

# 基于波前记录平面的计算全息图快速生成算法最新研究进展

鞠钦宇, 桂进斌\*, 王晓诗

昆明理工大学理学院, 云南 昆明 650500

**摘要** 在全息三维显示领域, 计算全息图的快速生成算法是重要的研究内容。波前记录平面法是一种基于点云加速计算全息图生成的方法, 能有效减少计算时间。对波前记录平面计算全息图生成方法及应用的最新进展进行分析讨论, 首先介绍波前记录平面方法的原理, 然后详细分析波前记录的最新研究方法, 从加快计算全息图的生成速度、提高三维重建图像质量及一些特殊应用如曲面全息成像等方面进行总结分析。详细分析各种波前记录平面方法在增加计算速度、提高重建像质量、减少查找表占用内存、增大视场角、去除混叠噪声等方面的改进及应用, 并分析该方法在实时、动态、高质量、大视角全息三维显示中的作用。最后分析了各种方法的优劣, 对波前记录平面方法的未来发展方向进行展望。

**关键词** 计算全息图; 波前记录平面; 图像重建; 查找表

中图分类号 O438.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.2400001

## Recent Advances in Development of Fast Algorithms for Computed Hologram Generation Using Wavefront Recording Plane Technique

Ju Qinyu, Gui Jinbin\*, Wang Xiaoshi

Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, Yunnan, China

**Abstract** In the field of holographic three-dimensional (3D) display, the development of fast algorithms with which to generate computed holograms is an important research task, as the generation of computed holograms is currently time-consuming. The wavefront recording plane (WRP) technique is an effective method to accelerate the generation of holograms based on point clouds. This study analyzes the latest progress in the development and application of the WRP technique for computed holograms. We first introduce the principles of the WRP technique, before going on to analyze the latest research methods for wavefront recording in detail. We summarize and analyze the ways in which these techniques are used to accelerate the generation of the computed hologram and to improve the quality of 3D image reconstruction, and we also review special applications such as surface holographic imaging. We analyze the current utility of the various WRP methods for increasing the speed of computation, improving the quality of image reconstruction, reducing the size of the look-up table in computer memory, increasing the field-of-view angle, and removing aliasing noise. The role of the WRP technique in the creation of real-time, dynamic, high-quality, and large-view holographic 3D displays is also analyzed. Finally, the advantages and disadvantages of various methods are analyzed, and future directions for the development of the WRP technique are proposed.

**Key words** computer-generated hologram; wavefront recording plane; image reconstruction; look-up table

## 1 引言

全息三维显示是一种在三维空间中再现三维场景信息的重要技术, 由于能够记录三维物体的振幅和相位信息而被认为是实现真三维显示的有效方法<sup>[1]</sup>。计

算全息图(CGH)由计算机合成和编码, 从而能够记录虚拟 3D 物体<sup>[2-3]</sup>, 打破了光学全息中产生全息图的限制, 近年来成为全息三维显示领域广泛研究的热点之一。

目前计算全息图生成的方法主要分为 4 种: 基于

收稿日期: 2022-05-23; 修回日期: 2022-06-22; 录用日期: 2022-07-04

基金项目: 国家自然科学基金(62065010, 62165007, 61565011)

通信作者: jinbingui@163.com

点云的方法<sup>[4-8]</sup>、基于多边形的方法<sup>[9-13]</sup>、基于深度层的方法<sup>[14-17]</sup>和基于多视图的方法<sup>[18-20]</sup>。为了更加便利地获取复杂场景,最近几代CGH主要集中于基于点云的研究方法。点云法把三维物体离散为多个发光物点,通过叠加每个物点发出的球面波,获得全息图上的复振幅分布。该方法模型简单且计算方便,但生成CGH存在计算CGH时所需要的时间多与重建三维图像的质量有待提高两个重要问题。

为了减少CGH的计算时间,人们提出了许多方法,如波前记录平面(WRP)方法<sup>[21-23]</sup>和查找表(LUT)方法<sup>[24]</sup>。WRP方法可以看作是波前域中的一种标度方法,计算视觉平面的光场,然后将其传播到全息面。由于光场是针对WRP上的小区域计算的,而不是直接在全息面上,因此能够缩短计算时间。LUT方法预先计算并存储每个点光源的复振幅,在计算CGH时读取预先计算的数据,如此虽然计算时间相应减少,但每个物点都需要占用大量内存。在从WRP到CGH的衍射计算中,若没有限制从三维物体到WRP的传播计算中的衍射区域,会降低重建

图像的质量,因此传统的WRP方法只能在不发生混叠噪声的条件下进行,该条件取决于各种因素,如CGH像元间距、CGH分辨率、三维物体到CGH的距离等。此外,重建图像强度的动态范围会根据WRP活动区域的大小变化,从而影响重建图像的质量,因此对于全色全息显示而言,解决这个问题就尤为重要。

为此,本文介绍WRP方法的原理,总结了最新加速计算CGH的WRP方法、增加重建三维图像质量的WRP方法及其他应用WRP方法的相关最新研究的进展情况,以期展望波前记录平面的未来发展方向。

## 2 WRP方法原理概述

WRP是物体和全息图平面之间的虚拟平面,于2009年由Shimobaba等<sup>[21]</sup>提出。与直接计算物点到全息图平面的光场(光线追踪法)不同,物点到WRP之间的光场仅计算WRP的活动区域,然后通过快速傅里叶变换(FFT)将其传播到全息面。WRP方法的示意图如图1所示。

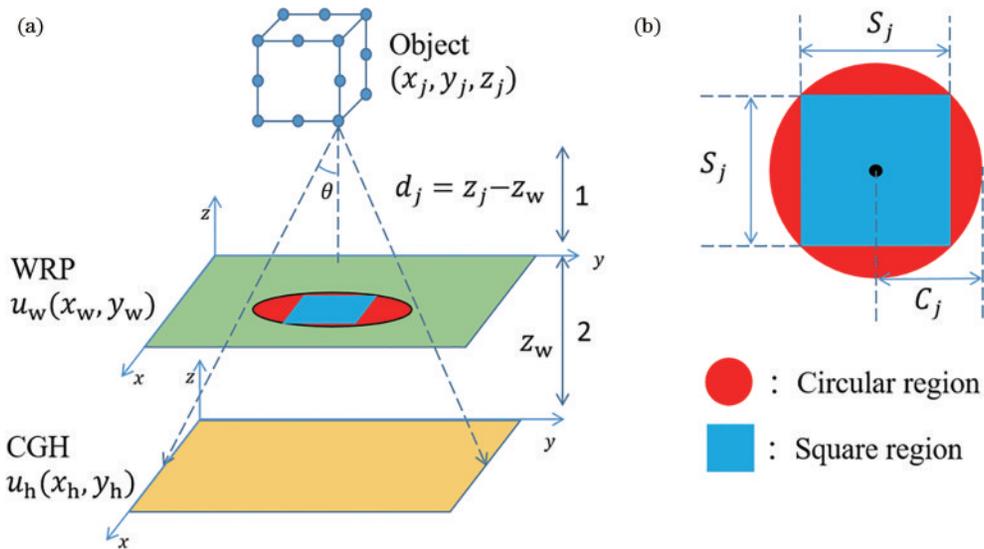


图1 WRP方法<sup>[25]</sup>。(a)WRP方法概述;(b)计算区域

Fig. 1 WRP method<sup>[25]</sup>. (a) Outline of WRP method; (b) calculation region

WRP法主要分为两步。在第一步中,将WRP放置在三维物体附近,然后在WRP上形成的复振幅 $u_w(x_w, y_w)$ 可以表示为

$$u_w(x_w, y_w) = \sum_{j=1}^N \frac{A_j}{r_j} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} r_j\right), \quad (1)$$

式中: $r_j$ 是物点 $j$ 和WRP之间的距离; $N$ 是物点的数量; $d_j$ 是物点 $j$ 到WRP沿 $z$ 方向的垂直距离; $\lambda$ 是光波长; $A_j$ 是物点 $j$ 发出球面波的振幅。 $(x_w, y_w, z_w)$ 是WRP上采样点的坐标, $r_j$ 可以表示为

$$r_j = \sqrt{(x_j - x_w)^2 + (y_j - y_w)^2 + (z_j - z_w)^2}. \quad (2)$$

光场从物点传播到WRP,计算区域面积减小,从

而缩短全息图的总生成时间。

在第二步中,使用WRP和CGH之间的衍射计算来计算CGH上的复振幅,由于WRP具备3D物体的振幅和相位信息,衍射计算相当于直接从3D物体计算CGH上的复振幅。衍射计算公式为

$$u_h(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\mathcal{F}(u_w) \cdot \mathcal{F}[h(x, y)]\right\}, \quad (3)$$

$$h(x, y) = \frac{\exp(ikz_w)}{i\lambda z_w} \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z_w}(x^2 + y^2)\right], \quad (4)$$

式中: $\mathcal{F}^{-1}(\cdot)$ 是傅里叶逆变换; $\mathcal{F}(\cdot)$ 是傅里叶变换; $k$ 是波数; $z_w$ 是WRP和全息图平面之间的距离; $h(x, y)$ 是非涅耳衍射的脉冲响应。式(3)的衍射计算表示光从WRP到CGH的传播,全息面和WRP具有相同的

分辨率,因此,从 WRP 到 CGH 的衍射计算与直接映射到 CGH 的物点的衍射计算相同。从 CGH 重建 3D 物体的最大衍射角  $\theta$  表示为

$$\theta = \arcsin \frac{\lambda}{2p}, \quad (5)$$

式中:  $p$  是 CGH 上的采样间距。WRP 上的圆域半径  $C_j$  表示为

$$C_j = |d_j| \tan \left( \arcsin \frac{\lambda}{2p} \right). \quad (6)$$

计算 WRP 上受物光照射的区域,需要判断物体发出的光是否穿过半径为  $C_j$  内的圆形区域,为减轻对圆形区域的判断,在图 1(b) 所示的圆形区域内设置正方形区域。正方形区域的边长  $S_j$  可表示为

$$S_j = \frac{2C_j}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} |d_j| \tan \theta. \quad (7)$$

$S_j$  会随着  $d_j$  减小而减小,如果 WRP 越靠近物点,计算复杂度会越低,理论上来说,当 WRP 与最近物点相切时,WRP 有效面积最小,但需要确保每个物点在 WRP 上至少有 1 个有效像素。因此,WRP 与物点的距离应该大于等于最小距离  $d_{j\min}$ ,可以表示为

$$d_{j\min} = \frac{z_j \Delta d_{\text{pix}}}{L_{\text{LCOS}}}, \quad (8)$$

式中:  $z_j$  是物点到全息面的距离;  $\Delta d_{\text{pix}}$  是 WRP 的像素间隔;  $L_{\text{LCOS}}$  是空间光调制器(LCOS)的尺寸<sup>[26]</sup>。

### 3 加速 CGH 生成的 WRP 方法

#### 3.1 多波前记录平面(M-WRPs)方法

如果 WRP 位于物点附近,由于物体光线的传播范围仅限于小区域范围,因此可以大大减少计算量;当物点的深度较长时,对应的光传播范围扩大,计算效率下降。针对这一问题,Phan 等<sup>[27]</sup>提出了一种适用于长深度物体的多波前记录平面方法,该方法将多个 WRP 排列,如图 2 所示,计算每个 WRP 上一定深度范围内物点发射的球面波的复振幅。

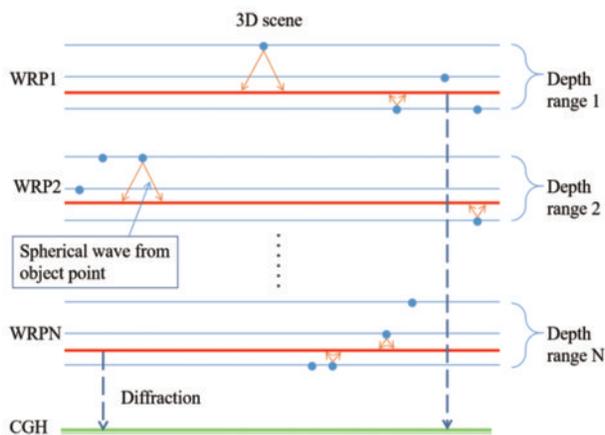


图 2 M-WRPs 方法<sup>[27]</sup>

Fig. 2 M-WRPs method<sup>[27]</sup>

其中 WRP 与物体以固定的间隔放置,使用 CPU 和 GPU 加快 CGH 的计算速度,通过多次衍射计算从 WRP 到 CGH 的复振幅,即使物体的深度很长,也可以减少计算量;但由于 WRP 以固定的间隔均匀排列且数量恒定,位置和数量是影响计算时间的主要因素,不能减少计算时间。为了进一步优化改进,随后 Shimobaba 等<sup>[28]</sup>提出了一种利用正向和反向传播生成全彩 CGH 的 M-WRPs 方法,同时还使用带限双步菲涅耳衍射<sup>[23]</sup>以减少内存占用和计算时间。但在以往的 M-WRPs 方法中,WRP 的数量和区间是依靠经验搜索和固定的。Hasegawa 等<sup>[29]</sup>提出了一种自动优化 WRP 数量和排列的方法,首先将物体划分为几个部分,然后确定每个区域中 WRP 的位置和数量,使 WRP 上每个物点的活动面积之和等于或小于导出的常量值,虽然计算速度比常规 M-WRPs 方法快 11.6%,但对位置不连续的密集点云,计算时间依然较长。

最近,Sifatul 等<sup>[30]</sup>又提出了一种最大深度范围(MDR)方法来确定最佳深度范围长度,缩短 WRP 和一个深度范围内最远深度层之间的距离,从而无需使用预先计算的数据或 LUT,减少了生成全彩全息图的计算时间。深度范围内的总活动面积尺寸是决定总计算时间的因素之一,MDR 方法通过减小深度范围的长度来减小活动区域的总尺寸,可以概括为三个步骤。首先,使用深度相机捕捉真实场景,以创建点云并提取感兴趣区域(RoI);其次,深度网格被分割成红色、绿色和蓝色(RGB)颜色空间,为每个颜色创建深度范围;最后,定位 WRP,将信息衍射到 CGH 平面上生成 RGB 全息图。WRP 和第  $j$  个物点之间的距离表示为

$$L = |z_w - z_j|. \quad (9)$$

深度层中的所有物点具有相同的深度, $L$  是深度层和其各自 WRP 之间的距离,对于深度层中的所有物点来说都是相同的,如果  $L$  增加,WRP 活动区域的维数之和也会增加,计算 CGH 需要更长的时间。因此,Sifatul 等提出的方法侧重于创建较短的深度范围,以确保最佳活动区域尺寸,并减少 CGH 生成时间。为了找到最佳深度范围长度,使用  $2L$  创建临时深度范围,如图 3(a) 所示;然后将 WRP 重新定位在临时深度范围内所有深度层的中心,来创建深度范围,如图 3(b) 所示;为了找到下一个深度范围,通过将 WRP 放置在紧邻深度层  $L$  的距离处,创建临时深度范围,如图 3(c) 所示;并在这些层内创建深度范围,如图 3(d) 所示。

对于每个颜色通道,物体以固定长度划分,以创建临时深度范围,并且 WRP 放置在临时深度范围内的所有层的中间。该方法缩短了 WRP 和深度范围内最远深度层之间的距离,计算全彩全息图的速度明显快于传统的 M-WRPs 方法。

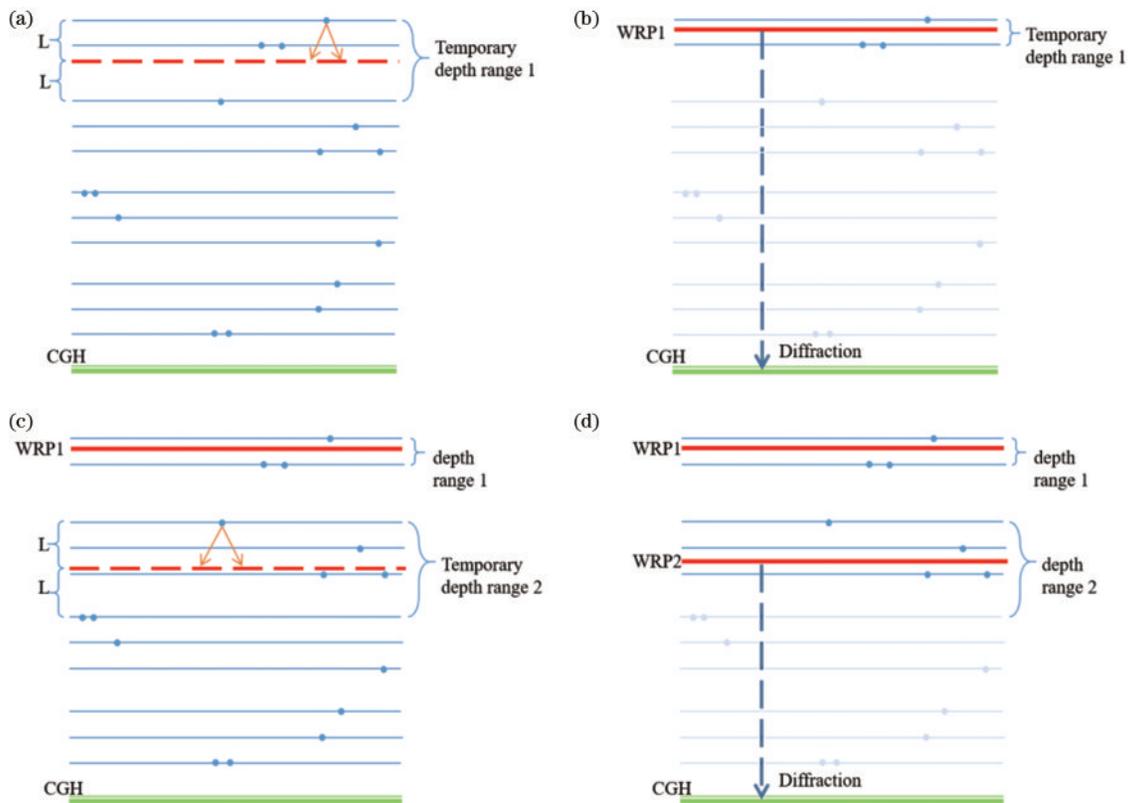


图3 使用MDR方法显示基于 $L$ 的深度范围创建和WRP定位<sup>[30]</sup>。(a)将临时深度范围1设置为 $2L$ ; (b)将WRP 1重新定位在有效深度范围1的中心,然后衍射到CGH平面; (c)用 $2L$ 设置临时深度范围2; (d)将WRP 2重新定位在有效深度范围2的中心,然后衍射到CGH平面

Fig. 3 Diagram of depth-range creation and WRP positioning based on  $L$  using the MDR method<sup>[30]</sup>. (a) Setting temporary depth range 1 with  $2L$ ; (b) re-positioning WRP 1 in the center of effective depth range 1 and then diffracting to the CGH plane; (c) setting temporary depth range 2 with  $2L$ ; (d) re-positioning WRP 2 in the center of effective depth range 2 and then diffracting to the CGH plane

### 3.2 查找表方法

LUT方法预先计算并储存点光源在CGH上的复振幅分布,然后在叠加光源时读取预先计算的数据<sup>[3]</sup>。LUT方法的示意图如图4所示。

如图4所示,式(1)和 $d_{z1}$ 预先计算的复振幅存储到

LUT中,通过叠加从LUT读取的复振幅来计算WRP方法的第一步。 $W_x$ 和 $W_y$ 表示WRP像素的数量; $L_x$ 和 $L_y$ 表示LUT的横向尺寸; $L_z$ 表示LUT的深度。LUT的存储容量取决于LUT的计算区域和深度。距离 $d_{z1}$ 的一个平面的存储容量 $M_{z1}$ 可表示为

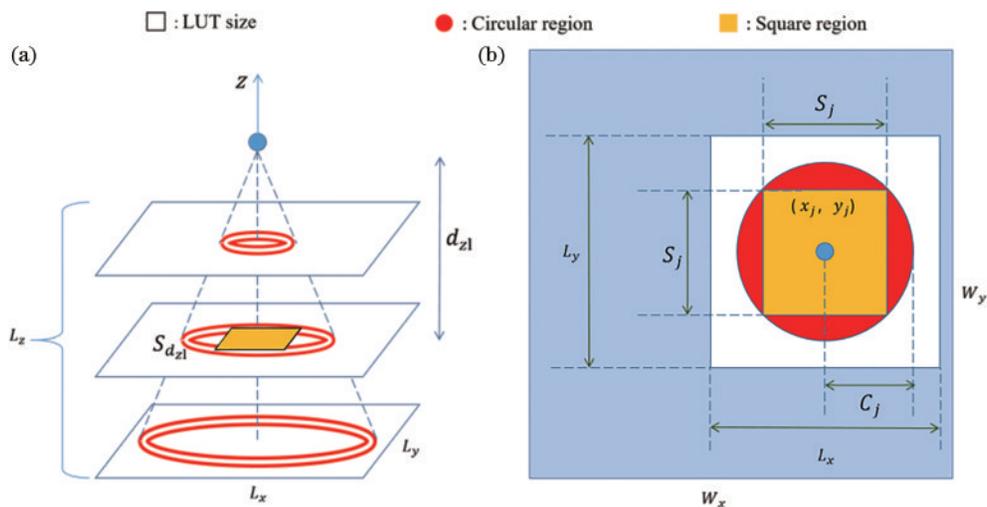


图4 LUT方法<sup>[31]</sup>。(a)LUT方法概述;(b)计算区域

Fig. 4 LUT method<sup>[31]</sup>. (a) Outline of the LUT method; (b) calculation region

$$M_{z1} = (S_{d1})^2 = \left[ \frac{2}{\sqrt{2}} |d_{z1}| \tan \left( \arcsin \frac{\lambda}{2p} \right) \right]^2. \quad (10)$$

LUT 的总存储容量  $M_{\text{total}}$  可表示为

$$M_{\text{total}} = \sum_{d_{\min}}^{d_{\max}} M_{z1}, \quad (11)$$

式中:  $d_{\max}$  和  $d_{\min}$  是  $d_{z1}$  的最大值和最小值。因此,  $M_{\text{total}}$  取决于距离  $d_{z1}$ 、像素间距  $p$ 、光的波长  $\lambda$ 、LUT 的深度  $L_z$ 。

由于将三维物体放置在 CGH 附近, 只计算 CGH 上的一个小区域而不是计算 CGH 上的整个区域, 所以利用 LUT 可以实现快速的实时三维颜色重建。但是, 计算复杂度与点光源总数、CGH 像素总数成正比, 所以 LUT 方法存储光强分布需要较大的内存。为解决这些问题, 提出了新的查找表方法<sup>[32]</sup>、拆分查找表方法<sup>[4]</sup>、压缩查找表(C-LUT)方法<sup>[5]</sup>和精确压缩查找表方法<sup>[6]</sup>, 以减少 LUT 的内存使用和计算复杂度。然而, 内存使用量仍然是以兆字节(MB)为单位的, 因此需要进一步减少内存使用。Shimobaba 等<sup>[33]</sup>提出了一种使用 LUT 和 GPU 的改进 WRP 方法, 来加速 CGH 的生成, 与传统的 CGH 计算相比, 总的计算复杂度显著降低。然而, 实时全息显示第一步的计算速度仍然不够快, 因此需要大幅加快 WRP 计算过程。沿着这一思路, 吴军等<sup>[34]</sup>提出了引入 S-LUT 以提高 WRP 上的光波复振幅记录效率, 并结合 GPU-CPU 协同处理框架进一步提高整体运行效率的算法, 通过改变查找表(竖直调制因子)内容, 存储物点每列对全息面每行像素的贡献, 进一步减少全息图在线计算次数; 同时对基于新查找表内容的全息图在线计算过程进行 CUDA 并行加速。相对于原算法, 该算法的全息图计算速度大大加快。

最近, Pi 等<sup>[35]</sup>提出一种基于 LUT 和 WRP 的高压缩查找表(HCLUT-WRP)方法, 以得到更少的 LUT 内存占用和更快的 CGH 计算速度。在计算 WRP 上的复

振幅中, WRP 上第  $j$  个物点的扩展区域  $L_j$  可以表示为

$$L_j = 2|z_j - z_w| \tan \theta. \quad (12)$$

在计算 WRP 时, 通过参考调制因子来叠加复振幅。先进行预计算, 根据式(11)计算 3D 物体在 WRP 上的最大衍射范围; 然后计算 3D 物体在最大衍射范围内的水平和垂直调制因子, 将其压缩到双一维数据阵列中; 随后确定每个物体深度的衍射范围和 LUT 对该深度的光场贡献, 应用乘法和加法运算来计算 WRP 上每个物体深度的复振幅; 在 WRP 上添加每个深度的复振幅, 并生成最终 WRP, 由最终 WRP 通过菲涅耳衍射计算在 CGH 上的复振幅。HCLUT-WRP 方法内存使用量与传统 LUT 方法相比减少为原来的 1/782。与以往的 WRP 方法相比, HCLUT-WRP 方法在提高速度和减少使用内存的同时, 保证了重建图像的清晰度。

## 4 提高重建三维图像质量的 WRP 方法

### 4.1 均匀多波前记录平面方法

在 Hasegawa 等<sup>[29]</sup>提出的一种自动优化 WRP 数量和排列的方法中, CGH 生成速度加快的同时也引入了重建图像颜色均匀性低的问题。因为每个物点在相应的 WRP 上都有一个大小不均匀的活动区域, 该方法将一个物体划分为几个部分, 然后确定每个区域中使用的 WRP 的位置和数量。在同一深度区域中, 不同深度的物点在 WRP 上具有不同大小的活动区域, 物点到 WRP 的不同距离导致重建图像中的亮度和锐度值不同, 在这种情况下, 重建图像的质量将呈现不同程度的变化, 使得重建图像的质量降低。为了解决这一问题, Piao 等<sup>[36]</sup>提出了一种提高 RGB 深度图像(RGB-D)质量的均匀多波前记录平面(UM-WRPs)方法。RGB-D 是一种方便计算图像的数据, 不需要任何遮挡剔除过程<sup>[37]</sup>, 并且很容易被深度相机捕捉。

UM-WRPs 方法的示意图如图 5 所示, WRP 的生

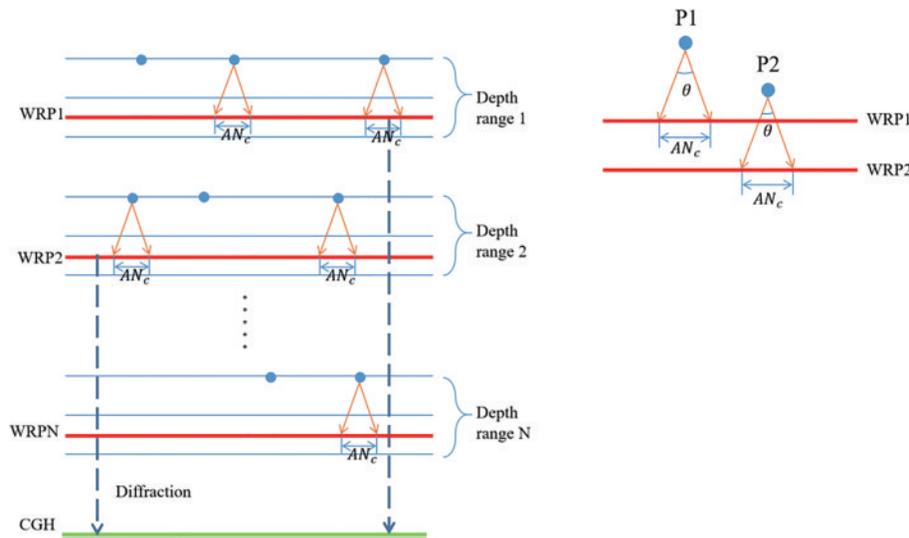


图 5 UM-WRPs 方法的示意图<sup>[38]</sup>

Fig. 5 Schematic of UM-WRPs method<sup>[38]</sup>

成数与物点云的深度层数相同,且每个 WRP 与相应深度层上的物点以统一的量化距离分开,确保不存在强度的动态范围变化,并且比其他 M-WRPs 方法更容易计算。每个物点使用与其各自 WRP 相同的特定大小的活动区域,以便重建图像获得更好的亮度、清晰度和颜色均匀性。该方法在生成与深度相关的 UM-WRPs 时,给出一个优化的固定有源区域,以增强颜色均匀性并加速全息图的生成。与传统的 M-WRPs 方法相比,UM-WRPs 重建的图像质量得到了显著提高

且计算速度更快<sup>[38]</sup>。

#### 4.2 具有限制衍射区域的 WRP 方法

对于 WRP 方法在空间光调制器的实际使用, Yanagihara 等<sup>[25]</sup> 提出一种具有限制衍射区域的 WRP 方法,该方法在任何条件下重建的三维图像都不会产生混叠噪声,造成图像质量下降。该方法通过限制衍射区域(圆形和方形区域)统一第一步和第二步之间的光传播,如图 6 所示,只计算限制区域内的复振幅,如此重建的三维图像质量会更好,不会出现混叠噪声。

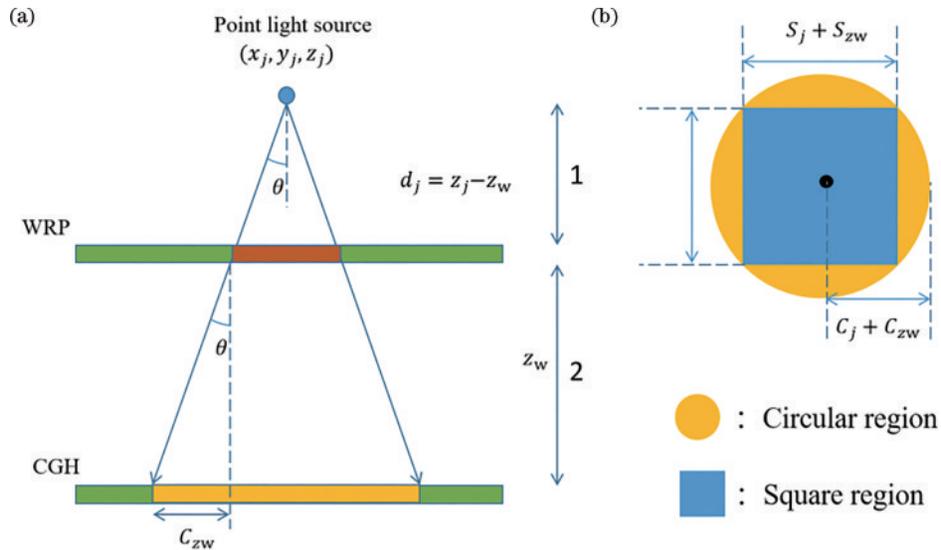


图 6 具有限制衍射区的 WRP 方法<sup>[25]</sup>。(a) 具有限制衍射区的 WRP 方法; (b) 限制的衍射区域

Fig. 6 WRP method with a limiting diffraction region<sup>[25]</sup>. (a) WRP method with a limiting diffraction region; (b) limiting diffraction region

CGH 中衍射区域的圆形区域半径  $C_{zw}$  可表示为

$$C_{zw} = |z_w| \tan \theta. \quad (13)$$

衍射区中方形区的边长  $S_{zw}$  可表示为

$$S_{zw} = \frac{2}{\sqrt{2}} C_{zw}. \quad (14)$$

随后通过菲涅耳衍射计算 CGH, 并比较评估在第一步和第二步使用正方形和圆形限制区域时重建的三维图像的图像质量与计算时间。实验结果表明: 在第一步和第二步中, 方形限制区域的 WRP 方法比圆形限制区域的 WRP 方法具有更短的计算时间, 因为方形限制区域形成于圆形区域内, CGH 中记录的三维信息较少, 但是圆形限制区域比方形限制区域具有更好的图像质量。综合大量的图像实验结果, 在第一步与第二步计算中使用圆形限制区域获得的结果是最好的。

## 5 其他运用 WRP 的方法

在基于 FFT 的 WRP 方法中, 由于 WRP 和 CGH 的采样次数和采样间隔必须相等, 因此重建图像的大小仅限于全息图的大小。平面全息图在视场 (FOV) 上固有的局限性阻碍了大视角全息显示的实现, 不能满足大视角的显示要求 (FOV 定义为可以看到整个再现图像的视场<sup>[39]</sup>), 曲面全息图 (CCGH) 方法是克服视

场限制的有效方法。

### 5.1 曲面全息图

曲面全息图通过点源 (PS) 方法计算, 可以提高视场和信息容量, 但用于实时全息显示时耗时且难以实现。为了解决这一问题, Zhao 等<sup>[40]</sup> 提出了一种首次将 WRP 应用于曲面全息图的方法, 第一步计算三维物体到 WRP 的光场分布, 第二步采用计算全息的螺旋波谱算法来执行从 WRP 到计算全息的衍射计算, 整个过程主要涉及三个 FFT 运算, 与传统的 CGH 计算相比, 总的计算复杂度显著降低。近期, Kang 等<sup>[41]</sup> 提出了两种加速计算 CCGH 的方法。第一种是衍射补偿 (DC) 方法, 第一步在物体和 CCGH 之间放置 WRP, 并用角谱法计算 WRP 的复振幅分布, 第二步由 WRP 的 Rayleigh-Sommerfeld 衍射传播产生 CCGH 的复振幅分布。另一种是近似补偿 (AC) 方法, 该方法第一步与 DC 法相同, 第二步将 WRP 和 CCGH 之间光路引起的相位差分布添加到 WRP 以获得 CCGH。与 DC 法相比, AC 法可以在不影响图像质量的情况下进一步减少计算时间。DC 法和 AC 法的几何原理如图 7 所示, 将 WRP 放置在 CCGH 附近, WRP 与物体的衍射传播使用角谱法计算, 波前分解为许多不同空间频率的平面波, 合成得到 WRP 的衍射场。

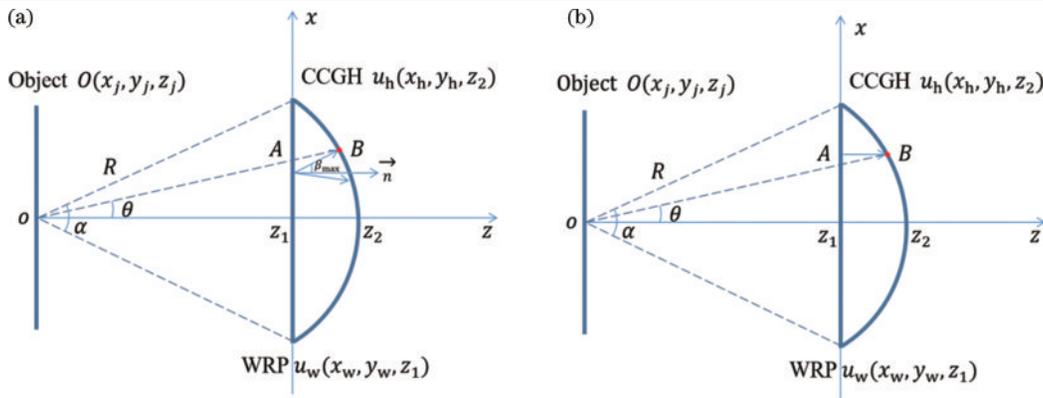
图 7 CCGH 计算示意图(俯视图)<sup>[41]</sup>。(a) DC 法; (b) AC 法Fig. 7 Schematic of CCGH calculation(top view)<sup>[41]</sup>. (a) DC method; (b) AC method

图 7 中,  $R$  是曲面全息图的曲率半径,  $\theta$  是径向和  $z$  轴之间的角度,  $\alpha$  是 CCGH 的中心角, WRP 和 CCGH 的复振幅分布分别为  $u_w(x_w, y_w, z_1)$  和  $u_h(x_h, y_h, z_2)$ ,  $z_1$  是一个常数,  $z_2 = R \cos \theta$ 。WRP 和 CCGH 之间的衍射传播由 Rayleigh-Sommerfeld 衍射计算, 根据最大衍射角理论, 可以通过距离计算不同点的衍射面积, 衍射区域和像素的形状近似为正方形。衍射面积  $S_c$  可以表示为

$$S_c = D_c^2 = d_c^2 \cdot \beta_{\max}^2, \quad (15)$$

式中:  $D_c$  是衍射区域的边长;  $d_c$  是 CCGH 上点到其在 WRP 上对应的垂直投影点的距离。图 7 中 WRP 上的 A 点是 CCGH 上 B 点的垂直投影, CCGH 上的每个点在 WRP 上都有相应的垂直投影点。  $\beta_{\max}$  是 WRP 像素的最大衍射角, 可以表示为

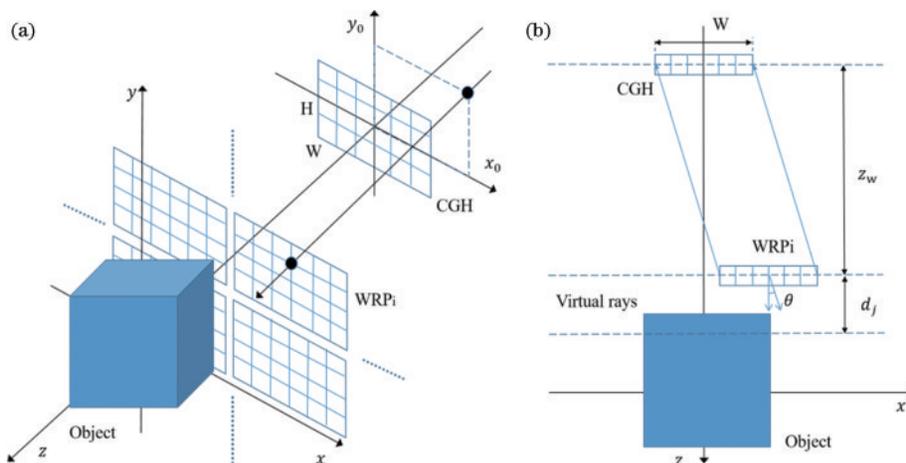
$$\beta_{\max} = \arctan \frac{\lambda}{p}. \quad (16)$$

在 AC 方法中, CCGH 的像素数需与 WRP 一致, 而 DC 方法没有这种约束。DC 法和 AC 法都显著减少了大量的计算时间, DC 法在理论上更精确, AC 法所需时间更少, 两种方法重建的图像质量相似。数值和实验结果表明, 这两种方法能够准确、快速地重建二维和三维物体。

## 5.2 光线追踪法

为解决重建图像的大小受到全息图大小限制这一问题, 有研究者提出了最小二乘倾斜 WRP 方法<sup>[42]</sup>。该方法使用倾斜 WRP 来减少第一步的计算时间的同时也缩放重建图像, 使得重建图像的大小不再受全息图大小限制, 但衍射计算中需要进行光谱插值处理, 与原并行 WRP 方法<sup>[43]</sup>相比增加了计算时间。Chang 等<sup>[44]</sup>提出了拉伸 WRP 方法, 该方法根据三维物体的深度图进行非均匀采样, CGH 的生成只涉及 2 个非均匀快速傅里叶变换 (NUFFT) 和 2 个快速傅里叶变换运算, 大大简化了衍射计算复杂度, 但重建图像的像素间距增加, 重建图像的精细度降低。沿着这个思路, Sun 等<sup>[45]</sup>提出了一种基于多个离轴 WRP 的反向光线追踪 CGH 算法 (MO-WRP), 实现了具有光照效果的真实感重建图像。

在 MO-WRP 方法中, 在虚拟物体和全息平面之间平行放置多个 WRP, 从 WRP 的像素点发射虚拟光线并与物体相交, 同时参考光线模型 (如 Phong 反射模型) 而得到 WRP 的复振幅, 然后由基于位移角谱传播 (ASP) 的 WRP 的离轴传播来计算 CGH, 该方法的概念如图 8 所示。

图 8 多个离轴 WRP<sup>[45]</sup>。(a) 侧视图; (b) 俯视图Fig. 8 Schematic of multiple off-axis WRP<sup>[45]</sup>. (a) Side view; (b) top view

将多个 WRP 放置在靠近物体且平行于全息图平面的位置。WRP 的数量和位置取决于物体的大小和位置,以确保 WRP 能够收集传输到全息图平面的所有光线。每个 WRP 的分辨率和像素间距与 CGH 相同。

MO-WRP 方法不受全息图尺寸的限制,计算速度快,WRP 的复振幅通过追踪光线从 WRP 映射到物体,同时考虑光线模型(如 Phong 反射模型)生成,然后通过从 WRP 到全息图平面的角谱传播偏移计算 CGH,以扩大重建平面的面积。此外,通过在 GPU 上的并行计算,该方法可以实现准实时 CGH 生成。

### 5.3 球面全息图

作为重要的曲面全息图之一,球面计算全息图(SCGH)方法被认为是在水平和垂直方向上放大视角的理想方法。SCGH 方法通过记录和重建被球体包围的物体的光场来实现全视场,这提供了从任意角度检查该物体图像的可能性,因此能够实现全方位重建。

近期提出了一种基于相位补偿(PC)的平面和球面衍射快速计算方法<sup>[46]</sup>。该方法可以概括为 2 个步骤:使用 WRP 记录从物体平面传播的光场,由于该步骤采用了传统的平面衍射计算方法,WRP 的采样点数量与采用的平面衍射模型的采样点数量一致;由 WRP 和 SCGH 之间的光程差引入的相位差被近似地点到点补偿,以生成 SCGH,这意味着采样点的数量与 WRP 的数量是恒定的。与点源法相比,PC 法具有较少的采样点、较好的扩展性和显著的加速性等绝对优势,同时还解决了平面和球体之间传播模型的耗时计算问题,且无论增加 SCGH 曲率或物体平面的分辨率,重建图像都具有良好的质量。

### 5.4 立体全息图

近期有研究者还用 LUT 和 WRP 来加速全计算全息立体图(HSs)的计算<sup>[47]</sup>。在 LUT 中,预先计算具有不同深度的大型完整的球面波相位,通过裁剪一小部分预先计算的球面波相位,可以快速获得物点的每个复振幅分布段。每个全息图元素(hogel)可以通过叠加所有相关片段来计算,在 3D 物体附近设置 WRP,能够减少预计算量和存储表,并且每个段的参考区域的大小也被减小。该方法不会改变计算模型,仅引用 LUT 来替换计算,因此更加准确,对 hogel 的大小也没有限制,无论 hogel 的大小是多少,该方法都能够准确计算。

## 6 结论及展望

以计算全息图的生成速度、三维图像的重建质量以及其他应用为分类,总结了波前记录平面(WRP)方法的最新研究进展。分析表明:MDR 方法能够根据三维图像深度确定 WRP 所需的层数与位置,相较传统的 M-WRPs 方法,能够加快 CGH 的生成速度;有相似思路的 UM-WRPs 方法通过指定中间物点和每个活动区域的恒定大小来确定 WRP 的位置和距离,从而能

够提升三维图像的重建质量;HCLUT-WRP 方法在加速生成 CGH 的同时,将 LUT 减少到千字节的量级,压缩了 LUT 所占用的内存;MO-WRP 方法能够获得具有光照效果的真实感重建图像,并且不受全息图尺寸的限制。WRP 方法统一第一步与第二步之间的光传播并限制衍射区域,在任何情况下都不会产生混叠噪声。同时,WRP 方法在加速生成曲面全息图、球面全息图以及立体全息图的同时均能保证图像重建质量。

目前,各种波前记录平面算法都已经取得了不错的效果,但在计算耗时、视场角大小、重建质量、受全息图大小限制之间还需要做出取舍。并行计算、光线追踪、曲面全息等方法的不断革新为解决这些问题带来了新的思路,这些工作都有利于实时、动态、高质量、大视角全息三维显示的早日实现。将 LUT 方法与多重 WRP、倾斜 WRP、使用图形处理单元并行计算相结合的优化算法以及对并行计算的优化方法相对偏少,值得借鉴各种方法的优劣进行进一步探索。

## 参 考 文 献

- [1] Slinger C, Cameron C, Stanley M. Computer-generated holography as a generic display technology[J]. *Computer*, 2005, 38(8): 46-53.
- [2] Stein A D, Wang Z Y, Leigh J S. Computer-generated holograms: a simplified ray-tracing approach[J]. *Computers in Physics*, 1992, 6(4): 389-392.
- [3] Lucente M E. Interactive computation of holograms using a look-up table[J]. *Journal of Electronic Imaging*, 1993, 2(1): 28-34.
- [4] Pan Y C, Xu X W, Solanki S, et al. Fast CGH computation using S-LUT on GPU[J]. *Optics Express*, 2009, 17(21): 18543-18555.
- [5] Jia J, Wang Y T, Liu J, et al. Reducing the memory usage for effective computer-generated hologram calculation using compressed look-up table in full-color holographic display[J]. *Applied Optics*, 2013, 52(7): 1404-1412.
- [6] Kim S C, Kim E S. Fast computation of hologram patterns of a 3D object using run-length encoding and novel look-up table methods[J]. *Applied Optics*, 2009, 48(6): 1030-1041.
- [7] Pi D P, Liu J, Kang R D, et al. Reducing the memory usage of computer-generated hologram calculation using accurate high-compressed look-up-table method in color 3D holographic display[J]. *Optics Express*, 2019, 27(20): 28410-28422.
- [8] Kim S C, Yoon J H, Kim E S. Fast generation of three-dimensional video holograms by combined use of data compression and lookup table techniques[J]. *Applied Optics*, 2008, 47(32): 5986-5995.
- [9] Pan Y J, Wang Y T, Liu J, et al. Improved full analytical polygon-based method using Fourier analysis of the three-dimensional affine transformation[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(7): 1354-1362.
- [10] Pan Y J, Wang Y T, Liu J, et al. Fast polygon-based method for calculating computer-generated holograms in

- three-dimensional display[J]. *Applied Optics*, 2013, 52(1): A290-A299.
- [11] Pan Y J, Wang Y T, Liu J, et al. Analytical brightness compensation algorithm for traditional polygon-based method in computer-generated holography[J]. *Applied Optics*, 2013, 52(18): 4391-4399.
- [12] Park J H, Kim S B, Yeom H J, et al. Continuous shading and its fast update in fully analytic triangular-mesh-based computer generated hologram[J]. *Optics Express*, 2015, 23(26): 33893-33901.
- [13] Nishi H, Matsushima K. Rendering of specular curved objects in polygon-based computer holography[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(13): F37-F44.
- [14] Bayraktar M, Ozcan M. Method to calculate the far field of three-dimensional objects for computer-generated holography[J]. *Applied Optics*, 2010, 49(24): 4647-4654.
- [15] Chen J S, Chu D P. Improved layer-based method for rapid hologram generation and real-time interactive holographic display applications[J]. *Optics Express*, 2015, 23(14): 18143-18155.
- [16] Zhao Y, Cao L C, Zhang H, et al. Accurate calculation of computer-generated holograms using angular-spectrum layer-oriented method[J]. *Optics Express*, 2015, 23(20): 25440-25449.
- [17] Maimone A, Georgiou A, Kollin J S. Holographic near-eye displays for virtual and augmented reality[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2017, 36(4): 85.
- [18] Zhang H, Zhao Y, Cao L C, et al. Fully computed holographic stereogram based algorithm for computer-generated holograms with accurate depth cues[J]. *Optics Express*, 2015, 23(4): 3901-3913.
- [19] Gilles A, Gioia P, Cozot R, et al. Computer generated hologram from Multiview-plus-Depth data considering specular reflections[C]//2016 IEEE International Conference on Multimedia & Expo Workshops, July 11-15, 2016, Seattle, WA, USA. New York: IEEE Press, 2016.
- [20] Shaked N T, Katz B, Rosen J. Review of three-dimensional holographic imaging by multiple-viewpoint-projection based methods[J]. *Applied Optics*, 2009, 48(34): H120-H136.
- [21] Shimobaba T, Masuda N, Ito T. Simple and fast calculation algorithm for computer-generated hologram with wavefront recording plane[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(20): 3133-3135.
- [22] Tsang P, Cheung W K, Poon T C, et al. Holographic video at 40 frames per second for 4-million object points [J]. *Optics Express*, 2011, 19(16): 15205-15211.
- [23] Okada N, Shimobaba T, Ichihashi Y, et al. Band-limited double-step Fresnel diffraction and its application to computer-generated holograms[J]. *Optics Express*, 2013, 21(7): 9192-9197.
- [24] Yoshikawa H, Yamaguchi T, Kitayama R. Real-time generation of full color image hologram with compact distance look-up table[C]//Digital Holography and Three-Dimensional Imaging 2009, April 26-30, 2009, Vancouver, Canada. Washington, D.C.: OSA, 2009: DWC4.
- [25] Yanagihara H, Shimobaba T, Kakue T, et al. Image quality improvement of holographic 3-D images based on a wavefront recording plane method with a limiting diffraction region[J]. *Optics Express*, 2020, 28(12): 17853-17867.
- [26] 郑立婷, 桂进斌, 刘超. 基于WRP点云三维物体的优化分层研究[J]. *新技术新工艺*, 2018(5): 25-28.
- Zheng L T, Gui J B, Liu C. Research on optimal layering of 3D objects based on WRP point cloud[J]. *New Technology & New Process*, 2018(5): 25-28.
- [27] Phan A H, Alam M A, Jeon S H, et al. Fast hologram generation of long-depth object using multiple wavefront recording planes[J]. *Proceedings of SPIE*, 2014, 9006: 900612.
- [28] Shimobaba T, Okada N, Ichihashi Y, et al. Fast calculation of computer-generated hologram for RGB and depth images using wavefront recording plane method[J]. *Photonics Letters of Poland*, 2014, 6(3): 90-92.
- [29] Hasegawa N, Shimobaba T, Kakue T, et al. Acceleration of hologram generation by optimizing the arrangement of wavefront recording planes[J]. *Applied Optics*, 2016, 56(1): A97-A103.
- [30] Sifatul Islam M, Piao Y L, Zhao Y, et al. Max-depth-range technique for faster full-color hologram generation [J]. *Applied Optics*, 2020, 59(10): 3156-3164.
- [31] Yanagihara H, Shimobaba T, Kakue T, et al. Comparison of wavefront recording plane-based hologram calculations: ray-tracing method versus look-up table method[J]. *Applied Optics*, 2020, 59(8): 2400-2408.
- [32] Kim S C, Kim E S. Effective generation of digital holograms of three-dimensional objects using a novel look-up table method[J]. *Applied Optics*, 2008, 47(19): D55-D62.
- [33] Shimobaba T, Nakayama H, Masuda N, et al. Rapid calculation algorithm of Fresnel computer-generated-hologram using look-up table and wavefront-recording plane methods for three-dimensional display[J]. *Optics Express*, 2010, 18(19): 19504-19509.
- [34] 吴军, 莫葵梅. 基于改进WRP的计算全息图快速生成 [J]. *桂林电子科技大学学报*, 2018, 38(6): 476-481.
- Wu J, Mo K M. Fast CGH computation with improved WRP technology[J]. *Journal of Guilin University of Electronic Technology*, 2018, 38(6): 476-481.
- [35] Pi D P, Liu J, Han Y, et al. Acceleration of computer-generated hologram using wavefront-recording plane and look-up table in three-dimensional holographic display[J]. *Optics Express*, 2020, 28(7): 9833-9841.
- [36] Piao Y L, Zhao Y, Wu H Y, et al. Image quality enhancement for digital holographic display using multiple wavefront recording planes method[J]. *Proceedings of SPIE*, 2019, 10944: 1094416.
- [37] Symeonidou A, Blinder D, Munteanu A, et al. Computer-generated holograms by multiple wavefront recording plane method with occlusion culling[J]. *Optics Express*, 2015, 23(17): 22149-22161.
- [38] Piao Y L, Erdenebat M U, Zhao Y, et al. Improving the quality of full-color holographic three-dimensional displays using depth-related multiple wavefront recording planes

- with uniform active areas[J]. *Applied Optics*, 2020, 59(17): 5179-5188.
- [39] Kang R D, Liu J, Xue G L, et al. Curved multiplexing computer-generated hologram for 3D holographic display [J]. *Optics Express*, 2019, 27(10): 14369-14380.
- [40] Zhao Y, Piao M L, Li G, et al. Fast calculation method of computer-generated cylindrical hologram using wavefront recording surface[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(13): 3017-3020.
- [41] Kang R D, Liu J, Pi D P, et al. Fast method for calculating a curved hologram in a holographic display[J]. *Optics Express*, 2020, 28(8): 11290-11300.
- [42] Arai D, Shimobaba T, Murano K, et al. Acceleration of computer-generated holograms using tilted wavefront recording plane method[J]. *Optics Express*, 2015, 23(2): 1740-1747.
- [43] Matsushima K, Schimmel H, Wyrowski F. Fast calculation method for optical diffraction on tilted planes by use of the angular spectrum of plane waves[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 2003, 20(9): 1755-1762.
- [44] Chang C L, Wu J, Qi Y J, et al. Simple calculation of a computer-generated hologram for lensless holographic 3D projection using a nonuniform sampled wavefront recording plane[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(28): 7988-7996.
- [45] Sun M Y, Yuan Y, Bi Y, et al. Acceleration and expansion of a photorealistic computer-generated hologram using backward ray tracing and multiple off-axis wavefront recording plane methods[J]. *Optics Express*, 2020, 28(23): 34994-35005.
- [46] Yang R X, Wang J, Chen C, et al. Fast diffraction calculation for spherical computer-generated hologram using phase compensation method in visible range[J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(17): 5784.
- [47] Dai P, Lü G Q, Wang Z, et al. Acceleration of fully computed hologram stereogram using lookup table and wavefront recording plane methods[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(7): 1814-1820.