

激光与光电子学进展

基于近红外窄波段光源的消光光谱粒径测量

李祥鹏, 项华中*, 郑刚, 陈明惠, 杨晖

上海理工大学上海市介入医疗器械工程研究中心, 上海 200093

摘要 提出一种基于连续透射消光光谱的粒径测量方法。基于 Mie 散射理论和人工蜂群算法对颗粒粒径进行反演, 结果表明, 单峰分布时颗粒的体积频率分布曲线相对均方根误差 (RRMSE) 低至 0.08%, 双峰分布时颗粒的体积频率分布曲线 RRMSE 低至 3.49%。用编号为 GBW120134、GBW120024 和 GBW120041 的聚苯乙烯乳胶标准颗粒进行了对比实验。结果表明, 单峰分布时 D50 粒径的相对误差在 10% 以内, 双峰分布时 D50 粒径的相对误差在 20% 以内。

关键词 散射; 消光法; 光谱; 粒径测量; 人工蜂群算法

中图分类号 O433

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.2129002

Particle Size Measurement of Extinction Spectrum Based on Near-Infrared Narrow Band Light Source

Li Xiangpeng, Xiang Huazhong*, Zheng Gang, Chen Minghui, Yang Hui

Shanghai Interventional Medical Device Engineering Research Center, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

Abstract In this paper, a particle size measurement method based on continuous transmission extinction spectral is proposed. Based on Mie scattering theory and artificial bee colony algorithm for particle size inversion. The results show that the relative root-mean-square error (RRMSE) of particle volume frequency distribution curve is as low as 0.08% for unimodal distribution, and the RRMSE of particle volume frequency distribution curve is as low as 3.49% for bimodal distribution. Comparative experiments are conducted with the standard polystyrene latex particles numbered GBW120134, GBW120024 and GBW120041. The results show that the relative error of D50 particle size is within 10% for unimodal distribution, and the relative error of D50 particle size is within 20% for bimodal distribution.

Key words scattering; light extinction; spectrum; particle size measurement; artificial bee colony algorithm

1 引言

颗粒指的是一种尺寸很小的物体,其粒径测量在生物医学、医药、食品、化工、材料、建筑、环保等领域具有重要意义^[1-4]。相比其他光散射法,消光法(Light extinction)测量颗粒粒径的原理和装置更简单^[5-8],且测量范围可从亚微米到上百微米。消光法又被称为全散射法,是通过反演颗粒的光散射透射光谱获得颗粒粒径,其求解问题属于第一类 Fredholm 积分问题^[9]。该方法根据 Lambert-Beer 定律,测量透过颗粒在多个给定波长下离散(有较大波长间隔)的消光值,并与理论计算值进行迭代对比,最后用优化算法得到被测颗粒的粒径及分布。

目前,近红外光源在无创血糖检测领域有着广泛的应用,如:孔丹丹等^[10]使用差分处理方法配合近红外无创血糖检测系统成功提取了血糖浓度信息; Suryakala 等^[11]提出了一种基于近红外光谱技术的无创血糖测量系统。本文通过仿真与实验研究了近红外窄波段发光二极管(LED)光源测量粒径分布的能力,并提出了一种基于连续光谱曲线数据下的颗粒粒径反演方法。与传统测量方法使用的大带宽光源(如可见光区域的卤素灯)不同,该方法采用有效带宽仅为 30 nm 的近红外(主波长为 850 nm)LED 光源就能获得较好的颗粒粒径反演结果。近红外光源对生物组织具有一定的光透射性,适合应用于生物医学中的在体无创检测^[12-13]。

收稿日期: 2021-10-08; 修回日期: 2021-11-08; 录用日期: 2021-11-16

通信作者: *xiang3845242@usst.edu.cn

2 测量方法与原理

2.1 消光法

消光法是光散射颗粒粒径测量技术的一种,也被称为浊度法或全散射法。将消光法与 Mie 散射理论相结合进行颗粒粒径测量。根据 Lambert-Beer 定律可知,当入射光强为 I_0 、波长为 λ 的平行光入射到被检测颗粒时,由于颗粒对光的散射和吸收,透射光强 I ^[14] 满足

$$I = I_0 \exp(-\tau L), \quad (1)$$

式中: L 为颗粒介质的厚度; τ 为介质的浊度,可表示为

$$\tau = 4/\pi \times N_A D^2 K_{\text{ext}}(\lambda, m, D), \quad (2)$$

式中: N_A 为介质中颗粒的数量; D 为颗粒粒径; K_{ext} 为消光系数,表征粒径为 D 、波长为 λ 、相对折射率为 m 的颗粒对入射光的散射量,可由 Mie 散射理论计算得到^[15]。

对于具有一定尺寸范围的多分散颗粒系^[16],存在

$$\ln(I/I_0)_\lambda = -3/2 \times LN_D \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} \frac{K_{\text{ext}}(\lambda, m, D) f(D)}{D} dD, \quad (3)$$

式中: N_D 为介质中的颗粒总数; $f(D)$ 为粒径的体积(质量)频率分布函数,表示单位体积内直径在 D 和 $D+dD$ 范围内的颗粒体积频率百分比,是粒径测量中待求的未知量。式(3)是第一类 Fredholm 积分,实际测量时常使用多个波长进行测量。对式(3)进行数值积分处理,得到线性方程组

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\mathbf{f}, \quad (4)$$

式中: $\mathbf{E} = [\ln(I/I_0)_{\lambda_1}, \dots, \ln(I/I_0)_{\lambda_n}]^T$; n 为波长数量; $\mathbf{A} = [A_{ij}]$; $A_{ij} = -3/2 \times LN_D c_j K_{\text{ext}}(\lambda_i, m, D_j)/D_j$, $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, M$; M 为待测粒径范围 $[D_{\min}, D_{\max}]$ 内划分的颗粒粒径分档数; $\mathbf{f} = [f(D_1), \dots, f(D_M)]^T$; D_j 为各分档区间的名义粒径。对式(4)进行求解,就能得到颗粒的尺寸分布 $f(D)$ ^[17]。

基于连续光谱曲线得到的透射光强 I 可表示为

$$I_{\lambda_i} = I_{0\lambda_i} \exp\left[A \sum_{j=1}^M c_j K_{\text{ext}}(\lambda_i, m, D_j)/D_j \times f(D_j)\right], \quad (5)$$

式中: $A = -3/2 \times LN_D$; $i = 1, \dots, N$; N 为光谱仪采样的波长总数。由于对波长的采样间隔很小(小于 1 nm),波长数 N 较大,可将测量的光谱当作连续光谱曲线。由式(5)可知,通过改变 $f(D_j)$ 获得不同的 I , 然后将各个波长下的 I 连成一条曲线。将理论计算得到的光谱曲线 I 与光谱仪实际测量得到的光谱曲线 I' 进行拟合,找到一个拟合误差最小的最佳光谱曲线 I , 该曲线对应的 $f(D)$ 即为所求的最佳粒径分布。

实验使用的近红外窄波段 LED 透射消光光谱如图 1 所示。其中, I_0 为入射光光谱,其形状由光源本身

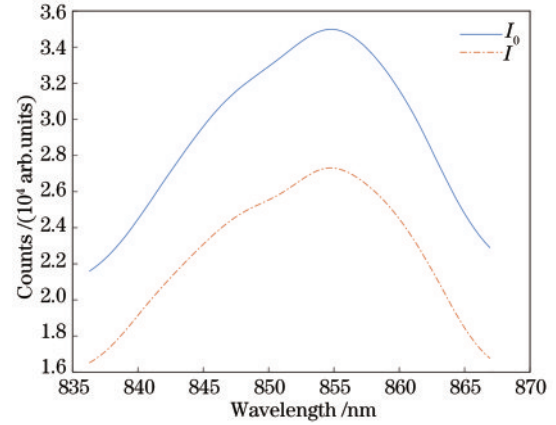


图 1 近红外窄波段光源的透射消光光谱
Fig. 1 Transmission extinction spectrum of near-infrared narrow band light source

的光谱分布决定。

在实际颗粒粒径测量中,大多颗粒系的粒径分布通常符合某种函数分布规律,此时可采用非独立模式算法(函数限制算法)进行反演计算^[18]。非独立模式算法常使用双参分布函数描述颗粒粒径分布。颗粒的体积频率分布函数一般可用 Rosin-Rammler(R-R)双参分布函数描述,单峰分布对应的体积频率分布^[19]可表示为

$$f(D) = k/D \times (D/\bar{D})^{k-1} \times \exp(-D/\bar{D}), \quad (6)$$

式中: \bar{D} 为特征尺寸参量,单位为 μm ; k 为无因次的分布参量。双峰分布对应的体积频率分布可表示为

$$f(D) = A_0 f_1(D) + (1 - A_0) f_2(D), \quad (7)$$

式中: A_0 为双峰分布中某个单峰的颗粒数所占总颗粒数的比例; $f_1(D)$ 对应的参数为 (\bar{D}_1, k_1) ; $f_2(D)$ 对应的参数为 (\bar{D}_2, k_2) 。

在非独立模式算法下,可将式(5)的求解简化为对式(6)、式(7)中待定参数 (\bar{D}, k) 的优化求解问题。实验选定的粒径范围为 $0.1 \sim 30 \mu\text{m}$, $1 < k < 15$ 。通过颗粒粒径反演算法计算得到 (\bar{D}, k) , 即可得到颗粒的体积频率分布。

2.2 人工蜂群算法

人工蜂群(ABC)算法是 Karaboga^[20]提出的模拟人工蜂觅食行为的仿生优化算法,具有广泛的适用性,其特点是寻优精度高,算法实现简单直观,全局收敛性能好^[21]。因此,用 ABC 算法对 (\bar{D}, k) 进行求解。ABC 算法将蜂群分为雇佣蜂、观察蜂和侦查蜂。雇佣蜂负责寻找蜜源并采蜜分享信息,观察蜂根据雇佣蜂提供的蜜源信息选择蜜源。如果一个蜜源的位置多次没有变动,则这个蜜源上的雇佣蜂变成侦查蜂,然后随机寻找一个新的蜜源代替原有的蜜源,并将其变为雇佣蜂。ABC 算法的搜索流程可根据文献^[22]设置。

将 ABC 算法应用到颗粒粒径的反演计算中,待求

解参数为使理论光谱曲线与实测光谱曲线最佳拟合的颗粒体积频率分布曲线双特征参数 (\bar{D}, k) 。对 ABC 算法进行初始化,即确定雇佣蜂数量 G 、最大迭代次数 F 、循环控制参数 X_{limit} 和特征参数值的搜索上下限。在搜索范围内每个雇佣蜂会生成一个随机解 X_a^b ,可表示为

$$X_a^b = X_{\text{min}}^b + \text{rand}(0, 1) \times (X_{\text{max}}^b - X_{\text{min}}^b), \quad (8)$$

式中: $a \in \{1, \dots, G\}$, G 为初始生成的蜜源个数; $b \in \{1, \dots, S\}$, S 为求解参数的维数; X_{min} 和 X_{max} 分别为搜索范围的下限和上限。生成初始蜜源后,雇佣蜂在解的取值范围内生成新的解,并计算新解和旧解的适应度值,可表示为

$$X_a^{\text{fit}} = \|I_{\text{real}} - I_{\text{set}}\|_2^2, \quad (9)$$

式中: I_{real} 为反演计算得到的消光光谱分布; I_{set} 为理论消光光谱分布。雇佣蜂选择新解和旧解对应的最小 X_a^{fit} 值。在全部雇佣蜂搜索完成之后,雇佣蜂将解的位置信息和 X_a^{fit} 值传给观察蜂。观察蜂计算得到每个解的适应度值相对于整体的概率 P_a ,可表示为

$$P_a = X_a^{\text{fit}} / \sum_1^G X_i^{\text{fit}}, \quad (10)$$

观察蜂根据轮盘赌的方式进行选择后,产生新解 U_a^b ,可表示为

$$U_a^b = X_a^b + \text{rand}(-1, 1) \times (X_a^b - X_d^b), \quad (11)$$

式中: U_a^b 为候选新位置; $d \in \{1, \dots, G\}$ 且 $d \neq a$ 。将新解的适应度值 X_a^{fit} 与当前解的适应度值进行对比并保留 X_a^{fit} 更小的解。

如果某个解的位置循环次数达到控制参数 X_{limit} 没有发生变化,则舍弃该蜜源,对应的雇佣蜂转换为侦查蜂并通过式(8)随机产生一个新的蜜源。然后返回雇佣蜂的搜索过程,直至达到最大迭代次数 F 。通过贪婪选择评价蜜源,计算此时雇佣蜂储存解中最小适应度值 X_a^{fit} 对应的可行解 (\bar{D}, k) ,进而得到颗粒体积频率分布曲线的最佳特征参数 (\bar{D}, k) 。

3 数值仿真及实验

3.1 数值仿真

在数值仿真中,设置光源中心波长为 850 nm,有效波长范围为 835~865 nm,颗粒的相对折射率 $m = 1.591/1.33$ (其中,1.591 为标准颗粒的折射率,1.33 为蒸馏水的折射率)。将颗粒粒径的范围设置为 0.1~30 μm 。ABC 算法的参数:初始化群体个数 G 为

50;控制参数 X_{limit} 为 0.6GF;每次仿真算法运行 10 次,每次运行的迭代次数 F 为 300。适应度函数为目标函数的倒数。

假设单峰颗粒粒径分布理论特征参数 $(\bar{D}, k) = (5, 8.0)$,参数 \bar{D} 的初始生成范围为 $[0.1, 30]$,参数 k 的初始生成范围为 $[1, 15]$ 。采用颗粒体积频率分布曲线的整体误差即相对均方根误差(RRMSE)对反演结果进行整体评价。RRMSE 可表示为

$$R_{\text{RMSE}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M [f_{\text{real}}(D_i) - f_{\text{set}}(D_i)]^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^M [f_{\text{set}}(D_i)]^2}} \times 100\%, \quad (12)$$

式中: $f_{\text{real}}(D_i)$ 为反演计算得到的体积频率分布; $f_{\text{set}}(D_i)$ 为理论上的体积频率分布; M 为粒径分档数; D_i 为第 i 档粒径对应的平均粒径。

对单峰分布反演计算的 (\bar{D}, k) 取 10 次运算的平均值,结果如表 1 所示。

表 1 单峰分布仿真反演结果

Theoretical values (\bar{D}, k)	Inversion values (\bar{D}, k)	$R_{\text{RMSE}} / \%$
(3, 5.0)	(3.0020, 4.9827)	0.34
(5, 8.0)	(5.0013, 7.9840)	0.21
(15, 6.5)	(15.0016, 6.4954)	0.08

双峰分布反演计算时,参数 \bar{D}_1 和 \bar{D}_2 的初始生成范围为 $[0.1, 30]$,参数 k_1 和 k_2 的初始生成范围为 $[1, 15]$,其他参数与单峰分布时相同,反演计算值 $(\bar{D}_1, k_1, \bar{D}_2, k_2)$ 取 10 次运算的平均值,结果如表 2 所示。

ABC 算法的反演精度较高:单峰分布时,颗粒体积频率分布曲线的 RRMSE 最低为 10^{-4} 数量级;双峰分布时,由于颗粒分布峰数增加,反演参数增多,复杂程度提高,RRMSE 变大,但双峰分布颗粒体积频率分布曲线的 RRMSE 依然在 5% 以内。这表明 ABC 算法的寻优效果好且较为稳定。

为了验证 ABC 算法的鲁棒性和抗噪能力,单峰分布以 $(\bar{D}, k) = (5, 8.0)$ 为例,双峰分布以 $(\bar{D}_1, k_1, \bar{D}_2, k_2) = (5.0, 8.5, 11.5, 5.0)$ 为例,对消光光谱分布添加不同程度的随机噪声进行仿真反演计算。参数设置同上,反演结果如表 3 所示,颗粒体积频率分布曲线如图 2 所示。可以发现:随着噪声的增加,单峰分布颗粒体积频率分布曲线的整体误差也略微增加,但 RRMSE 依然

表 2 双峰分布的仿真反演结果

Table 2 Simulation inversion results of bimodal distribution

Theoretical values $(\bar{D}_1, k_1, \dots, \bar{D}_2, k_2)$	Inversion values $(\bar{D}_1, k_1, \dots, \bar{D}_2, k_2)$	$R_{\text{RMSE}} / \%$
(3.0, 8.0, ..., 5.0, 8.0)	(3.0284, 7.9814, ..., 5.0136, 8.1778)	3.49
(5.0, 8.0, ..., 15.0, 6.5)	(5.0214, 8.1432, ..., 15.1395, 6.2858)	4.01
(5.0, 8.5, ..., 11.5, 5.0)	(4.9825, 8.7697, ..., 11.4261, 5.1869)	3.73

表 3 不同噪声下颗粒体积频率反演计算结果

Table 3 Inversion calculation results of particle volume frequency under different noises

Theoretical value	Random noise / %	Inversion value	$R_{RMSE} / \%$
(5.0, 8.0)	1	(4.9707, 8.1956)	3.74
(5.0, 8.0)	3	(4.9399, 7.3984)	7.89
(5.0, 8.0)	5	(4.9860, 8.9349)	8.44
(5.0, 8.5, ..., 11.5, 5.0)	1	(4.9033, 8.5428, ..., 11.7753, 4.5144)	11.34
(5.0, 8.5, ..., 11.5, 5.0)	3	(5.0363, 8.6048, ..., 10.8851, 5.5086)	14.31
(5.0, 8.5, ..., 11.5, 5.0)	5	(5.0228, 8.5924, ..., 10.9157, 6.3196)	18.93

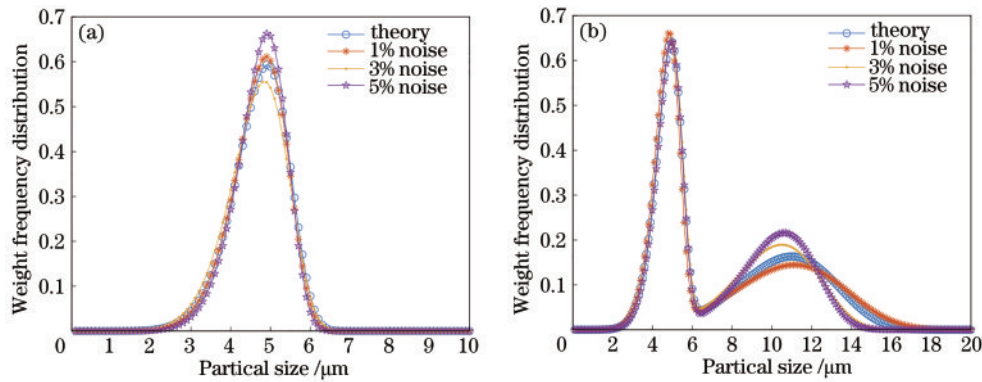


图 2 不同噪声下的颗粒体积频率分布。(a)单峰分布；(b)双峰分布

Fig. 2 Particle volume frequency distribution under different noises. (a) Unimodal distribution; (b) bimodal distribution

在 10% 以内；反演误差随峰数的增加而增加，但双峰分布颗粒体积频率分布曲线的 RRMSE 依然在 20% 以内。这表明 ABC 算法反演颗粒粒径分布时具有较好的鲁棒性和抗噪能力。

3.2 标准颗粒实验

实验验证中选取编号分别为 GBW120134、GBW120024 和 GBW120041 的聚苯乙烯乳胶球标准颗粒，对应的名义 D50 粒径（中位径）分别为 3.44 μm、

9.40 μm 和 14.62 μm，用蒸馏水作为分散剂，颗粒的相对折射率 $m=1.591/1.33$ 。近红外窄波段 LED 光源的中心波长为 850 nm，有效波长范围为 835~865 nm。

单峰分布实验中，分别记录 3 种样品颗粒的入射光谱 I_0 和透射消光光谱 I_{set} 。用 ABC 算法将颗粒粒径分布设为 R-R 单峰分布进行反演计算，算法中的参数设置与数值仿真实验相同，实验结果如表 4 所示。可以发现，D50 粒径与标准颗粒的相对测量误差在 10% 以内。

表 4 单峰分布的实验反演结果

Table 4 Experimental inversion results of unimodal particle

Sample number	Theoretical value (D50) / μm	Inversion value (\bar{D} , k)	Inversion value (D50) / μm	Relative error / %
GBW120134	3.44	(3.8281, 9.0439)	3.6760	6.86
GBW120024	9.40	(10.4217, 9.8064)	10.1355	7.82
GBW120041	14.62	(15.6265, 10.2607)	15.0779	3.13

双峰分布实验中，将名义 D50 粒径为 3.44 μm 和 9.40 μm 的标准颗粒按 1:1 的比例混合作为待测颗粒溶液，记录样品颗粒混合溶液的入射光谱 I_0 和透射

消光光谱 I_{set} ，按照上述方法进行反演，实验结果如表 5 所示。可以发现，双峰分布 D50 粒径与标准颗粒的相对误差均在 20% 以内。

表 5 双峰分布的实验反演结果

Table 5 Experimental inversion results of bimodal particle

Theoretical value (D50) / μm	Inversion value ($\bar{D}_1, k_1, \dots, \bar{D}_2, k_2$)	Inversion value (D50) / μm	Relative error / %
(3.44, 9.40)	(4.2951, 4.8413, ..., 11.5726, 9.5144)	(3.9818, 11.4237)	(15.75, 18.46)

4 结 论

基于近红外窄波段 LED 光源，采用颗粒透射消光

连续光谱拟合分析的方法进行粒径测量。用 ABC 算法对颗粒粒径进行反演计算，并对比了数值仿真和标准颗粒的测量结果。实验结果表明，用近红外窄波段

LED光源可以准确测量颗粒粒径及分布,为生物医学光学在血液(体外或在体)无创检测方面的应用提供了技术依据。

参 考 文 献

- [1] Di H G, Wang Z X, Hua D X. Precise size distribution measurement of aerosol particles and fog droplets in the open atmosphere[J]. *Optics Express*, 2019, 27(12): A890-A908.
- [2] Deatsch A E, Shogren A J, Egan S P, et al. Rapid quantitative protein detection by light transmission spectroscopy[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(4): 1121-1127.
- [3] 李永华, 潘科玮, 平力, 等. 固体推进剂燃烧颗粒粒径的在线测量[J]. *光学学报*, 2020, 40(15): 1512003.
Li Y H, Pan K W, Ping L, et al. Online size measurement of burning particles of solid propellants[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(15): 1512003.
- [4] Calvillo-Vázquez J G, Guillén-Ramírez H A, Diazduarte-Rodríguez M, et al. Particle size distribution from extinction and absorption data of metallic nanoparticles [J]. *Applied Optics*, 2019, 58(36): 9955-9966.
- [5] 张晨雨, 吕且妮, 张福根. 基于散射光偏振分布差的颗粒尺寸及折射率测量[J]. *光学学报*, 2021, 41(19): 1929001.
Zhang C Y, Lü Q N, Zhang F G. Particle size and refractive index measurement based on the polarization distribution difference of scattered light[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(19): 1929001.
- [6] Gienger J, Bär M, Neukammer J. Extinction spectra of suspensions of microspheres: determination of the spectral refractive index and particle size distribution with nanometer accuracy[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(2): 344-355.
- [7] 刘泽奇, 蔡小舒, Briard Paul, 等. 基于去偏振-偏振图像动态光散射的纳米棒尺度测量[J]. *光学学报*, 2021, 41(21): 2129001.
Liu Z Q, Cai X S, Paul B, et al. Dimension measurement of nanorods based on depolarized-polarized image-based dynamic light scattering[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(21): 2129001.
- [8] 单良, 徐良, 洪波, 等. 小角前向散射偏振比法颗粒粒度分布反演[J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(1): 0117001.
Shan L, Xu L, Hong B, et al. Inversion of particle size distribution of small angle forward scattering based on polarization ratio method[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(1): 0117001.
- [9] Cai S Y, Mao J D, Zhao H, et al. Inversion algorithm for non-spherical dust particle size distributions[J]. *Optical Review*, 2019, 26(3): 319-331.
- [10] 孔丹丹, 韩同帅, 葛晴, 等. 近红外无创血糖检测系统信号提取能力的验证[J]. *光谱学与光谱分析*, 2020, 40(11): 3438-3442.
Kong D D, Han T S, Ge Q, et al. Verification of signal extraction capability of near-infrared non-invasive blood glucose detection system[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2020, 40(11): 3438-3442.
- [11] Suryakala S V, Prince S. Chemometric analysis of diffuse reflectance spectral data using singular value decomposition for blood glucose detection[J]. *Biomedical Engineering: Applications, Basis and Communications*, 2018, 30(5): 1850027.
- [12] Wang S L, Yuan X G, Zhang Y G. Non-invasive blood glucose measurement scheme based on near-infrared spectroscopy[C]//2017 Conference on Lasers and Electro-Optics Pacific Rim (CLEO-PR), July 31-August 4, 2017, Singapore. New York: IEEE Press, 2017.
- [13] Han G, Chen S Q, Wang X Y, et al. Noninvasive blood glucose sensing by near-infrared spectroscopy based on PLSR combines SAE deep neural network approach[J]. *Infrared Physics & Technology*, 2021, 113: 103620.
- [14] 郑刚, 卫敬明, 王乃宁. 用多波长消光法测量大颗粒的尺寸分布[J]. *光学学报*, 1993, 13(2): 165-169.
Zheng G, Wei J M, Wang N N. Determination of size distribution of large particle using multi-wavelength light extinction[J]. *Acta Optica Sinica*, 1993, 13(2): 165-169.
- [15] Naglič P, Zelinsky Y, Likar B, et al. Determination of refractive index, size, and solid content of monodisperse polystyrene microsphere suspensions for the characterization of optical phantoms[J]. *Biomedical Optics Express*, 2020, 11(4): 1901-1918.
- [16] 赵蓉, 潘科玮, 杨斌, 等. 跨微米尺度混合颗粒粒径的同步测量方法[J]. *光学学报*, 2020, 40(7): 0712001.
Zhao R, Pan K W, Yang B, et al. Synchronous measurement method of trans-micron scale mixed particle size[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(7): 0712001.
- [17] 曲毅. 光全散射法颗粒粒径反演算法研究[D]. 唐山: 华北理工大学, 2018.
Qu Y. Study on particle size retrieval algorithm of optical scattering[D]. Tangshan: North China University of Science and Technology, 2018.
- [18] Tang H, Sun X G, Yuan G B. Calculation method for particle mean diameter and particle size distribution function under dependent model algorithm[J]. *Chinese Optics Letters*, 2007, 5(1): 31-33.
- [19] Xu L J, Wei T X, Zhou J Y, et al. Modified Landweber algorithm for robust particle sizing by using Fraunhofer diffraction[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(27): 6185-6193.
- [20] Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization[R]. Kayseri: Engineering Faculty Computer Engineering Department, Ereiyes University, 2005.
- [21] Jadon S S, Bansal J C, Tiwari R, et al. Artificial bee colony algorithm with global and local neighborhoods[J]. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 2018, 9(3): 589-601.
- [22] 王艳娇. 人工蜂群算法的研究与应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2013.
Wang Y J. Research on the improvement and application of artificial bee colony algorithm[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2013.