激光写光电子学进展

自由空间光通信下 SCB-Spinal 码的性能分析

张兢,李文庆*,曹阳,彭小峰,杜凡丁

重庆理工大学电气与电子工程学院,重庆 400054

摘要 针对自由空间光通信中 Spinal 码译码复杂度高及不等差错保护问题,提出一种分段循环冗余校验(CRC)、Spinal 码与 BCH 码级联的 SCB-Spinal 码方案。通过分段的 CRC 校验提前终止过程,减少解码计算量,降低了译码复杂度,并在 尾部级联 BCH 码对易错的尾部信息进行纠错保护。仿真结果表明:在不同湍流强度下,SCB-Spinal 码方案都有效地降低 了译码复杂度并获得了更好的误码率性能,在弱湍流强度低信噪比情况下较传统 Spinal 码方案降低了约 62% 的复杂度, 速率也有 0.04~0.17 bit/symbol 的性能提升;在中强湍流强度影响下,较传统 Spinal 码方案降低了 50%~60% 的复杂度。在为自由空间光通信中 Spinal 码的高效应用提供了一种解决方案。

关键词 光通信;自由空间光通信;Spinal码;译码复杂度;循环冗余码;BCH码;大气湍流
 中图分类号 TN929.12
 文献标志码 A
 DOI: 10.3788/LOP2022059.2320003

Performance Analysis of SCB-Spinal Code in Free-Space Optical Communication

Zhang Jing, Li Wenqing^{*}, Cao Yang, Peng Xiaofeng, Du Fangding

School of Electrical and Electronic Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China

Abstract Aiming at the problems of high decoding complexity and unequal error protection of Spinal codes in free space optical communication, a SCB-Spinal code scheme is proposed, in which cyclic redundancy code (CRC), Spinal codes, and BCH codes are concatenated. Premature termination of the segmented CRC check reduces the amounts of decoding calculations and the complexity of decoding, and also cascades the BCH code at the tail to perform error correction protection for error-prone tail information. The simulation results show that the SCB-Spinal code effectively reduces decoding complexity and obtains better bit error rate performance under different turbulence intensities. Compared to the traditional Spinal code, the SCB-Spinal code is approximately 62% lower with respect to signal-to-noise ratio and turbulence. In addition, it exhibited a performance rate of 0.04–0.17 bit/symbol. With respect to moderate and strong turbulence intensities, the complexity under SCB-Spinal code is reduced by 50%–60%, facilitating efficient application of Spinal code in free space optical communication.

Key words optical communication; free-space optical communication; Spinal code; complexity decoding; cyclic redundancy code; BCH code; atmospheric turbulence

1 引 言

自由空间光通信(FSO)技术是以激光作为载波、 以大气作为信道的无线通信方案,与射频无线通信相 比,它具有无频谱许可、带宽大、固有安全、抗电磁干 扰、低成本等诸多优势^[1],由于大气湍流会导致传输后 存在波形失真、闪烁、相位波动等问题^[2],严重影响通 信系统的性能。目前,抑制大气湍流干扰的方法主要 有:自适应光学技术、多输入多输出(MIMO)天线技 术、调制技术、信道编码技术,其中信道编码技术是最 常应用的。信道编码通过增加冗余信息的方式使接收 端可以对接收到的信息进行检测纠错,以此获得更好 的通信性能。在传统的自由空间光通信系统中,常用 的信道编码技术有低密度奇偶校验码(LDPC)^[3]、里所

基金项目:重庆市教委科学技术项目(KJQN201901125)、重庆市科委社会事业与民生保障科技创新专项(cstc2017shm-sA40019)、重庆市基础与前沿研究计划项目(cstc2019jcy-msxmX0233)、重庆市教委科学技术研究青年项目(KJQN202101124)

通信作者: *467144986@qq.com

研究论文

收稿日期: 2022-02-25; 修回日期: 2022-04-25; 录用日期: 2022-06-24

研究论文

(RS)码^[4]、Turbo码^[5]、Polar码^[6-7],但是受制于固定码 率无法适应时变的大气信道,无速率编码没有码率约 束,其正向增加冗余的特点可以自动适应信道的动态 变化而不需要反馈,以此获得更高的通信质量。

Perry 等^[8]于 2011年通过引入伪随机哈希函数提 出了无速率Spinal码,并在隔年详细地阐述了编码原 理,提出了新的译码算法。2012年Perry等^[9]证明了 Spinal码在二进制对称信道(BSC)和加性高斯白噪声 (AWGN)信道上接近信道容量。Yang等^[10]提出了一 种前向堆栈译码(FSD)算法,在不损失传输速率的情 况下减少译码复杂度。Hu等^[11]提出了一种有效分布 符号的 Spinal 码译码方法,该译码器所采用的分组译 码方法降低了译码复杂度,与气泡译码器相比具有吞 <u>叶量增益。Spinal码的顺序编码结构也使其具有不等</u> 差错保护(UEP)性质,Yu等^[12]提出了一种不等长传输 方案以提高传输速率并分析了所提出的UEP脊髓码 的有限长度性能。Yu等^[13]又提出了一种适用于BSC 的无速率叠加Spinal码,通过叠加运算,重要的信息比 次要的信息由更多的编码符号传递,从而产生UEP特 性。虽然上述译码改进方法优势明显,但是对自由空 间光通信 Spinal 码系统性能的改善还有一定的提升 空间。

第 59 卷 第 23 期/2022 年 12 月/激光与光电子学进展

Spinal 码受其潜在的不等差错保护性的影响,有着差错控制性能不佳的问题,其错误比特主要集中在最后部分的码块中。此外 Spinal 码译码复杂度较高,译码速率有待提高。针对以上问题,本文提出一种Spinal 码、循环冗余校验(CRC)码与BCH 码级联的信道编码方案,简称 SCB(Segmented CRC-BCH)-Spinal 码。仿真结果表明,在大气湍流条件下,与不同的构造方法相比,SCB-Spinal 码方案能取得更好的系统性能。

2 系统模型

2.1 自由空间光通信系统模型

基于 Spinal 码的 FSO 通信系统模型如图 1 所示。 通信过程如下:1)在发送端,首先将分块后的信息序列 通过 CRC 编码器和 BCH 编码器后,生成对应的校验 位并与原信息组成新的信息序列,然后进行 Spinal 编 码生成相应编码符号,将码字进行二进制相移键控 (BPSK)调制并经过大气信道进行传输;2)在接收端, 首先对接收到的信号进行解调与 Spinal 解码操作,依 次对解码后的信息分段进行 CRC 与 BCH 校验。若成 功解码出信息,则接收端只需要发送一个非常简单反 馈信号给发送端,之后发送端停止发送信息序列,否则 发送端将持续发送编码符号。



图 1 SCB-Spinal码的FSO系统模型 Fig. 1 FSO system model of SCB-Spinal codes

2.2 大气湍流信道

激光在大气传播时会受到大气湍流的影响, Gamma-Gamma模型是应用最广泛的弱湍流模型之一,对不同强度的湍流下接收光的光强起伏建模都比较符合实际和仿真。在Gamma-Gamma模型中,归一 化光强I是由两个变量I_x、I_y决定的,可表示为I=I_xI_y, 其中I_x、I_y表示为大规模和小规模的大气效应,其都服 从Gamma分布,即

数^[14]为

$$P(I) = \frac{2(\alpha\beta)^{(\alpha+\beta)/2}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} I^{(\alpha+\beta)/2-1} K_{\alpha-\beta} (2\sqrt{\alpha\beta I}), I > 0,$$
(2)

式中:*Γ*是伽马函数;*K_a(β)*是第二类修正贝塞尔函数,其中α和β分别表示大湍流尺度和小湍流尺度。 它们与大气条件有关,公式为

$$\alpha = \left\{ \exp\left[\frac{0.49\sigma^2}{\left(1+1.11\sigma^{\frac{12}{5}}\right)^{\frac{7}{6}}}\right] - 1 \right\}^{-1}, \qquad (3)$$

$$\beta = \left\{ \exp\left[\frac{0.51\sigma^2}{\left(1 + 0.69\sigma^{\frac{12}{5}} \right)^{\frac{7}{6}}} \right] - 1 \right\} , \qquad (4)$$

-1

式中: σ^2 为 Rytov方差。 $\sigma^2 = 1.23C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}, k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数, λ 为波长,L为传输距离, C_n^2 为大气折射率结构常数。

3 SCB-Spinal码方案

3.1 Spinal码编译码原理

如图 2 所示, Spinal 码的编码流程如下: 1)将 n 位的信息 m 等分为 D = n/k数据包,即 $m_1, m_2, m_3, \cdots, m_D$,数据包由 k 位组成。2)编码器调用哈希函数,将信息序列映射为 v 位的哈希状态。哈希函数有两个输入,即一个 k 位的信息和一个 v 位的哈希状态,表示为

$$S_i = h(S_{i-1}, m_i), 1 \leq i \leq n/k, \tag{5}$$

式中: S_0 作为哈希函数的初始状态可以随机选取,但发送端和接收端都需要已知该信息。 m_1 与预设的哈希种子 S_0 输入哈希函数,得到脊髓值 S_1 。随后 S_1 将作为新的种子值与 m_2 进行哈希运算得到 S_2 。依此类推,直到得到 $S_{n/k}$ 。3)v位的哈希状态 S_i 作为种子输入到伪随机数生成器(RNG), $\{0,1\}^v \times \mathbb{N} \rightarrow \{0,1\}^c$,其中 N为C位比特的索引,以生成尽可能多的伪随机编码序列,随后利用特定的映射函数将同一批次的随机序列映射为C位的码字进行传输。4)将 $x_{1,j}, x_{2,j}, \dots, x_{n/k,j}$ 通过第j个PASS进行传输,编码端不断执行上述操作,直到接收端成功解码或者主动放弃,使得Spinal码具有无速率性。

Spinal译码是基于最大似然(ML)原理来实现的,





通过再现编码过程进行解码。具体地说,我们使用相同的初始哈希状态 S₀、哈希函数和 RNG 来构造解码树,即以 S₀为根节点拓展深度为 n/k 的译码树,每个节点都有 2^k个子节点。ML 解码准则为

$$M = \underset{M' \in \{0,1\}^{\nu}}{\arg\min} \frac{\|\bar{y} - \bar{x}(M')\|^2}{\prod_{i=1}^{n/k} \sum_{i=1}^{L} \|\bar{y}_{i,i} - \bar{x}_{i,j}(\bar{m}')\|}, \qquad (6)$$

式中: \bar{y} 表示解码端接收到的编码符号序列; $\bar{x}(M')$ 表示的是解码端构造译码树时对应的编码符号序列; \hat{M} 是 $\bar{x}(M')$ 中编码符号序列与 \bar{y} 在欧氏距离上最近的信息序列; $\sum_{j=1}^{L} ||\bar{y}_{i,j} - \bar{x}_{i,j}(\bar{m}')||$ 为第i级路径开销; $\sum_{i=1}^{n/k} \sum_{j=1}^{L} ||\bar{y}_{i,j} - \bar{x}_{i,j}(\bar{m}')||$ 是M'叶节点的译码开销和。

虽然 ML 是最优的译码方法,但 ML 译码需要计 算 2"条路径的路径开销,其复杂度会随信息长度呈指 数增长。截断译码算法较 ML 算法添加了一个参数, 即保留路径 B。截断译码不再搜索整个解码树,而是 每层根据路径度量对路径进行删减,只保留路径开销 和较小的 B条路径,对所保留的路径进行下一个深度 的扩展,使得具有指数级别复杂度的 ML 译码降低至 多项式级别。

3.2 SCB-Spinal 码

目前大部分 Spinal 码编码方案都是在信息序列后添加 CRC,只有在对整个信息序列进行解码时才能进行 CRC 校验。由于 Spinal 码是在深度优先解码树上进行解码的,若在解码过程中有某一位置没有被成功解码,之后的解码计算都是无用的,导致了后续计算的浪费^[15]。如图 3 所示,分段 CRC 校验与传统 CRC 校验的不同在于分段 CRC 将尾部校验位 r 替换为在信息序列中分散插入校验位 r/S,每个分段包含 n - r/S 信息位和 r/S的 CRC 校验位,S 为分段数。





以图 4 为例,将信息序列 M 分成四段 M₁、M₂、 M₃、M₄,然后分别对每个信息序列进行 CRC 编码生成 对应的校验序列,将校验序列添加到信息序列 M_i尾部 组成 M'_i,然后由 Spinal 码编码器编码。译码过程中 M'_i译码结果无法通过 CRC 校验时提前终止译码过 研究论文



图 4 分段为 4 的 CRC 方案 Fig. 4 CRC scheme with 4 segments

程,保留通过CRC校验分段的结果并传输额外冗余对 *M*/继续译码,防止前面已经出现错误却继续译码的计 算浪费,降低了译码复杂度。

假设将 Spinal 码的传输 PASS 数设置为L,此类固定速率的 Spinal 码可表示为 $C_{capacity}(n,k,L),m$ 表示发送端发送的信息, \hat{m} 表示接收端的估计值,错误概率可以表示为

$$P_{e} = 1 - P(\hat{m} = m) = 1 - P(\hat{m}_{1} = m_{1}, \cdots, \hat{m}_{D} = m_{D}) = 1 - \prod_{i=1}^{D} (1 - \delta_{i}), \quad (7)$$

$$\delta_i = P(\hat{m}_i \neq m_i | \hat{m}_1 = m_1, \cdots, \hat{m}_{i-1} = m_{i-1})_{\circ} \quad (8)$$

由 Spinal 码顺序编码的特性可知,对于信息分段 m_i,只有 x_i, x_{i+1}, …, x_D携带其信息,其他输出符号 x₁, x₂, …, x_{i-1}与信息分段 m_i之间的互信息为0,可以 分析出在 Spinal编码中位置靠前的信息分段性能总是 优于位置靠后的信息分段,这说明 Spinal 码存在潜在 的UEP。如果只考虑最后一段信息m_D,发现m_D与x₁,…, 第 59 卷 第 23 期/2022 年 12 月/激光与光电子学进展

 x_{D-1} 相互独立,只有 x_D 与其有关,因此我们可以将式(7)近似为

$$P_e \geqslant \delta_D,$$
 (9)

式中: δ_D 为一个短 Spinal 码 $C_{\text{capacity}}(k, k, L)$ 的误码率。 Spinal 码的错误性能不会随着消息长度的增加而提升。根据上述分析得出 Spinal 码的差错控制性能受尾 部信息分段的性能影响^[16]。

分段CRC译码同样存在这个问题,尾部分段易出 错且存在多次重发后仍可能无法成功译码的情况,为 解决此问题进而改进方案提出了一种尾部级联有强纠 错能力的BCH码的SCB-Spinal码方案。

BCH 解码就是对错误比特进行自动纠错的过程。 通过计算接收向量的伴随式,并根据伴随式判断有无 错误。根据所求得的伴随式,进行迭代计算,求得差错 定位多项式 $\sigma(x)$ 采用钱搜索算法求解 $\sigma(x)$ 确定错误 位置,进行纠错处理,从而实现BCH码的纠错功能。

改进后方案的编码结构框图如图 5 所示,较传统 编码方案有以下区别:

1)将信息比特分为两个部分,可靠比特(RB) *M*₁、*M*₂等和不可靠比特(UB)*M*_D(本文中为尾部 比特)。

2)将 RB 分段 $M = \{ M_1, M_2, \dots, M_s \}$ 依次对每段 M_i 进行 CRC 编码并在 M_i 后加入对应 CRC 的校验序 列,构成新的信息序列。

3) 将 UB 送入 BCH 编码器,得到校验比特*p* = {*p*₁,*p*₂,…},并把校验比特与UB合并得到新的尾部信息序列。



图 5 SCB-Spinal码编码结构 Fig. 5 Encoding structure of SCB-Spinal code

研究论文

本文进而提出一种适用于 SCB-Spinal 码的联合 译码算法(Algorithm 1)。依次对每个分段进行截断译 码,扩展译码树,码树图构造如图 6 所示,实心点为每 层保留的节点,加粗线为保留的路径。从根节点 s₀开 始构造,计算每个子节点的路径开销和,并删除多余的 节点,每个分段译码后只保留 B条路径,当分段 *i*译码 完成时,对保留的 B条路径进行 CRC 校验,若存在校 验成功的路径,则继续译码,否则解码终止并使用下一 个 PASS 的信息对未通过 CRC 校验的分段继续译码。



	冬	6	SCB-Spinal 解码树
Fig.	6	De	coding tree of SCB-Spinal

Algorithm 1

1: Initialization					
2: while $i = 1 \leq S - 1$ do #decoding segment by segment;					
3: $D \leftarrow n - m/kS;$					
4: for $j = 1$ to <i>D</i> do					
5: calculate $B2^k$ nodes and sort them;					
6: PATH \leftarrow the best <i>B</i> paths;					
7: end for					
8: for $z = 1$ to <i>B</i> do					
9: if CRC PASS					
save the path					
11: else					
12: delete					
13: end for					
14: if CRC all failed					
15: declare a decoding failure and feedback ACK					
message to the sender					
16: end if					
17: for $i = 1 \text{ tom} + p/k \text{ do}$					
: calculate $B2^k$ nodes and sort them;					
calculate adjoint matrix					
20: if adjoint matrix check is 0					
21: return the path					
22: else					
23: calculate error locating polynomial $\sigma(x)$ and error					
correction					
24: end if					
25: if adjoint matrix check is 0					
26: return the path					
27: else					
28: declare a decoding failure					

第 59 卷 第 23 期/2022 年 12 月/激光与光电子学进展

如图中线条标注部分为分段1中通过CRC 校验的路 径。当分段S-1完成校验后,对UB和校验比特组成 的尾部序列进行译码,计算分段S-1保留节点与 2^{t} 个 子节点的路径开销和,并删除多余的节点,保留B条路 径,直到到达译码树叶子节点,对保留的路径进行伴随 式校验。若存在伴随式校验为0的路径,则译码器将此 译码路径所对应的信息序列作为译码输出结果;若不 存在伴随式校验为0,则对保留的路径计算误差定位多 项式 $\sigma(x)$ 进行纠错处理;若纠错后存在伴随式校验为0 的值,则作为译码输出结果,否则译码失败。

4 分析与讨论

针对本文提出的方案进行了仿真,以验证 SCB-Spinal方案比原始方案及分段 CRC方案具有更好的性能。信息比特长度 n = 256,信息分段长度 k = 4,保留路径数 B = 16分段 CRC方案每段的 CRC 校验位为8位,分段数 S = 4,分段 CRC 方案后续仿真图中简写为SCA(Segmented CRC-Aided)-Spinal码。SCB方案将尾部的 CRC 校验替换为在尾部级联(15,7)的 BCH码,其生成多项式为 $g(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$ 。对于原始 Spinal码方案设置了 32位的 CRC 作为对照, 其余参数相同。仿真参数如表1所示。

表1 模拟参数表 Table 1 Simulation parama

Table 1 - Simulation parameters				
Parameter	Value			
Wavelength /nm	1550			
Air fluctuation-distribution	Gamma-Gamma			
Transmission distance /km	2			
Modulation	BPSK			
Turbulence intensity	0.2,1.6,3.5			

Spinal译码是通过重现编码过程实现的,所以每 个译码树节点都要进行哈希函数运算并进行路径开销 的对比。对于信息长度为n、信息分段长度为k、保留 参数为B、哈希状态参数为v的截断译码,其每层进行 的哈希函数运算量为 $O(B \cdot 2^{t}v)$,开销和排序的运算 量为 $O[B \cdot 2^{t}(k + \log_{10}B)]$,可以认为每个节点译码的 计算量是相同的。所以不同方案的复杂度可以按照其 平均扩展节点数量来衡量。

图 7 为三种方案在弱湍流 $\sigma^2 = 0.2$,不同 SNR条件下的复杂度对比,可以看出扩展节点数随着信噪比的上升而降低,这说明信道质量越高,译码的复杂度就越低。在 SNR 为 0 dB~10 dB 范围内,SCB-Spinal 方案较传统 Spinal 码方案复杂度有大幅降低,例如:在SNR 为 4 dB 时降低了约 62%,较 SCA-Spinal 方案也降低了约 14.6%~21.3%的复杂度;在 SNR 大于10 dB 的高信噪比情况下,弱湍流的影响较小,只需要少量 PASS数就能传输成功,传统方案所需拓展节点





数大幅减少,SCA与SCB方案提升逐渐减小;当SNR 大于14dB时只需要传输约一个PASS即可解码信息 时,三种方案所需拓展节点数完全一致。

为了进一步测试本文所提方案的性能,在中湍流 $\sigma^2 = 1.6$ 和强湍流 $\sigma^2 = 3.5$ 下也进行相关仿真,如图 8 和图 9 所示。由于受到中强湍流的影响,即使在较高 信噪比情况下也需要多次传输 PASS 进行解码,SCB 方案在中强湍流下和传统方案相比都降低了约50%~ 60% 的复杂度,尤其是强湍流的高信噪比情况下,传 统方案的复杂度无法进一步下降,而 SCA 与 SCB 方 案依旧随着信噪比的增加而小幅减少复杂度。SCB 方案在中强湍流下较 SCA 方案也有 10% 左右的性能 提升。



图 8 中湍流下不同方案复杂度 Fig. 8 Complexity of different scheme in moderate turbulence

考虑到自由空间光通信中反馈时延的问题,本方 案不在每个 PASS 解码后向发送端发送反馈,只有解 码成功后才发送反馈来让发送端停止发送信息。 SCA 方案的分段 CRC 校验失败后发送端依旧会发送 信息序列来译码,导致 SCA 方案与传统译码方案相比 在速率性能上没有太多提升,而 SCB 方案通过在尾部 添加 BCH 码进行纠错处理,较传统方案有一定性能





提升,如图 10 所示。弱湍流影响下,SCB 方案约有 0.04~0.17 bit/symbol 的性能提升,信噪比高于 14 dB 时,受限于 Spinal码的信息分块长度,达到速率性能限 制,两种方案性能相同。在中强湍流影响下,相比传统 方案,SCB 方案有 10% 左右的性能提升。



图 10 SCB-Spinal 与传统 Spinal 码速率性能对比图 Fig. 10 Rate performance of SCB-Spinal and traditional Spinal code

图 11 为误码率性能对比图。通过将传输次数 L 固定为4,比较不同湍流强度下不同方案比特错误概 率(BER)性能。在弱湍流强度 $\sigma^2 = 0.2$ 情况下:当 BER为10⁻¹时,SCB方案较传统Spinal码方案有0.27 dB的增益,随着信噪比的提升,误码率性能也有明显 提高;当BER为10⁻⁴时,SCB方案较传统Spinal码方 案有0.43 dB的增益。在中湍流强度 $\sigma^2 = 1.6$ 和强湍 流强度 $\sigma^2 = 3.5$ 情况下,随着大气湍流强度的增大,在 固定传输次数 L=4的条件下无法获得很好的误码率 性能,但 SCB方案与传统Spinal相比,依旧有着误码 率性能的提升。中湍流强度下,当BER为10⁻³时, SCB方案较传统Spinal码方案有1.7 dB的增益。强 湍流强度下,当BER为10⁻²时,SCB方案较传统 Spinal码方案有1.1 dB的增益。因此SCB-Spinal码的

第 59 卷 第 23 期/2022 年 12 月/激光与光电子学进展





误码率在不同湍流强度下均优于传统Spinal码。

5 结 论

本文提出了一种FSO中分段CRC与BCH纠错码 结合使用的SCB-Spinal码方案,通过将信息位与CRC 校验位分为多段。在接收端解码时,当某个解码段无 法通过CRC校验时提前终止解码,减少了冗余的传 输,尾部级联的BCH码进行不等差错保护。在弱湍流 低信噪比与中强湍流影响情况下,均大幅降低了译码 复杂度,速率性能也有部分提升。随着信噪比的提升, BCH码的纠错能力不断提高,误码率性能有不同程度 的增益。在大气湍流情况下,该方案保证了误码率与 速率性能的同时,降低了译码复杂度,使Spinal码更适 用于实际场景中。

参考文献

- Chan V W S. Free-space optical communications[J]. Journal of Lightwave Technology, 2006, 24(12): 4750-4762.
- [2] 曹阳,李岳,李小红.无线光通信中极化码构造方法研究[J].光学学报,2020,40(21):2106003.
 Cao Y, Li Y, Li X H. Research on construction method of polarization code in wireless optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(21): 2106003.
- [3] Gallager R. Low-density parity-check codes[J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(1): 21-28.
- [4] Sun X L, Skillman D R, Hoffman E D, et al. Simultaneous laser ranging and communication from an Earth-based satellite laser ranging station to the Lunar Reconnaissance Orbiter in lunar orbit[J]. Proceedings of SPIE, 2013, 8610: 861003.
- [5] Leoraj R, Selvi J A V. Comparative performance analysis of forward error correcting codes for Free Space

Optical communication[C]//2016 International Conference on Emerging Trends in Engineering, Technology and Science (ICETETS), February 24-26, 2016, Pudukkottai, India. New York: IEEE Press, 2016.

- [6] Ito K, Okamoto E, Takenaka H, et al. Application of polar codes for free space optical communication[C]// 2017 IEEE International Conference on Space Optical Systems and Applications, November 14-16, 2017, Naha, Japan. New York: IEEE Press, 2017: 183-187.
- [7] 曹阳,文豪,党宇超.自由空间光通信下的LSTM-SCFlips译码方法研究[J].光学学报,2021,41(14): 1406004.

Cao Y, Wen H, Dang Y C. LSTM-SCFlips decoding method in free-space optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(14): 1406004.

- [8] Perry J, Balakrishnan H, Shah D. Rateless spinal codes [C]//Proceedings of the 10th ACM Workshop on Hot Topics in Networks, November 14-15, 2011, Cambridge, Massachusetts. New York: ACM Press, 2011: 6.
- [9] Perry J, Iannucci P A, Fleming K E, et al. Spinal codes[J]. ACM SIGCOMM Computer Communication Review, 2012, 42(4): 49-60.
- [10] Yang W Q, Li Y, Yu X P, et al. A low complexity sequential decoding algorithm for rateless spinal codes[J].
 IEEE Communications Letters, 2015, 19(7): 1105-1108.
- [11] Hu Y M, Liu R K, Bian H X, et al. Design and analysis of a low-complexity decoding algorithm for spinal codes
 [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(5): 4667-4679.
- [12] Yu X P, Li Y, Yang W Q, et al. Design and analysis of unequal error protection rateless spinal codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2016, 64(11): 4461-4473.
- [13] Yu X P, Li Y, Yang W Q. Superposition spinal codes with unequal error protection property[J]. IEEE Access, 2017, 5: 6589-6599.
- [14] 刘旭超,李华贵,孙时伦,等.湍流信道下光量子通信
 系统误码分析及优化[J].光学学报,2022,42(3):
 0327018.

Liu X C, Li H G, Sun S L, et al. Bit error analysis and optimization of optical quantum communication system under turbulent channel[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42 (3): 0327018.

- [15] Zhang K, Li D Q, Wu S H, et al. Improved spinal codes: a segmented CRC-aided scheme[C]//2019 IEEE 90th Vehicular Technology Conference, September 22-25, 2019, Honolulu, HI, USA. New York: IEEE Press, 2019.
- [16] 张兢, 杜凡丁, 曹阳, 等. 自由空间光通信下对称 Spinal 码的性能分析[J]. 激光与红外, 2021, 51(9): 1206-1211.
 Zhang J, Du F D, Cao Y, et al. A symmetric Spinal code for performance improvement in free-space optical communication[J]. Laser & Infrared, 2021, 51(9): 1206-1211.