# 激光与光电子学进展

# 超导量子比特耦合微波腔和机械谐振器系统的 探测场吸收特性研究

喻富<sup>1</sup>,肖添<sup>2</sup>,何高倩<sup>1</sup>,廖庆洪<sup>1\*</sup> <sup>1</sup>南昌大学信息工程学院电子信息工程系,江西南昌 330031; <sup>2</sup>南昌大学未来技术学院,江西南昌 330031

**摘要** 提出了一种基于光子-超导量子比特-声子三体复合量子系统相互作用的方案,具体由微波腔和微机械谐振器共同耦合一个超导电荷量子比特构成。基于抽运-探测方法,利用量子朗之万演化方程获得系统一阶线性极化率,研究了超导量子比特耦合微波腔和机械谐振器系统的吸收特性。结果表明,利用双场探测手段,根据信号场的吸收谱中双峰之间的宽度可以精确地测量量子比特与微波腔之间的耦合强度。同时,根据吸收峰和增益峰的位置,实现了振动频率的精确测量。本文提出的测量新方案对精密测量、量子计算以及量子信息处理等领域具有重要的意义。

关键词 量子光学; 电路量子电动力学; 微机械谐振器; 探测场吸收特性 中图分类号 O436 文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0327001

## Probe Absorption Properties of a Superconducting Qubit Coupled to Microwave Cavity and Mechanical Resonator

Yu Fu<sup>1</sup>, Xiao Tian<sup>2</sup>, He Gaoqian<sup>1</sup>, Liao Qinghong<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Electronic Information Engineering, Information Engineering School, Nanchang University, Nanchang, Jiangxi 330031, China;

<sup>2</sup>School of Future Technology, Nanchang University, Nanchang, Jiangxi 330031, China

**Abstract** A scheme based on the interaction of photon-superconducting qubit-phonon three-body hybrid quantum system is proposed, which is specifically composed of a microwave cavity and a micromechanical resonator coupled with a superconducting charge qubit. The probe absorption properties of the superconducting qubit coupled microwave cavity and mechanical resonator system are analyzed in detail through the first-order linear susceptibility which is solved by the quantum Langevin equation. The results show that the dual-field detecting method can accurately measure the coupling strength between the qubit and the microwave cavity according to the width between the double peaks in the absorption spectrum of the signal field. At the same time, according to the positions of the absorption peak and gain peak, accurate measurement of the vibration frequency is achieved. The new measurement scheme proposed in this paper is of great significance to the fields of precision measurement, quantum computing and quantum information processing.

Key words quantum optics; circuit quantum electrodynamics; micromechanical resonator; probe absorption properties

通信作者: \*nculqh@163.com

收稿日期: 2021-04-29; 修回日期: 2021-05-10; 录用日期: 2021-05-17

**基金项目**:国家自然科学基金(62061028)、低维量子物理国家重点实验室开放研究基金(KF202010)、南昌大学研究生创新专项(CX2019090)、安徽大学光电信息获取与控制教育重点实验室开放基金(OEIAM202004)

### 1引 言

随着超导量子比特中的相干量子行为<sup>[12]</sup>的发现,超导量子领域的研究不断取得突破,电路量子 电动力学(QED)<sup>[3]</sup>是由腔量子电动力学<sup>[45]</sup>概念引 入到超导电路<sup>[6]</sup>中实现量子计算的一个理想实验 平台。电路QED可以在单一的体系结构中实现量 子计算的基本要求<sup>[7]</sup>;此外,电路QED为在新的参 数区探索量子光学的丰富物理特性提供了新的机 会<sup>[8]</sup>;且电路QED是一种集成在电路板上的固态 腔QED结构,具有良好的可集成性<sup>[6]</sup>。上述特性 在多方面有着重要应用:1)电路QED可以集成更 多的量子比特、机械振子和其他电路元件以构建计 算能力越来越强的器件<sup>[940]</sup>;2)电路QED可以探 索复合装置的先进控制和测量技术中出现的新物 理现象。

近年来,基于微米(纳米)机械振子的各种新颖 的量子光学现象及器件不断在新的领域得到应用 及进一步的发展<sup>[11-15]</sup>,例如纳米机械振子和电路 QED系统的腔场耦合的电磁诱导透明现象<sup>[11]</sup>;以超 导量子比特为媒介的腔光力学的辐射压力耦合增 强现象<sup>[12]</sup>;利用超导磁通量子比特实现微机械谐振 器与共面波导谐振器的可控耦合<sup>[13]</sup>;通过调控超导 电荷比特来相干传输量子信息于传输线共振腔和 纳米机械振子之间的量子传感器<sup>[14]</sup>;宏观量子叠加 态的耗散光机械制备<sup>[15]</sup>及机械振子的基态冷却<sup>[16]</sup> 等研究。然而由于微米(纳米)机械振子的一些属 性,如品质因子、振动频率等对于实际的研究都有 着不小的影响,因此,系统中机械振子振动频率的 测量是非常有价值并且值得深入探索的研究。

首先,Ekinci等<sup>[17]</sup>利用平衡磁动势检测和平衡 电子检测技术来测量纳米机械系统的基本共振频 率。2009年,上海交通大学Li等<sup>[18]</sup>继续提出了一种 利用机械诱导的相干布居数振荡测量耦合纳米机 械谐振器量子点系统振动频率和耦合强度的精确 方法。最近,陈华俊<sup>[19]</sup>提出了一种基于石墨烯光力 系统非线性光学效应的测量机械振动频率的方法。 本文研究了由超导量子比特、微机械振子以及微波 腔场组成的复合量子电路系统,通过计算探测场的 吸收谱,透过不同的量子比特微波腔之间的耦合强 度、微机械振子的频率与耗散,分析了吸收谱中吸 收峰之间距离的演化规律,理论上提出一种复合量 子电路中机械振子频率和量子比特与微波腔耦合 常数的测量方法,通过微波探测场的吸收谱来高精 度地测量机械振子频率,具有更广阔的应用前景。

#### 2 模型与理论

如图1所示,本文研究的是机械谐振器与一个标准腔量子电动力学装置中的两能级系统耦合的 复合系统,系统包含微波谐振器(以下称为腔)、微 机械谐振器以及电荷量子比特三部分,使用微机械 谐振器嵌入完整的电路QED器件中<sup>[20]</sup>。量子比特 作为宏观的人工原子<sup>[21-22]</sup>,对于其各类参数的精准 调控主要通过外加电流、磁场、电场等参量以及微 纳米加工的方法来实现<sup>[23]</sup>。运用标准的抽运-探测 技术<sup>[24-25]</sup>对复合系统进行探测,该系统不考虑机械 谐振器与腔体之间的直接相互作用。



#### 图 1 腔 QED 系统与机械振子耦合示意图 Fig. 1 Schematic of coupling between cavity QED system and mechanical resonator

量子比特是宏观状态下的人造原子,低温状态下 由基态 | g 〉和激发态 | e 〉组成,其能级跃迁频率为  $\omega_e^{[26]}$ 。量子比特哈密顿量由 $H_e = \hbar\omega_e \sigma^2$ 表示,其中 是系统的约化普朗克常数,算符 $\sigma^2$ 以及 $\sigma^\pm$ 为量子比 特的反转算符以及上升、下降算符;微波腔的哈密顿 量可以表示为 $H_c = \hbar\omega_a a^+ a$ ,其中 $\omega_a$ 为微波腔模的a频率,频率为 $\omega_b$ 的机械振子哈密顿量为  $H_m = h\omega_b b^+ b$ ,算符 $a^+ \pi a(b^+, b)$ 分别代表微波场(机 械振子)的产生和湮灭;微波腔和量子比特之间存在 耦合强度为g的普通Jaynes-Cummings型耦合  $\hbar g (\sigma^+ a + \sigma^- a^+)$ ,同时,量子比特与机械振子之间存 在耦合强度为g\_m的线性耦合 $\hbar g_m (\sigma^+ b + \sigma^- b^+)^{[6,27-29]}$ 。

考虑到一束频率为ω,的强微波控制场和一束频率为ω,的弱微波探测场通过传输线作用到超导电荷量子比特上,耦合到两个场的量子比特的哈密顿量<sup>[23,30]</sup>为

0327001-3

第 59 卷 第 3 期/2022 年 2 月/激光与光电子学进展

$$H_{q-c} = -\mu E_{p} \Big[ \sigma^{+} \exp(-i\omega_{p}t) + \sigma^{-} \exp(i\omega_{p}t) \Big] - \mu E_{s} \Big[ \sigma^{+} \exp(-i\omega_{s}t) + \sigma^{-} \exp(i\omega_{s}t) \Big], \quad (1)$$

式中:µ是量子比特的有效"跃迁偶极矩";量子比特与强驱动场和微波探测场的耦合强度分别为E<sub>p</sub>和

$$E_{s}$$
, 与功率的关系分别为 $|E_{p}| = \sqrt{2P_{p}\kappa/\hbar\omega_{p}}$ 和 $|E_{s}| = \sqrt{2P_{s}\kappa/\hbar\omega_{s}}$ 。

在频率为ω<sub>p</sub>的强微波控制场的旋转框架下,复 合系统的哈密顿量为

$$H = \hbar \Delta_{\rm p} \sigma^{\rm Z} + \hbar \Delta_{\rm a} a^{+} a + \hbar g \left( \sigma^{+} a + \sigma^{-} a^{+} \right) + \hbar \omega_{\rm b} b^{+} b + \hbar g_{\rm m} \left( \sigma^{+} b + \sigma^{-} b^{+} \right) - \\ \hbar \Omega_{\rm p} \left( \sigma^{+} + \sigma^{-} \right) - \mu E_{\rm s} \left[ \sigma^{+} \exp(-\mathrm{i}\delta t) + \sigma^{-} \exp(\mathrm{i}\delta t) \right],$$

$$\tag{2}$$

式中: $\Delta_{\rm p} = \omega_{\rm e} - \omega_{\rm p}; \Delta_{\rm a} = \omega_{\rm a} - \omega_{\rm p}; \delta = \omega_{\rm s} - \omega_{\rm p}; \Omega_{\rm p} = \mu E_{\rm p}/\hbar_{\circ}$ 

根据海森堡运动方程,并且引入相应的阻尼和噪声项,可以得到如下的量子朗之万方程(QLE)[31]:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = -\Gamma_{1}(\sigma^{z}+1) - \mathrm{i}g(\sigma^{+}a - \sigma^{-}a^{+}) - \mathrm{i}g_{\mathrm{m}}(\sigma^{+}b - \sigma^{-}b^{+}) + \mathrm{i}\Omega_{\mathrm{p}}(\sigma^{+} - \sigma^{-}) + \mathrm{i}\frac{\mu E_{\mathrm{s}}}{\hbar} [\sigma^{+}\exp(-\mathrm{i}\delta t) - \sigma^{-}\exp(\mathrm{i}\delta t)],$$
(3)

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{-}}{\mathrm{d}t} = -\left(\mathrm{i}\Delta_{\mathrm{p}} + \Gamma_{2}\right)\sigma^{-} + 2\mathrm{i}g\sigma^{z}a + 2\mathrm{i}g_{\mathrm{m}}\sigma^{z}b - 2\mathrm{i}\Omega_{\mathrm{p}}\sigma^{z} - 2\mathrm{i}\frac{\mu E_{\mathrm{s}}}{\hbar}\sigma^{z}\exp(-\mathrm{i}\delta t) + \tau_{\mathrm{in}}(t), \qquad (4)$$

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} = -\left(\mathrm{i}\Delta_{\mathrm{a}} + \kappa_{\mathrm{a}}/2\right)a - \mathrm{i}g\sigma^{-} + a_{\mathrm{in}}(t), \qquad (5)$$

$$\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t} = -\left(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{b}} + \kappa_{\mathrm{b}}/2\right)b - \mathrm{i}g_{\mathrm{m}}\sigma^{-} + b_{\mathrm{in}}(t), \qquad (6)$$

式中: $\Gamma_1 与 \Gamma_2 分别代表量子比特的迟豫率与退相干率; <math>\kappa_a, \kappa_b 分 别 为 微 波 腔 场 和 机 械 振 子 的 耗 散;$  $\tau_{in}(t) [a_{in}(t), b_{in}(t)] 是 均 值 为 0 与 <math>\delta$  相关且 服 从 函数

$$\begin{aligned} &\tau_{\rm in}(t)\tau_{\rm in}^{+}(t') \sim \delta(t-t') \Big[ a_{\rm in}(t) a_{\rm in}^{+}(t') \sim \delta(t-t') , b_{\rm in}(t) \\ &b_{\rm in}^{+}(t') \sim \delta(t-t') \Big] 的噪声项。 \end{aligned}$$

为了分析系统的响应,使用海森堡算式和 ansatz近似<sup>[32]</sup> $P = P_0 + \delta P(P = \sigma^Z, \sigma^-, a, b)$ 求解, $P_0$ 代表稳态平均值, $\delta P$ 是均值为零 $\langle P \rangle = 0$ 的涨落 项,具体如下,  $\sigma^{z}(t) = \sigma_{0}^{z} + \sigma_{+}^{z} \exp(-i\delta t) + \sigma_{-}^{z} \exp(i\delta t), (7)$   $\sigma^{-}(t) = \sigma_{0} + \sigma_{+} \exp(-i\delta t) + \sigma_{-} \exp(i\delta t), (8)$   $a(t) = a_{0} + a_{+} \exp(-i\delta t) + a_{-} \exp(i\delta t), (9)$   $b(t) = b_{0} + b_{+} \exp(-i\delta t) + b_{-} \exp(i\delta t), (10)$ 式中:  $\sigma_{0}^{z}, \sigma_{0}, a_{0}, b_{0}$ 分别为 $\sigma^{z}, \sigma^{-}, a, b$ 相应的时间求 导项为零时的解。将(7)~(10)式代入(3)~(6)式 中, 忽略小项相乘项, 分别比较方程两边不含时间 项,含有 exp(i\delta t)项和含有 exp(-i\delta t)项,可以得 到以下方程组:

$$0 = -\Gamma_{1}(\sigma_{0}^{z}+1) - ig(\sigma_{0}^{*}a_{0}-\sigma_{0}a_{0}^{*}) - ig_{m}(\sigma_{0}^{*}b_{0}-\sigma_{0}b_{0}^{*}) + i\Omega_{p}(\sigma_{0}^{*}-\sigma_{0}), \qquad (11)$$
  
$$-i\delta\sigma_{+}^{z} = -\Gamma_{1}\sigma_{+}^{z} - ig[(\sigma_{0}^{*}a_{+}+\sigma_{-}^{*}a_{0}) - (\sigma_{0}a_{-}^{*}+\sigma_{+}a_{0}^{*})] - ig_{m}[(\sigma_{0}^{*}b_{+}+\sigma_{-}^{*}b_{0}) - (\sigma_{0}b_{-}^{*}+\sigma_{+}b_{0}^{*})] +$$

$$\mathrm{i}\Omega_{\mathrm{p}}(\sigma_{-}^{*}-\sigma_{+})+\mathrm{i}\frac{\mu E_{\mathrm{s}}}{\hbar}\sigma_{0}^{*},\tag{12}$$

$$i\delta\sigma_{-}^{Z} = -\Gamma_{1}\sigma_{-}^{Z} - ig\Big[\Big(\sigma_{0}^{*}a_{-} + \sigma_{+}^{*}a_{0}\Big) - \Big(\sigma_{0}a_{+}^{*} + \sigma_{-}a_{0}^{*}\Big)\Big] - ig_{m}\Big[\Big(\sigma_{0}^{*}b_{-} + \sigma_{+}^{*}b_{0}\Big) - \Big(\sigma_{0}b_{+}^{*} + \sigma_{-}b_{0}^{*}\Big)\Big] + i\Omega_{p}\Big(\sigma_{+}^{*} - \sigma_{-}\Big) - i\frac{\mu E_{s}}{\hbar}\sigma_{0},$$
(13)

$$0 = -(\mathrm{i}\Delta_{\mathrm{p}} + \Gamma_{2}) \sigma_{0} + 2\mathrm{i}g\sigma_{0}^{z}a_{0} + 2\mathrm{i}g_{\mathrm{m}}\sigma_{0}^{z}b_{0} - 2\mathrm{i}\Omega_{\mathrm{p}}\sigma_{0}^{z}, \qquad (14)$$

$$-\mathrm{i}\delta\sigma_{+} = -(\mathrm{i}\Delta_{\mathrm{p}} + \Gamma_{2})\sigma_{+} + 2\mathrm{i}g(\sigma_{0}^{z}a_{+} + \sigma_{+}^{z}a_{0}) + 2\mathrm{i}g_{\mathrm{m}}(\sigma_{0}^{z}b_{+} + \sigma_{+}^{z}b_{0}) - 2\mathrm{i}\Omega_{\mathrm{p}}\sigma_{+}^{z} - \frac{2\mathrm{i}\mu E_{s}}{\hbar}\sigma_{0}^{z}, \quad (15)$$

$$\mathrm{i}\delta\sigma_{-} = -(\mathrm{i}\Delta_{\mathrm{p}} + \Gamma_{2})\sigma_{-} + 2\mathrm{i}g(\sigma_{0}^{Z}a_{-} + \sigma_{-}^{Z}a_{0}) + 2\mathrm{i}g_{\mathrm{m}}(\sigma_{0}^{Z}b_{-} + \sigma_{-}^{Z}b_{0}) - 2\mathrm{i}\Omega_{\mathrm{p}}\sigma_{-}^{Z}, \tag{16}$$

$$0 = -\left(\mathrm{i}\Delta_{a} + k_{a}/2\right)a_{0} - \mathrm{i}g\sigma_{0}, \qquad (17)$$

1 z

$$-\mathrm{i}\delta a_{+} = -\left(\mathrm{i}\Delta_{a} + k_{a}/2\right)a_{+} - \mathrm{i}g\sigma_{+}, \qquad (18)$$

$$\mathrm{i}\delta a_{-} = -\left(\mathrm{i}\Delta_{\mathrm{a}} + k_{\mathrm{a}}/2\right)a_{-} - \mathrm{i}g\sigma_{-},\tag{19}$$

$$0 = -\left(\mathrm{i}\Delta_{\mathrm{b}} + k_{\mathrm{b}}/2\right) b_0 - \mathrm{i}g_{\mathrm{m}}\sigma_0, \qquad (20)$$

$$-\mathrm{i}\delta b_{+} = -\left(\mathrm{i}\Delta_{\mathrm{b}} + k_{\mathrm{b}}/2\right)b_{+} - \mathrm{i}g_{\mathrm{m}}\sigma_{+}, \qquad (21)$$

$$\mathrm{i}\delta b_{-} = -\left(\mathrm{i}\Delta_{\mathrm{b}} + k_{\mathrm{b}}/2\right)b_{-} - \mathrm{i}g_{\mathrm{m}}\sigma_{-\circ}$$
<sup>(22)</sup>

推导后得出了量子比特的布居数反转 $(\sigma_0^Z)$ 的方程以及量子比特同时耦合微波腔场和机械振子复合系统在两束微波场的驱动下的一阶线性极化率,

$$\Gamma_{1}(\sigma_{0}^{Z}+1)\left\{2\sigma_{0}^{Z}\left[g^{2}(\Gamma_{2}\kappa_{a}-2\Delta_{a}\Delta_{p})(\omega_{b}^{2}+\kappa_{b}^{2}/4)\right]+g_{m}^{2}(\Gamma_{2}\kappa_{b}-2\omega_{b}\Delta_{p})(\Delta_{a}^{2}+\kappa_{a}^{2}/4)+4\sigma_{0}^{Z}\left[g^{4}(\omega_{b}^{2}+\kappa_{b}^{2}/4)+g_{m}^{4}(\Delta_{a}^{2}+\kappa_{a}^{2}/4)+g^{2}g_{m}^{2}(2\Delta_{a}\omega_{b}+\kappa_{2}\kappa_{b}/2)\right]+(\Delta_{p}^{2}+\Gamma_{2}^{2})(\Delta_{a}^{2}+\kappa_{a}^{2}/4)(\omega_{b}^{2}+\kappa_{b}^{2}/4)\right\}-4\Omega_{p}^{2}\sigma_{0}^{Z}\Gamma_{2}(\Delta_{a}^{2}+\kappa_{a}^{2}/4)(\omega_{b}^{2}+\kappa_{b}^{2}/4)=0,$$
(23)

$$\chi^{(1)}(\omega_s)_{\text{eff}} = \mu \sigma_+ / E_s = \mu^2 / \Gamma_2 \hbar \chi^{(1)}(\omega_s) , \qquad (24)$$

$$\chi^{(1)}(\omega_{s}) = \Gamma_{2} \frac{-\Pi_{1}^{*}\Pi_{1}\gamma_{6}\gamma_{10}^{*} + \Lambda_{3}^{*}\Pi_{1}\gamma_{7} - 2i\Lambda_{3}^{*}\sigma_{0}^{Z}}{\Lambda_{1}\Lambda_{3}^{*} - \Pi_{1}^{*}\Pi_{1}\gamma_{6}\gamma_{9}^{*}}, \qquad (25)$$

式中:
$$\gamma_{1} = \frac{-ig}{-i\delta + i\Delta_{a} + \kappa_{a}/2}; \gamma_{2} = \frac{-ig}{i\delta + i\Delta_{a} + \kappa_{a}/2}; \gamma_{3} = \frac{-ig_{m}}{-i\delta + i\Delta_{b} + \kappa_{b}/2}; \gamma_{4} = \frac{-ig_{m}}{\delta + i\Delta_{b} + \kappa_{b}/2}; \gamma_{5} = \frac{i(-g\sigma_{0}^{*}\gamma_{1} + ga_{0}^{*} - g_{m}\sigma_{0}^{*}\gamma_{3} + g_{m}b_{0}^{*} - \Omega_{p})}{\Gamma_{1} - i\delta}; \gamma_{6} = \frac{i(-ga_{0} + g\sigma_{0}\gamma_{2}^{*} - g_{m}b_{0} + g_{m}\sigma_{0}\gamma_{4}^{*} + \Omega_{p})}{\Gamma_{1} - i\delta}; \gamma_{7} = \frac{i\sigma_{0}^{*}}{\Gamma_{1} - i\delta}; \gamma_{8} = \frac{i(-g\sigma_{0}^{*}\gamma_{2} + ga_{0}^{*} - g_{m}\sigma_{0}^{*}\gamma_{4} + g_{m}b_{0}^{*} - \Omega_{p})}{\Gamma_{1} + i\delta}; \gamma_{9} = \frac{i(-ga_{0} + g\sigma_{0}\gamma_{1}^{*} - g_{m}b_{0} + g_{m}\sigma_{0}\gamma_{3}^{*} + \Omega_{p})}{\Gamma_{1} + i\delta}; \Pi_{1} = 2i(ga_{0} + g_{m}b_{0} - \Omega_{p}); \Lambda_{1} = i(\Delta_{p} - \delta) + \Gamma_{2} - 2ig\sigma_{0}^{Z}\gamma_{1} - 2ig_{m}\sigma_{0}^{Z}\gamma_{3} - \Pi_{1}\gamma_{5}; \Lambda_{3} = i(\Delta_{p} + \delta) + \Gamma_{2} - 2ig\sigma_{0}^{Z}\gamma_{2} - 2ig_{m}\sigma_{0}^{Z}\gamma_{4} - \Pi_{1}\gamma_{8}; \chi^{(1)}(\omega_{s})$$
的虚部和实部描述了复合系统对探测场的吸收和色散。

#### 3 数值结果与讨论

本文使用涉及微波频域内有关量子比特的复 合系统的参数<sup>[12,20]</sup>来研究复合系统对探测场的吸收 频谱,具体参数如下: $\omega_b/2\pi = 72$  MHz, $\Omega_p/2\pi =$ 1 MHz, $\Delta_p = 0$ , $\Delta_a = 0$ , $g/2\pi = 100$  MHz, $g_m/2\pi =$ 4.5 MHz, $\kappa_a/2\pi = 15$  MHz, $\kappa_b/2\pi = 15$  kHz, $\Gamma_1/2\pi =$ 60 MHz。

复合 C-QED 系统中存在两种影响系统动力学性能的耦合,即量子比特-腔场耦合g和量子比特-机械振子耦合 $g_m$ ,本文研究了量子比特在 $\Delta_p = 0$ 及  $\Delta_a = 0$ 共振情况下在不同参数时的吸收特性。图 2 展示了吸收谱随着微波探测场与激子频率的失谐 量 $\Delta_{pr}$ 在不同耦合情况下的演化特性。由图 2(a)可 以看出,当量子比特-腔场耦合强度g和量子比特-机 械振子耦合强度 $g_m$ 是均为零(即只有两能级系统)



图 2 三种不同情况下的探测场吸收谱 Fig. 2 Absorption spectra of probe field under three different conditions

时,吸收谱呈现出一个中心洛伦兹峰。但当 $g/2\pi =$  100 MHz、 $g_m = 0$ 时,如图 2(b)所示,洛伦兹峰经历 正常分裂,分裂为两个洛伦兹峰,这个分裂是由光 与物质的耦合引起的<sup>[33]</sup>。此外,我们进一步考虑了 量子比特与声子的耦合 $g_m$ ,吸收光谱表现出明显的 区别,两个峰之间出现了尖锐的峰——吸收零点 [如图 2(c)所示],尖峰的出现是微机械振子振动引 起的相干布局数振荡<sup>[34]</sup>的影响。根据以上分析,吸 收的演化强烈地依赖于腔和量子比特之间的耦合 及量子比特和机械振子之间的耦合。

由于量子比特-腔场耦合g和量子比特-机械振 子耦合g<sub>m</sub>对系统吸收谱的明显影响,因此我们详细 研究了不同耦合情况下g对系统的作用。图3给出 了系统吸收谱随失谐量 $\Delta_m$ 的演化规律,图中黑色点 线、虚线、实线分别对应腔场与量子比特耦合强度  $g/2\pi = 80 \text{ MHz}$ 、 $g/2\pi = 100 \text{ MHz}$ 、 $g/2\pi = 120 \text{ MHz}$ 的 情况,其中参数 $\omega_{\rm b}/2\pi = 72$  MHz。图 3 包含两个代 表真空拉比分裂的洛伦兹峰以及一个尖峰,由于尖 峰的存在,曲线并不对称。显然,随着耦合强度g的 逐渐增大,两峰之间的吸收零点所处位置不变,处 于Δ<sub>ur</sub>=0左右两边的两个洛伦兹峰之间的距离变 长,且随着g成倍数的增大,两峰之间的宽度也成倍 的增大。图3插图绘制了两个洛伦兹峰之间的宽度 与耦合强度g之间的关系图,劈裂宽度与g之间呈 现出线性关系。这在理论上为光子-原子-声子三体 的复合系统提供了一种有效的测量真空拉比分裂 的方法,为宏观量子现象研究提供重要线索。





接下来进一步研究复合系统中微机械振子对 吸收谱的影响。图4为使用具有不同频率的机械振

#### 第 59 卷 第 3 期/2022 年 2 月/激光与光电子学进展





Fig. 4 Absorption spectra of probe field change with  $\Delta_{pr}$ under different frequencies of mechanical resonator

子时,探测场吸收谱随失谐 $\Delta_{\rm pr}$ 变化的情况,表明了 机械振子振动频率 $\omega_{\rm b}$ 与吸收零点所处位置之间的 关系,其中参数 $g/2\pi = 100$  MHz,  $g_{\rm m}/2\pi = 4.5$  MHz。从图中可以看出,当耦合强度g以及 $g_{\rm m}$ 确定时,随着机械振子振动频率的增大,吸 收零点所处位置向右偏移。当机械振子的频率  $\omega_{\rm b}/2\pi = 50$  MHz时,探测场吸收谱中的吸收零点的 位置 $\Delta_{\rm pr}/2\pi = 50$  MHz时,探测场吸收谱中的吸收零点的 位置 $\Delta_{\rm pr}/2\pi = 100$  MHz时,吸收零点出现在 $\Delta_{\rm pr}/2\pi = 100$  MHz时,吸收零点出现在 $\Delta_{\rm pr}/2\pi = 100$  MHz时,吸收零点出现在 $\Delta_{\rm pr}/2\pi = 100$  MHz(黑色实线)。显然,尖峰出现的位置与机 械振子的振动频率一致,这表明可以通过探测场的 吸收谱来探测机械振子的频率,且通过微波光谱测 量来高精度地确定机械振子频率具有巨大的发展 潜力。

图 5 给出了系统中机械谐振器衰减率对吸收谱 的影响,图中黑色实线、虚线、点划线、点线分别对 应  $\kappa_b/2\pi = 15 \text{ kHz}$ 、  $\kappa_b/2\pi = 30 \text{ kHz}$ 、  $\kappa_b/2\pi = 75 \text{ kHz}$ 、  $\kappa_b/2\pi = 30 \text{ kHz}$ 、  $\kappa_b/2\pi = 75 \text{ kHz}$ 、  $\kappa_b/2\pi = 150 \text{ kHz}$ 。 对比图中不同形 状的曲线可以看出:随着  $\kappa_b$ 的增加,尖峰出现的位 置不变处于 $\Delta_{pr} = \omega_b$ ,但由于存在能量耗散过程,尖 峰的上升高度变低,吸收峰的值减小,谱线的强度 减弱。这表明选取适当机械谐振器的衰减速率可 以获得更好的结果,增强可行性。

#### 4 结 论

本文充分利用电路QED具有良好的集成性等 优势,运用抽运-探测技术,研究了微机械谐振器复 合电路QED系统的吸收特性。讨论了量子比特、微 机械振子和微波腔之间耦合强度及机械振子的振

#### 研究论文



图 5 在不同机械谐振器衰减率下,探测场吸收谱随 $\Delta_{pr}$ 的变化 Fig. 5 Absorption spectra of probe field change with  $\Delta_{pr}$ under different decay rates of mechanical resonator

动频率、衰减率等外部控制参数对复合系统的吸收 特性的影响。结果发现通过探测吸收谱测得微机 械谐振器共振频移,此方案与单束光驱动相比,双 驱动场的优势在于可以不受频率的限定。另外,通 过选用适当衰减速率的微机械谐振器,增强了谱线 的强度,提高了频率测量的精确度,该方案在质量 传感方面具有潜在应用。

#### 参考文献

- [1] Vion D, Aassime A, Cottet A, et al. Manipulating the quantum state of an electrical circuit[J]. Science, 2002, 296(5569): 886-889.
- [2] Chiorescu I, Nakamura Y, Harmans C J P M, et al. Coherent quantum dynamics of a superconducting flux qubit[J]. Science, 2003, 299(5614): 1869-1871.
- [3] Blais A, Huang R S, Wallraff A, et al. Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: an architecture for quantum computation[J]. Physical Review A, 2004, 69(6): 062320.
- [4] Zhang T C, Wu W, Yang P F, et al. High-finesse micro-optical Fabry-Perot cavity and its applications in strongly coupled cavity quantum electrodynamics
  [J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(1): 0127001.
  张天才,毋伟,杨鹏飞,等.高精细度法布里-珀罗光 学微腔及其在强耦合腔量子电动力学中的应用[J].
  光学学报, 2021, 41(1): 0127001.
- [5] Yang Z Y, Shao Y T, Wu Q Y, et al. Long-range quantum coherenceand quantum phase transition in atom-microcavity coupled system[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(1): 012701.
  杨志远,邵雅婷,吴泉英,等.原子-微腔耦合系统的远程量子相干及量子相变[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(1): 012701.

- [6] Xiang Z L, Ashhab S, You J Q, et al. Hybrid quantum circuits: superconducting circuits interacting with other quantum systems[J]. Reviews of Modern Physics, 2013, 85(2): 623.
- [7] Blais A, Girvin S M, Oliver W D. Quantum information processing and quantum optics with circuit quantum electrodynamics[J]. Nature Physics, 2020, 16(3): 247-256.
- [8] Clerk A A, Lehnert K W, Bertet P, et al. Hybrid quantum systems with circuit quantum electrodynamics[J]. Nature Physics, 2020, 16(3): 257-267.
- [9] Wallraff A, Schuster D I, Blais A, et al. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics[J]. Nature, 2004, 431(7005): 162-167.
- [10] Arute F, Arya K, Babbush R, et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor[J]. Nature, 2019, 574(7779): 505-510.
- [11] Wang H, Sun H C, Zhang J, et al. Transparency and amplification in a hybrid system of the mechanical resonator and circuit QED[J]. Science China Physics, Mechanics and Astronomy, 2012, 55(12): 2264-2272.
- [12] Pirkkalainen J M, Cho S U, Massel F, et al. Cavity optomechanics mediated by a quantum two-level system[J]. Nature Communications, 2015, 6: 6981.
- [13] Xiong W, Jin D Y, Jing J, et al. Controllable coupling between a nanomechanical resonator and a coplanar-waveguide resonator via a superconducting flux qubit[J]. Physical Review, A, 2015, 92(3): 032318
- [14] Sun C P, Wei L F, Liu Y X, et al. Quantum transducers: integrating transmission lines and nanomechanical resonators via charge qubits[J]. Physical Review A, 2006, 73(2): 022318.
- [15] Abdi M, Degenfeld-Schonburg P, Sameti M, et al. Dissipative optomechanical preparation of macroscopic quantum superposition states[J]. Physical Review Letters, 2016, 116(23): 233604.
- [16] Wang J. Ground-state cooling of mechanical resonator in three-Laguerre-Gaussian-cavity[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(18): 1827001.
  王婧.基于三拉盖尔高斯腔的机械振子基态冷却研 究[J].光学学报, 2020, 40(18): 1827001.
- [17] Ekinci K L, Yang Y T, Huang X M H, et al. Balanced electronic detection of displacement in nanoelectromechanical systems[J]. Applied Physics Letters, 2002, 81(12): 2253-2255.
- [18] Li J J, Zhu K D. A scheme for measuring vibrational

frequency and coupling strength in a coupled nanomechanical resonator-quantum dot system[J]. Applied Physics Letters, 2009, 94(6): 063116.

- [19] Chen H J. Nonlinear optical effect and nonlinear optical mass sensor based on graphene optomechanical system[J]. Acta Physica Sinica, 2020, 69(13): 134203.
  陈华俊.基于石墨烯光力系统的非线性光学效应及非线性光学质量传感[J].物理学报, 2020, 69(13): 134203.
- [20] Pirkkalainen J M, Cho S U, Li J, et al. Hybrid circuit cavity quantum electrodynamics with a micromechanical resonator[J]. Nature, 2013, 494 (7436): 211-215.
- [21] Nakamura Y, Pashkin Y A, Tsai J S. Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box[J]. Nature, 1999, 398(6730): 786-788.
- [22] Martinis J M, Nam S, Aumentado J, et al. Rabi oscillations in a large Josephson-junction qubit[J]. Physical Review Letters, 2002, 89(11): 117901.
- [23] Zhao H, Li T F, Liu J S, et al. Progress of electromagnetically induced transparency based on superconducting qubits[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(15): 154214.
  赵虎,李铁夫,刘建设,等.基于超导量子比特的电磁感应透明研究进展[J].物理学报, 2012, 61(15): 154214.
- [24] Li J J, Zhu K D. All-optical mass sensing with coupled mechanical resonator systems[J]. Physics Reports, 2013, 525(3): 223-254.
- [25] Yuan Z, Ling W J, Chen C, et al. A high-power LD double-end-pumped acousto-optic Q-switched Tm: YAP laser[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48

(5): 0501018.

袁振, 令维军, 陈晨, 等. LD双端泵浦高功率声光调 Q Tm: YAP 激光器 [J]. 中国激光, 2021, 48(5): 0501018.

- [26] You J Q, Tsai J S, Nori F. Controllable manipulation and entanglement of macroscopic quantum states in coupled charge qubits[J]. Physical Review B, 2003, 68 (2): 024510.
- [27] Cotrufo M, Fiore A, Verhagen E. Coherent atomphonon interaction through mode field coupling in hybrid optomechanical systems[J]. Physical Review Letters, 2017, 118(13): 133603.
- [28] Hammerer K, Wallquist M, Genes C, et al. Strong coupling of a mechanical oscillator and a single atom[J]. Physical Review Letters, 2009, 103(6): 063005.
- [29] Ramírez-Muñoz J E, Cuartas J P R, Vinck-Posada H. Quantum correlations between two cavity QED systems coupled by a mechanical resonator[J]. The European Physical Journal B, 2018, 91(11): 268.
- [30] Chen H J. Auxiliary-cavity-assisted vacuum Rabi splitting of a semiconductor quantum dot in a photonic crystal nanocavity[J]. Photonics Research, 2018, 6 (12): 1171-1176.
- [31] Walls D F, Milburn G J. Quantum optics [M]. Heidelberg: Springer, 1994.
- [32] Boyd R W. Nonlinear optics[M]. New York: Academic Press, 2008.
- [33] Li J J, Zhu K D. A quantum optical transistor with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity[J]. Nanotechnology, 2011, 22(5): 055202.
- [34] Li J J, Zhu K D. A tunable optical Kerr switch based on a nanomechanical resonator coupled to a quantum dot[J]. Nanotechnology, 2010, 21(20): 205501.