

激光与光电子学进展

基于 LNOI 的环形谐振腔压力传感器

季晓伟¹, 崔建民^{1*}, 冯立辉¹, 郭芃¹, 姜颖¹, 季伟²¹北京理工大学光电学院信息光子技术工信部重点实验室, 北京 100081;²山东大学信息科学与工程学院, 山东 济南 250100

摘要 环形谐振腔可用于高精度高灵敏度传感, 将环形谐振腔与悬臂梁式压力传感器相结合, 推导了该压力传感器的灵敏度的表达式, 灵敏度会随着所施加压强的不同而变化, 当施加的压强为 1 kPa 时, 灵敏度为 71.73 pm/kPa。采用低损耗的绝缘体上铌酸锂(LNOI)来设计环形谐振腔, 极大地提高了压力传感器的 Q 值, 可提高测得压力的精度。深入分析了临界耦合与非临界耦合、波导损耗、环形波导周长对 Q 值的影响, 并借助 Matlab 对其进行了分析。结果表明: 对 Q 值影响最大的是波导损耗; 环形波导周长增加不会直接增大 Q 值, 但会降低损耗, 从而间接增大 Q 值。计算结果表明, 当环形波导半径为 80 μm , 损耗为 0.6322 m^{-1} 时, Q 值高达 5.7×10^6 。

关键词 环形谐振腔; 绝缘体上铌酸锂; 压力传感器; 灵敏度; Q 值

中图分类号 TN256

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0323001

Ring Resonator Pressure Sensor Based on LNOI

Ji Xiaowei¹, Cui Jianmin^{1*}, Feng Lihui¹, Guo Peng¹, Jiang Ying¹, Ji Wei²

¹Key Laboratory of Information Photonics Technology, School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

²School of Information Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan, Shandong 250100, China

Abstract The ring resonator can be used for high precision and high sensitivity sensing. In this paper, the ring resonator is combined with cantilever pressure sensor. The expression of sensitivity of this pressure sensor is derived, the sensitivity will vary with the applied pressure. When the pressure is 1 kPa, the sensitivity is 71.73 pm/kPa. Lithium niobate on insulator (LNOI) which has low loss is used to design ring resonator to obtain a pressure sensor with high Q. It can improve the accuracy of pressure measurement. The effects of critical coupling and non critical coupling, waveguide loss and the perimeter of the ring waveguide on Q factor are discussed and analysed by Matlab. The results show that the most important factor is the waveguide loss. The increasing of the perimeter of the ring waveguide will not increase the Q factor directly, but will reduce the loss and increase the Q factor indirectly. The results show that when the radius of the ring waveguide is 80 μm and the waveguide loss is 0.6322 m^{-1} , Q factor can reach 5.7×10^6 .

Key words microring resonators; Lithium niobate on insulator; pressure sensor; sensitivity; Q factor

1 引言

压力传感器是一种将被测压力转换为可以检

测的电信号或者光信号的传感器^[1], 分为电学压力传感器和光学压力传感器。电学压力传感器虽然应用范围广^[2-3], 但是电子设备和电路对几乎所有因

收稿日期: 2021-04-27; 修回日期: 2021-04-29; 录用日期: 2021-05-13

基金项目: 国家自然科学基金(61571273)

通信作者: *cuijianmin@bit.edu.cn

素都非常敏感,例如:光、温度、电磁场和湿度等^[4-5]。相比于电学传感器,光学传感器有着许多优点,它体积小、质量轻、抗电磁干扰、灵敏度高^[6-7]。将光学微环谐振腔与微机电系统(MEMS)技术相结合,可以使得光学压力传感器的尺寸缩小至微米尺度甚至纳米尺度,易于集成^[8-9],并且具有测量精度高、灵敏度高、多参数测量等诸多优势^[10-11]。单端固定的悬臂梁易弯曲,相同压强下悬臂梁变化量大,因此灵敏度相较于其他结构的压力传感器要高出许多。

以往的悬臂梁式微环谐振腔压力传感器大多没有给出具体的灵敏度表达式,计算灵敏度的方法是通过给定施加的压力,然后测量谐振峰谱线的波长偏移量来计算出压力传感器的灵敏度。但由于悬臂梁式压力传感器的灵敏度并不是一成不变的,它会随着施加压力的不同而变化,因此给出具体的灵敏度表达式具有重大的意义。

以往的环形谐振腔压力传感器大多基于绝缘体上硅(SOI),硅的优点是具有很高的折射率(在 1550 nm 处折射率为 3.5),利用硅与衬底较大的折射率差可以很好地光约束在硅波导中,以此能制造出低弯曲半径的紧凑型光路^[12]。但是硅有以下缺点:一是硅的传输损耗较大,约在 1 dB/cm 量级;二是硅缺少电光系数;三是硅对可见光和较短波长的光有不能通过的传输窗口。铌酸锂(LiNbO₃)虽然折射率没有硅那么高(在 1550 nm 处折射率为 2.2),但是其传输损耗比硅低了 2 个量级,目前可低至 0.027 dB/cm^[13],所以用绝缘体上铌酸锂(LNOI)制备出的环形谐振腔具有远高于 SOI 的 Q 值,目前可达 10⁸ 量级,这能使得压力传感器的性能大幅提高,引起了学界的广泛关注。

2 理论分析与设计

2.1 LNOI 环形谐振腔

LNOI 波导的横截面结构如图 1 所示,顶层是 LiNbO₃,中间隔层是一层 SiO₂ 薄膜,底部是 LiNbO₃ 衬底或 Si 衬底,光被限制在顶层 LiNbO₃ 中传播。

环形谐振腔的原理如图 2 所示, E_{in} 和 E_{out} 分别表示输入和输出光场, t 和 κ 表示电场振幅的自耦合与



图 1 LNOI 的结构
Fig. 1 Structure of LNOI

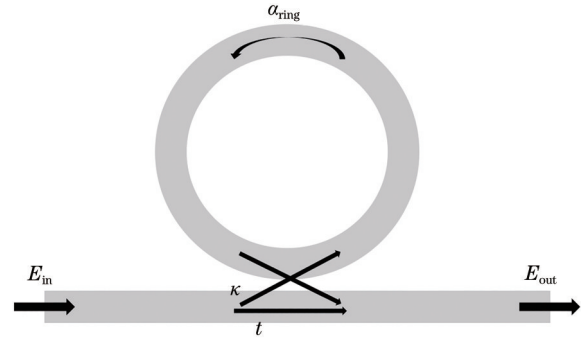


图 2 环形谐振腔的原理图
Fig. 2 Schematic diagram of ring resonator

互耦合系数, $t^2 + \kappa^2 = 1$, α_{ring} 是环形波导中单位长度内光场的损耗。

光入射进直波导后在直波导中以全反射的形式传输,在经过环形波导附近时,一部分的光会以倏逝波耦合的形式耦合进环形波导中,其他的光继续沿着直波导传输。耦合进环形波导的光中,只有那些沿着环形波导传输一周的光程为波长整数倍的光才会与新耦合进环形波导的光发生相长干涉,从而留在环形波导内,即谐振条件为^[14]:

$$L \cdot n_{eff} = m\lambda, \quad (1)$$

式中 m 为正整数, $L = 2\pi R$ 为环形波导的周长, R 为环形波导半径, n_{eff} 为有效折射率。其他波长的光无法留在环形波导中,会沿着直波导传出。因此直波导的出射光谱中会有一系列的缺失,形成谐振峰谱线,如图 3 所示,缺失的波长为:

$$\lambda_m = \frac{L \cdot n_{eff}}{m}. \quad (2)$$

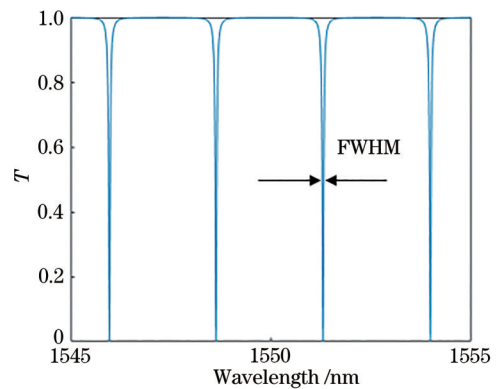


图 3 环形谐振腔输出的光谱
Fig. 3 Output spectrum of ring resonator

2.2 特性指标

归一化功率传输系数 T 表示直波导输出功率与输入功率的比值^[15],

$$T = \left| \frac{E_{out}}{E_{in}} \right|^2 = \frac{a^2 + t^2 - 2at \cos \varphi}{1 + a^2 t^2 - 2at \cos \varphi}, \quad (3)$$

式中 $a = \exp\left(\frac{-\alpha_{ring} L}{2}\right)$ 表示光沿着环形波导传输一周后的振幅, $\varphi = \beta L = \frac{2\pi}{\lambda} n_{eff} L$ 表示光沿着环形波导传输一周后的相位变化。

半峰全宽(FWHM)表示同一个谐振峰的功率为峰值功率一半的 2 个波长之间的距离,如图 3 所示,FWHM 越小,谐振峰越窄。

品质因子(Q 值)为谐振峰中心波长与半高全宽的比值,Q 值越大说明 FWHM 越小,谐振峰越细,测量精度就越大,

$$Q = \frac{\lambda}{l_{FWHM}} = \frac{\pi n_g L}{\lambda} \cdot \frac{\sqrt{at}}{1-at}, \quad (4)$$

式中 λ 为各个谐振峰的中心波长, n_g 为波导的群折射率, $n_g = n_{eff} - \lambda \cdot \frac{dn_{eff}}{d\lambda}$ 。

2.3 压力传感器工作原理和灵敏度

当悬臂梁受到压力后,悬臂梁与其上面的波导发生形变,由于光弹效应和应变效应,波导的折射率和长度发生变化^[16-17],这将导致在波导中传输的光的相位 φ 发生改变, T 也随之改变,最后导致直波导输出光场的谐振峰位置发生偏移,如图 4 和图 5 所示。通过测量谐振峰的波长偏移量 $\Delta\lambda$, 就可以计算出对应的压力大小^[18-19]。

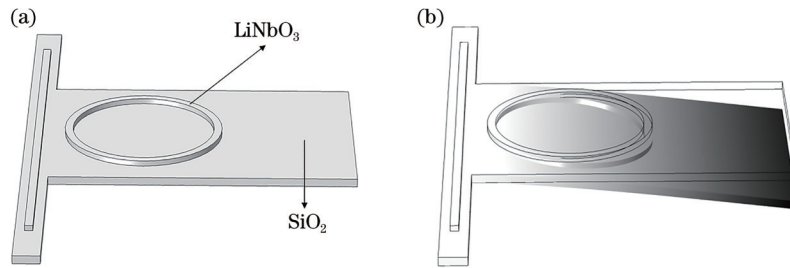


图 4 压力传感器结构。(a)未受到压力;(b)受到压力后

Fig. 4 Structure of pressure sensor. (a) Without pressure; (b) under pressure

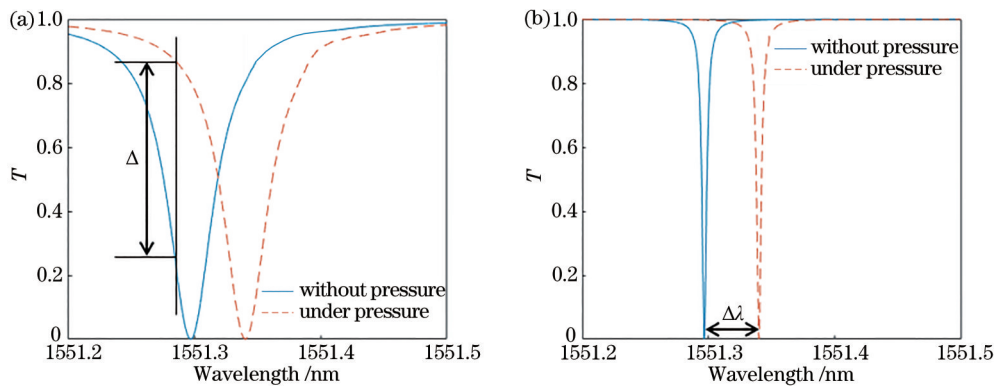


图 5 谐振峰的偏移。(a)低 Q 值;(b)高 Q 值

Fig. 5 Movement of the resonant peak. (a) Low Q factor; (b) high Q factor

有效折射率的变化 Δn_{eff} 在 10^{-7} 量级^[1], 和环形波导周长的变化 ΔL 比起来对波长变化的影响很小, 因此由(2)式可得谐振峰的波长偏移量可近似为:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta L \cdot n_{eff}}{m}. \quad (5)$$

假定 LiNbO_3 环形波导半径 $R=80 \mu\text{m}$, 宽 $3 \mu\text{m}$, 厚 $0.4 \mu\text{m}$; 悬臂梁长 $170 \mu\text{m}$, 宽 $165 \mu\text{m}$, 厚 $2 \mu\text{m}$ 。此时谐振波长 $\lambda_m=1560.48 \text{ nm}$, $n_{eff}=1.79$ ^[13]。由于 LiNbO_3 环形谐振腔尺寸远小于 SiO_2 薄膜, 可以只考虑 SiO_2 薄膜的形变对 ΔL 的影响, 忽

略 LiNbO_3 环形谐振腔形变的影响, 将其简化为一个 SiO_2 平板, 如图 6 和图 7 所示。直波导和环形波导的耦合间距只有几百纳米, 和悬臂梁的长度相比对 ΔL 的影响可以忽略不计, 且可以让直波导离悬臂梁远一些来使得环形波导靠着悬臂梁末端, 因此不考虑耦合间距对 ΔL 的影响。

将 A 面固定, 以 A 面的底边 B 的中点 O 为原点建立空间直角坐标系, x, y, z 轴的方向如图 6 所示。当悬臂梁发生形变时, 悬臂梁上每一个点会有 z 和

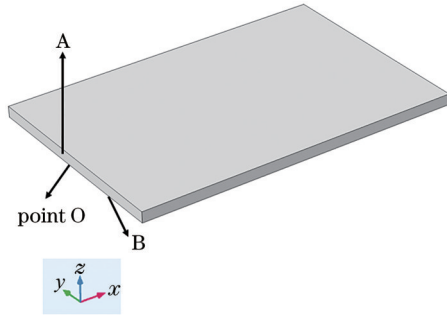


图 6 悬臂梁示意图

Fig. 6 Schematic diagram of cantilever beam

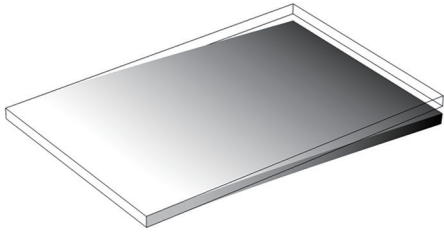


图 7 施加压强后的悬臂梁

Fig. 7 Cantilever beam under pressure

x 两个方向上的变化,由于 z 方向上的变化远大于 x 方向上的变化,本节先假定只发生 z 方向上的变化,即悬臂梁上各点的 x 坐标均不变,由 x 方向上的变化引起的误差在下一节考虑。

图 8 是用 Comsol 仿真的悬臂梁各个切面上每一个点的位移量,颜色越深表示位移量越大,可以看出,若 x 取某个值保持不变,则整个截面上所有点的位移量都相同,因此悬臂梁上各个点的位移量只与其 x 坐标有关。

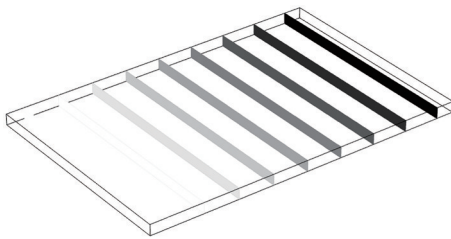


图 8 悬臂梁各个切面的位移量

Fig. 8 Displacement of each section of cantilever beam

环形波导的 x 和 y 坐标为:

$$(x - 81.5)^2 + y^2 = 80^2, \quad (6)$$

考虑 $y=0$ 的平面,悬臂梁上各点受压强后发生的位移量为^[20]:

$$z(x) = -\frac{qx^2(x^2 - 4lx + 6l^2)}{24EI}, \quad (7)$$

式中, E 为 SiO_2 的杨氏模量, $E=73.1 \times 10^9 \text{ Pa}$, $I=$

$bh^3/12$ 是悬臂梁的惯性矩, b 是悬臂梁的宽度, h 是悬臂梁的厚度, l 是悬臂梁的长度, $q=p \times b$ 为均布载荷, p 为压强。可以看出, $z(x)$ 与悬臂梁的宽度 b 无关。

环形波导长度的变化 ΔL 可以通过以下的线积分公式计算:

$$L^* = 2 \int_{1.5}^{161.5} \sqrt{1 + y'^2(x) + z'^2(x)} dx, \quad (8)$$

$$\Delta L = L^* - L. \quad (9)$$

为求得(8)式中 L^* 的值,可借助 Matlab 对曲线进行线积分。由(2)式和(5)式可得:

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda_m}{L} \cdot \Delta L, \quad (10)$$

则灵敏度表达式为:

$$S = \frac{\Delta \lambda}{p}. \quad (11)$$

由(6)~(11)式可以看出,灵敏度会随着压强 p 的变化而改变。经计算可得,当施加的压强 $p=1 \text{ kPa}$ 时, $\Delta \lambda=71.73 \text{ pm}$,此时灵敏度为 71.73 pm/kPa 。

2.4 灵敏度的误差

悬臂梁挠度公式(7)式只考虑了悬臂梁受压力后 z 方向的变化,而忽略了 x 方向上的变化,由此会造成灵敏度公式产生误差,将误差定义为:由(7)式得出的受力后悬臂梁总长度的变化量相对于悬臂梁初始长度的比值。受力后悬臂梁的总长度为:

$$L_2 = \int_{1.5}^{161.5} \sqrt{1 + z'^2(x)} dx, \quad (12)$$

则误差公式为:

$$f_{\text{error}} = \frac{L_2 - 160}{160}. \quad (13)$$

图 9 为误差随着压力增加的变化图,当压强为 10.7 kPa 时,误差为 1% ,当压强为 34.6 kPa 时,误差已达到 10% 。

3 Q值和制备工艺

3.1 影响Q值的因素

由前文可知,如果环形谐振腔的 Q 值不够高,谐振峰不够窄,那么会出现图 5(a)的情况,不仅中心波长难以分辨,而且当悬臂梁受到压力后,谐振峰发生的偏移也难以检测出来;而如果环形谐振腔 Q 值很高,谐振峰很窄,则很容易准确测量出谐振峰的偏移,增加了传感器的测量精度^[21],这样就能分辨出更微小的压力变化,如图 5(b)所示。因此,环形谐振腔的 Q 值越高越好。

由(4)式可以看出,影响 Q 值的因素主要有:光

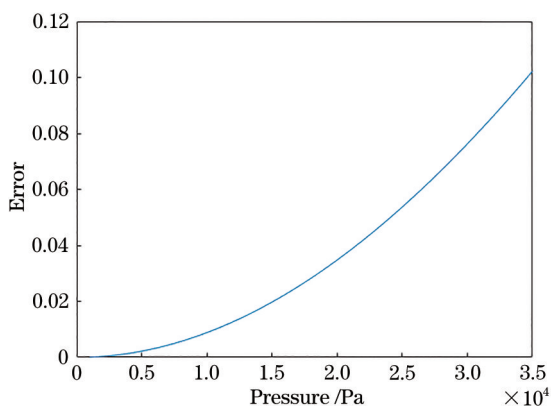


图 9 误差与压强的关系

Fig. 9 Relationship between error and pressure

沿着环形波导传输一周的振幅变化 a 、电场振幅的自耦合系数 t 、环形波导的周长 L 。

首先,为了使 Q 值达到最高,需要尽可能使 $t = a$,此时光绕着环形波导传播一周产生的损耗和直波导中新耦合进环形波导的光相等, $\alpha_{\text{ring}} L = \kappa^2$,称之为临界耦合状态;当环形波导与直波导距离太近,为过耦合状态,此时 $t < a$,耦合进环形波导中的光大于光在环内传播一周产生的衰减;当环形波导与直波导距离太远,为欠耦合状态,此时 $t > a$,耦合进环形波导中的光小于光在环内传播一周产生的衰减。临界耦合时,可以获得理想的谐振峰谱线,谐振波长处的输出功率为 0。如果不在临界耦合状态,则不仅谐振峰会变宽,谐振峰的最小值也无法达到 0,这样会不利于检测,如图 10 所示,图中 $t = 0.997a$ 表示非临界耦合。实际中,完美的临界耦合很难达到,只能尝试改变耦合间距来接近临界耦合。

a 受波导损耗 α_{ring} 和环形波导周长 L 影响。

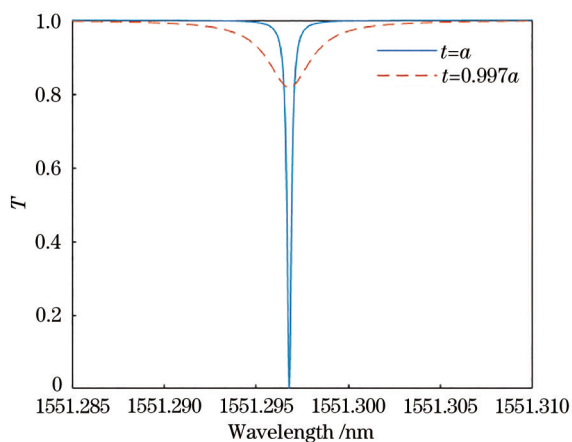


图 10 临界耦合与非临界耦合时的谐振峰谱线

Fig. 10 Resonant peak line when critical coupling and non-critical coupling

图 11 是损耗分别为 0.3 m^{-1} 和 0.9 m^{-1} 时的谐振峰谱线,可见,损耗越小,谐振峰越窄, Q 值越大。图 12 是损耗从 $2 \times 10^{-10} \text{ nm}^{-1}$ 变化到 $10 \times 10^{-10} \text{ nm}^{-1}$ 时 Q 值的变化,可见 Q 值随着损耗的增加而减小。因此,损耗越低越好。

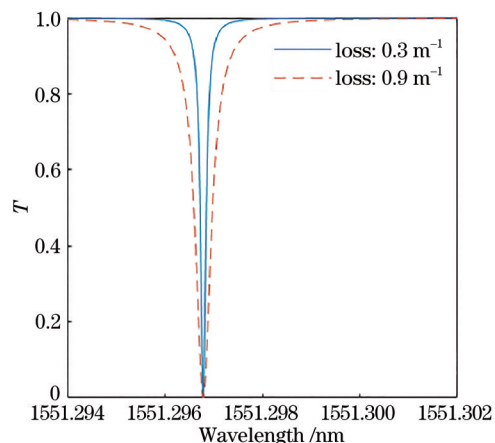


图 11 不同损耗下的谐振峰谱线

Fig. 11 Resonant peak line with different losses

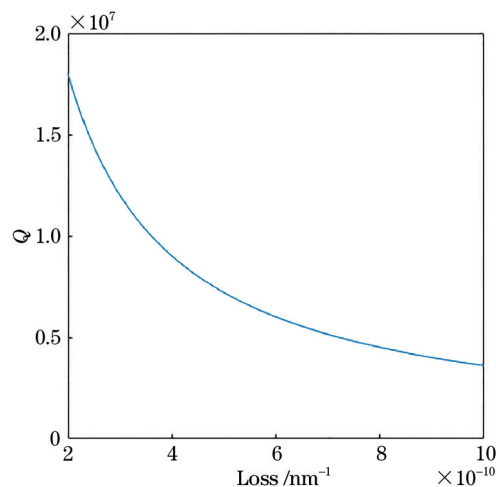


图 12 Q 值与损耗的关系

Fig. 12 Relationship between Q factor and loss

在一定范围内, Q 值会随着环形波导半径的增加而增大^[22]。图 13 是用 Matlab 仿真在损耗不变的情况下,当半径从 $10 \mu\text{m}$ 变化到 $90 \mu\text{m}$ 时, Q 值的变化,从图中可以看出,如果只改变半径,而不改变波导损耗, Q 值几乎没有变化。实际上,当环形波导半径增加时,波导的弯曲损耗会大大减小,因此 Q 值会增加,这才是 Q 值随着波导半径增加而增大的真正原因。为了减小损耗,还可以将环形波导设计成跑道型,如图 14 所示,由于跑道型谐振腔有着直边段,而光在直波导中比在弯曲波导中有更低的侧壁散射损耗,所以跑道型谐振腔有更高的 Q 值^[23]。然

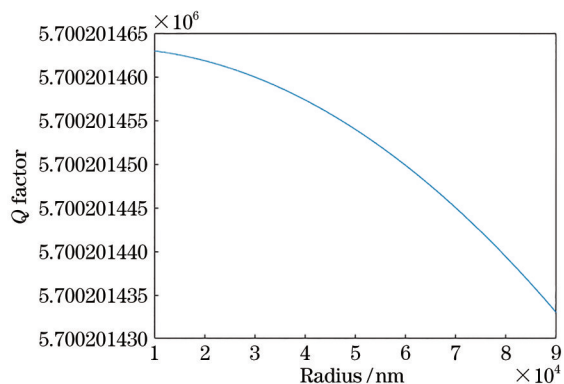


图 13 Q 值与环形波导半径的关系

Fig. 13 Relationship between Q factor and the radius of ring waveguide

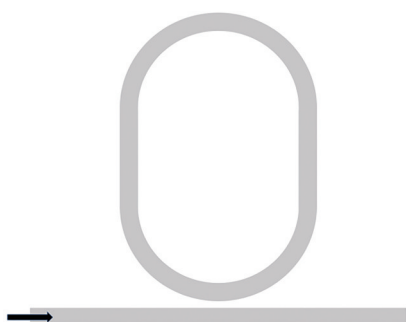


图 14 跑道型环形谐振腔

Fig. 14 Racetrack ring resonator

而, 环形波导周长太大将不利于环形谐振腔的集成, 因此环形波导周长不会太大。

综上所述, 能对 Q 值产生较大影响的只有损耗。

3.2 表面粗糙度的影响

利用飞秒激光技术制备出的 LNOI 波导得益于极低的侧壁粗糙度, 因此有极低的损耗, 可以获得极高的 Q 值^[24]。

目前的工艺水平能制造出表面粗糙度 R_q 达 0.452 nm 的铌酸锂波导, 损耗可低至 0.006322 cm^{-1} (0.6322 m^{-1} , 即约 0.027 dB/cm), 将铌酸锂直波导宽度取为 $3 \mu\text{m}$ 、厚度取为 $0.4 \mu\text{m}$, 中间 SiO_2 隔层厚度取为 $2 \mu\text{m}$; 环形波导半径为 $80 \mu\text{m}$, 宽度和厚度与直波导相同, 此时谐振波长 $\lambda_m = 1560.48 \text{ nm}$, 有效折射率 $n_{\text{eff}} = 1.79$ 。由 (3) 式可计算得到: Q 值高达 5.7×10^6 , 因此可以进行极高精度的测量。

3.3 RSoft 仿真

由于波导的厚度小于 TM 模的截止宽度, 所以在直波导和环形波导中只存在 TE 模^[1]。图 15 为光在环形谐振腔中 TE 模的模场, 当入射光为高斯光束, 铌酸锂波导宽度为 $2.5 \mu\text{m}$ 、 $3 \mu\text{m}$ 、 $3.5 \mu\text{m}$, 波导厚度为 $0.35 \mu\text{m}$ 、 $0.4 \mu\text{m}$ 、 $0.45 \mu\text{m}$ 时, 光在波导中均能单模传输。

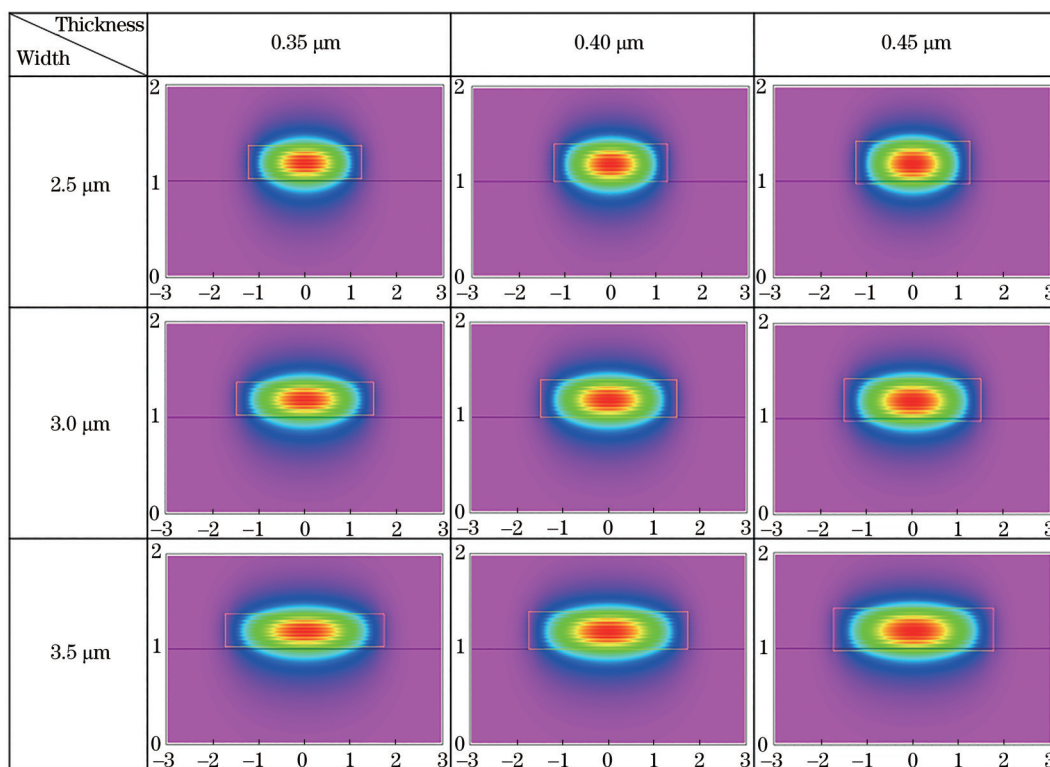


图 15 波导中 TE 模的模场分部

Fig. 15 Mode field distribution of TE mode in waveguide

4 结 论

本文将 LNOI 环形谐振腔与悬臂梁式压力传感器相结合,对其进行了理论分析和设计。推导了悬臂梁结构下环形谐振腔压力传感器的灵敏度表达式;深入分析了影响 Q 值的各个因素,环形波导的半径变大会增大 Q 值的根本原因是使损耗降低;由于铌酸锂波导的损耗低,所以基于 LNOI 的环形谐振腔 Q 值很高,这使得压力传感器测得的数据精度很高。当直波导和环形波导的宽度为 $3\ \mu\text{m}$ 、厚度为 $0.4\ \mu\text{m}$,环形波导半径 $80\ \mu\text{m}$,波导损耗为 $0.6322\ \text{m}^{-1}$ 时,仿真结果显示光可以在波导中单模传输, Q 值的计算结果为 5.7×10^6 ,当施加压强为 $1\ \text{kPa}$ 时,灵敏度为 $71.73\ \text{pm/kPa}$ 。本文对环形谐振腔压力传感器的测量精度和灵敏度的提高有一定的推动作用。

参 考 文 献

- [1] Zhao X, Tsai J M, Cai H, et al. A nano-optomechanical pressure sensor via ring resonator[J]. *Optics Express*, 2012, 20(8): 8535-8542.
- [2] Chao Y C, Lai W J, Chen C Y, et al. Low voltage active pressure sensor based on polymer space-charge-limited transistor[J]. *Applied Physics Letters*, 2009, 95(25): 253306.
- [3] Sander C S, Knutti J W, Meindl J D. A monolithic capacitive pressure sensor with pulse-period output [J]. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 1980, 27(5): 927-930.
- [4] de Bruyker D, Puers R. Thermostatic control for temperature compensation of a silicon pressure sensor [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2000, 82(1/2/3): 120-127.
- [5] Oh M C, Kim J W, Kim K J, et al. Optical pressure sensors based on vertical directional coupling with flexible polymer waveguides[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2009, 21(8): 501-503.
- [6] Donlagic D, Cibula E. All-fiber high-sensitivity pressure sensor with SiO_2 diaphragm[J]. *Optics Letters*, 2005, 30(16): 2071-2073.
- [7] Liu Z M, Zhang Z B, Zhang X, et al. Multimode optical filter based on waveguide side-coupled ring resonator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(11): 1123001.
刘志敏,张镇斌,张箫,等.基于环形谐振器边耦合波导的多模光学滤波器[J].*光学学报*, 2020, 40(11): 1123001.
- [8] Peng C T, Lin J C, Lin C T, et al. Performance and package effect of a novel piezoresistive pressure sensor fabricated by front-side etching technology[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2005, 119(1): 28-37.
- [9] Wang J, Chen D J, Wei F, et al. Research on frequency stabilization technology of transfer cavity based on all-fiber ring resonator[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(9): 0906005.
王吉,陈迪俊,魏芳,等.基于全光纤环形谐振腔的转移腔稳频技术研究[J].*中国激光*, 2020, 47(9): 0906005.
- [10] Hu D, Zou C L, Ren H L, et al. Multi-parameter sensing in a multimode self-interference micro-ring resonator by machine learning[J]. *Sensors*, 2020, 20(3): 709.
- [11] Cao Y, Dang Y C, Peng X F, et al. Indoor visible light localization method using TOA/RSS hybrid information[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(1): 0106005.
曹阳,党宇超,彭小峰,等.TOA/RSS混合信息室内可见光定位方法[J].*中国激光*, 2021, 48(1): 0106005.
- [12] Luo L. Study on the pressure sensing properties of cantilever-type optical ring resonators[D]. Taiyuan: North University of China, 2016.
骆亮.悬臂梁式环形谐振腔微压传感特性研究[D].太原:中北大学,2016.
- [13] Wu R B, Wang M, Xu J, et al. Long low-loss-lithium niobate on insulator waveguides with sub-nanometer surface roughness[J]. *Nanomaterials*, 2018, 8(11): E910.
- [14] Okamoto K. *Fundamentals of optical waveguides*[M]. 2nd ed. Amsterdam: Elsevier, 2006.
- [15] Vafaei R. Silicon on insulator ring resonators[R]. EECE 571u Course Project Report, 2008.
- [16] Chen Q, Wang D N, Gao F. Simultaneous refractive index and temperature sensing based on a fiber surface waveguide and fiber Bragg gratings[J]. *Optics Letters*, 2021, 46(6): 1209-1212.
- [17] Jiang Y. *Advanced Optical Fiber Sensing Technology* [M]. Beijing: Science Press, 2009.
江毅.高级光纤传感技术[M].北京:科学出版社,2009.
- [18] Pattnaik P K, Vijayaaditya B, Srinivas T, et al. Optical MEMS pressure sensor using ring resonator on a circular diaphragm[C]//2005 International Conference on MEMS, NANO and Smart Systems,

- July 24-27, 2005, Banff, AB, Canada. New York: IEEE Press, 2005: 277-280.
- [19] Pattnaik P K, Vijayaaditya B, Srinivas T, et al. Optical MEMS pressure and vibration sensors using integrated optical ring resonators[C] //SENSORS, 2005 IEEE, October 30–November 3, 2005, Irvine, CA, USA. New York: IEEE Press, 2005: 636-639.
- [20] Tang J J, Fan Q S. Engineering mechanics[M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2017.
唐静静, 范钦珊. 工程力学: 静力学和材料力学[M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 2017.
- [21] Zhang H. Research and implementation of high-Q whispering gallery mode optical microcavities[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2016.
张辉. 高 Q 值回音壁模式光学微腔研究与实现[D]. 太原: 太原理工大学, 2016.
- [22] Su Y, Yan S B, Zhang Z D, et al. Study on micropressure sensors of cantilever beam circular resonant cavity[J]. Instrument Technique and Sensor, 2017(3): 9-12, 16.
苏莹, 闫树斌, 张志东, 等. 悬臂梁式环形谐振腔微压传感器的研究[J]. 仪表技术与传感器, 2017(3): 9-12, 16.
- [23] Zhang M, Wang C, Cheng R, et al. Monolithic ultra-high-Q lithium niobate microring resonator[J]. Optica, 2017, 4(12): 1536-1537.
- [24] Zhang J H, Fang Z W, Lin J T, et al. Fabrication of crystalline microresonators of high quality factors with a controllable wedge angle on lithium niobate on insulator[J]. Nanomaterials, 2019, 9(9): 1218.