

## 激光与光电子学进展

## 基于面积映射方法的多波束透镜天线设计

杨成福<sup>1\*</sup>, 徐兴贵<sup>2\*\*</sup>, 陈俊歌<sup>3</sup>, 陈娟<sup>1</sup><sup>1</sup>云南师范大学信息学院, 云南 昆明 650500;<sup>2</sup>云南财经大学信息学院, 云南 昆明 650221;<sup>3</sup>云南师范大学地理学部, 云南 昆明 650500

**摘要** 多波束天线技术可用于提升频谱资源利用率和信道容量而备受关注, 而利用变换光学的方法设计各类天线也成为近年来的研究热点。提出了利用面积映射方法来设计多波束透镜天线, 探讨了透镜天线的实现方法, 并仿真验证了天线性能。研究表明, 基于面积映射方法所设计的多波束透镜天线可呈现出无磁性且分块均匀的材料参数分布, 进而可用介质基板钻孔或等效媒质方法来合成器件, 用以重塑偶极子天线的辐射方向, 提升辐射增益, 实现多方向定向辐射。

**关键词** 光学器件; 梯度指数透镜; 超材料; 等效媒质理论

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0323002

## Design of Multi-Beam Lens Antenna Based on Area Mapping Method

Yang Chengfu<sup>1\*</sup>, Xu Xinggui<sup>2\*\*</sup>, Chen Junge<sup>3</sup>, Chen Juan<sup>1</sup><sup>1</sup>School of Information Science and Technology, Yunnan Normal University, Kunming, Yunnan 650500, China;<sup>2</sup>School of Information Science and Technology, Yunnan University of Finance and Economics, Kunming, Yunnan 650221, China;<sup>3</sup>Department of Geography, Yunnan Normal University, Kunming, Yunnan 650500, China

**Abstract** Multi-beam antenna technology can be used to improve the utilization of spectrum resources and channel capacity, which has attracted much attentions. Transformation optics has been widely used to design various kinds of antennas and has become a research hotspot in recent years. In this paper, an area mapping method was initiated to design a multi-beam lens antenna. The implementation method was discussed. The performance of the antenna was verified by simulation. Research results show that the designed multi-beam lens antenna based on the area mapping method can exhibit a nonmagnetic and piecewise homogeneity material parameter distributions, and can be synthesized by drilling hole in the dielectric substrate or using equivalent medium. The proposed multi-beam lens antenna can be used to reshape the radiation direction of the dipole antenna, improve the radiation gain, and achieve multi-directional radiation.

**Key words** optical devices; gradient-index lenses; metamaterial; effective medium theory

## 1 引言

近年来, 随着移动通信网络的持续发展, 低频

段频谱资源几乎已利用殆尽, 亟需寻求解决办法以克服频谱危机, 满足当下对 5G 和 6G 通信业务需求。解决低频段频谱资源稀缺的途径有两种: 其

收稿日期: 2021-03-23; 修回日期: 2021-05-07; 录用日期: 2021-05-18

基金项目: 国家自然科学基金(61805251, 61875203)

通信作者: \*421893551@qq.com, \*\*xu\_xinggui@126.com

一,开发利用广阔的高频段频谱资源,例如发展毫米波通信和太赫兹通信技术;其二,借助多址、复用技术以及认知频谱等方法提升低频段频谱资源利用率。然而,毫米波和太赫兹通信技术的空间衰落及阻塞问题明显、覆盖范围窄小<sup>[1]</sup>,需要借助先进的高频中继手段与波束赋形技术来改善网络覆盖与传输性能,这对硬件设备及其兼容性提出较大的挑战。相较而言,提升低频段频谱资源利用率的手段与方法尽管相对成熟,但随着大数据、人工智能等先进技术的兴起与发展,频谱资源利用率的提升尚有空间可挖掘。与此同时,凭借着在 4G 和 5G 通信中的出色运用,多波束天线技术被认为是提升频谱资源和系统容量的一个关键技术<sup>[2]</sup>,被广泛应用于大规模多进多出(MIMO)无线通信系统。

透射式多波束透镜天线是一种重要的多波束天线,主要利用凹/凸透镜、双焦透镜、光栅、菲涅尔透镜、龙伯透镜以及麦克斯韦鱼眼透镜等的聚焦原理,通过在透镜的某侧施加激励源,并在另一侧定向辐射波束<sup>[3]</sup>。由于透镜多为曲面结构,具有体积大,重量沉的特点,难以集成于微波电路,且制作成本高昂,限制了其在毫米波和太赫兹通信领域的使用。因此,开发超材料透镜板,以形成传输阵面或相移表面,通过控制每个单元的相移与延时,使得电磁波在穿过平板后沿着某几个预定方向出射多波束<sup>[4]</sup>,是近年来多波束天线研究的一个主要方向。

超材料及变换光学的兴起,为超材料器件设计打开了一扇崭新的大门,包括传感器<sup>[5]</sup>、电磁诱导透明体<sup>[6]</sup>、反射器<sup>[7]</sup>、吸收体<sup>[8]</sup>以及透镜天线等<sup>[9-10]</sup>。在透镜天线方法面,通过变换光学方法,将透镜原本复杂的曲面结构映射成平板型结构,计算出其所需满足的材料电磁参数分布,并用超材料制备工艺加工与制造平板透镜,用以灵活控制电磁波的传输。较曲面型透镜而言,平板型透镜可有效减小透镜剖面、体积以及重量,且易集成于基底或者目标物体表面,有望应用于毫米波通信乃至太赫兹通信领域。利用变换光学的方法,孔凡敏等人率先将抛物面天线转换为低剖面的平板聚焦透镜天线<sup>[11]</sup>。紧接着,Roberts等<sup>[12]</sup>将凸透镜转换成平板聚焦透镜,极大缩减了透镜的尺寸,可以用其取代传统菲涅尔透镜。利用有限嵌入式变换光学方法,崔铁军教授团队<sup>[13]</sup>设计了多波束透镜天线,成功的将柱面波转换为平面波。之后,

长安大学的 Yang 等<sup>[14]</sup>设计了一款可用于车载防撞雷达系统的多波束透镜天线。利用 QCTO 的方法, Kundtz 等<sup>[15]</sup>成功地将半球面 Luneburg 透镜转换成平板 Luneburg 透镜,并用印刷有铜微带线的介质单元实现这种透镜。基于同样的方法,崔铁军教授团队<sup>[16]</sup>采用梯度折射率材料成功制备出可工作于 Ku 波段的三维 Luneburg 透镜。最近,借助变换光学方法, Su 等<sup>[17]</sup>采用堆叠的具有梯度指数超材料单元制备了平板多波束透镜天线,利用它实现 X 波段的波束扫描和多波束应用。然而,大多数基于变换光学的多波束透镜天线往往具有超常等效媒质参数,需要用超材料技术才能实现,而超材料的天然损耗及色散特性限制了透镜天线的工作带宽。相比之下,共形变换(CTO)、准共形变换(QCTO)方法可以得到具有无磁性的材料参数,进而可以利用纯电介质来加工合成透镜天线。这种无磁性的透镜天线具有低损耗、高增益以及宽带特点<sup>[18]</sup>,但由于材料参数分布极不均匀,加工制作难度很大,实际制备时需要在器件性能和实现难度之间作出平衡。因此,探讨具有均质化且无磁性材料参数的多波束透镜天线具有重要的研究价值:一方面,均质化的材料参数可以降低器件的制备难度,另一方面,无磁性的特点可以满足低损耗、高增益和高工作带宽的要求。

本文提出了一种基于面积映射的具有无磁性均质参数的多波束透镜天线设计方法,并用软件仿真与分析了该多波束透镜天线的近场与远场辐射性能。结果表明,该透镜天线可以将线激励源激发的柱面波转换成多个平面波束,极大的提升了天线在某些方向上的辐射增益,进而改善方向性。该透镜天线有望在汽车传感定位、卫星通信、城市多区域无线覆盖等方面得到应用。

## 2 模型方法

受东南大学朱春晖教授团队<sup>[19]</sup>提出的分块保角变换光学(PCTO)方法的启发,本课题组曾开展了分块均匀多波束透镜天线的研究工作,并利用电容电感网络制备出四波束透镜天线,完成了其实实验验证工作<sup>[20]</sup>。前述研究工作表明,在 TE 模式下,变换区域的材料参数只有  $\epsilon_{zz}$  分量是渐变的,其值由雅可比变换矩阵决定。变换区域的材料参数满足如下方程<sup>[20]</sup>:

$$\epsilon_{zz} = \frac{\epsilon}{|\Delta|} = \epsilon \left( \frac{R_i}{R'_i} \right)^2, \quad (1)$$

$$\mu = 1, \quad (2)$$

式中,  $R_i$  为变换前虚拟区域中心点到虚拟边界的距离,  $R'_i$  为变换后物理空间中心点到物理空间边界的距离。

虚拟空间被设置为圆形区域, 而物理空间被设置为正方形区域, 两个空间均按同一分割角分割成不同的区块, 以保证变换过程的保角性。需要指出的是, (1) 式中  $R'_i$  取的是与物理空间三角形区域相近似的扇形区域的半径值。

(1) 式可进一步表述为:

$$\epsilon_{zz} = \epsilon \frac{\theta_i \pi R^2 / 360}{\theta_i \pi R_i'^2 / 360} = \epsilon \frac{S_i}{S'_i}, \quad (3)$$

式中,  $S_i$  是虚拟空间内以分割角为圆心角的扇形区域面积, 而  $S'_i$  为物理空间内以分割角为顶角的三角形区域或其近似扇形区域的面积。这表明, 利用变换前后的面积比可等效计算出第  $i$  块以  $\theta_i$  为夹角的媒质区域的材料参数。

由于虚拟空间为圆形区域, 其第  $i$  块以  $\theta_i$  为夹角的扇形区域面积为常数值  $\theta_i \pi R^2 / 360$ , 而物理空间内第  $i$  块以  $\theta_i$  为夹角的多边形区域面积的计算需分三种情景讨论, 如图 1 所示, 以  $x$  轴上半部分米色和灰色区域为例:

(1) 当  $A'_i O' A'_{i+1}$  全部落在图 1(a) 所示灰色区域内时,

$$S'_i = \frac{\theta \pi R'_i}{360} = \frac{a |y_{A'_{i+1}} - y_{A'_i}|}{2} = \frac{a^2 |\tan(i\theta_i) - \tan[(i-1)\theta_i]|}{2}. \quad (4)$$

(2) 当  $A'_i O' A'_{i+1}$  跨越图 1(b) 所示灰色与米色区域时,

$$S'_i = \frac{a |x_{A'_{i+1}} - a|}{2} + \frac{a |a - y_{A'_i}|}{2} = \frac{a^2 |\cot(i\theta_i) - \cot(\pi/4)|}{2} + \frac{a^2 |\tan(\pi/4) - \tan[(i-1)\theta_i]|}{2}, \quad (5)$$

$$S'_j = \frac{a |x_{C'_j} - a|}{2} + \frac{a |a - y_{C'_{j+1}}|}{2} = \frac{a^2 |\cot[(i-1)\theta_i] - \cot(3\pi/4)|}{2} + \frac{a^2 |\tan(3\pi/4) - \tan(i\theta_i)|}{2}. \quad (6)$$

(3) 当  $A'_i O' A'_{i+1}$  全部落在图 2(c) 所示米色区域内时,

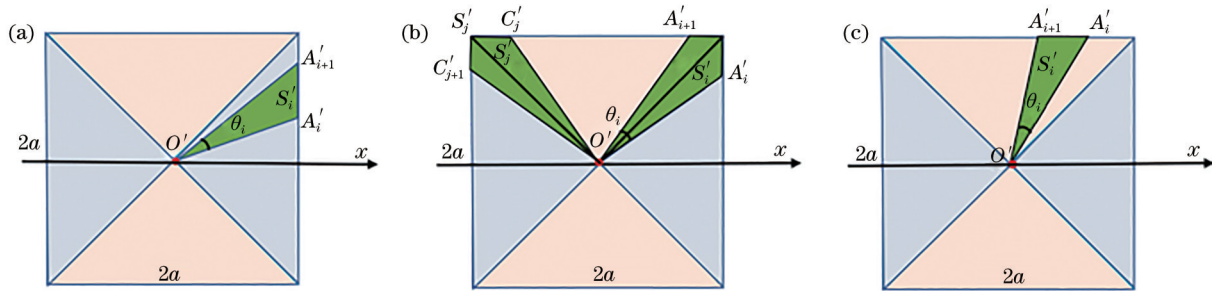


图 1 物理空间内以  $\theta_i$  为夹角的多边形面积计算。(a) 多边形 (三角形) 完全位于灰色区域内; (b) 多边形横跨米色和灰色区域; (c) 多边形完全位于米色区域

Fig. 1 Area calculation of polygons in the physical space with the separation angle of  $\theta_i$ . (a) Polygon (triangle) is completely located at the gray area; (b) polygon spans the beige and gray areas; (c) polygon is completely located at the beige region

$$S'_i = \frac{a |x_{A'_{i+1}} - x_{A'_i}|}{2} = \frac{a^2 |\cot(i\theta_i) - \cot[(i-1)\theta_i]|}{2}. \quad (7)$$

根据对称性, 可类似地计算出  $x$  轴下方三角形区域的面积, 仅需将情景 (2) 中的  $\pi/4$  和  $3\pi/4$  分别替换为  $-\pi/4$  和  $-3\pi/4$ 。为了保证 (1) 式中的  $\epsilon_{zz}$  的值恒大于 1, 可通过缩小面积  $S'_i$  或增大背景介质介电常数  $\epsilon$  的方式来加以实现。

需要指出的是: 分块保角变换光学方法<sup>[19]</sup>中, 变

换后的半径  $R'_i$  为三角形区域的近似半径, 是将三角形区域转化为近似扇形区域后的半径数值, 这种近似本身会引入一定的误差, 在一定程度上会削弱波束分离效果; 而这里所用的面积比方法, 则完全根据三角形的实际面积进行计算, 无需进行任何近似, 因而更具稳健性。此外, 本课题组之前提出的四波束

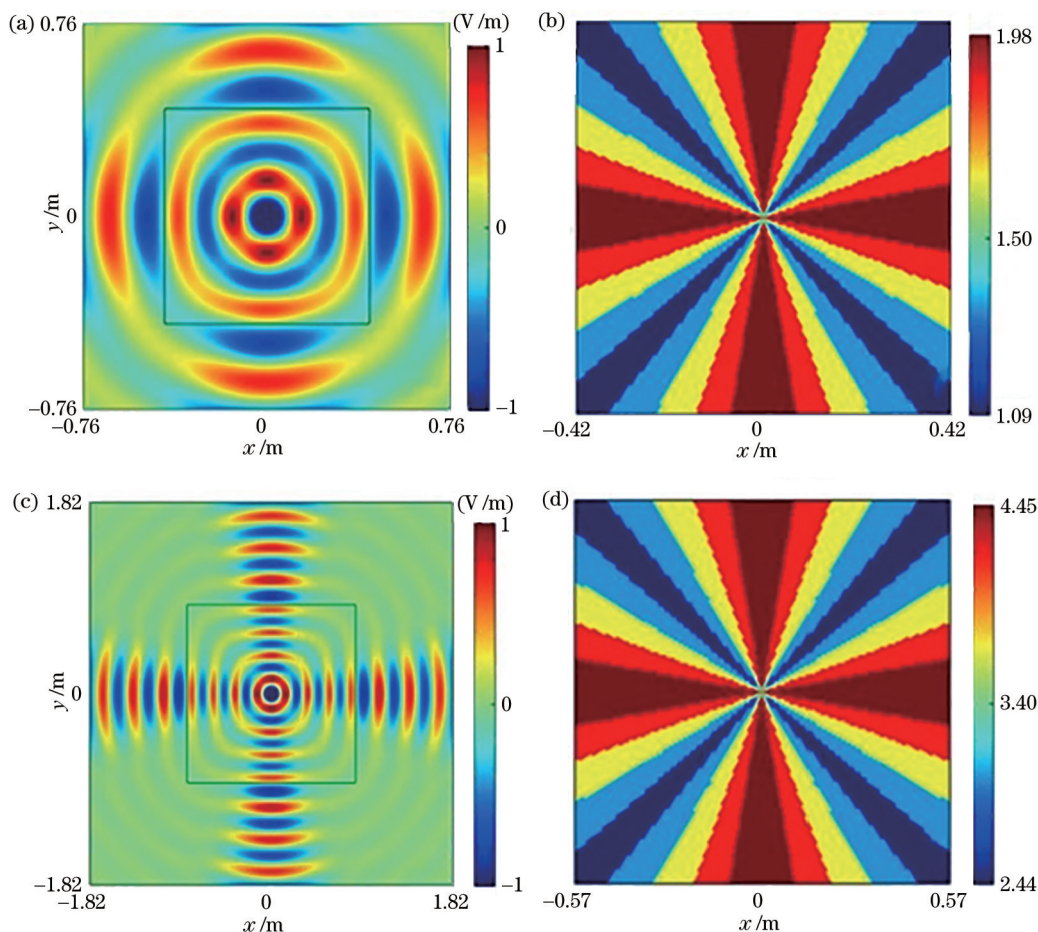


图 2 四波束透镜天线的电场分布与介电常数分布。 $R = 2\lambda$ 时的(a)近电场分布和(b)介电常数分布; $R = 4\lambda$ 时的(c)近电场分布和(d)介电常数分布

Fig. 2 Distribution of electric field and dielectric constant of the four-beam lens antenna. (a) Near electric field distribution and (b) dielectric constant distribution when  $R = 2\lambda$ ; (c) near electric field distribution and (d) dielectric constant distribution when  $R = 4\lambda$

透镜天线<sup>[20]</sup>的核心思想仍然沿用了分块保角变换方法,在此基础上,通过引入“化场为路”的理念,将复杂的电磁场计算转化为电路元件参数计算,进而用简单的电感电容元件来完成透镜天线的近似实验验证;相较而言,本课题组研究侧重于理论探讨利用纯电介质的方法来验证分块均质的多波束透镜天线。

### 3 仿真结果及分析讨论

首先利用 COMSOL 软件来对上述设计进行模拟验证。设虚拟空间为半径  $R = 2\lambda$  的圆,物理空间刚好是该虚拟空间内接正四边形,其边长为  $a = \sqrt{2} R/2$ 。图 2(a)和(b)分别给出了  $\theta_i = 10^\circ$ ,频率为 1 GHz 的柱面波放置于变换媒质中心位置时的电场分布以及介电常数分布情况。从图中可以直观地看出,柱面波经过变换区域后被转换成了四束平面波,且变换媒质的介电常数在 1.09~1.98 范围内取值,

呈现分块均匀的特点。若将虚拟空间半径增至  $R = 4\lambda$ ,并维持物理空间为虚拟空间的内接四边形,则电场分布及介电常数分布结果分别如图 2(c)和(d)所示。可以看出,随着半径的增大,波束分离效果愈发明显,且变换媒质的介电常数在 2.44~4.45 之间取值。由于介电常数均在 2.44 以上,可以用常规电介质材料或在介质基板上钻孔的方法予以实现。

为了利用介质基板钻孔或常规等效媒质方法来合成所提出的四波束透镜天线,将四波束透镜天线的变换区域(物理空间)设置为边长为 13.5 cm 的正方形区域,分割角为  $\theta_i = 10^\circ$ ,天线工作频率为 6 GHz。同时,为了满足介电常数恒大于 1 的条件,选择略大于物理空间四边形外接圆的区域作为虚拟空间,令其半径为  $R = 9.85$  cm。此时,求得变换媒质区域的介电常数分布如图 3(a)所示。为了便于放置激励源,物理空间中心区域被挖去了 9 个网

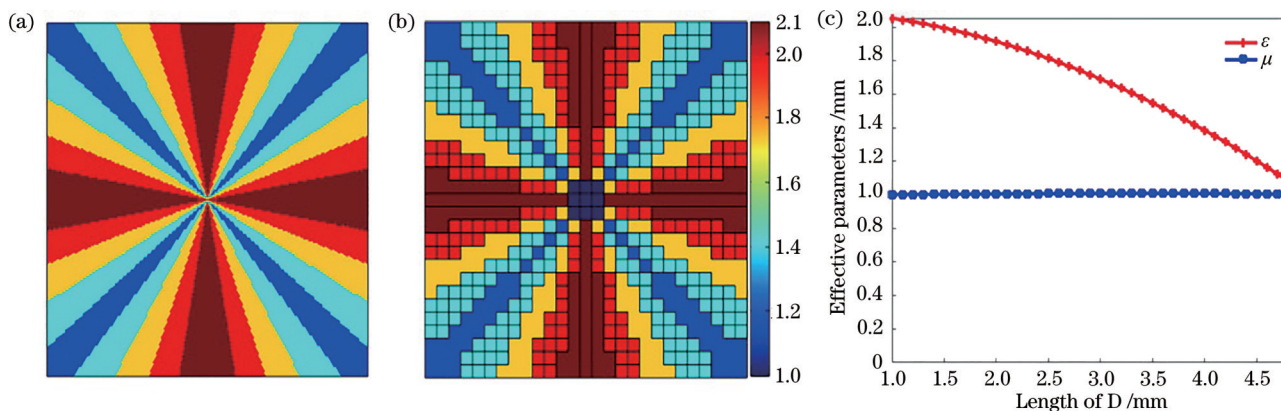


图 3 四波束天线介电常数分布及等效参数反演结果。(a)介电常数的连续分布;(b)介电常数的离散化分布;(c)不同钻孔直径下单元网格的等效参数反演结果

Fig. 3 Permittivity distribution and equivalent parameter inversion results of the four-beam antenna. (a) Continuous distribution of the permittivity values; (b) discrete distribution of the permittivity values; (c) equivalent parameters inversion result of the cell grid under different drilling-hole diameters

格单元(每个网格单元的尺寸为  $\Delta S = 5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ ),并将其填充为自由空间媒质。图中各个区域的相对介电常数分别为:褐色 2.1,红色 1.98,黄色 1.74,青色 1.42,蓝色 1.15。这些梯度折射率电介质材料在现实中可以找到,或者可通过在介质基板上钻孔的方法予以实现。图 3(b)给出了用大小为  $\Delta S = 5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$  的网格单元对变换媒质区域进行离散化后的介电常数分布结果。通过在  $\Delta S = 5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$  的介质单元上钻孔,并利用 CST 软件来计算出反射和透射系数,再用参数反演法求解不同钻孔直径下的单元网格的等效参数分布,如

图 3(c)所示。

根据图 3(c)中等效媒质参数及钻孔直径尺寸的关系,在介质基板上钻开相应的孔,即可合成前述所设计的四波束透镜天线,其几何结构示意图如图 4 所示。其中,图 4(a)和(b)分别为四波束透镜的俯视图和侧视图,其介质基板为相对介电常数  $\epsilon_r = 2.1$ ,厚度  $h = 1.5 \text{ cm}$  (3 个单元厚度)的 Teflon 基板。中间方形孔洞内用于放置柱面波激励源,可用偶极子天线来近似模拟。为了便于比较,文章同样对材料参数满足图 3(a)所示的等效媒质透镜进行了模拟验证,其侧视图如图 4(c)所示。

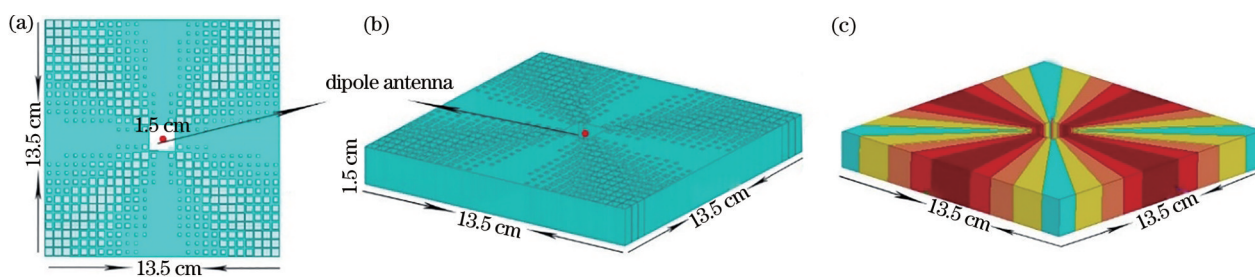


图 4 四波束透镜天线几何结构示意图。(a)俯视图;(b)侧视图;(c)等效媒质透镜侧视图

Fig. 4 Geometric structure of the four-beam lens antenna. (a) Top view; (b) side view; (c) side view of equivalent medium lens

接下来用 HFSS 软件对上述钻孔透镜天线和等效媒质透镜天线的性能参数进行仿真验证与分析。图 5 给出了将工作频率为 6 GHz 的偶极子天线单独放置于自由空间时以及分别放置于钻孔透镜和等效媒质透镜中心位置时的回波损耗( $S_{11}$ )与电压驻波比(VSWR)。可以观察到,两款透镜的回波损耗和电压驻波比几乎重叠在一起,且当偶极子天线被放置于透镜内部后,其回波损耗均出现了频偏,由

原先的 6 GHz 移到 5.8 GHz 附近。未加透镜前天线的 -10 dB 带宽为  $(6.5 - 5.57)/6 = 15.5\%$ ,加了透镜(包括钻孔透镜和等效媒质透镜)后为  $(6.2 - 5.4)/5.8 = 13.79\%$ 。天线的电压驻波比在 4.8 GHz 至 7.5 GHz 范围内吻合的较好。

为了考察多波束透镜对偶极子天线的辐射特性的影响,图 6 分别绘制了不同频率下透镜及偶极子天线的增益模式。可以直观地观察到,偶极子天

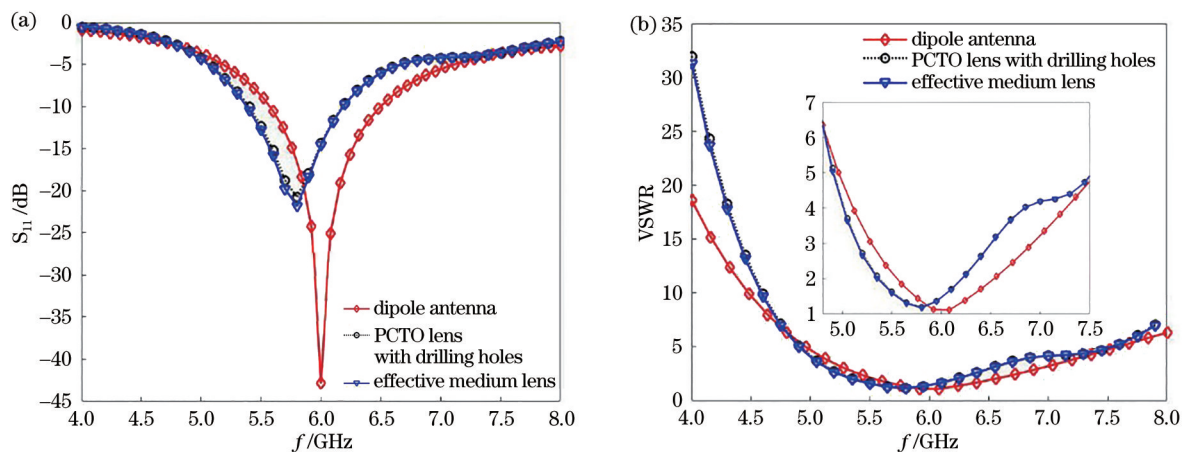


图 5 偶极子天线及四波束透镜天线的参数特性分布。(a)  $S_{11}$ ; (b) VSWR

Fig. 5 Parametric characteristic distributions of the dipole antenna and the proposed four-beam lens antenna. (a)  $S_{11}$ ; (b) VSWR

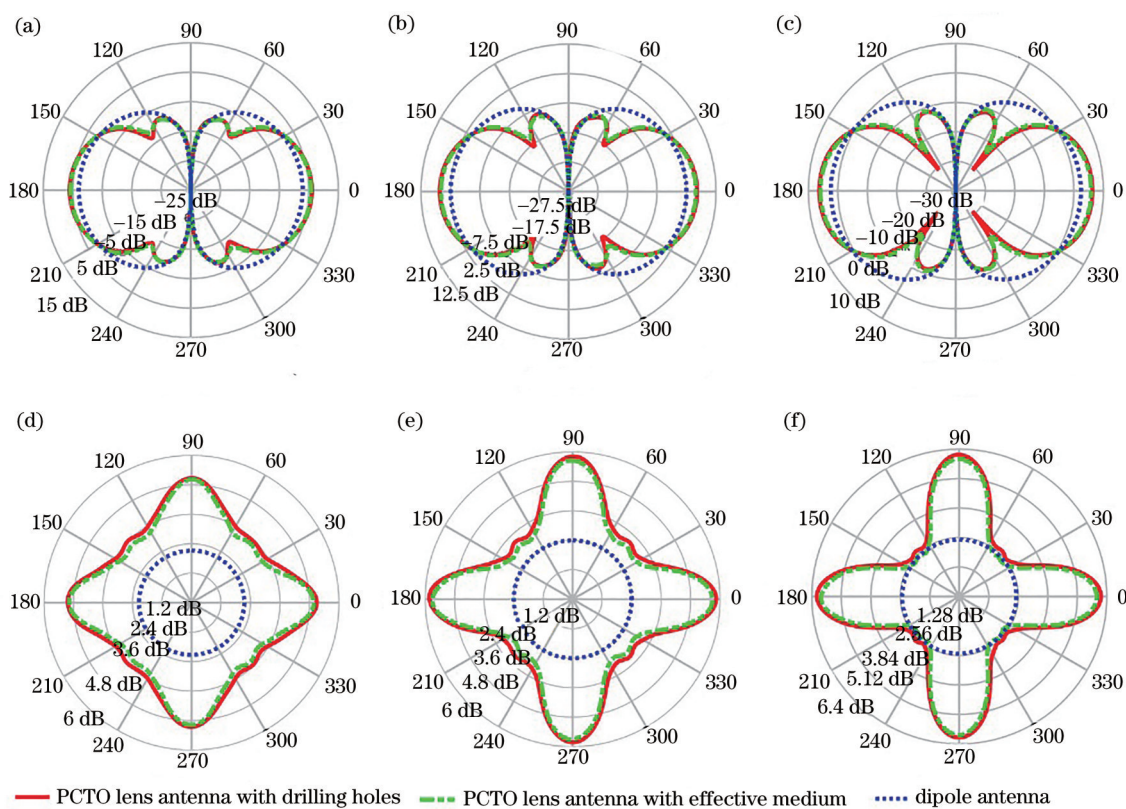


图 6 不同频率下偶极子天线及四波束透镜天线辐射增益比较。5.8 GHz 时的 (a)  $E$  面增益和 (d)  $H$  面增益；6.0 GHz 时的 (b)  $E$  面增益和 (e)  $H$  面增益；6.2 GHz 时的 (c)  $E$  面增益和 (f)  $H$  面增益

Fig. 6 Comparison of radiation gain between the dipole antenna and the proposed four-beam lens antenna at different frequencies. (a)  $E$  plane and (d)  $H$  plane gains at 5.8 GHz; (b)  $E$  plane and (e)  $H$  plane gains at 6.0 GHz; (c)  $E$  plane and (f)  $H$  plane gains at 6.2 GHz

线的增益在有透镜的情况下得到了明显的改善,原本  $H$  面上全向辐射模式被投射到四个方向,分别指向  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$  和  $270^\circ$ ,且不同频率下的增益幅值差异较大。随着频率的增大,波束分离效果愈发明显。类似地,加了透镜后, $E$  面上偶极子天线

水平方向的两个主波束被压缩,增益有所提升。 $E$  面和  $H$  面辐射模式的变化说明了透镜对偶极子天线的能量分布进行了重塑,使得增益得到明显改善,其中, $H$  面上钻孔透镜天线的增益值最高可提高 3.69 dB,有效介质透镜天线的增益最高可提

高 3.52 dB。利用这种多波束透镜天线的辐射特点,可将天线原本全向辐射投射到多个不同方向,实现

图 7 绘制了多波束透镜天线在  $H$  面上的增益峰值和方向性峰值随频率的变动关系。从图 7(a)可以看出,当频率在 5.4~6.5 GHz 范围内变动时,偶极子天线的增益值在 1~2.5 dB 之间波动;加上透镜后,偶极子天线增益幅值得到显著提升,其中,钻孔透镜的增益幅值在 3.62~6.18 dB 之间变动,最大值出现在 6.2 GHz,较偶极子天线单独存在时的增益幅值约提升了 3.68 dB;等效媒质透镜的增益幅值在 3.59~6.01 dB 之间变动,最大值出现在 6.2 GHz,较偶极子天线单独存在时的增益幅值约

信号的定向辐射,有望用于车载传感定位、卫星通信以及多区域无线网络定向覆盖等领域。

提升了 3.51 dB。同样地,从图 7(b)可以看出,在 5.4~6.5 GHz 频率范围内,偶极子天线的方向性相对稳定,幅值维持在 1.88~2.76 dB 之间;加了透镜以后,其方向性得到明显改善,其中,钻孔透镜的方向性幅值在 4.12~6.76 dB 之间,等效媒质透镜的方向性幅值在 4.18~6.72 dB 之间,最大值均出现在 6.3 GHz,幅值较偶极子天线单独存在时约提升了 4 dB。另外,研究发现,透镜的增益和指向性并不是随着频率的增加而单调增长,这主要是由于其垂直面上的辐射模式发生了变化。

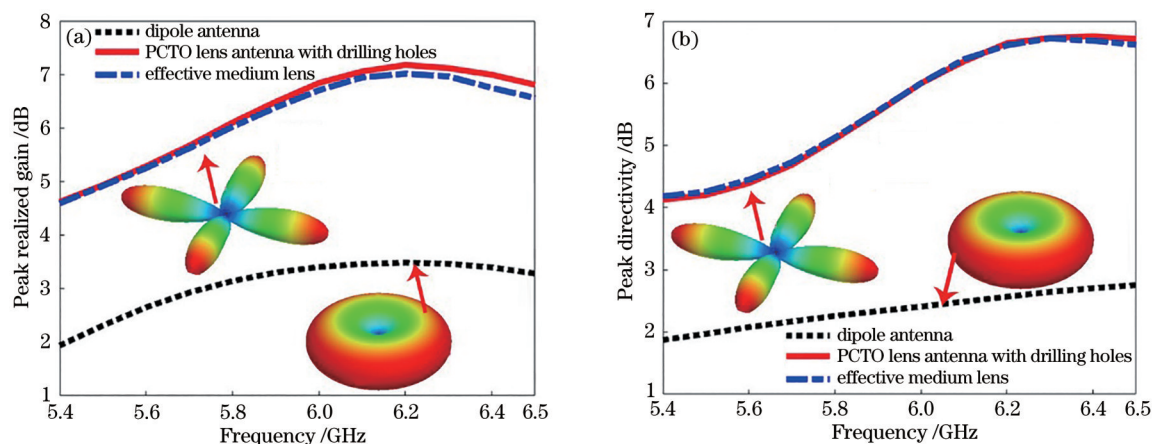


图 7 频率对偶极子天线及四波束透镜天线的增益和方向性的影响。(a)频率变动与增益幅值之间的关系;(b)频率变动与方向性幅值之间的关系

Fig. 7 Influence of frequency on the gain and directivity of the dipole antenna and the proposed four-beam lens antenna.

(a) Relationship between frequency variation and the maximum gain; (b) relationship between frequency variation and directional amplitude

## 4 结 论

提出了一种利用面积映射的方法来设计具有无磁性且分块均匀材料参数的多波束透镜天线。针对透镜天线各个区域相对介电常数均大于 1 的特点,探讨了利用介质基板钻孔以及等效媒质方法实现透镜天线的可行性,并进行了仿真验证。仿真结果表明,两种实现方法所得到的辐射特性几乎吻合,均能有效提升偶极子天线在  $E$  面上的主波束辐射增益,并将  $H$  面辐射增益集中在四个相互垂直的方向上。较偶极子天线单独存在时的辐射增益与方向性相比:钻孔透镜最大增益峰值出现在 6.2 GHz,增益约提升了 3.68 dB,而最大方向性出现在 6.3 GHz,方向性幅值约提升了 4 dB;等效媒质透镜最大增益峰值出现在 6.2 GHz,增益约提升了

3.51 dB,而最大方向性出现在 6.3 GHz,方向性幅值约提升了 4 dB。本研究工作有望为基于变换光学的透镜天线的实验落地及实际应用提供理论支撑。

## 参 考 文 献

- [1] Liu Z T. Investigations on millimeter wave multiplebeam antennas[D]. Nanjing: Southeast University, 2015: 20-24.  
刘子涛. 毫米波无源多波束天线的研究[D]. 南京: 东南大学, 2015: 20-24.
- [2] Larsson E G, Edfors O, Tufvesson F, et al. Massive MIMO for next generation wireless systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(2): 186-195.
- [3] Hong W, Jiang Z H, Yu C, et al. Multibeam antenna technologies for 5G wireless communications [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation,

- 2017, 65(12): 6231-6249.
- [4] Jiang M, Chen Z N, Zhang Y, et al. Metamaterial-based thin planar lens antenna for spatial beamforming and multibeam massive MIMO[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, 65(2): 464-472.
- [5] Huo H, Yan F P, Wang W, et al. Terahertz high-sensitivity sensor design based on metamaterial[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(8): 0814004.  
霍红, 延风平, 王伟, 等. 基于超材料的太赫兹高灵敏度传感器的设计[J]. *中国激光*, 2020, 47(8): 0814004.
- [6] Zhang M, Yan F P, Du X M, et al. Design and analysis of electromagnetically induced transparency in THz multiband[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(3): 0314001.  
张敏, 延风平, 杜雪梅, 等. 太赫兹多波段的电磁诱导透明设计与分析[J]. *中国激光*, 2021, 48(3): 0314001.
- [7] Wang J Y, Wu Q N. Metamaterial terahertz broadband reflector with double-layer grid[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(6): 0614002.  
王建扬, 吴倩楠. 基于双层格栅的超材料太赫兹宽频反射器[J]. *中国激光*, 2020, 47(6): 0614002.
- [8] Li D M, Yuan S, Yang R C, et al. Dynamical optical-controlled multi-state THz metamaterial absorber[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(8): 0816001.  
李达民, 袁苏, 杨荣草, 等. 动态光调控多态太赫兹超材料吸收器[J]. *光学学报*, 2020, 40(8): 0816001.
- [9] Cao S W, Zhou Y J, Cheng H F. Research progress of transformation optics lens antenna[J]. *Chinese Optics*, 2017, 10(2): 164-175.  
曹尚文, 周永江, 程海峰. 变换光学透镜天线研究进展[J]. *中国光学*, 2017, 10(2): 164-175.
- [10] Wang J J. Design of optical devices and lens antenna based on new electromagnetic materials[D]. X'an: Xidian University, 2019: 68-120.  
王建军. 基于电磁新材料的光学器件及透镜天线设计[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2019: 68-120.
- [11] Kong F M, Wu B I, Kong J A, et al. Planar focusing antenna design by using coordinate transformation technology[J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 91(25): 253509.
- [12] Roberts D A, Kundtz N, Smith D R. Optical lens compression via transformation optics[J]. *Optics Express*, 2009, 17(19): 16535-16542.
- [13] Jiang W X, Cui T J, Ma H F, et al. Cylindrical-to-plane-wave conversion via embedded optical transformation[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92(26): 261903.
- [14] Yang Y, Zhao X M, Wang T J. Design of arbitrarily controlled multi-beam antennas via optical transformation[J]. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, 2009, 30(4): 337-348.
- [15] Kundtz N, Smith D R. Extreme-angle broadband metamaterial lens[J]. *Nature Materials*, 2010, 9(2): 129-132.
- [16] Ma H F, Cui T J. Three-dimensional broadband and broad-angle transformation-optics lens[J]. *Nature Communications*, 2010, 1: 124.
- [17] Wu Q, Jiang Z H, Quevedo-Teruel O, et al. Transformation optics inspired multibeam lens antennas for broadband directive radiation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2013, 61(12): 5910-5922.
- [18] Mateo-Segura C, Dyke A, Dyke H, et al. Flat Luneburg lens via transformation optics for directive antenna applications[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2014, 62(4): 1945-1953.
- [19] Zhu C H, Jiang Z G, Liu L J, et al. A new strategy for transformation optics with index-only media[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2019, 67(7): 4626-4635.
- [20] Yang C F, Huang M, Zhang H Z, et al. Experimental demonstration of a multi-beam antenna with full parameters based on inductor-capacitor networks[J]. *Progress in Electromagnetics Research Letters*, 2020, 92: 31-37.