

## 激光与光电子学进展

## 基于线性插值原理的三维发射层析重建技术研究

李明喆<sup>1</sup>, 王佳<sup>1</sup>, 李党娟<sup>1</sup>, 周密<sup>2</sup>, 程军霞<sup>1</sup>, 吴慎将<sup>1\*</sup><sup>1</sup>西安工业大学光电工程学院, 陕西 西安 710021;<sup>2</sup>陕西应用物理化学研究所, 陕西 西安 710061

**摘要** 三维发射层析技术跨越了传统二维层析技术中的“切片”过程,将被测区域作为一个整体进行重建,投影方向及位置不局限在同一水平面内,可以解决实际燃烧场测试中探测器位置受限以及装配误差等问题,对燃烧场的三维成像及测试具有重要意义。针对已有三维发射层析技术中权重矩阵的计算存在数据量大、精度和效率低等问题,在三维空间相机成像投影数学模型的基础上,提出了一种基于线性插值原理的三维权重矩阵计算方法,并结合代数迭代算法实现层析重建。通过数值模拟验证了算法精度,建立了多相机发射层析系统并对燃烧火焰进行三维层析重建。研究结果对提高层析重建精度和效率具有重要的参考价值。

**关键词** 层析重建技术; 权重矩阵; 线性插值; 相机成像模型

中图分类号 TP751.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.2320002

## Reconstruction Technology for Three-Dimensional Emission Computerized Tomography Based on Linear Interpolation Theory

Li Mingzhe<sup>1</sup>, Wang Jia<sup>1</sup>, Li Dangjuan<sup>1</sup>, Zhou Mi<sup>2</sup>, Cheng Junxia<sup>1</sup>, Wu Shenjiang<sup>1\*</sup><sup>1</sup>School of Optoelectronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, Shaanxi, China;<sup>2</sup>Shaanxi Applied Physics and Chemistry Research Institute, Xi'an 710061, Shaanxi, China

**Abstract** Three-dimensional (3D) emission computerized tomography (ECT) is superior to the “slicing” process of the traditional two-dimensional ECT technology and reconstructs the test zone as a whole. As the projections are not limited to the same horizontal plane, 3D ECT can solve the problems of limited detection positions and assembly errors encountered during actual combustion tests, which is necessary for 3D combustion imaging and testing. In this study, a 3D weight matrix calculation algorithm was developed using a mathematical model of camera imaging in a 3D space and the linear interpolation theory to reduce the data amount and improve the calculation accuracy and efficiency of the weight matrix for 3D ECT. The accuracy of the algorithm was verified via numerical simulations using an algebraic reconstruction algorithm for tomography reconstruction. An ECT system with multiple cameras was established, and the proposed algorithm was used to reconstruct the combustion flame. The results have a significant reference value for improving the accuracy and efficiency of tomographic reconstruction.

**Key words** tomographic reconstruction technology; weight matrix; linear interpolation; camera imaging model

## 1 引言

对燃烧过程的三维成像与显示是研究与控制燃烧必不可少的重要手段之一。发射层析(Emission computerized tomography, ECT)技术是一种简单、高效、非接触的燃烧场三维成像方法,该技术利用面阵电荷耦合器件(Charge coupled device, CCD)或光纤阵列采集燃烧场在多个方向的发射光谱强度二维投影图像,

结合计算层析理论(Computerized tomography, CT)进行燃烧场三维重建<sup>[1-3]</sup>。由于测量原理及装置简单,近几年成为燃烧成像检测技术的研究热点,具有广泛的应用前景。

传统的发射层析技术采用“切片式”的层析原理进行燃烧场重建。Ishino等<sup>[4-5]</sup>研制了包含40个投影方向的ECT装置,对湍流预混火焰结构及传播速度进行了检测。Floyd等<sup>[6]</sup>建立了10个方向的ECT系统,并

收稿日期: 2022-02-21; 修回日期: 2022-03-03; 录用日期: 2022-06-13; 网络首发日期: 2022-06-30

基金项目: 国家自然科学基金(61701385)、国防科技重点实验室基金(6142602200407, WDYX21614260204)、陕西省高校科协青年人才托举计划项目(202101118)

通信作者: \*bxait@xatu.edu.cn

重建出矩阵火焰和湍流冲射火焰的三维结构。Gilbert等<sup>[7]</sup>使用6个方向的火焰二维强度投影图像实现了火焰三维结构的重建。然而,传统发射层析技术要求探测器以等角度间隔分布于同一水平面内,各被测场切片的投影必须互相独立,这些条件严格限制了发射层析技术的适用性、严重影响层析重建精度。近年来,真三维层析技术得到了广泛的研究与发展。孙楠<sup>[8]</sup>基于面积分的三维 Radon 变换理论,建立了莫尔偏折层析系统,并对燃烧场的温度进行了三维重建。Wang等<sup>[9]</sup>基于相机成像理论研究了三维发射层析重建技术,建立12个方向的ECT系统,实现了丙烷燃烧火焰的重建。Cai等<sup>[10]</sup>、Li等<sup>[11]</sup>研究了三维发射层析重建理论,建立多方向投影采集的三维ECT系统实现了火焰瞬态燃烧过程的三维重建。

利用线性插值原理提高运算质量和效率的各类应用正在不断增加。在消防安全领域,刘颖等<sup>[12]</sup>为实现室内烟雾效果的渲染,对光线上的重采样点分级分组,不同级别的采样点采取不同的插值策略,实现了运算效率的提高。在海洋领域,董晨语<sup>[13]</sup>依据海洋数据的特点,利用双线性差值原理提高了海洋温度图像的生成速度。在生命科学领域,李秀艳等<sup>[14]</sup>提出适用于边界不规则的肺部电阻抗的插值算法,根据插值图像轮廓提高重建质量,但是该算法仍以传统二维层析技术为基础,探测器分布等制约条件仍然存在。

权重矩阵的计算是真三维发射层析重建的关键步骤,其计算精度决定了层析重建的精度和质量。Wang等<sup>[9]</sup>、Jin等<sup>[15]</sup>基于相机成像模型,利用光线追迹原理计算三维权重矩阵,但是该方法的重建精度易受初始参数的影响,当被测场初始网格数较小时权重矩阵的计算精度较低。Ma等<sup>[16]</sup>利用点扩展函数定义层析系统的权重矩阵,并利用蒙特卡罗方法计算该权重矩阵,有效提高权重矩阵精度,但需进行大量的数据处理,计算效率低。为在燃烧场成像过程中提高三维权重矩阵的计算精度和效率,本文从三维空间相机成像模型出发,研究了一种基于线性插值原理的权重矩阵计算方法,并通过数值模拟和实验验证该算法的有效性和可靠性。

## 2 三维发射层析模型

### 2.1 模型概述

三维发射层析模型以二维空间中的三维 Radon 变换为理论基础,直接利用在多个方向的发射光谱强度二维投影图像,结合计算层析理论实现燃烧场三维重建,其过程可以分为投影获取、权重矩阵计算和燃烧场重建3个部分。假设被测燃烧场的发光强度为 $f(x_w, y_w, z_w)$ ,其连续投影 $I(y, z)$ ,可表示为

$$I(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_w, y_w, z_w) \text{PSF}(x_w, y_w, z_w, y, z) dx_w dy_w dz_w, \quad (1)$$

式中:PSF( $x_w, y_w, z_w, y, z$ )为单位辐射强度的点光源在投影的光强分布。

层析重建在离散域中进行,将三维被测物体 $f(x_w, y_w, z_w)$ 均匀划分为 $M \times N \times P$ 个离散网格,网格大小为 $\Delta g \times \Delta g \times \Delta g$ ,假设每个网格的 $f_i(x_w, y_w, z_w)$ 是一个常数, $i=1, 2, \dots, M \times N \times P$ 。如果层析系统中有 $X$ 个相机,每个相机的像素数为 $Y$ ,则该层析系统共有 $XY$ 条投影光线。第 $j$ 条投影光线与第 $i$ 个网格的相交截距记为 $\omega_{ij}$ ,显然只有很少的 $i$ 对应的 $\omega_{ij}$ 是非零的。第 $j$ 条投影光线对应的像素强度 $I_j$ ,可离散表示为

$$I_j = \sum_{i=1}^{M \times N \times P} \omega_{ij} f_i, \quad (2)$$

式中: $\omega_{ij}$ 为第 $i$ 个网格对第 $j$ 条光线的投影权重因子,表示第 $i$ 个网格对第 $j$ 条投影的贡献。所有的 $\omega_{ij}$ 构成了层析系统的权重矩阵 $\mathbf{W}$ ,因此层析投影模型可表示为

$$\mathbf{I} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{F}. \quad (3)$$

最终燃烧场重建问题可以归结为高精度权重矩阵 $\mathbf{W}$ 的获取问题,和已知多方向投影 $\mathbf{I}$ 和 $\mathbf{W}$ 的线性方程组精确快速求解问题。1)  $\mathbf{W}$ 对燃烧场重建精度起决定性作用,其获取要求建立更精确的三维空间相机成像模型、使用更高精度的权重矩阵计算方法;2) 已知 $\mathbf{I}$ 和 $\mathbf{W}$ 的线性方程组求解要求结合层析重建算法,需要运算的数据量较大,在实际应用中对运算精度和效率都有一定要求,因此层析重建算法对实现燃烧场的重建也十分重要。

### 2.2 三维空间相机成像模型

在发射层析系统中,由成像镜头和CCD探测器组成的CCD相机是最常使用的投影图像探测器。根据被测燃烧场区域的大小可以选取具有合适景深的成像镜头,因此相机成像模型中不用考虑景深造成的影响,可等效为针孔相机模型。

具有多相机的发射层析系统坐标系,如图1所示。该系统有一个固定的世界坐标系( $x_w, y_w, z_w$ ),被测燃烧场的发光强度表示为 $f(x_w, y_w, z_w)$ 。世界坐标系中任意位置的相机由相机坐标系( $x, y, z$ )表示,其中

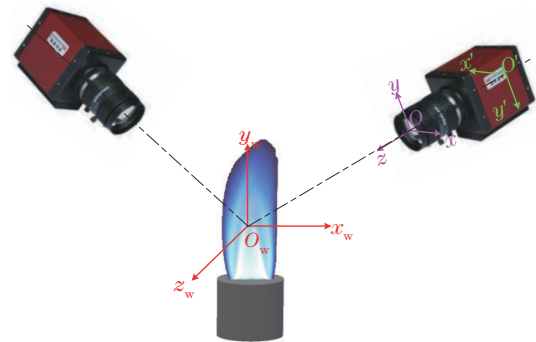


图1 多相机ECT系统坐标系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of coordinate systems in ECT system with multiple cameras

$(x, y)$  平面平行于 CCD 靶面,  $x$  轴为 CCD 靶面长边方向,  $y$  轴为 CCD 靶面短边方向, 坐标原点是相机光轴与镜头的交点。每个相机成像面坐标系  $(x', y')$  为 CCD 靶面,  $x'$  轴为  $x$  轴反方向,  $y'$  轴为  $y$  轴反方向, 坐标原点为镜头光轴与 CCD 靶面的交点。

从世界坐标系  $(x_w, y_w, z_w)$  到任意相机坐标系

$$\text{式中: 旋转矩阵 } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \psi & -\sin \phi \\ \cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \theta \sin \phi & \sin \phi \sin \psi \sin \theta + \cos \phi \cos \theta & \sin \theta \cos \phi \\ \cos \phi \sin \psi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta & \sin \phi \sin \psi \cos \theta - \sin \theta \cos \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}; \text{ 平移矢量 } \mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}。$$

在实际的发射层析系统中, 每个相机对应的  $\mathbf{R}$  中的参数  $r_1, r_2, \dots, r_9$  和  $\mathbf{T}$  中的参数  $T_x, T_y, T_z$  可通过相机标定的方法精确确定。

不考虑镜头景深的限制, 相机的成像过程遵循针孔相机成像模型, 如图 2 所示。成像平面上任意一个像点  $P'$  与相机坐标系原点  $O$  构成的直线称为一条投影光线。该投影光线与被测区域相交, 所有物点  $P_m (m=1, 2, \dots, n)$  将会成像在同一个像点  $P'$  上。假设相机镜头的焦距为  $f$ , 物点和像点的位置满足三角形相似原理, 即

$$z/f = x/x' = y/y', \quad (5)$$

该像点采集到的发光强度信息为

$$I(x', y') = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} f(x, y, z) dz, \quad (6)$$

式中:  $z_{\min}$  和  $z_{\max}$  为每条投影光线与重建区域相交的上下边界;  $f(x, y, z)$  为投影光线上所有物点的发光强度值。

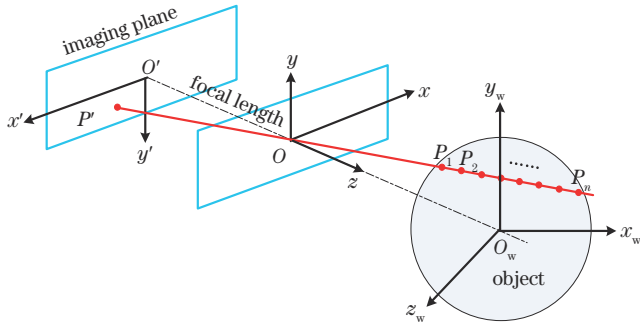


图 2 相机投影成像过程示意图

Fig. 2 Schematic diagram of camera projection imaging process

### 2.3 权重矩阵计算方法

将式(6)的相机成像投影模型离散化, 把积分区间  $[z_{\min}, z_{\max}]$  均匀划分为  $Q$  个微元区间, 即积分的步数为  $Q$ , 步长为

$$\Delta z = \frac{z_{\max} - z_{\min}}{Q}, \quad (7)$$

假设每个微元区间的物函数为一个常数, 因此

$$I(x', y') = \sum_{m=1}^Q f(x_m, y_m, z_m) \Delta z, \quad (8)$$

式中:  $(x', y')$  和  $(x_m, y_m, z_m)$  满足关系  $\frac{z_m}{f} = \frac{x_m}{x'} = \frac{y_m}{y'}$ 。

$(x, y, z)$  可以通过欧拉角 (章动角  $\phi$ 、旋进角  $\theta$  和自转角  $\psi$ ) 和 3 个平移量 ( $T_x, T_y, T_z$ ) 确定, 其转换关系可以表示为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + \mathbf{T}, \quad (4)$$

根据式(4)可以确定该积分微元在世界坐标系中的位置为

$$\begin{bmatrix} x_{mw} \\ y_{mw} \\ z_{mw} \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \left( \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} - \mathbf{T} \right), \quad (9)$$

因此可得

$$I(x', y') = \sum_{m=1}^Q f(x_{mw}, y_{mw}, z_{mw}) \Delta z. \quad (10)$$

根据线性插值原理, 三维空间中任意位置的物函数值可以由其相邻的 8 个离散网格中心点的值经过 3 次线性插值确定, 具体过程如下。

1) 确定  $i_m, j_m, k_m$  每个微元所在的最小相邻离散网格序号:

$$\begin{aligned} i_m &= \text{floor} \left( \frac{M+1}{2} - \frac{x_{mw}}{\Delta g} \right); \\ j_m &= \text{floor} \left( \frac{N+1}{2} - \frac{y_{mw}}{\Delta g} \right); \\ k_m &= \text{floor} \left( \frac{P+1}{2} - \frac{z_{mw}}{\Delta g} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

2) 确定该微元与最小相邻离散网格中心的距离分别为  $\Delta x_m, \Delta y_m$  和  $\Delta z_m$ 。

3) 由其相邻的 8 个离散网格中心点物函数确定该微元的物函数值:

$$f(x_{mw}, y_{mw}, z_{mw}) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta g^3} [(\Delta g - \Delta x_m)(\Delta g - \Delta y_m)(\Delta g - \Delta z_m) \\ & f(i_m, j_m, k_m) + \Delta x_m(\Delta g - \Delta y_m)(\Delta g - \Delta z_m) \\ & f(i_m, j_m + 1, k_m) + \Delta y_m(\Delta g - \Delta x_m)(\Delta g - \Delta z_m) \\ & f(i_m + 1, j_m, k_m) + \Delta x_m \Delta y_m (\Delta g - \Delta z_m) \\ & f(i_m + 1, j_m + 1, k_m) + (\Delta g - \Delta x_m)(\Delta g - \Delta y_m) \\ & \Delta z_m f(i_m, j_m, k_m + 1) + \Delta x_m(\Delta g - \Delta y_m) \\ & \Delta z_m f(i_m, j_m + 1, k_m + 1) + \\ & \Delta y_m(\Delta g - \Delta x_m) \Delta z_m f(i_m + 1, j_m, k_m + 1) + \\ & \Delta x_m \Delta y_m \Delta z_m f(i_m + 1, j_m + 1, k_m + 1)], \end{aligned} \quad (12)$$

根据相邻离散网格的距离所确定的系数, 可以得到每个离散网格对微元的权重因子。

4) 每条射线的投影像素值可以写成如下形式:

$$I(x', y') = \sum_{m=1}^Q \frac{\Delta z}{\Delta g^3} [(\Delta g - \Delta x_m)(\Delta g - \Delta y_m)(\Delta g - \Delta z_m) f(i_m, j_m, k_m) + \Delta x_m(\Delta g - \Delta y_m)(\Delta g - \Delta z_m) f(i_m, j_m + 1, k_m) + \Delta y_m(\Delta g - \Delta x_m)(\Delta g - \Delta z_m) f(i_m + 1, j_m, k_m) + \Delta x_m \Delta y_m(\Delta g - \Delta z_m) f(i_m + 1, j_m + 1, k_m) + (\Delta g - \Delta x_m)(\Delta g - \Delta y_m) \Delta z_m f(i_m, j_m, k_m + 1) + \Delta x_m(\Delta g - \Delta y_m) \Delta z_m f(i_m, j_m + 1, k_m + 1) + \Delta y_m(\Delta g - \Delta x_m) \Delta z_m f(i_m + 1, j_m, k_m + 1) + \Delta x_m \Delta y_m \Delta z_m f(i_m + 1, j_m + 1, k_m + 1)], \quad (13)$$

根据该公式对所有的微元进行积分运算,可以得到每个离散网格对投影的权重矩阵。

### 2.4 代数迭代重建算法

代数迭代重建算法 (Algebraic reconstruction technique, ART) 是层析技术中最为常用的重建方法,对少量投影角度的层析重建具有较高的精度,抗噪声能力强,且灵活性高。基于最小范数的准则进行线性方程组的求解,基本思路为从  $f$  的一个初始猜测  $f^{(0)}$  开始,循环地用约束条件向解空间投影,当达到预期的收敛条件,即  $f^{(k)}$  足够接近真实解  $f$  时,迭代将停止。乘型代数迭代算法 (Multiplicative algebraic reconstruction technique, MART) 具有较快的收敛速度,因此利用 MART 进行求解,其具体步骤为

$$\begin{cases} f^{(0,0)} = f^{(0)} \\ f_i^{(k,j+1)} = f_i^{(k,j)} \times \left[ 1 - \frac{\lambda \omega_{ij}}{\sum_{i=1}^{M \times N \times P} \omega_{ij}^2} \left( 1 - \frac{I_j}{\sum_{i=1}^{M \times N \times P} \omega_{ij} f_i^{(k,j)}} \right) \right] \\ f^{(k+1,0)} = f^{(k,XY)} \end{cases}, \quad (14)$$

式中:  $f^{(0)} \neq 0$  为设定的初始值;  $f_i^{(k,j)}$  为第  $k$  次迭代的第  $j$  条投影射线,  $i$  为第  $i$  个重建网格;  $XY$  为总的投影射线数;  $\lambda$  为松弛因子,且  $\lambda \in (0, 1)$ ;  $1 \leq j \leq XY$ 。当  $|f^{(k)} - f^{(k-1)}| \leq C$  时,迭代终止,  $C$  为预设的迭代终止阈值,决定重建精度。

## 3 数值模拟

### 3.1 权重矩阵计算精度验证

计算一个立方体模型的投影来验证权重矩阵算法的精确性。不同投影方向下,数值为 1 的立方体投影值等于投影射线与立方体的相交长度,可通过简单的几何关系求出该长度的理论值,因此选用函数值均为 1 的立方体作为模型。

将模型划分为  $50 \times 50 \times 50$  的离散网格,网格大小为  $0.4 \text{ mm}$ 。模拟相机的像素数为  $138 \times 138$ ,像素大小为  $3.75 \mu\text{m}$ ,镜头焦距为  $12 \text{ mm}$ ,平移矢量设置为  $[0 \text{ mm}, 0 \text{ mm}, 800 \text{ mm}]$ 。

对于一个立方体模型,通过相交长度计算出的不同角度的投影理论值如图 3(a) 所示。根据文献[9]的

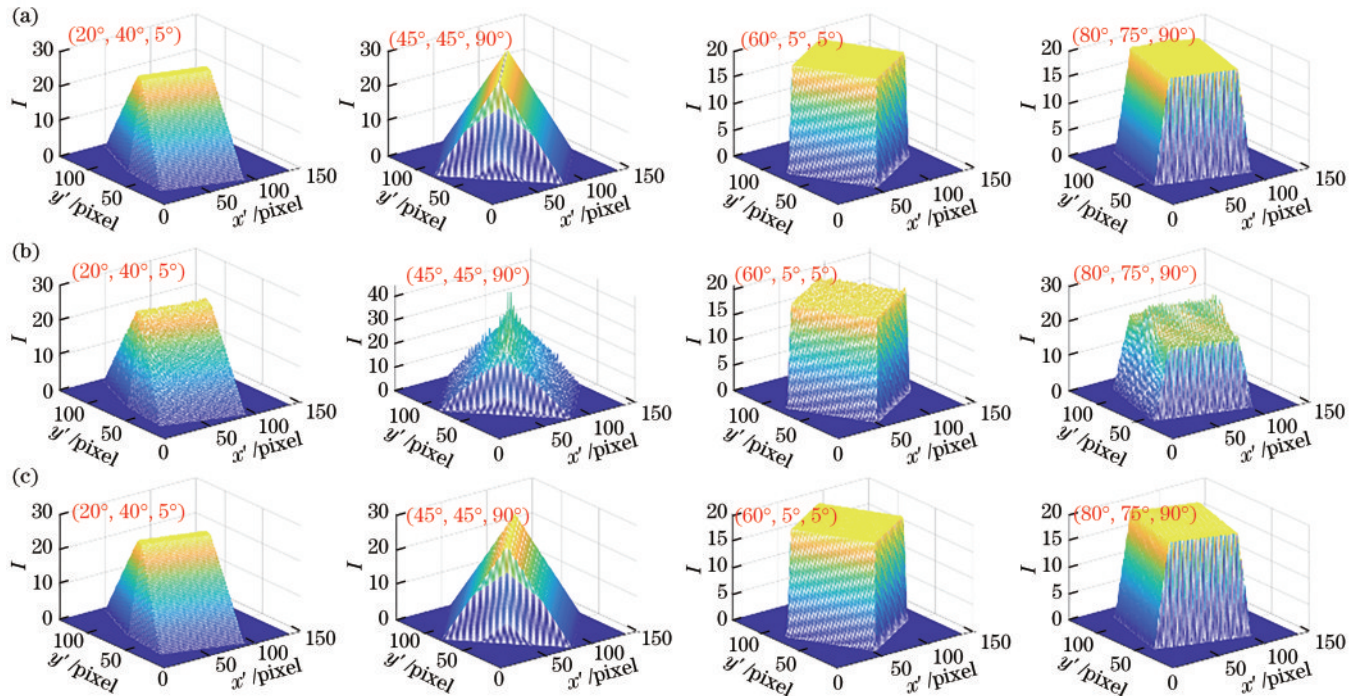


图 3 立方体投影成像结果。(a)理论投影值;(b)文献[9]中权重矩阵计算的投影值;(c)线性插值后权重矩阵计算的投影值

Fig. 3 Projections of a cube at different Euler angles. (a) Theoretical values; (b) calculated by weight matrix in reference[9];

(c) calculated by weight matrix using linear interpolation principle

权重矩阵计算方法获取相同参数条件下的  $W$ , 并利用式(3)计算相应的投影, 结果如图 3(b)所示, 其中误差导致了坐标轴数值不同。根据 2.1、2.2 节中提出的理论计算相同参数条件下的  $W$ , 相应的投影结果如图 3(c)所示。与文献[9]中使用的权重矩阵计算方法相比, 基于线性插值原理所得权重矩阵计算出的投影成像结果与理论值匹配度更高, 说明该算法具有精确性。

### 3.2 初始参数的选择

由式(10)可知, 采样点数目是影响重建质量的因素之一, 当光线穿过被测场的交点一定时, 采样点数目

较少会导致被测场内部特征采集不全面; 采样点数目较多会导致重建效率降低; 因此选择合适的采样点数目有利于保证重建效率, 提高重建精度。

使用层析技术中常用的合成 Shepp-Logan 模型完成重建, 采样点个数  $Q$  对重建参数 (Cor) 和均方根误差 (RMSE) 的影响如图 4(a)、(b)所示。随着采样点目的增加, Cor 始终保持在 0.98 以上, RMSE 逐渐减小, 当采样点个数为 1000 时, 其减小速度降低, 重建结果如图 4(c)所示。为兼顾重建质量与重建效率, 后续数值模拟中采样数初值设置为 2500。

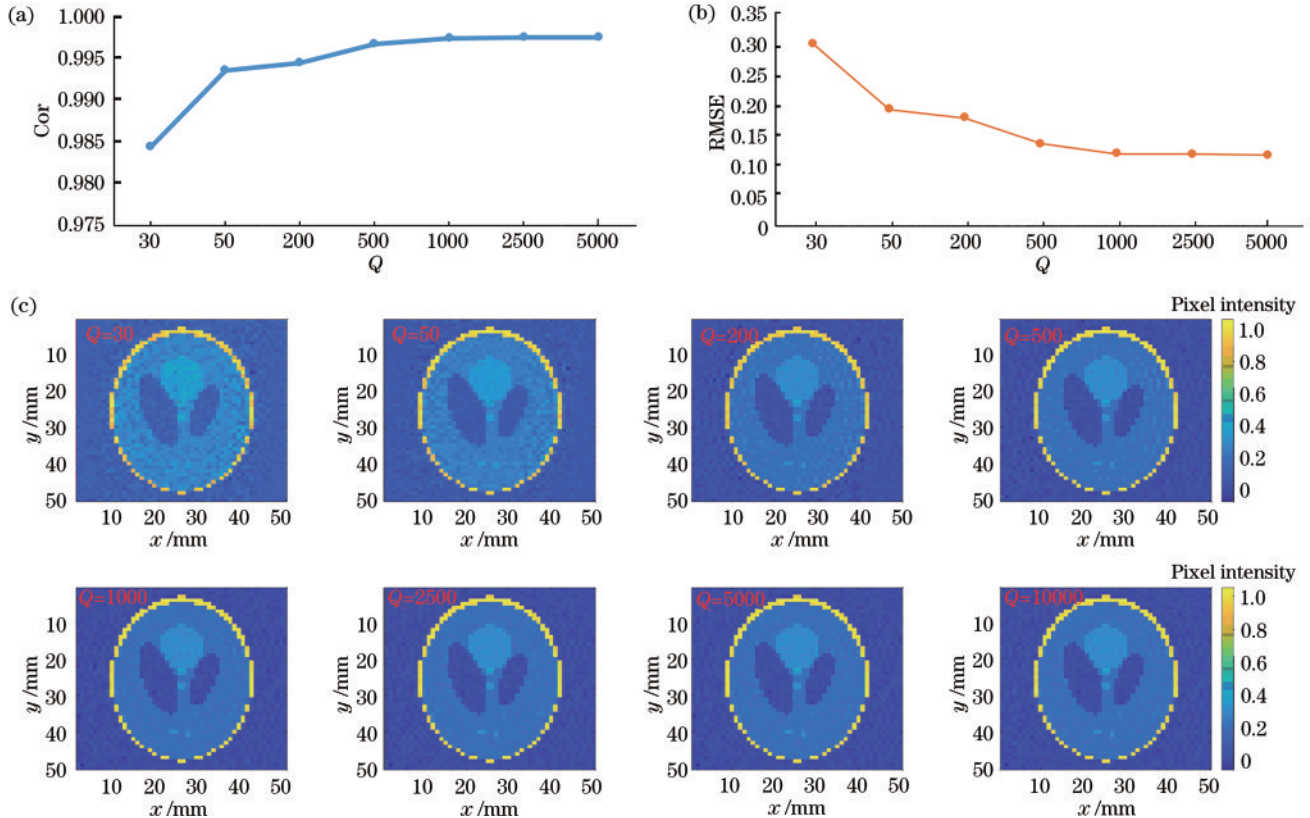


图 4 采样点数目对重建的影响。(a)重建参数 Cor; (b)重建参数 RMSE; (c)重建结果

Fig. 4 Influence of sampling points on reconstruction. (a) Reconstruction parameters Cor; (b) reconstruction parameters RMSE; (c) reconstruction results

代数迭代重建算法的初值是影响重建结果的因素之一。为研究代数迭代重建算法的初值对重建参数的影响, 设置其他初始条件不变, 则不同迭代初值 (IM) 对重建参数的影响如图 5(a)、(b)所示。Cor 均保持在 0.98 以上, 随着 IM 的变换, RMSE 变化幅度较大。模型物函数的平均数为 0.24, 以此为 IM 时, 重建结果的 Cor 为 0.9977, RMSE 为 0.1182; 但当 IM 设置为 0.2 时, Cor 为 0.9978, RMSE 为 0.1150, 获得了更优的重建参数, 因此后续数值模拟中 IM 设置为 0.2。模型重建结果如图 5(c)所示。

### 3.3 层析重建精度验证

合成 Shepp-Logan 模型的重建结果如图 6 所示, 直观反映了使用线性插值原理对层析重建的有效性。按照文献[9]所使用算法的重建结果如图 6(b)所示,

RMSE 为 0.5512, Cor 为 0.9486。基于线性插值原理所得重建结果如图 6(c)所示, RMSE 为 0.1150, Cor 为 0.9978, 对比重建参数可以证明线性插值原理对层析重建精度具有提高作用。

计算过程中每个视角权重矩阵的计算耗时 1 min, 约需 200 MB 的存储空间, 重建共耗时 15 min。其他文献同样对一定重建参数下权重矩阵的计算速度与所需储存空间大小作出阐述, 文献[9]使用像素数为  $520 \times 400$ , 像素大小为  $3.75 \mu\text{m}$  的投影, 在重建过程中将测量区域离散为  $50 \times 90 \times 50$  个大小为 0.4 mm 的网格时, 计算单方向权重矩阵耗时 1.5 min。文献[10]使用像素数为  $1376 \times 1040$ , 像素大小为  $6.45 \mu\text{m}$  的相机获取投影, 在重建过程中将测量区域离散为  $64 \times 64 \times 16$  个网格时, 单个视角的权

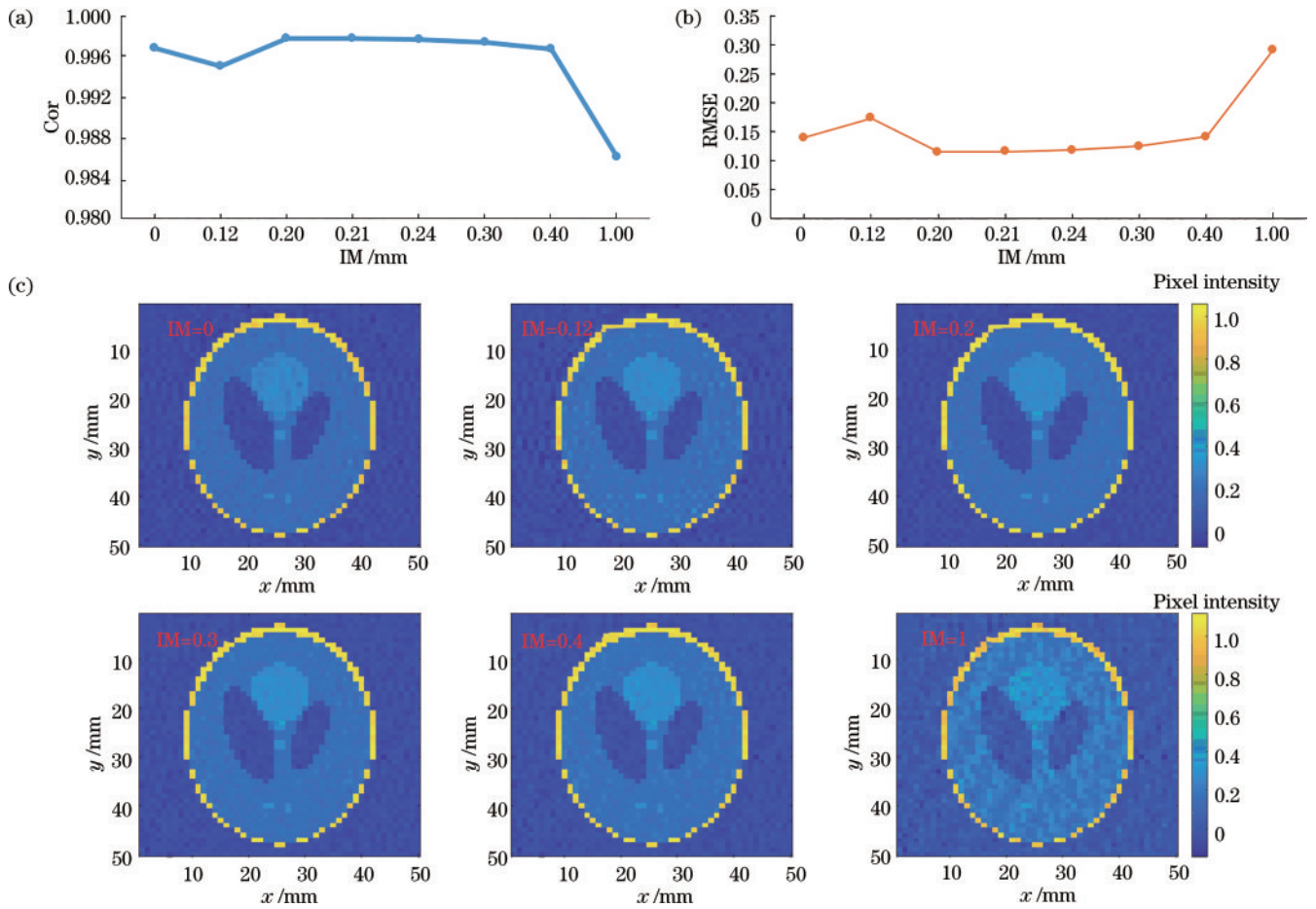


图 5 IM 对重建的影响。(a)重建参数 Cor;(b)重建参数 RMSE;(c)重建结果

Fig. 5 Influence of IM on reconstruction. (a) Reconstruction parameters Cor; (b) reconstruction parameters RMSE; (c) reconstruction results

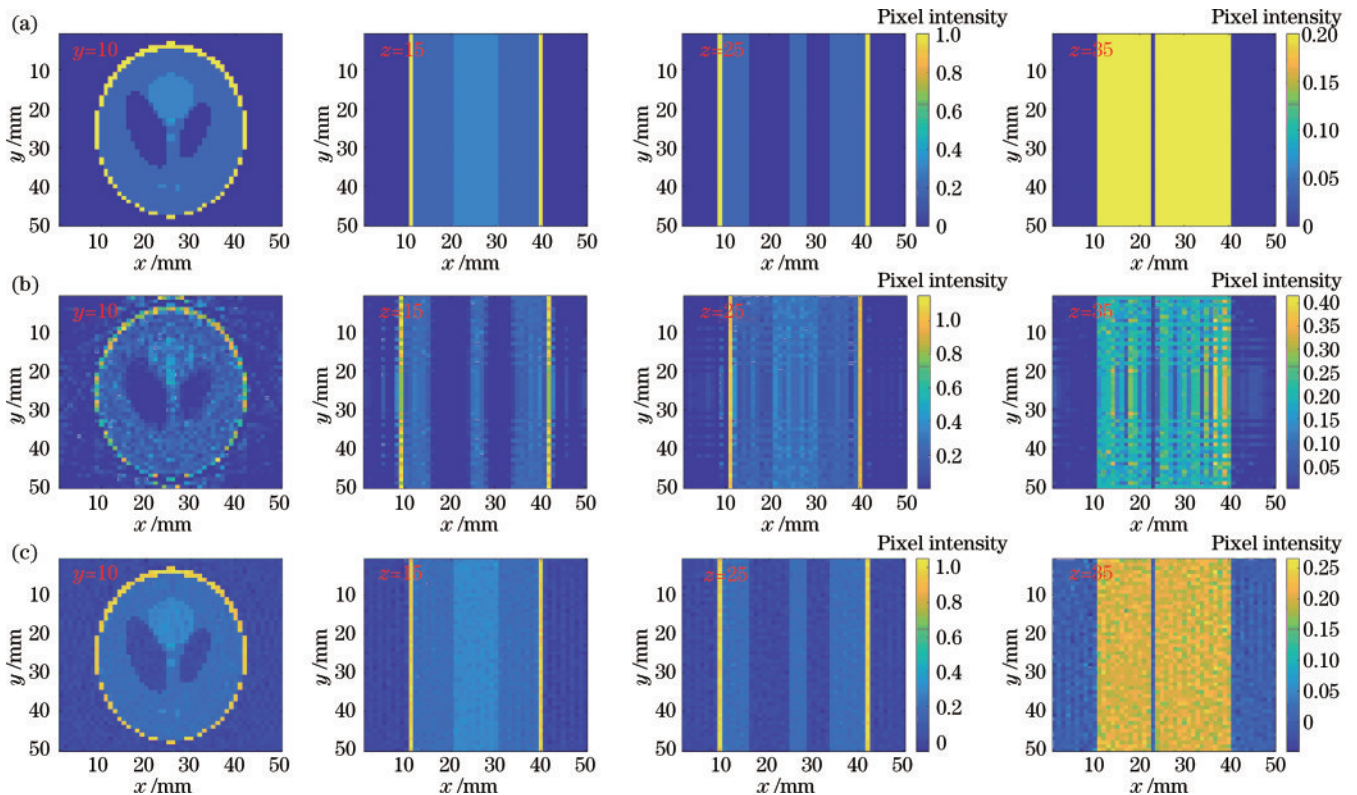


图 6 合成 Shepp-Logan 模型及其重建结果。(a)模拟;(b)重建;(c)利用线性插值原理的重建

Fig. 6 Shepp-Logan model and its reconstruction results. (a) Simulation; (b) reconstruction; (c) reconstruction using linear interpolation principle

重矩阵所需的储存空间约为 8 GB。文献[11]使用相机的像素数为  $1024 \times 1024$ , 经投影预处理后, 被测场离散为  $64 \times 64 \times 64$  个网格时单个视角的权重矩阵所需的储存空间约为 10 GB。与已有研究相比, 本文提出的权重矩阵算法的数据量大大减小, 计算效率明显提高。

## 4 实验及重建

建立了一个具有 12 个相机的三维发射层析系统。

相机的像素数为  $1292 \times 964$ , 像素大小为  $3.75 \mu\text{m}$ , 由外部触发电路同时触发进行 12 个方向投影的瞬时采集。相机的位置参数以及焦距由相机标定过程<sup>[17]</sup>获取, 结果见表 1、表 2。

利用该系统对燃烧火焰三维结构进行重建, 以验证理论和算法在实际测量中的适应性和精确性。以丙烷本生灯火焰为测量对象, 拍摄其 12 个方向的火焰投影图像。为了提高运算速度, 降低数据量, 对包含有用投影的区域进行截取, 结果如图 7 所示。

表 1 相机标定结果中的旋转矩阵  
Table 1 Rotation matrix by camera calibration

Camera	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$	$r_8$	$r_9$
1	0.1254	-0.0125	0.9836	0.0159	0.9998	0.0114	-0.9835	0.0142	0.1256
2	0.3524	-0.0127	0.9287	-0.0091	0.9998	0.0265	-0.9288	-0.0178	0.3523
3	0.6074	-0.0122	0.7895	0.0060	0.9999	0.0171	-0.7896	-0.0056	0.6075
4	0.7836	-0.0132	0.6122	0.0038	0.9999	0.0257	-0.6124	-0.0178	0.7836
5	0.9275	-0.0179	0.3634	0.0122	0.9998	0.0263	-0.3638	-0.0199	0.9275
6	0.9919	-0.0191	0.1090	0.0174	0.9998	0.0287	-0.1096	-0.0266	0.9920
7	0.9889	0.0014	-0.1313	0.0030	0.9996	0.0249	0.1313	-0.0250	0.9885
8	0.9203	0.0051	-0.3788	0.0130	0.9990	0.0477	0.3787	-0.0488	0.9193
9	0.8040	0.0066	-0.5832	0.0057	0.9998	0.0175	0.5832	-0.0174	0.8038
10	0.6273	0.0132	-0.7735	0.0090	0.9997	0.0255	0.7735	-0.0229	0.6269
11	0.3684	0.0056	-0.9211	0.0112	0.9999	0.0235	0.9212	-0.0190	0.3683
12	0.1807	0.0213	-0.9581	0.0126	0.9996	0.0324	0.9584	-0.0179	0.1804

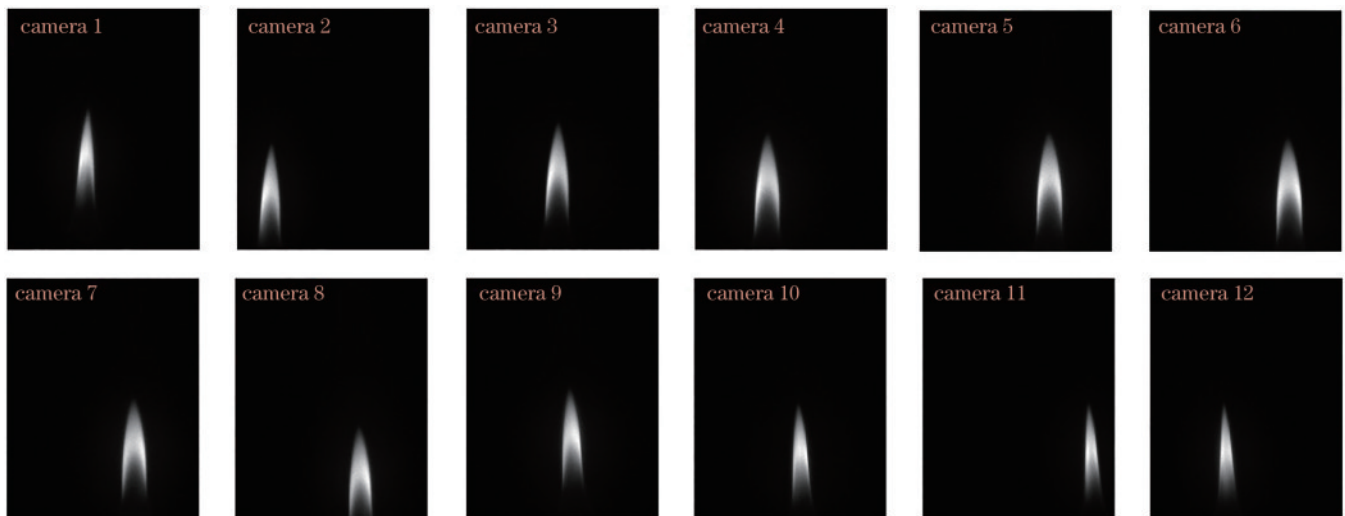


图 7 丙烷本生灯火焰的三维投影采集结果

Fig. 7 Projections of propane Bunsen flame in 3D space

将重建区域划分为  $50 \times 90 \times 50$  个网格, 网格大小为  $0.3 \text{ mm}$ , 设置松弛因子  $\lambda = 0.8$ , 迭代终止阈值为  $C = 10^{-5}$ 。以三维空间中 12 个相机的空间位置参数为基础, 结合提出的三维空间相机成像模型、权重矩阵计

算方法及 ART 重建算法进行重建, 结果如图 8 所示。重建结果表明, 使用提出的权重矩阵计算方法可以实现瞬态火焰燃烧发光强度的高精度三维重建。

表 2 相机标定结果中的焦距及平移矢量

Table 2 Focus lengths and translation vectors by camera calibration

Camera	$f/\text{mm}$	$T_x/\text{mm}$	$T_y/\text{mm}$	$T_z/\text{mm}$
1	12.2802	-0.3455	-1.6015	562.4166
2	12.2819	-17.9035	-14.0067	565.0399
3	12.2825	1.2855	-6.7078	563.0232
4	12.2753	-7.2991	-10.7164	563.0174
5	12.2745	11.6653	-9.6006	566.5004
6	12.2764	13.5756	-11.5735	565.4704
7	12.2745	7.9182	-9.0789	572.8347
8	12.2712	5.4349	-19.0271	572.2096
9	12.2731	-2.7131	-5.6234	569.6786
10	12.2800	-3.0467	-10.7830	569.1206
11	12.2783	19.5407	-10.7956	576.4480
12	12.2797	-14.1232	-10.7428	574.7787

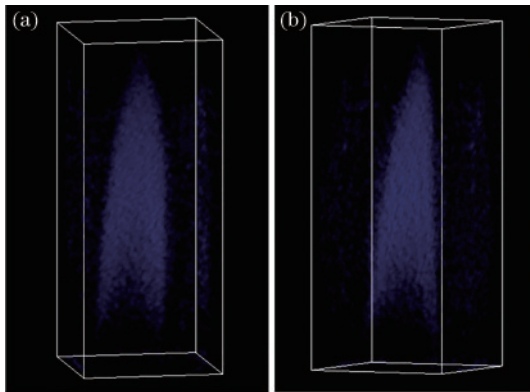


图 8 三维空间中的重建火焰。(a)侧面1;(b)侧面2

Fig. 8 Reconstruction of a flame in 3D space. (a) Side 1; (b) side 2

## 5 结 论

通过建立三维空间相机成像模型,提出了基于线性插值原理的权重矩阵计算方法,结合 ART 迭代算法,最终实现了燃烧场的高精度三维发射层析重建。该方法在算法层面改善了三维层析技术原有的占用内存过大问题,且能够保证三维层析重建技术的重建速度,提高层析重建精度。数值模拟和实验结果验证了理论的正确性和可靠性。该研究在燃烧场诊断范围方面有着重要意义,在医学等其他领域也有参考价值。

### 参 考 文 献

- [1] Wang Q, Yu T, Liu H C, et al. Optimization of camera arrangement for volumetric tomography with constrained optical access[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2020, 37(4): 1231-1239.
- [2] Wang J, Guo Z Y, Nie L, et al. High spatial resolution computed tomography of chemiluminescence with densely sampled parallel projections[J]. Optics Express, 2019, 27(15): 21050-21068.
- [3] Denisova N, Tretyakov P, Tupikin A. Emission tomography in flame diagnostics[J]. Combustion and Flame, 2013, 160(3): 577-588.
- [4] Ishino Y, Ohiwa N. Three-dimensional computerized tomographic reconstruction of instantaneous distribution of emission intensity in turbulent premixed flames[J]. Lean Combustion Technology II, 2001: 25-29.
- [5] Ishino Y, Ohiwa N. Three-dimensional computerized tomographic reconstruction of instantaneous distribution of chemiluminescence of a turbulent premixed flame[J]. JSME International Journal Series B, 2005, 48(1): 34-40.
- [6] Floyd J, Kempf A M. Computed Tomography of Chemiluminescence (CTC): high resolution and instantaneous 3-D measurements of a Matrix burner[J]. Proceedings of the Combustion Institute, 2011, 33(1): 751-758.
- [7] Gilbert G, Lu G, Yan Y. Three-dimensional tomographic reconstruction of the luminosity distribution of a combustion flame[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2007, 56(4): 1300-1306.
- [8] 孙楠. 三维光学体层析重建技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2013.  
Sun N. Study on reconstructed methods of three-dimensional optical volume computerized tomography[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2013.
- [9] Wang J, Song Y, Li Z H, et al. Multi-directional 3D flame chemiluminescence tomography based on lens imaging[J]. Optics Letters, 2015, 40(7): 1231-1234.
- [10] Cai W W, Li X S, Ma L. Practical aspects of implementing three-dimensional tomography inversion for volumetric flame imaging[J]. Applied Optics, 2013, 52(33): 8106-8116.
- [11] Li X S, Ma L. Volumetric imaging of turbulent reactive flows at kHz based on computed tomography[J]. Optics Express, 2014, 22(4): 4768-4778.
- [12] 刘颖, 陆后军, 裴道方. 基于改进光线投射算法的室内烟雾可视化研究[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(4): 0410005.  
Liu Y, Lu H J, Chang D F. Indoor smoke visualization based on the improved ray-casting algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(4): 0410005.
- [13] 董晨语. 海洋声学层析成像数据库与可视化软件系统设计[D]. 杭州: 浙江大学, 2021.  
Dong C Y. The design of marine-acoustic-tomography database and visualization software system[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2021.
- [14] 李秀艳, 马会梅, 王琦, 等. 基于轮廓形状的肺部电阻抗成像三维插值方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(10): 89-97.  
Li X Y, Ma H M, Wang Q, et al. Three dimensional interpolation method of pulmonary electrical impedance tomography based on contour shape[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35



(10): 89-97.

[15] Jin Y, Song Y, Wang W C, et al. An improved calculation model of weight coefficient for three-dimensional flame chemiluminescence tomography based on lens imaging theory[J]. Proceedings of SPIE, 2016, 10026: 1002612.

[16] Cai W W, Li X S, Li F, et al. Numerical and

experimental validation of a three-dimensional combustion diagnostic based on tomographic chemiluminescence[J]. Optics Express, 2013, 21(6): 7050-7064.

[17] Wang J, Zhang W G, Zhang Y H, et al. Camera calibration for multidirectional flame chemiluminescence tomography[J]. Optical Engineering, 2016, 56(4): 041307.