

基于小波包分解的方差非线性均衡下的 轴承故障特征提取

郑志清¹, 全海燕¹, 钱俊兵^{2*}

¹昆明理工大学信息工程与自动化学院, 云南 昆明 650500;

²昆明理工大学民航与航空学院, 云南 昆明 650500

摘要 当轴承发生不同故障时, 振动信号在不同频段的方差分布并不均衡。为了有效提取不同故障信号的特征, 针对轴承故障信号小波包分解得到的频段分量, 提出一种非线性均衡的方差均衡化方法, 实现故障特征的更高区分度。实验中, 基于凯斯西储大学轴承数据中心实测的轴承振动数据, 用该方法对 4 种转速之下的正常轴承信号、内圈故障轴承信号、外圈故障轴承信号和滚动体故障轴承信号提取的方差参数进行了分析, 结果表明均衡后的不同故障信号的方差参数具有更好的区分度, 能有效地实现轴承故障类型的区分。

关键词 傅里叶光学和信号处理; 轴承; 小波包; 方差; 非线性均衡; 均衡化方差

中图分类号 TH133.3

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.2107001

Feature Extraction of Bearing Faults Under Nonlinear Equalization of Variance Based on Wavelet Packet Decomposition

Zheng Zhiqing¹, Quan Haiyan¹, Qian Junbing^{2*}

¹Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, Yunnan, China;

²Faculty of Civil Aviation and Aeronautics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, Yunnan, China

Abstract When the bearing has various faults, the vibration signal's variance distribution in various frequency bands is not balanced. In order to extract the features of various fault signals efficiently and for the frequency components generated from the bearing fault signal's wavelet packet decomposition, this study proposed a variance equalization method of nonlinear equalization. The higher discrimination degree of fault characteristics can be achieved. Based on the data from Case Western Reserve University's bearing data center's collected bearing vibration in the experiment, the variance parameters extracted from a normal, inner ring fault, outer ring fault, and rolling element fault bearing signal under four speeds are investigated using this approach. The results reveal that the variance parameters of various fault signals after equalization have better discrimination. It can efficiently differentiate the types of bearing faults.

Key words Fourier optics and signal processing; bearing; wavelet packet; variance; nonlinear equalization; equalization variance

1 引言

轴承作为机械设备的重要部分, 在机械设备工作

时发挥着重要的作用。而轴承的好坏则直接影响着整个设备的工作性能^[1]。当轴承发生故障时, 不仅会对企业生产工序造成破坏, 导致生产停止, 造成经济损

收稿日期: 2021-08-30; 修回日期: 2021-10-14; 录用日期: 2021-10-25

基金项目: 国家自然科学基金(51965030, 41364002, 61861023)、浅水水域水下探测机器人开发项目(6493-20150016)

通信作者: *1226160701@qq.com

失,严重时还会对企业员工或社会他人造成不可挽回的生命危险。因此在某个工程中找出故障类型对工程研究很有意义,可以清晰地了解到某个工程对于轴承会有怎样的损耗,从而可以找出为什么会产生这样的损耗,进而推动工程的优化。除此之外,还可以对轴承做进一步改良,对轴承的生产工艺进一步完善,从而制造出更能适用于高难度工程的轴承,提高轴承的耐用性。

在以往的轴承故障识别中,人们常常在时域和频域上分析故障特性,在时域上,人们常用一些有量纲参数^[2]和无量纲参数^[3]来进行处理,比如均方根^[4]、峭度指标、裕度指标等。在频域方面,人们通过傅里叶变换等相关方法将时域信号转化为频域信号^[5],然后在频域内,采用功率谱分析、包络分析^[6]、倒谱分析等方法来分析信号的特性。无论是时域分析还是频域分析,一般常用来分析线性平稳信号,这些方法在对信号进行分析时有一定的局限性,无法同时兼顾到时域和频域的一些特性,从而造成信号的一些重要特征被忽略。对于轴承故障振动这类的非平稳信号^[7],近几年以来,人们提出了时频分析^[8]这一概念,比如短时傅里叶变换^[9]、小波分析^[10]、经验模态分解^[11]等。这些方法常用于非平稳信号当中,但这些时频分析方法常被用来对信号简单提取能量及熵等一些特征,直接用神经网络^[12]、聚类分析^[13]等算法进行识别。由于在特征提取方面没有对特征进行进一步分析,导致运用的识别算法比较复杂,在对特征进行处理时不仅识别效果不好,还会造成运行时间长,降低工作效率。当轴承发生不同故障时,信号在不同频段上产生的方差不均衡化,呈现出方差分布不均匀、动态范围较大,对于较小的方差容易被淹没,因此不利于轴承故障的区分。

针对以上问题,本文在轴承故障特征提取中,基于小波包的频段分解,提出一种非线性均衡的方法。具体地,首先采用小波包分解将原始轴承信号划分为多个频带,再对各个频带信号进行方差分析,并利用非线性均衡函数对各频带重构信号的方差进行处理,得到均衡化的方差,根据均衡化方差区分度以及区间范围就可以判定某一频段下均衡化方差对应的信号属于哪一种轴承状态信号,从而实现轴承故障区分。

2 小波包分析

小波分析是一种时频分析方法,小波分析对信号的低频部分可以继续分解,但对高频部分不再分解,而对于轴承故障信号来说,中高频带可能含有某些特征,因此,小波分析不适合用于轴承故障信号。而小波包分析^[14]弥补了小波分析的不足,小波包分析不仅对低频部分进行分解,还对没有细分的高频部分进行分解^[15]。除此之外,小波包分析能根据所要研究信号的特征,自适应选择对应的频带与信号的频谱相匹配,从而提高了时频分辨率。

将 V_j 定义为尺度空间, W_j 定义为小波子空间, U_j^n 定义为新的子空间^[16]。令

$$\begin{cases} U_j^0 = V_j \\ U_j^1 = W_j \end{cases} j \in Z, \quad (1)$$

式中, Z 表示整数。则 Hilbert 空间的正交分解: $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$ 即可用 U_j^n 的分解统一为

$$U_{j+1}^0 = U_j^0 \oplus U_j^1 j \in Z. \quad (2)$$

定义函数 $U_n(t)$ 的闭包空间是子空间 U_j^n , 而函数 $U_{2n}(t)$ 的闭包空间是 $U_n(t)$, 并令 $U_n(t)$ 满足以下双尺度方程:

$$\begin{cases} u_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} h(k) u_n(2t - k) \\ u_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} g(k) u_n(2t - k) \end{cases}, \quad (3)$$

式中, $h(k)$ 和 $g(k)$ 为两系数, 并且 $g(k) = (-1)^k h(1-k)$, 说明两系数具有正交关系。

对信号进行 3 层分解, 其小波包分解树结构图如图 1 所示。

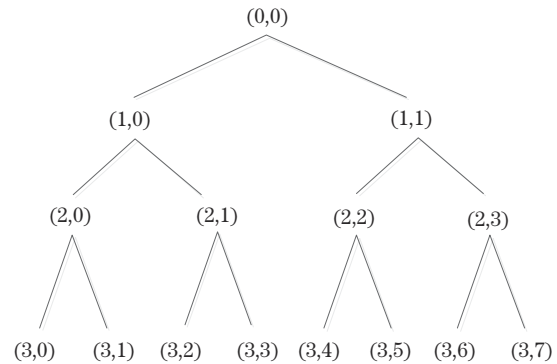


图 1 小波包分解树结构图

Fig. 1 Structure diagram of wavelet packet decomposition tree

用 (i, j) 表示节点, i 表示分解层数, j 表示第 i 层的节点索引, 并且 $j = 0, 1, \dots, 2^i - 1$ 。如图 1 中可以看出, 对原始信号进行分解, 可以得出第 1 层的低频和高频部分, 然后对第 1 层的低频和高频部分分别分解, 得到第 2 层的低频和高频部分, 依此类推得到第 3 层的 8 个频带部分。假设信号的采样频率为 f_s , 对该信号进行 i 层小波包分解, 则第 i 层有 2^i 个频带, 每个频带频率范围为 $\frac{f_s}{2^{i+1}} j \sim \frac{f_s}{2^{i+1}} (j+1)$ 。

3 均衡化方差下的轴承故障特征区分

在实验过程中, 数据会呈大动态范围, 在数据之间进行对比时, 一部分数据相对来说较大, 剩余的另一部分数据就相对来说较小, 从而数据会呈现两极化现象, 把这些数据放在同一坐标刻度下, 较小部分数据之间的区分度很小, 因此在这部分小数据之间很难区分出种类。

对于轴承的振动信号, 经过小波包分析和方差分

析^[17-18]后得到信号的方差具有上述现象。设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本, n 为样本个体数, \bar{X} 为样本均值, 样本方差用 S^2 表示, 则样本方差为

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2. \quad (4)$$

通过对获得的方差数据进行分析, 发现数据呈现一定的规律, 数据全部集中在 0 和 1 之间, 但是数据之间有一部分相对过大, 另一部分相对过小, 无法在同一坐标刻度下进行区分, 因此, 在这些数据特征的基础上, 构建非线性均衡函数, 其意义使幅度较大的方差数据相对进行缩小, 使幅度较小的方差数据相对进行放大, 从而实现方差均衡化。

假如方差用 S^2 表示, 调控因子用 k 表示, e 为对数的底数, 函数结果用 y 表示, 则非线性均衡函数为

$$y = -k * \log_e(S^2). \quad (5)$$

在本文中, 经非线性均衡函数处理过的方差定义为均衡化方差。在原始数据中, 用 a, b 表示不同轴承状态, 定义区分度 d 为

$$d = \sqrt{(S_{a \min}^2 - S_{b \max}^2)^2}. \quad (6)$$

为了对处理后的信号进行区分与度量, 建立如下区分度:

$$D = \sqrt{(k * \log_e S_{a \min}^2 - k * \log_e S_{b \max}^2)^2}, \quad (7)$$

d 表示非线性均衡函数处理之前信号之间的区分度, D 表示非线性均衡函数处理之后信号之间的区分度。区分度是为了描述数据是否达到均衡化, 当区分度增大到一定程度, 就会实现数据的均衡化, 这时数据两极化现象就会减弱, 幅度较大的数据就会相对缩小, 幅度较小的数据相对放大, 数据之间达到平稳状态。

本文做了大量实验对该函数进行验证, 结果均能达到预期效果。图 2 是通过采用美国凯斯西储大学 (Case Western Reserve University) 的轴承数据进行分析, 对 1797 r/min 转速下的故障尺寸为 0.018 cm 的内圈故障信号和滚动体故障信号进行非线性均衡函数实验, 其中设置调控因子 $k=2$ 。非线性均衡函数处理前后的方差对比图如图 2 所示。

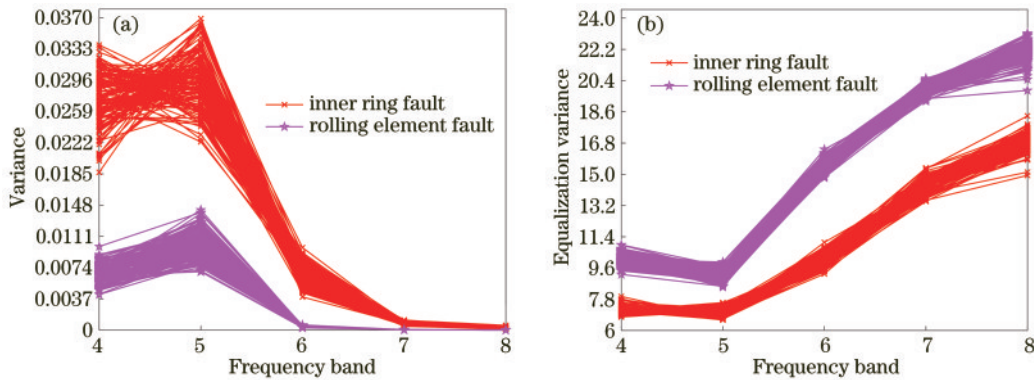


图 2 非线性均衡函数处理前后的方差对比图。(a) 方差分析; (b) 均衡化方差分析

Fig. 2 Comparison chart of variance before and after processing of nonlinear equalization function. (a) Analysis of variance; (b) equalization analysis of variance

通过图 2 可知, 非线性均衡函数处理之前的数据呈现不均衡、幅度大的现象, 两种信号在第 7 频段和第 8 频段的区分度分别为 3.9266×10^{-4} 和 5.3554×10^{-5} , 因此在同一坐标刻度下, 较小数据之间看不出区分, 信号在第 7 频段和第 8 频段难以区分。通过非线性均衡函数对方差进行处理之后, 数据呈现均衡化、幅度相对变小的现象, 两种信号在第 7 频段和第 8 频段的区分度分别为 3.8480 和 1.4690, 在同一坐标刻度下, 数据之间能实现区分, 内圈故障信号和滚动体故障信号在第 7 频段和第 8 频段也能区分开来。从而说明了该方法的有效性。

4 轴承振动信号实验研究

4.1 实验对象

为了验证提出的电机轴承故障区分方法的有效性, 本文实验数据来自于美国凯斯西储大学轴承数据

中心, 实验装置如图 3 所示。

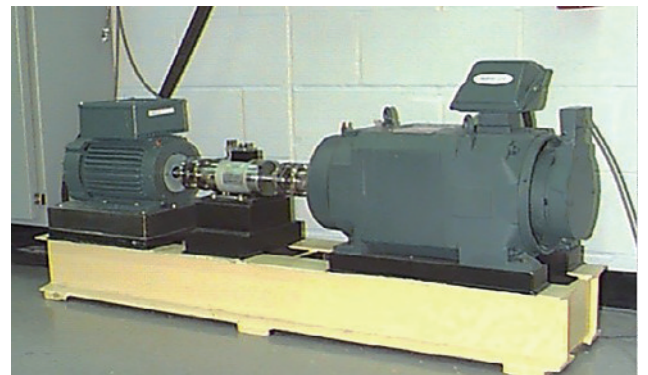


图 3 实验装置图

Fig. 3 Experimental setup

如图 3 所示, 实验平台包括一个电机 (左侧)、一个扭矩传感器 (中间)、一个功率计 (右侧) 和电子控制设备 (图中没有显示)。实验通过加速度传感器采集轴承

振动信号,共有 4 种轴承状态,分别为正常、内圈故障、外圈故障和滚动体故障^[19]。

实验对故障尺寸为 0.018 cm 的故障轴承以及正常轴承进行研究,因此选取了 1797、1772、1750、1730 r/min 这 4 种转速下且采样频率为 12 kHz 的 4 种轴承数据。

实验以最低转速 1730 r/min 为基准,在该转速下,每种轴承状态信号选取 120930 个数据点,根据电机转速和采样频率,选取两圈为一帧,即每组 834 个数据点,每种轴承状态信号分成 145 组。在其他转速下,也都选取两圈为一帧,为了保持和转速 1730 r/min 时的每帧有相同的采样点数,因此在另外 3 个转速下,每种轴承状态信号也都选取 120930 个数据点,每组也都选取 834 个数据点,每种轴承状态信号也都分成 145 组。

4.2 单一转速下的故障区分

实验先对电机转速为 1797 r/min 下的数据进行分析。根据振动信号的特点,在小波包分解时,选取 db3 小波为小波基,进行 3 层分解。对分解之后的 8 个频段的重构信号进行方差分析,实验发现不同轴承状态信号在第 4~8 频段有不同的分布特性,因此选用第 4~

8 频段的方差作为研究对象。最后每种轴承状态信号下都得到 145 组数据,且每组数据中含有 5 个方差值。

把每种轴承状态信号下的每一组方差数据绘制在同一坐标刻度中进行分析,得到外圈故障信号的方差相比于内圈故障、滚动体故障和正常信号的方差较大,从而造成内圈故障信号、滚动体故障信号和正常信号在同一坐标刻度中被挤压在一起,很难区分出是哪一种信号。实验对同一坐标刻度下相邻信号的区分度做了分析,发现在第 4 频段外圈故障信号和内圈故障信号之间的区分度为 0.0466,内圈故障信号和滚动体故障信号之间的区分度为 0.0088,滚动体故障信号和正常信号之间的区分度为 0.0041。从中可以发现不同轴承状态信号数据之间区分度很小,尤其是内圈故障信号、滚动体故障信号和正常信号之间更不容易区分。而第 5~8 频段的相邻信号的区分度和第 4 频段的相邻信号的区分度有着相同的特性。

实验对每种轴承状态信号下的 145 组中的各个频段的方差进行非线性均衡函数处理,设置调控因子 $k=2$,绘制非线性均衡函数处理前后两种方差分析的对比图如图 4 所示。

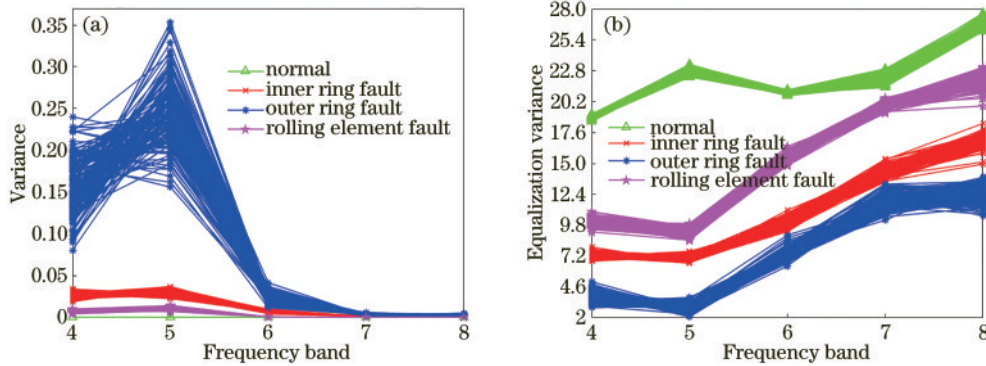


图 4 非线性均衡函数处理前后两种方差分析的对比图。(a)方差分析;(b)均衡化方差分析

Fig.4 Comparison chart of two kinds of variance analysis before and after nonlinear equalization function processing. (a) Analysis of variance; (b) equalization analysis of variance

从图 4 中可以观察到,不同轴承状态信号经非线性均衡函数处理得到的均衡化方差在第 4 频段、第 5 频段和第 8 频段已经能很好地区分开了,而内圈故障信

号和外圈故障信号的均衡化方差在第 6 频段和第 7 频段仍区分不太明显。第 6 频段和第 7 频段的不同轴承状态信号均衡化方差的区间范围如表 1 所示。

表 1 第 6 频段和第 7 频段的不同轴承状态信号均衡化方差的区间范围

Table 1 Range of equalization variance of different bearing state signals in the 6th frequency band and the 7th frequency band

Different bearings status signal	Frequency band 6-range of equalization variance interval	Frequency band 7-range of equalization variance interval
Normal	[20.6996,21.2204]	[21.3962,22.9554]
Rolling element fault	[14.8024,16.4372]	[19.2174,20.5239]
Inner ring fault	[9.2565,11.0785]	[13.4376,15.3694]
Outer ring fault	[6.3673,8.9738]	[10.2205,13.2643]

从表 1 中可以得出,内圈故障信号和外圈故障信号的均衡化方差不是重叠在一起的。经非线性均衡函数处理后,第 6 频段和第 7 频段的相邻轴承状态信号的

区分度如表 2 所示。

从表 2 中可以得出,不同轴承状态信号各频带的方差经过非线性均衡函数处理之后,在得到的均衡化

表 2 第 6 频段和第 7 频段的相邻轴承状态信号的区分度

Table 2 Degree of discrimination between adjacent bearing state signals in the 6th band and the 7th band

Adjacent bearing state signal	Frequency band 6-discrimination degree	Frequency band 7-discrimination degree
Normal and rolling element fault	4.2624	0.8723
Rolling element fault and inner ring fault	3.7239	3.8480
Inner ring fault and outer ring fault	0.2827	0.1733

方差不发生重叠的情况下,内圈故障信号和外圈故障信号之间的区分度还不足以达到能使相邻轴承状态信号区分开的标准。

考虑这种情况可能和小波包的分解层数有关,因此对不同轴承状态的信号分别进行小波包 2 层分解和小波包 4 层分解,进而分析均衡化方差。

小波包 3 层分解时的第 4~8 频段分别对应于小波包两层分解时的第 2~4 频段。因此对小波包 2 层分解

时的第 2~4 频段进行研究分析。而小波包 3 层分解时的第 4~8 频段分别对应于小波包 4 层分解时的第 7~16 频段,所以只需对小波包 4 层分解时的第 7~16 频段进行研究分析。

小波包 2 层分解下的非线性均衡函数处理前后两种方差分析的对比图如图 5 所示。

小波包 4 层分解下的非线性均衡函数处理前后两种方差分析的对比图如图 6 所示。

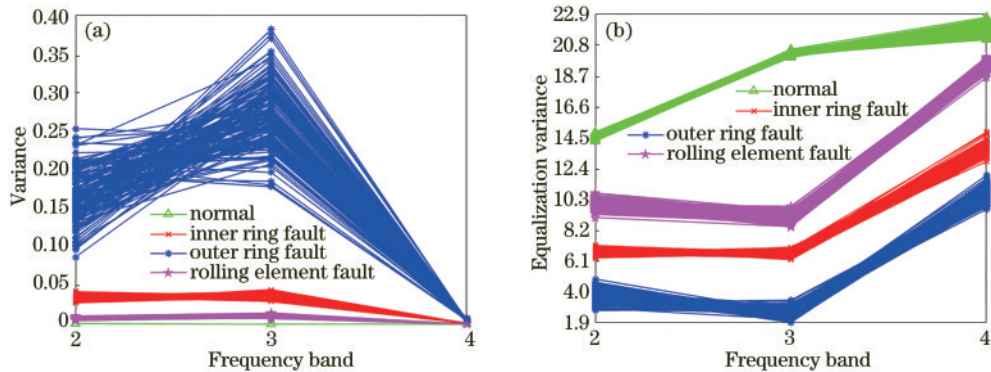


图 5 小波包 2 层分解下的两种方差分析的对比图。(a)方差分析;(b)均衡化方差分析

Fig. 5 Comparison chart of two kinds of variance analysis under two-layer decomposition of wavelet packet. (a) Analysis of variance; (b) equalization analysis of variance

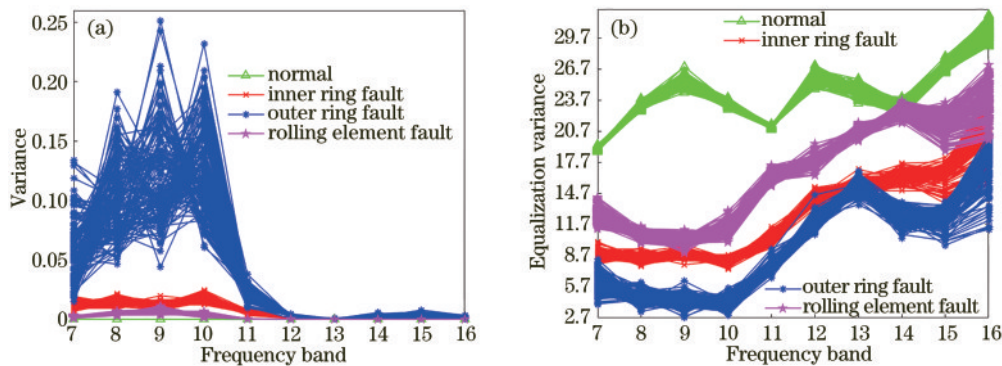


图 6 小波包 4 层分解下的两种方差分析的对比图。(a)方差分析;(b)均衡化方差分析

Fig. 6 Comparison of two kinds of variance analysis under four-layer decomposition of wavelet packet. (a) Analysis of variance; (b) equalization analysis of variance

根据图 5 和图 6 综合分析,当小波包 2 层分解时,不同轴承状态信号均衡后的方差在同一坐标刻度下能很好地区分开来。当小波包 4 层分解时,不同轴承状态信号均衡后的方差在同一坐标刻度下不能很好地区分开来。根据实验所得,小波包最佳分解层数为 2 层。

经非线性均衡函数处理后的小波包 2 层分解下的

各频带相邻轴承状态信号的区分度如表 3 所示。不同轴承状态信号在小波包 2 层分解下各个频段的均衡化方差的区间范围如表 4 所示。

根据表 3、表 4 和图 6 综合分析,不同轴承状态信号在小波包 2 层分解下的方差经过非线性均衡函数处理之后,之前在不同频段分布不均衡的方差得到均衡化,数据动态范围得到改善,以更好地通过方差参

表 3 小波包 2 层分解时各频带相邻轴承状态信号的区分度

Table 3 Discrimination of state signals of adjacent bearings in each frequency band in two-layer decomposition of wavelet packet

Adjacent bearing state signal	Frequency band 2- discrimination degree	Frequency band 3- discrimination degree	Frequency band 4- discrimination degree
Normal and rolling element fault	3. 5356	10. 1527	1. 1720
Rolling element fault and inner ring fault	1. 8978	1. 3667	3. 7189
Inner ring fault and outer ring fault	1. 4497	2. 7548	0. 9462

表 4 不同轴承状态信号在小波包 2 层分解下各个频段的均衡化方差的区间范围

Table 4 Interval range of equalization variance of each frequency band under two-layer decomposition of wavelet packet for different bearing state signals

Different bearings state signal	Frequency band 2- range of equalization variance interval	Frequency band 3- range of equalization variance interval	Frequency band 4- range of equalization variance interval
Normal	[14. 3027, 14. 9307]	[20. 0167, 20. 5811]	[21. 2329, 22. 7619]
Rolling element fault	[9. 0918, 10. 7670]	[8. 4411, 9. 8640]	[18. 6545, 20. 0609]
Inner ring fault	[6. 3368, 7. 1940]	[6. 2091, 7. 0744]	[12. 9182, 14. 9355]
Outer ring fault	[2. 7478, 4. 8871]	[1. 9281, 3. 4543]	[9. 6592, 11. 9720]

数实现故障类别的区分。在得到的均衡化方差不发生重叠的情况下,可以得出相邻轴承信号之间的区分度在 0.9462 及以上时,相邻轴承信号能很好地区分开来。根据不同轴承状态信号对应的各个频带均衡化方差区间范围就可以判定某一频段下均衡化方差对应的信号属于哪一种轴承状态信号,从而实现轴承故障区分。

研究表明,通过本文所提方法可实现对 1797 r/min 转速下的电机轴承故障的区分。

4.3 不同转速电机轴承故障区分

为了对不同转速下的电机故障进行验证,本文对其他 3 种转速下的不同轴承状态信号做了实验分析。首先,实验对电机转速为 1730 r/min 时的不同轴承状态信号进行了分析。

不同轴承状态信号经小波包 2 层分解下的两种方差分析的对比图如图 7 所示。经非线性均衡函数处理过的小波包 2 层分解下的各频带相邻轴承状态信号的区分度如表 5 所示。小波包 2 层分解下各个频段的均衡化方差的区间范围如表 6 所示。

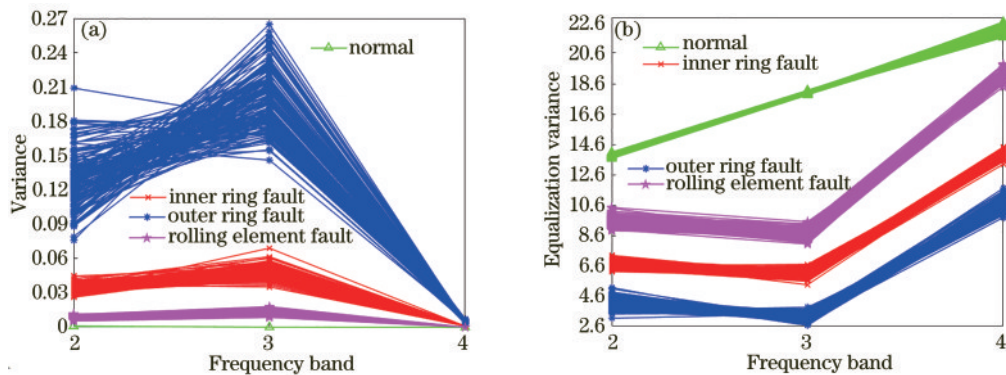


图 7 小波包 2 层分解下的两种方差分析的对比图。(a) 方差分析; (b) 均衡化方差分析

Fig. 7 Comparison chart of two kinds of variance analysis under two-layer decomposition of wavelet packet. (a) Analysis of variance; (b) equalization analysis of variance

表 5 小波包 2 层分解时各频带相邻轴承状态信号的区分度

Table 5 Discrimination of state signals of adjacent bearings in each frequency band in two-layer decomposition of wavelet packet

Adjacent bearing state signal	Frequency band 2- discrimination degree	Frequency band 3- discrimination degree	Frequency band 4- discrimination degree
Normal and rolling element fault	3. 2275	8. 3657	1. 7593
Rolling element fault and inner ring fault	1. 6298	1. 3404	3. 9653
Inner ring fault and outer ring fault	1. 0501	1. 4957	1. 5793

表 6 不同轴承状态信号在小波包两层分解下各个频段的均衡化方差的区间范围

Table 6 Interval range of equalization variance of each frequency band under two-layer decomposition of wavelet packet for different bearing state signals

Different bearings status signal	Frequency band 2- range of equalization variance interval	Frequency band 3- range of equalization variance interval	Frequency band 4- range of equalization variance interval
Normal	[13. 6721, 14. 0954]	[17. 8688, 18. 1822]	[21. 6752, 22. 6967]
Rolling element fault	[8. 9166, 10. 4446]	[8. 0322, 9. 5031]	[18. 4066, 19. 9159]
Inner ring fault	[6. 2092, 7. 2868]	[5. 3431, 6. 6918]	[13. 2947, 14. 4413]
Outer ring fault	[3. 1314, 5. 1591]	[2. 6567, 3. 8475]	[9. 7820, 11. 7154]

根据表 5、表 6 和图 7 综合分析,不同轴承状态信号在小波包 2 层分解下的均衡化方差能很好地区分开,之前在不同频段分布不均衡的方差得到均衡化,数据动态范围得到改善,不同信号之间的区分变得明显。并且经非线性均衡函数处理后的相邻轴承信号之间的区分度在 0.9462 以上,相邻轴承信号能很好地区分开来。根据各个频段均衡化方差区间范围就可以判定是哪一种轴承状态信号,从而实现轴承故障区分。

电机转速为 1772 r/min 和 1750 r/min 时的不同轴承状态信号也具有以上特性。综合分析,无论在哪一种电机转速之下,对正常轴承信号和故障尺寸为 0.018 cm 的内圈故障轴承信号、外圈故障轴承信号和滚动体故障轴承信号进行区分时,对信号进行小波 2 层分解时得到的各个频段的方差进行非线性均衡函数处理,使不同频段分布不均衡的方差实现均衡化,使不同信号之间的区分变得明显。然后对第 2~4 频带下的均衡化方差和相邻轴承状态信号的区分度进行分析,就可以实现轴承故障区分。

5 结 论

提出了一种基于小波包分解的方差非线性均衡下的轴承故障特征提取方法。在该方法中,对原始轴承信号进行小波包 2 层分解,然后对第 2~4 频带的信号进行方差分析,对得到的各频带方差进行非线性均衡函数处理,之后再对各个频段均衡化方差进行分析就能实现对轴承故障的区分。仿真实验中,对 4 种转速之下的正常轴承信号和故障尺寸为 0.018 cm 的内圈故障轴承信号、外圈故障轴承信号和滚动体故障轴承信号进行了分析。结果表明所提出的方法可以实现不同故障信号在不同频段上的方差均衡化,使方差分布均匀,有利于轴承故障的区分。

参 考 文 献

[1] 郝勇, 赵翔, 温钦华, 等. 基于机器视觉的深沟球轴承滚珠遗漏检测[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(2): 021502.
Hao Y, Zhao X, Wen Q H, et al. Roller missing detection in deep groove ball bearings based on machine vision[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55 (2): 021502.

[2] 徐可君, 董芳华, 秦海勤. 内圈带缺陷中介轴承的动力学建模与振动响应分析[J]. 海军航空工程学院学报, 2015, 30(1): 36-42.
Xu K J, Dong F H, Qin H Q. Dynamics model and vibration response analysis of defect inner ring of intershaft bearing[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2015, 30(1): 36-42.

[3] 陈俊君, 徐冰. 基于无量纲指标与波谱分析的滚动轴承故障诊断[J]. 机械设计与研究, 2015, 31(4): 75-77, 89.
Chen J J, Xu B. Fault diagnosis for rolling bearing based on the non-dimensional parameter and spectrum analysis [J]. Machine Design & Research, 2015, 31(4): 75-77, 89.

[4] Igba J, Alemzadeh K, Durugbo C, et al. Analysing RMS and peak values of vibration signals for condition monitoring of wind turbine gearboxes[J]. Renewable Energy, 2016, 91: 90-106.

[5] Arun P, Lincon S A, Prabhakaran N. Detection and characterization of bearing faults from the frequency domain features of vibration[J]. IETE Journal of Research, 2018, 64(5): 634-647.

[6] Xu P, Ghasemlooia A, Sun Q. Automatic band selection algorithm for envelope analysis[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2019, 233(5): 1641-1654.

[7] Xu Y G, Zhang K, Ma C Y, et al. Adaptive Kurtogram and its applications in rolling bearing fault diagnosis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 130: 87-107.

[8] Zhang X, Liu Z W, Wang J X, et al. Time-frequency analysis for bearing fault diagnosis using multiple Q-factor Gabor wavelets[J]. ISA Transactions, 2019, 87: 225-234.

[9] Khodja M E A, Aimer A F, Boudinar A H, et al. Bearing fault diagnosis of a PWM inverter fed-induction motor using an improved short time Fourier transform[J]. Journal of Electrical Engineering & Technology, 2019, 14(3): 1201-1210.

[10] 徐凯源, 李大海, 刘昂, 等. 基于小波变换的平板波前死条纹噪声滤除方法[J]. 中国激光, 2020, 47(9): 0904008.
Xu K Y, Li D H, Liu A, et al. Filtering method of fixed pattern noise in window wavefront based on wavelet transform[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(9): 0904008.

[11] 陈勇, 安汪悦, 刘焕淋, 等. 利用 FBG 传感信号诊断滚动轴承故障的检测方法[J]. 中国激光, 2020, 47(11): 1104004.
Chen Y, An W Y, Liu H L, et al. Detection method

- using FBG sensing signal to diagnose rolling bearing fault [J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(11): 1104004.
- [12] 郭迎福, 全伟铭, 王文韞, 等. 基于三维振动信息融合的卷积神经网络风力机叶片裂纹诊断方法[J]. 光学学报, 2020, 40(22): 2212004.
- Guo Y F, Quan W M, Wang W Y, et al. Crack diagnosis method of wind turbine blade based on convolution neural network with 3D vibration information fusion[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(22): 2212004.
- [13] Li C, Cerrada M, Cabrera D, et al. A comparison of fuzzy clustering algorithms for bearing fault diagnosis[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2018, 34(6): 3565-3580.
- [14] 李斌, 张敏, 周恒, 等. 基于小波包分析和支持向量机的光时域反射仪光缆故障识别[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(2): 021205.
- Li B, Zhang M, Zhou H, et al. Identifying optical cable faults in OTDR based on wavelet packet analysis and support vector machine[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(2): 021205.
- [15] Xiong S C, Zhou H D, He S, et al. A novel end-to-end fault diagnosis approach for rolling bearings by integrating wavelet packet transform into convolutional neural network structures[J]. Sensors, 2020, 20(17): 4965.
- [16] 陈宗祥, 焦民胜, 蔡璉, 等. 基于小波包能量谱的滚动轴承故障检测[J]. 安徽工业大学学报(自然科学版), 2017, 34(3): 269-274.
- Chen Z X, Jiao M S, Cai J, et al. Fault diagnosis of rolling bearings based on wavelet packet energy spectrum [J]. Journal of Anhui University of Technology (Natural Science), 2017, 34(3): 269-274.
- [17] Joarder A H, Omar M H. The mathematical expectation of sample variance: a general approach[J]. Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 2015, 38(2): 635-646.
- [18] Ziaja A, Antoniadou I, Barszcz T, et al. Fault detection in rolling element bearings using wavelet-based variance analysis and novelty detection[J]. Journal of Vibration and Control, 2016, 22(2): 396-411.
- [19] Boudiaf A, Moussaoui A, Dahane A, et al. A comparative study of various methods of bearing faults diagnosis using the case western reserve university data [J]. Journal of Failure Analysis and Prevention, 2016, 16 (2): 271-284.