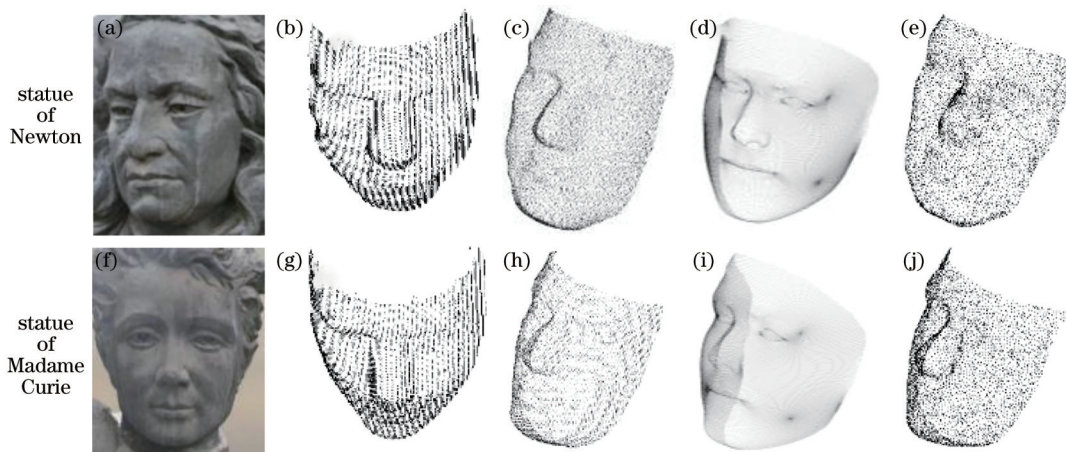


图 6 预训练网络生成的面部影像点云与 3DDFA-V2 网络生成面部影像点云、面部激光点云对比。(a)(f)点云影像；(b)(g)点云正面；(c)(h)点云右侧；(d)(i) 3DDFA-V2 点云右侧；(e)(j)激光点云

Fig. 6 Facial image point cloud generated by the pre-training network compared with the facial image point cloud generated by 3DDFA-V2 network and facial laser point cloud. (a) (f) Point cloud images; (b) (g) point cloud front; (c) (h) point cloud right; (d) (i) 3DDFA-V2 point cloud right; (e) (j) laser point cloud

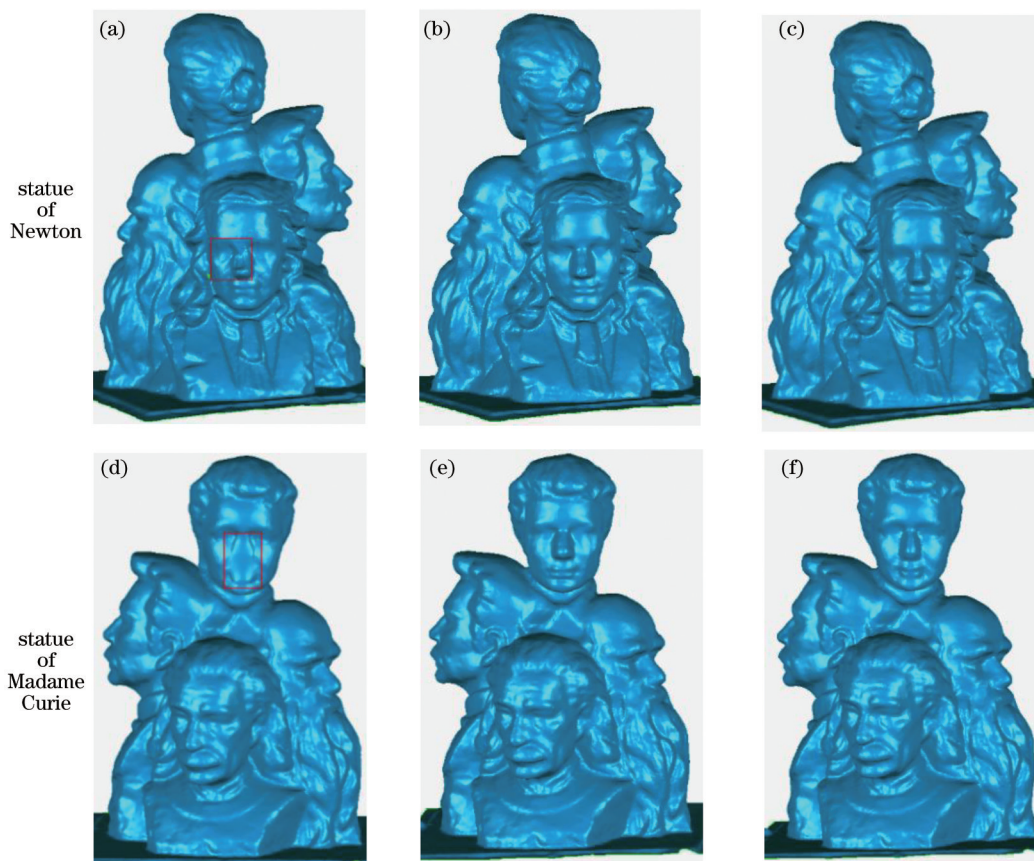


图 7 所提方法获取的复原模型效果对比。(a)(d)模拟面部破损模型；(b)(e)面部复原模型；(c)(f)面部破损前三维模型
Fig. 7 Effect comparison of the recovery model obtained by proposed method. (a) (d) Simulation of facial damage model; (b) (e) facial restoration model; (c) (f) three-dimensional model before facial damage

果上看,所提复原方法生成模型与面部破损前模型的五官、脸部轮廓十分相似,达到理想的复原效果。

3.2 面部破损雕像复原方法对比分析

税午阳等^[2]利用对称性数字复原破损的青铜面具,本文参照其方法获取雕像破损面部的对称平

面,利用对称性复原雕像破损面部。由图 8(b)、(c)可知,基于对称性的复原方法复原了牛顿雕像的右眼,但鼻子出现凹陷,这是由于牛顿鼻子两侧都出

现了破损,同理,由图 8(e)、(f)可知,居里夫人雕像也没有复原成功。由此可见,相较于基于对称性的复原方法,所提方法适用范围更广。

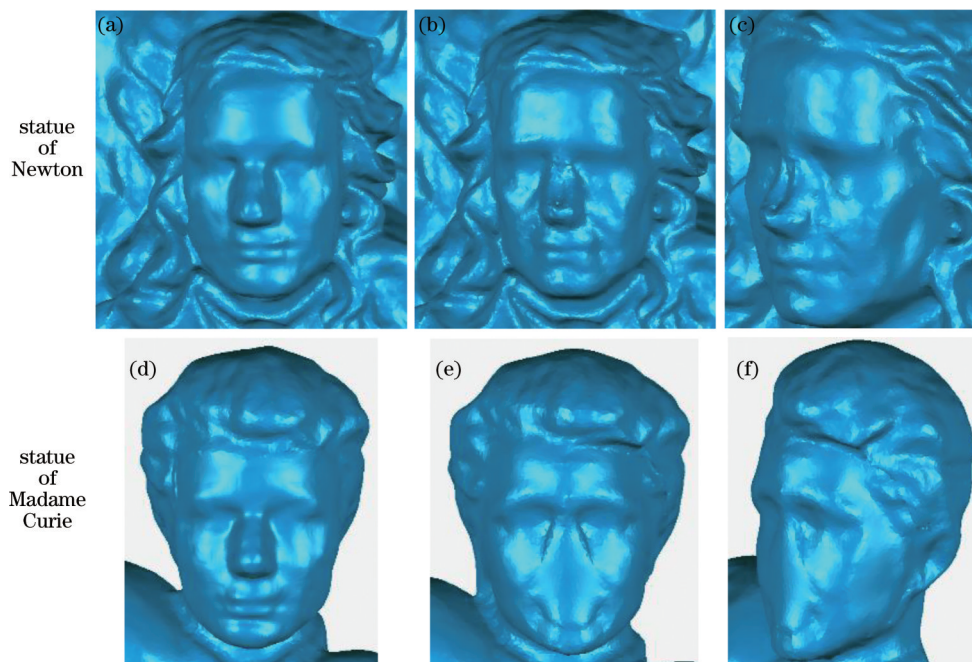


图 8 所提方法复原模型与利用对称性的复原模型效果对比。(a)(d)所提方法复原模型; (b)(e)基于对称性的复原模型正面; (c)(f)基于对称性的复原模型侧面

Fig. 8 Effect comparison between the proposed method and the symmetry restoration model. (a) (d) Restoration model of the proposed method; (b) (e) restoration model front based on symmetry; (c) (f) restoration model side based on symmetry

为了验证单张影像人脸重建技术应用于雕像面部复原的有效性和可靠性,以激光点云为基准,将影像点云、利用对称性修复雕像面部生成的点云统一到激光点云基准下,计算两者点云与激光点云的对应同名点的距离,并统计同名点距离的平均值,作为精度分析指标,平均距离数值越小,表示精确度越高。以同名点距离作为指标的精度可视化结果如图 9 所示,同名点距离的平均值统计结果如表 1 所示。

图 9(a)、(c)中的不同颜色表示单张影像生成的点云与激光点云对应同名点距离的大小,图 9(b)、(d)中的不同颜色表示利用对称性修复雕像面部生成的点云与激光点云对应同名点距离的大小,由蓝色到红色表示影像点云与激光点云间同名点距离的数值逐渐变大。由图 9(a)、(c)可知,两组面部点云数据的可视化评估结果整体为大面积的蓝色,红色区域极小,脸颊、眼部、嘴部影像点云与激光点云对应同名点距离很小,鼻部边缘、脸部边缘、额头影像点云与激光点云对应同名点距离略大,但两点云数据吻合程度依然很高。由图 9(b)、(d)可知,牛顿雕像鼻部和居里夫人雕像鼻部、嘴部

修复失败,这些部分点云呈红色,牛顿雕像的左眼虽然实现了复原,但牛顿雕像面部并不是严格左右对称,右眼处点云呈浅绿色,同名点距离较大。综上所述可知,所提方法生成的点云的精度较高,同时也验证了所提方法的可行性和有效性。

由表 1 可知:牛顿雕像的影像点云与激光点云对应同名点的平均距离为 0.810 cm,居里夫人雕像影像点云与激光点云对应同名点的平均距离为 0.903 cm,总体而言,两者的平均距离相差并不大,且均小于 1 cm;而利用对称性修复雕像生成的点云与激光点云同名点的距离数值较大,说明所提方法利用单张影像获取的点云数据精度较高。

综上所述,本文利用深度学习技术从单张影像中获取雕像面部点云数据,并结合影像点云数据进行面部破损雕像的数字复原。从外观上看,所提方法能够从未破损的单张影像中准确还原出雕像面部点云,复原的模型与未破损前的雕像面部相似程度很高,取得了较好的复原效果。将点云影像与激光点云对应同名点距离的平均值作为精度评价指标,对单张影像生成点云进行评价,结果表明所提方

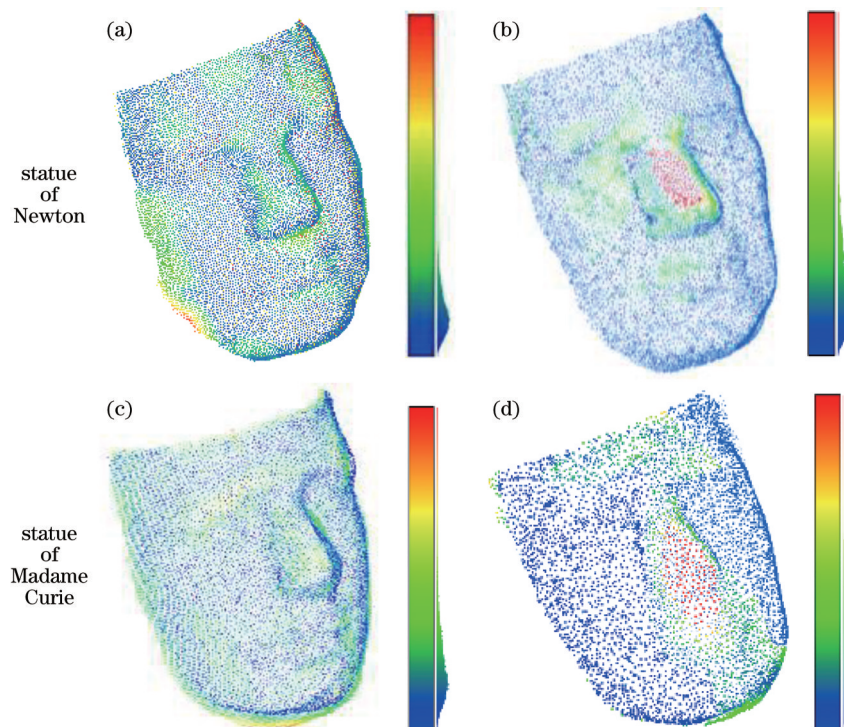


图9 同名点距离可视化结果。(a)(c)单张雕像面部影像生成的三维点云与激光点云同名点的距离可视化结果；(b)(d)基于对称性修复后雕像面部点云与激光点云同名点的距离可视化结果

Fig. 9 Visualization results of distance between points with the same name. (a) (c) Visualization results of homonymous point distance between 3D point cloud and laser point cloud generated from single statue face image; (b) (d) visualization results of homonymous point distance between statue face point cloud and laser point cloud after symmetry repair

表 1 同名点平均距离

Table 1 Average distance of homonymous point

unit: cm

Condition	Statue of Newton	Statue of Madame Curie
Image generation point cloud	0.810	0.903
Point cloud restored by symmetry method	1.203	1.259

法复原精度较高,同时证明了所提方法切实可行。

4 结 论

提出一种仅需单张影像就可实现面部破损雕像数字复原的方法,解决了雕像记录影像资料匮乏,难以形成面部点云的问题,同时也杜绝了面部破损雕像在实际复原中遭受二次损坏的隐患。选取相关的雕像数据,利用所提方法与基于对称性的复原方法进行对比实验,并对复原结果进行可视化效果评价和精度对比分析。实验结果表明,所提方法能够有效实现面部破损雕像的数字复原,相较于利用对称性的复原方法,所提方法具有更广泛的适用性,复原精度更高。

参 考 文 献

[1] Zhu C H, Li X, Xu W. The development and design

innovation research of commemorative sculpture[J]. Sculpture, 2021(3): 68-69.

朱灿华, 李雄, 徐伟. 纪念性雕塑的发展与设计创新研究[J]. 雕塑, 2021(3): 68-69.

[2] Shui W Y, Zhou M Q, Gao F, et al. A digital restoration method for broken bronze artifacts having a symmetrical structure[J]. Sciences of Conservation and Archaeology, 2015, 27(4): 113-117.

税午阳, 周明全, 高飞, 等. 一种结构对称的破碎青铜文物的数字修复方法[J]. 文物保护与考古科学, 2015, 27(4): 113-117.

[3] Hou M L, Yang S, Hu Y G, et al. Novel method for virtual restoration of cultural relics with complex geometric structure based on multiscale spatial geometry [J]. ISPRS International Journal of Geo-Information, 2018, 7(9): 353.

[4] Zhu Y X, Li J L, Ning X G, et al. Creating 3D digital

- Buddha models by using GeoStar[J]. *Wtasm Bulletin of Science and Technology*, 2004, 29(4): 7-9.
- 朱宜萱, 黎景良, 宁晓刚, 等. 应用 GeoStar 建立数字佛像三维模型的研究[J]. *测绘信息与工程*, 2004, 29(4): 7-9.
- [5] Gao Q Y, Gao Q X, Liang F. Reverse design practice of tang dynasty mausoleum statues based on “HTML5+VR” micro-link[J/OL]. *Packaging Engineering*: 1-10[2021-08-13]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1094.TB.20210301.1015.002.html>.
- 高清云, 高清雪, 梁芳. 基于“HTML5+VR”微链接式的唐崇陵翁仲逆向设计实践[J/OL]. *包装工程*: 1-10[2021-08-13]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1094.TB.20210301.1015.002.html>.
- [6] Zhu Y Z, Zhang Y P, Feng Q S. Colorful 3D reconstruction from single image based on deep learning[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(14): 1410010.
- 朱育正, 张亚萍, 冯乔生. 基于深度学习的单视图彩色三维重建[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(14): 1410010.
- [7] Jackson A S, Bulat A, Argyriou V, et al. Large pose 3D face reconstruction from a single image via direct volumetric CNN regression[C]//2017 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), October 22-29, 2017, Venice, Italy. New York: IEEE Press, 2017: 1031-1039.
- [8] Guo J Z, Zhu X Y, Yang Y, et al. Towards fast, accurate and stable 3D dense face alignment[M]//Vedaldi A, Bischof H, Brox T, et al. *Computer vision-ECCV 2020. Lecture notes in computer science*. Cham: Springer, 2020, 12364: 152-168.
- [9] Zhu X Y, Lei Z, Liu X M, et al. Face alignment across large poses: a 3D solution[C]//2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 27-30, 2016, Las Vegas, NV, USA. New York: IEEE Press, 2016: 146-155.
- [10] Newell A, Yang K Y, Deng J. Stacked hourglass networks for human pose estimation[M]//Leibe B, Matas J, Sebe N, et al. *Computer vision-ECCV 2016. Lecture notes in computer science*. Cham: Springer, 2016, 9912: 483-499.
- [11] Li R B, Yuan X P, Gan S, et al. Point cloud simplification optimization strategy and experimental research based on multiple algorithms[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(23): 231402.
- 李绕波, 袁希平, 甘淑, 等. 综合多种算法的点云精简优化策略与实验研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(23): 231402.
- [12] Jin Y T, Zhang Y H, Cui H H, et al. An aircraft skin registration method based on contour feature constraint[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(3): 0312001.
- 靳宇婷, 张益华, 崔海华, 等. 一种基于轮廓特征约束的飞机蒙皮配准方法[J]. *光学学报*, 2021, 41(3): 0312001.
- [13] Wang Y B, Zheng N S, Bian Z F. Planar feature-constrained, quaternion-based registration algorithm for LiDAR point clouds[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(23): 2310001.
- 王永波, 郑南山, 卞正富. 平面特征约束下基于四元数描述的 LiDAR 点云配准算法[J]. *光学学报*, 2020, 40(23): 2310001.
- [14] Mellado N, Aiger D, Mitra N J. Super 4PCS fast global pointcloud registration via smart indexing[J]. *Computer Graphics Forum*, 2014, 33(5): 205-215.
- [15] Wei S B, Wang S Q, Zhou C H, et al. An iterative closest point algorithm based on biunique correspondence of point clouds for 3D reconstruction[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(5): 0515003.
- 韦盛斌, 王少卿, 周常河, 等. 用于三维重建的点云单应性迭代最近点配准算法[J]. *光学学报*, 2015, 35(5): 0515003.
- [16] Yang Z S. Research on key technology of 3D point cloud data processing[D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2019.
- 杨正世. 三维点云数据处理关键技术的研究[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2019.
- [17] Edelsbrunner H. Surface reconstruction by wrapping finite sets in space[M]//Aronov B, Basu S, Pach J, et al. *Discrete and computational geometry. Algorithms and combinatorics*. Heidelberg: Springer, 2003, 25: 379-404.
- [18] Chen S J, Zhang S L, Liu M Q, et al. Underwater terrain three-dimensional reconstruction algorithm based on improved Delaunay triangulation[J]. *Computer Science*, 2020, 47(11): 137-141.
- 陈士杰, 张森林, 刘妹琴, 等. 基于改进 Delaunay 三角剖分的水下地形三维重建算法[J]. *计算机科学*, 2020, 47(11): 137-141.