

激光与光电子学进展

一种指数型滤波反投影解析法与迭代法相结合的层析图像重建算法

陈强华^{1*}, 丁锦红¹, 周胜¹, 韩文远¹, 吕洪波¹, 孙启国¹, 孔祥悦², 罗会甫³¹北方工业大学机械与材料工程学院, 北京 100144;²中国电子科技集团公司第十一研究所, 北京 100016;³北京理工大学机械与车辆学院, 北京 100081

摘要 针对光学层析技术中的数据重建,提出了一种指数型滤波(EF)反投影解析法与迭代法相结合的迭代EF反投影算法,结合了前者重建速度快和后者重建质量高等优点,同时滤波函数采用指数型函数,抗噪性能好于传统滤波函数。算法以重建图像与真实图像的归一化均方距离 d 和归一化平均绝对距离 r 为优化目标,通过调整滤波函数指数因子减小投影数据噪声的影响,并建立了迭代计算模型。通过仿真实验,首先验证了单纯采用滤波反投影解析法时,EF函数相对于传统函数具有更好的重建精度,然后验证了本算法的图像重建质量高于EF反投影法,重建后的 r 减小了20%。进一步进行了折射率光学层析测量实验,分别采用本算法和EF反投影法重建了测量数据的折射率,并比较了仪器标定结果。结果表明:本算法具有更高的重建精度,与仪器标定结果的最大误差为 7.9×10^{-6} ,重建精度相较于EF反投影法提高了约21%。

关键词 测量; 光学层析; 折射率; 重建算法

中图分类号 O436.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.2310001

Tomographic Image Reconstruction Method Combining Exponential Filtering Inverse Projection Reconstruction and Iterative Reconstruction Algorithms

Chen Qianghua^{1*}, Ding Jinhong¹, Zhou Sheng¹, Han Wenyuan¹, Lü Hongbo¹, Sun Qiguo¹, Kong Xiangyue², Luo Huifu³¹School of Mechanical and Materials Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144, China;²The 11th Research Institute of China Electronics Technology Corporation, Beijing 100016, China;³School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract An iterative exponential filtering(EF) inverse projection reconstruction algorithm is proposed for data reconstruction in the field of optical tomography. The proposed algorithm combines the advantages of the high reconstruction quality of iterative reconstruction algorithm and high reconstruction speed of the EF inverse projection reconstruction algorithm. The filter function adopts the exponential function, and therefore, its antinoise performance is better than those of traditional filter functions. The algorithm adopts the normalized mean square distance d and normalized mean absolute distance r between the reconstructed and real images as the optimization goals. In addition, it adjusts the filter function exponential factor to reduce the impact of projection data noise and establishes an iterative calculation model. The simulation experiments show that the EF function has better reconstruction accuracy than traditional functions. The image reconstruction quality of the proposed algorithm is higher than that of the EF inverse projection reconstruction algorithm, r decreases by 20%. A refractive index optical tomography is conducted. The refractive index reconstruction of the measured data is performed using the proposed algorithm and EF inverse projection reconstruction algorithm. The reconstruction results are then compared with the calibration results obtained using the instrument. The results show that the proposed algorithm exhibits high reconstruction accuracy, and that the maximum error with the calibration results obtained using the instrument is 7.9×10^{-6} . Compared with the EF inverse projection reconstruction algorithm, the reconstruction accuracy of the proposed method is improved by approximately 21%.

Key words measurement; optical tomography; refractive index; reconstruction algorithm

收稿日期: 2022-02-24; 修回日期: 2022-03-01; 录用日期: 2022-06-13

基金项目: 国家自然科学基金(52075004,50475177,51775044,11774030)、北京市教育委员会科研计划一般项目(KM202110009010)、北方工业大学科研启动基金(110051360002)

通信作者: *chenqianghua@tsinghua.org.cn

1 引言

光学层析技术^[1-2]采用光束代替 X 射线进行投影, 技术原理与 X 射线计算机断层扫描(CT)基本一致。虽然光学层析技术没有传统 X 射线 CT 不易发生偏折及穿透力强等特点, 但由于其无损伤、无辐射的优点^[3], 在生物医学、新材料、现代航空航天等领域有重要的应用。近年来, 随着激光技术和计算机信息技术的快速进步, 各种测量方法和数据重建算法被研究和应用, CT 技术的分支——光学计算机层析技术(Optical computer tomography, OCT)得到了飞速发展^[4-5]。

目前的 OCT 投影数据还原的重建算法基本都是以 Radon 变换及其逆变换为基础发展而来的^[6], 主要分为迭代法和解析法两大类^[7]。迭代法^[8]主要包括代数重建法、最大期望算法等。迭代法适用于不完全投影或投影数据缺失的情况, 具有较好的重建质量, 但是当迭代次数多时计算量大、运算时间长, 所以在要求实时性高的测量应用中有一定局限性。解析法中常用的是滤波反投影(Filtered back projection, FBP)算法^[9-10], 其作为自 CT 发展以来的一种简单、可靠的标准算法, 具有较快的重建速度和强大的大型数据处理能力, 但这类算法的重建质量相对于迭代法, 更易受到来自投影数据误差的影响, 抗噪能力相对较弱。FBP 算法的关键是选择适当的滤波函数, 常用的滤波函数主要包括 Ram-Lak 函数^[11]、Shepp-Logan 函数^[12]、Hamming 函数^[13]、Hann 函数^[14]、Cosine 函数^[15]等传统滤波函数以及指数型滤波(Exponential filtering, EF)函数^[16]。滤波函数的作用是通过给高频分量更高权重及低频分量更低权重来区分高频、低频分量, 以增加图像的锐度, 并过滤掉噪声, 从而使重建图像更清晰。针对不同的应用及优化目标, 各种滤波函数的重建效果各有优缺点, 一般而言, 指数型函数更能有效抑制噪声对图像的影响, 抗噪性能较好, 重建图像效果更好^[17]。

综上, 若能将滤波反投影法重建速度快与迭代法重建质量高的优点结合起来, 或可实现更优化的图像重建效果。目前虽已有学者进行了相关研究, 如马继明等^[18]构建了以全变分约束条件 FBP 算法为核心的迭代循环 CT 重建算法, 在角度稀疏、有限角、非完备投影数据下重建中表现较好, 但鲜有实验验证及对使用滤波函数进行分析。

为此, 本文提出了一种 EF 反投影解析法与迭代法相结合的迭代 EF 反投影算法, 结合了迭代法和解析法的优点, 同时滤波函数采用优化了指数因子的指数型函数, 抗噪性能更好。从仿真实验和实际实验两个方面对所提算法进行了验证。

2 算法原理

2.1 滤波反投影原理

如图 1 所示, 在二维平面上定义图像函数 $F(x, y)$

和直线簇 (t, θ) , 此直线簇中的任意一直线 l 可表示为

$$x \cos \theta + y \sin \theta = t, \quad (1)$$

将式(1)转换为积分形式 $p(t, \theta)$:

$$p(t, \theta) = \int_l F(x, y) ds, \quad (2)$$

式中: θ 为投影角度; t 为投影距离; l 为积分长度。

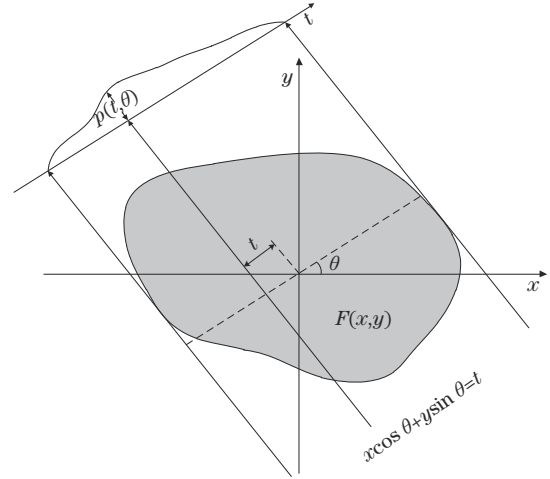


图 1 二维 Radon 变换原理图

Fig. 1 Schematic diagram of two-dimensional Radon transform

引入广义函数 δ , 可将式(2)改写为

$$p(t, \theta) = R[F(x, y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dx dy, \quad t \in (-\infty, \infty), \theta \in [0, \pi). \quad (3)$$

$p(t, \theta)$ 为二维函数 $F(x, y)$ 的 Radon 变换, 即投影角度 θ 下的投影结果数据, 记为 R 。对投影数据进行滤波反投影重建时, 对式(3)进行 Fourier 变换得到 $R_{\theta}(\omega)$, 并引入滤波函数 $H(\omega)$ 进行 Fourier 逆变换, 然后进行反投影变换得到重建图像 $F'(x, y)$ 。

$$F'(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\theta}(\omega) H(\omega) e^{i2\pi(x \cos \theta + y \sin \theta) \omega} d\omega d\theta, \quad (4)$$

式中: ω 为滤波函数频率。由于平行投影的对称性, 即 $R_{\theta+180}(\omega) = R_{\theta}(-\omega)$, 重建图像可表示为

$$F'(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\theta}(\omega) H(\omega) e^{i2\pi(x \cos \theta + y \sin \theta) \omega} d\omega d\theta. \quad (5)$$

2.2 迭代 EF 反投影算法

由于滤波反投影法是一种近似还原逼近算法^[16], 实际中重建图像 $F'(x, y)$ 与真实图像 $F(x, y)$ 存在误差 $\Delta F(x, y)$, 因而对 $F'(x, y)$ 进行再投影得到的投影数据 $p'(t, \theta)$ 与真实投影数据 $p(t, \theta)$ 也存在误差 $\Delta p(t, \theta)$, 即

$$|\Delta p(x, y)| = |p'(x, y) - p(x, y)| > 0. \quad (6)$$

利用该误差进行数据迭代重建。具体算法过程为设定一个假想图像作为初始图像 $F_0(x, y)$, 对该初始图像进行投影得到投影数据初值 $p_0(t, \theta)$ 。将其与测量得到的实际投影数据 $p(t, \theta)$ 进行比较, 得到 $\Delta p(t, \theta)$, 对

$\Delta p(t, \theta)$ 应用 EF 函数并根据式(5)进行滤波反投影重建, 得到图像修正数据 $\Delta F(x, y)$, 然后用 $\Delta F(x, y)$ 对初始图像 $F_0(x, y)$ 进行修正得到新的图像 $F_1(x, y)$, 即

$$F_0(x, y) + \Delta F(x, y) = F_1(x, y). \quad (7)$$

再次对 $F_1(x, y)$ 进行投影得到 $p_1(t, \theta)$, 将其与实际投影数据 $p(t, \theta)$ 进行比较, 得到新的 $\Delta p(t, \theta)$ 。对 $\Delta p(t, \theta)$ 进行判断, 如满足条件则输出 $F_1(x, y)$ 作为最终重建的图像, 若不满足条件则继续迭代, 用该误差数据进行滤波反投影重建得到新的图像修正数据, 再次对 $F_1(x, y)$ 进行修正得到 $F_2(x, y)$, 继续重复上述步骤至第 i 次:

$$F_{i-1}(x, y) + \Delta F(x, y) = F_i(x, y). \quad (8)$$

最终至第 n 次迭代误差数据 $\Delta p(t, \theta)$ 满足条件时, 完成迭代, 输出图像 $F_n(x, y)$ 作为最终重建的图像。算法流程框图如图 2 所示。

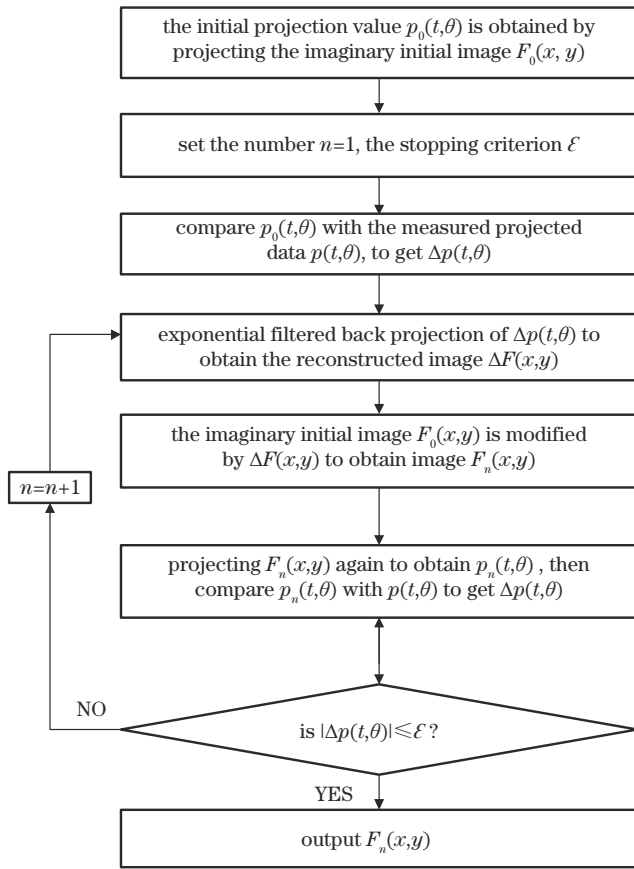


图 2 迭代 EF 反投影算法流程图

Fig. 2 Schematic diagram of iterative EF inverse projection reconstruction algorithm

通过图 2 的投影和滤波反投影迭代过程, 可使 $\Delta p(t, \theta)$ 大幅减小, 从而提高重建精度, 此外, 采用 EF 函数可以有效抑制噪声影响, 数据重建效果进一步提高。

3 仿真实验及分析

仿真实验基于 Matlab 软件进行编程。算法重建精度以重建图像与模型真实图像的归一化均方距离 d 和归一化平均绝对距离 r 来评估^[19], 即

$$d = \left[\frac{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N (t_{u,v} - r_{u,v})^2}{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N (t_{u,v} - \bar{t})} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

$$r = \frac{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N |t_{u,v} - r_{u,v}|}{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N |t_{u,v}|}, \quad (10)$$

式中: $t_{u,v}$ 和 $r_{u,v}$ 分别为模型真实图像和重建图像中第 u 行、第 v 列的像素密度值; \bar{t} 为模型真实图像像素密度的平均值; N 为像素个数。由式(9)、式(10)可知, d 对少量数据点出现较大误差的情况比较敏感, 而 r 则对大量数据点呈现较小误差的情况比较敏感, 二者结合可以较为全面地评价算法的重建质量。

采用经典的 Shepp-Logan 头部模型, 图像像素设为 256×256 。使用平行光束对其进行投影, 投影角度变化范围为 $0^\circ \sim 180^\circ$, 每隔 1° 变化一次投影角度, 共 180 个投影角。为使投影数据更具一般性, 加入了随机噪声模拟投影数据误差的干扰(实际的测量实验中噪声包括环境扰动和振动噪声、电路噪声、电荷耦合器件(CCD)噪声等, 更为复杂, 通常只能通过与其他方法测量结果的比对来评估重建算法性能。此处只是通过加入计算机模拟的一般随机噪声以比较不同重建算法的抗噪效果)。然后对模型进行 Radon 变换生成投影数据, 作为仿真实验中的实际投影数据。

仿真分析实验包括两部分: 1) 在不使用迭代法而只应用滤波反投影方法的情况下, 应用不同滤波函数进行反投影重建仿真并比较; 2) 分别应用迭代 EF 反投影算法和单纯的 EF 反投影法进行重建仿真并比较分析。

3.1 不同滤波函数的反投影重建结果及对比

根据式(3)~式(5), 采用 Ram-Lak、Shepp-Logan、Hamming、Hann、Cosine 传统滤波函数和 EF 函数分别对添加了随机噪声的 Shepp-Logan 头部模型进行反投影滤波算法重建。各滤波函数表达式如表 1 所示。

$$\text{rect}(\omega/2R) = \begin{cases} 1, & |\omega| < R \\ 1/2, & |\omega| = R \\ 0, & |\omega| > R \end{cases}. \quad (11)$$

式中: ω 为理想滤波函数频率; R 为真实图像频率上限; rect 为矩形函数。

EF 函数中的 C 为指数因子, C 取值不同时, 函数对每种频率的权重也不同, 从而得到不同的重建效果。仿真实验研究了不同的 C 取值对 d 和 r 的影响, 如图 3 所示。可以看出, 当 $C=14$ 时, d 和 r 的值最小, 图像重建精度最高, 对随机噪声影响的抑制效果最好。

采用各滤波函数的反投影重建的仿真实验结果如表 2 所示。可以看出, EF 函数相对于传统滤波函数具

表 1 各个滤波函数的表达形式
Table 1 Expressions of each filter function

Filter function	Expression
Ram-Lak ^[17]	$H(\omega) = \omega \text{rect}(\omega/2R)$
Shepp-Logan ^[20]	$H(\omega) = \omega \left[2R \sin(\pi\omega/2R) / \pi\omega \right] \text{rect}(\omega/2R)$
Hamming ^[17]	$H(\omega) = \omega \left[0.54 + 0.46 \cos(\pi\omega/2R) \right] \text{rect}(\omega/2R)$
Hann ^[17]	$H(\omega) = \omega \left[0.5 + 0.5 \cos(\pi\omega/2R) \right] \text{rect}(\omega/2R)$
Cosine ^[15]	$H(\omega) = \omega \left[\cos(\pi\omega/2R) \right] \text{rect}(\omega/2R)$
EF ^[17]	$H(\omega) = \omega \exp(-C \omega ^3) (1 + \omega^2) \text{rect}(\omega/2R)$

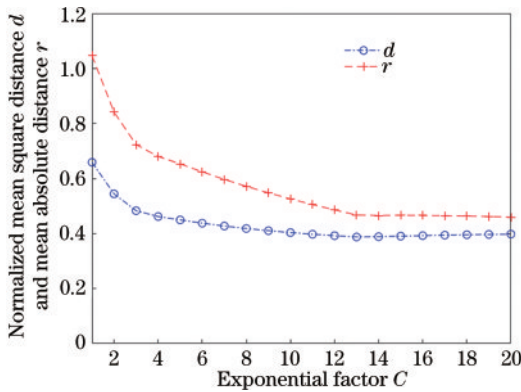


图 3 d, r 随 C 的变化示意图

Fig. 3 Schematic diagram of d and r changing with C

表 2 各滤波函数重建结果的 d 和 r

Table 2 d and r of reconstruction results by different filter functions

Filter function	d	r
Ram-Lak	0.782835	1.257933
Shepp-Logan	0.689665	1.101311
Hamming	0.429350	0.601243
Hann	0.408654	0.551063
Cosine	0.480448	0.715729
EF	0.388505	0.465358

有更好的滤波重建精度。

3.2 本算法与 EF 反投影法的重建结果及对比

分别应用本文的迭代 EF 反投影算法和单纯的 EF 反投影法对上述添加了随机噪声的 Shepp-Logan 头部模型进行重建仿真,其中,使用本算法时的迭代进行了 3 次。两种方法得到的重建图像分别如图 4(a)、图 4(c)所示。为使二者的重建效果对比更直观清晰,将二者重建图像的某行数据分别与 Shepp-Logan 模型真实图像的对应行数据进行比较,比较结果分别如图 4(b)、图 4(d)所示(图中采用了第 128 行数据,该行数据的灰度值变化较多,具有代表性)。可以看出,本算法的重建结果更接近真实图像,重建精度高于单纯

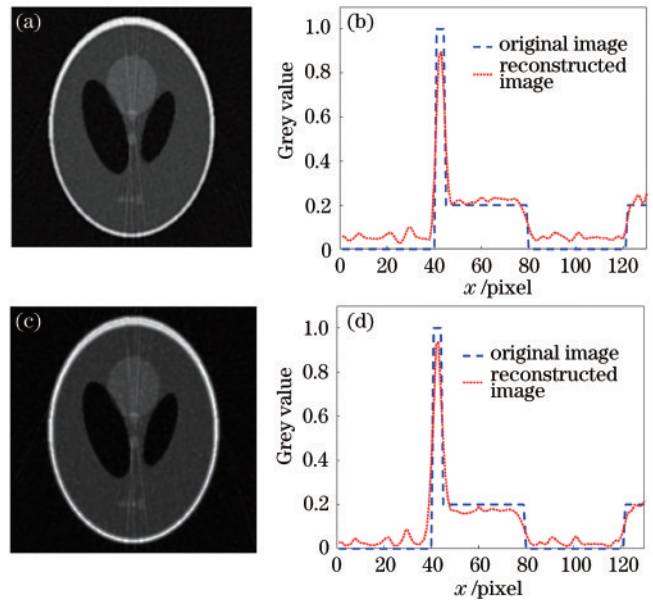


图 4 EF 反投影法和迭代 EF 反投影法的重建结果对比。(a) EF 反投影法的重建图像;(b) EF 反投影法第 128 行数据灰度对比图;(c)迭代 EF 反投影法的重建图像;(d) 迭代 EF 反投影法第 128 行数据灰度对比图

Fig. 4 Comparison of reconstructed images between EF inverse projection and iterative EF inverse projection algorithms. (a) EF inverse projection reconstructed image; (b) grey value comparison of the 128th line for EF inverse projection algorithm; (c) iterative EF inverse projection reconstructed image; (d) corresponding grey value comparison of the 128th line for iterative EF inverse projection algorithm

的滤波反投影算法。

以重建图像与模型真实图像的 d 和 r 来评估二者重建精度的结果及 2 种算法的计算时间(此处使用的是实验室的普通性能台式计算机)如表 3 所示。由表 3 可知,相较于 EF 反投影算法,本算法重建后的 d 减小了 3%、 r 减小了 20%。考虑到 d 表征的是少量数据点出现较大误差的情况(这在实际测量中一般对应的是测量数据具有较大误差甚至是错误数据的情况,此时部分测量数据

表 3 EF 反投影算法与本算法重建结果的 d 和 r

Table 3 d and r of reconstruction results of EF inverse projection reconstruction algorithm and presented algorithm

Reconstruction algorithm	d	r	Time /s
EF inverse projection algorithm	0.388505	0.465358	112
Presented algorithm	0.378190	0.374133	346

通常需做剔除处理甚至重新测量)。而 r 表征的是大量数据点呈现较小误差的情况(这符合一般正常的测量过程), r 的提高更能在实际测量中体现重建算法的性能改善。因此, 本算法的重建精度高于单纯的 EF 反投影法

的重建精度。另一方面, 由表 3 可知, 由于本算法重建过程中进行了迭代(本仿真实验中进行了 3 次迭代, 一般不超过 4~5 次, 否则计算时间过长), 增加了重建的数据计算量和计算时间。但相较而言, 本算法的重建精度提高还是具有积极意义和应用价值的。

4 实际实验验证与分析讨论

为了检验本算法的实验效果, 利用实验室搭建的偏振干涉光学层析光路折射率场测量系统进行实验验证。该测量系统光路如图 5 所示, 具体原理及测量过程见文献[21]。

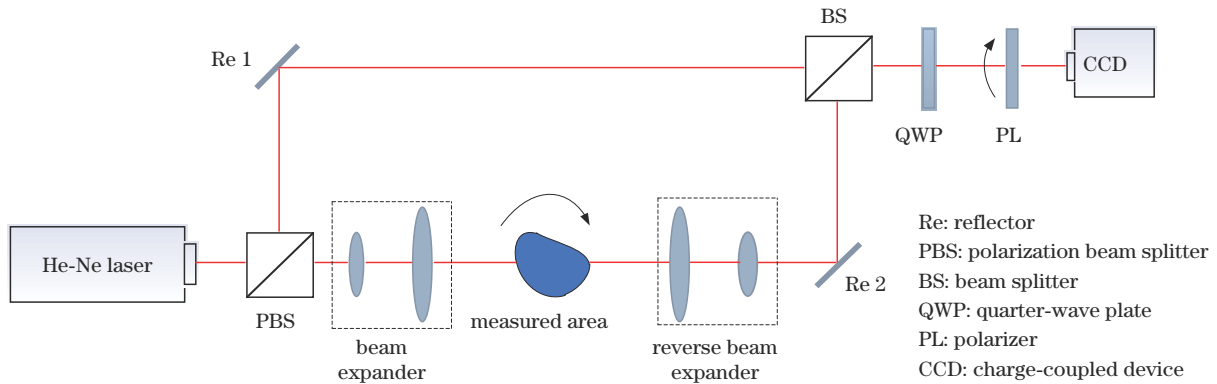


图 5 验证算法所用的激光偏振层析折射率场测量实验光路示意图

Fig. 5 Diagram of the refractive index field measurement system based on laser polarization tomography for algorithm verification

验证实验以被加热空气作为对象进行折射率测量, 将测量数据用本算法及 EF 反投影算法分别进行三维折射率场重建, 重建结果如图 6 所示。

为验证并比较 2 种算法重建折射率场的效果, 实验同时对被加热空气折射率场的中心位置从下到上的 18 个标记点用铂电阻温度计对进行了标定(具体过程见文献[21]), 并根据 Edlen 公式转换为折射率, 将其

与 2 种算法重建的结果进行比对, 如图 7 所示。其中, 细实线为将仪器测量值进行保形分段 3 次插值后的结果曲线, 线状虚线为将实验系统测量数据用 EF 反投影法重建的折射率结果曲线(从图 6(a)中按照铂电阻温度计测量标定的路线位置导出), 点状虚线为本算法重建的折射率结果曲线(从图 6(b)中按照铂电阻温度计测量标定的路线位置导出)。

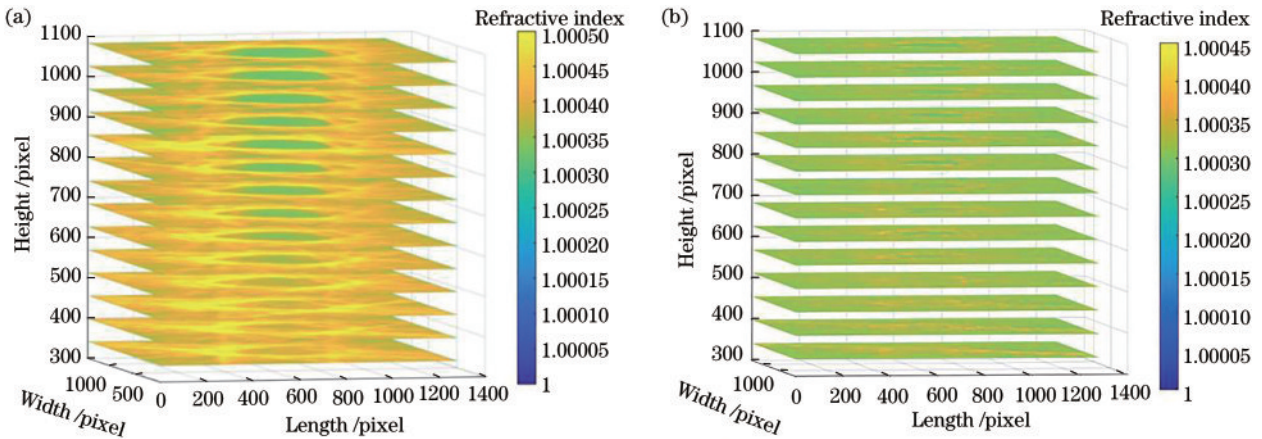


图 6 三维折射率场重建结果。(a)应用 EF 反投影算法; (b)应用迭代 EF 反投影算法

Fig. 6 Reconstruction results of 3D refraction field. (a) By EF inverse projection reconstruction algorithm; (b) by iterative EF inverse projection reconstruction algorithm

由图 7 可知, 本算法相对于 EF 反投影法, 其折射率重建结果更接近仪器标定结果。进一步分析可知,

EF 反投影法的重建结果与仪器标定结果的折射率最大差值为 1.0×10^{-5} , 均方根误差(RMSE)为 $6.5 \times$

10^{-6} 。本算法的重建结果与仪器标定结果的最大差值为 7.9×10^{-6} , RMSE 为 4.4×10^{-6} , 重建精度提高了约 21%。可以看出, 本算法的重建效果优于 EF 反投影算法。

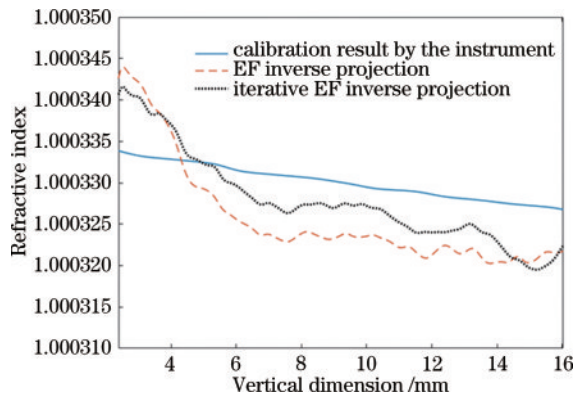


图 7 两种算法重建的折射率结果与仪器标定结果的对比
Fig. 7 Comparison of refractive index results got by two reconstruction algorithms and calibration results of the instrument

在数据重建过程中, 由于部分噪声无法完全消除, 也无法从频谱中完全准确判断某一频率成分是否为噪声(尤其是实际测量时的噪声来源比较复杂), 因此难以将滤波函数中不同频率成分的权重比例调至最佳, 导致重建图像产生误差, 同时其分辨率和锐度也难以达到最佳。此外, 为避免运算量过大, 迭代次数一般不超过 4~5 次(图 6(b) 的重建过程中迭代了 3 次), 否则也会带来重建结果误差。另一方面, 重建算法的精度还取决于测量数据的精度。就测量实验而言, 诸如波片、CCD 等元器件误差, 旋转检偏器、波片的装置角度定位误差, 环境温度测量及扰动误差以及温度场不稳定性误差等都会综合作用在测量信号上, 导致测量数据与真实值之间产生误差, 从而给重建结果带来误差。

5 结 论

提出了一种 EF 反投影解析法与迭代法相结合的迭代 EF 反投影算法, 采用抗噪性能优于传统滤波函数的 EF 函数进行滤波反投影并进行迭代重建, 结合了迭代法重建质量高和滤波反投影解析法重建速度快的优点。算法以重建图像与真实图像的 d, r 为优化目标, 调整滤波函数指数因子以减小投影数据噪声的影响, 并建立了迭代计算模型。从仿真和实验两方面对所提算法进行了验证。在仿真实验中, 首先验证了单纯采用滤波反投影解析法时, 相对于传统滤波函数, EF 函数具有更好的重建精度, 然后通过比较 d, r , 验证了本算法的图像重建质量高于 EF 反投影法, 重建后的 r 减小了 20%。在实际的折射率光学层析测量实验中, 分别采用本算法和 EF 反投影法对测量数据进行了折射率重建, 并与仪器标定结果进行比较。本算法的折射率重建结果与仪器标定结果的最大误差为

7.9×10^{-6} , RMSE 为 4.4×10^{-6} , 重建精度相较于 EF 反投影法提高了约 21%。本算法可有效应用于光学层析技术中的图像重建。

参 考 文 献

- [1] Russell C T, Vallejo Ramirez P P, Rees E. Frame localization optical projection tomography[J]. Scientific Reports, 2021, 11: 4551.
- [2] Schmidt C, Planchette A L, Nguyen D, et al. High resolution optical projection tomography platform for multispectral imaging of the mouse gut[J]. Biomedical Optics Express, 2021, 12(6): 3619-3629.
- [3] Lim C, Kang H X, de Andrade V, et al. Hard X-ray-induced damage on carbon-binder matrix for *in situ* synchrotron transmission X-ray microscopy tomography of Li-ion batteries[J]. Journal of Synchrotron Radiation, 2017, 24(Pt 3): 695-698.
- [4] Belay B, Koivisto J T, Parraga J, et al. Optical projection tomography as a quantitative tool for analysis of cell morphology and density in 3D hydrogels[J]. Scientific Reports, 2021, 11: 6538.
- [5] 李萍. 核医学图像重建算法与定量分析的研究[D]. 郑州: 郑州大学, 2006.
Li P. Research on algorithm and quantitative analysis of nuclear medical image reconstruction[D]. Zhengzhou: Zhengzhou University, 2006.
- [6] 宋文琪. Chambolle-Pock 框架下图像重建的 TV 算法研究[D]. 太原: 中北大学, 2017.
Song W Q. Study of image reconstruction TV algorithms based on Chambolle-pock[D]. Taiyuan: North University of China, 2017.
- [7] Vinegoni C, Fumene F P, Cortez-Retamozo V, et al. Imaging of molecular probe activity with Born-normalized fluorescence optical projection tomography[J]. Optics Letters, 2010, 35(7): 1088-1090.
- [8] Li S G, Dong Z Y, Gan Q, et al. An adaptive regularized iterative FBP algorithm with high sharpness for irradiated fuel assembly reconstruction from few projections in FNCT[J]. Annals of Nuclear Energy, 2020, 145: 107515.
- [9] Southard R N, Bardo D M E, Temkit M H, et al. Comparison of iterative model reconstruction versus filtered back-projection in pediatric emergency head CT: dose, image quality, and image-reconstruction times[J]. American Journal of Neuroradiology, 2019, 40(5): 866-871.
- [10] 李雷, 谭川东, 廖明娟, 等. 基于 Radon 逆变换的相对平行直线扫描 CT 解析重建[J]. 光学学报, 2021, 41(6): 0611003.
Li L, Tan C D, Liao M J, et al. Analytic reconstruction for parallel translational computed tomography based on Radon inverse transform[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(6): 0611003.
- [11] Ramachandran G N, Lakshminarayanan A V. Three-dimensional reconstruction from radiographs and electron micrographs: application of convolutions instead of

- Fourier transforms[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1971, 68(9): 2236-2240.
- [12] Shepp L A, Logan B F. The Fourier reconstruction of a head section[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1974, 21(3): 21-43.
- [13] 王雅慧, 王浩全, 任时磊. 滤波反投影算法在光声层析成像中的应用[J]. 国外电子测量技术, 2020, 39(5): 1-4.
Wang Y H, Wang H Q, Ren S L. Application of filter back projection algorithm in photoacoustic tomography [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2020, 39(5): 1-4.
- [14] 蔚慧甜. 基于汉宁窗函数的滤波器的设计[J]. 传感器世界, 2011, 17(12): 27-29.
Yu H T. Design of filter based on Hanning window function[J]. Sensor World, 2011, 17(12): 27-29.
- [15] 王虹登. 基于滤波反投影图像重建的砀山果树虫洞无损检测研究[D]. 合肥: 安徽农业大学, 2019.
Wang H D. Research on the Dangshan fruit tree wormhole non-destructive detection based on filtering back-projection image reconstruction[D]. Hefei: Anhui Agricultural University, 2019.
- [16] Qu G R. Convergence of FBP algorithm for tomography[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 2016, 32(4): 963-968.
- [17] 马思汉, 张催, 陈章谷, 等. CT 图像重建中基于指数形式的滤波函数优化[J]. 无损检测, 2017, 39(12): 1-6.
- Ma S H, Zhang C, Chen Z G, et al. Optimization of exponential-based filter function in CT image reconstruction[J]. Nondestructive Testing, 2017, 39(12): 1-6.
- [18] 马继明, 张建奇, 宋顾周, 等. 全变分约束迭代滤波反投影 CT 重建[J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0234002.
Ma J M, Zhang J Q, Song G Z, et al. Total variation constrained iterative filtered backprojection CT reconstruction method[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(2): 0234002.
- [19] 骆岩红. CT 图像重建滤波反投影算法中指数滤波器的研究[J]. 计算机科学, 2014, 41(S1): 220-223.
Luo Y H. Study on exponential filter of filter back projection algorithm for CT image reconstruction[J]. Computer Science, 2014, 41(S1): 220-223.
- [20] 罗瑞, 葛浙东, 陈龙现, 等. 基于 X 射线木材断层扫描反投影算法中的最优滤波器选取[J]. 林业科学, 2018, 54(11): 143-148.
Luo R, Ge Z D, Chen L X, et al. Selection of the optimum filter in the back projection algorithm based on X-ray wood tomography[J]. Scientia Silvae Sinicae, 2018, 54(11): 143-148.
- [21] 孔祥悦. 基于激光相移偏振干涉层析技术的温度场测量方法研究[D]. 北京: 北方工业大学, 2021.
Kong X Y. Study on temperature field measurement based on laser phase-shifted polarization interference tomography[D]. Beijing: North China University of Technology, 2021.