

## 激光与光电子学进展

## 夏克-哈特曼波前传感器双星波前误差测量计算大气非等晕误差的研究

董若曦<sup>1,2,3</sup>, 李敏<sup>1,2</sup>, 晋凯<sup>1,2</sup>, 熊闻全<sup>4</sup>, 魏凯<sup>1,2,3\*</sup><sup>1</sup>中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;<sup>2</sup>中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;<sup>3</sup>中国科学院大学 北京 100049;<sup>4</sup>中国人民解放军 32035 部队 陕西 西安 710600

**摘要** 等晕误差中的 piston 项对成像质量没有影响, 无需校正, 有效非等晕误差应去除该项。为此提出利用夏克-哈特曼波前传感器测量双星波前误差的方法, 计算得到去 piston 项误差后的等晕角。首先, 根据 Sasiela 和 Van Dam 给出的角度非等晕误差解析表达式, 计算不同条件下的非等晕误差理论值; 其次, 利用相位屏法, 模拟不同大气环境下实际自适应光学系统波前误差测量过程, 仿真得到非等晕误差值。数值仿真结果与理论计算有较好的吻合, 并得到了波前误差与去 piston 项等晕角的对应关系。最后, 基于丽江 1.8 m 望远镜系统, 测量双星的非等晕误差, 计算得到去 piston 项等晕角的大小。并使用差分像运动法和恒星闪烁法, 对该方法进行了印证。去 piston 项等晕角测量实验的结果表明, 去 piston 项等晕角在时间维度上变化缓慢, 在空间维度上差别很大, 当方位及仰角差距较远的情况下, 去 piston 项等晕角的值没有相关性。根据该方法, 也可计算出其他望远镜及大气模型下的波前误差值与去 piston 项等晕角的对应关系, 为信标的位置选择提供了依据。

**关键词** 大气光学与海洋光学; 自适应光学; 非等晕误差; 等晕角; 波前误差探测

中图分类号 P427

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.2101001

## Research on Double Star Wavefront Error Detection with Shack-Hartmann Wavefront Sensor to Calculate Piston-Removed Anisoplanatic Error

Dong Ruoxi<sup>1,2,3</sup>, Li Min<sup>1,2</sup>, Jin Kai<sup>1,2</sup>, Xiong Wenquan<sup>4</sup>, Wei Kai<sup>1,2,3\*</sup><sup>1</sup>Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, Sichuan, China;<sup>2</sup>Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, Sichuan, China;<sup>3</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;<sup>4</sup>Chinese People's Liberation Army 32035, Xi'an 710600, Shaanxi, China

**Abstract** Piston aberration in isoplanatic error does not affect imaging quality and requires no calibration; therefore, effective anisoplanatic error should eliminate piston aberration. The approach to compute the piston-removed isoplanatic angle is proposed in this study, which involves measuring double star wavefront error with Shack-Hartmann wavefront sensor. First, the value of the anisoplanatic error in various atmospheric environments is computed using Sasiela and Van Dam analytical expression for angle anisoplanatic error. Thereafter, the process of wavefront error measurement in an actual adaptive optics system with different atmospheric conditions is simulated and the anisoplanatic error is computed using phase screen method. The numerical simulation findings and theoretical calculations are similar. Meanwhile, the correspondence between wavefront error and piston-removed isoplanatic angle is computed. Finally, the anisoplanatic error of double stars is estimated and the piston-removed value of the isoplanatic angle is computed in Lijiang 1.8-m astronomical telescope. The finding is confirmed using the approaches of differential image motion and stellar scintillation. The experimental findings exhibit that the piston-removed isoplanatic angle differs slowly in the temporal dimension and rapidly in the spatial dimension, and the importance of the piston-removed isoplanatic angle will be lost with long distance. Based on the approach, the correspondence between wavefront error and piston-removed isoplanatic angle in other atmospheric models and telescopes could be computed and it offers a basis for the location of the beacon.

**Key words** atmospheric optics and ocean optics; adaptive optics; anisoplanatic error; isoplanatic angle; wavefront error detection

收稿日期: 2021-09-13; 修回日期: 2021-10-15; 录用日期: 2021-10-25

通信作者: \*wei\_kai@126.com

# 1 引言

大气湍流对波前的随机扰动,使得大口径望远镜的分辨力与衍射极限相比下降了2~3个数量级,使用钠信标自适应光学系统校正大气随机扰动,成为了提高成像质量的有效手段。自适应光学系统要求信标与被观测目标需处在同一等晕角内,以保证二者经历湍流的相关性,因而等晕角是测量的基础条件。

Fried<sup>[1]</sup>对等晕角 $\theta_0$ 的定义,是其推算的非等晕误差值为 $1 \text{ rad}^2$ 对应的角度,根据该定义,对间距为 $\theta$ 的两个位置,其角度非等晕误差为 $(\theta/\theta_0)^{3/5}$ 。常用的测量等晕角的方法为恒星闪烁法<sup>[2]</sup>,也可以通过实时反演湍流廓线的多孔径闪烁测量(MASS)<sup>[3]</sup>、闪烁探测与测距(SCIDAR)<sup>[4]</sup>、斜率测量与测距(SLODAR)<sup>[5]</sup>等方法得到。恒星闪烁法测量简单,但光强与等晕角公式不能通过对接收口径的设计达到完全匹配,存在固有误差;MASS方法对大气湍流分层的精度较差,SCIDAR和SLODAR为了得到较好的精度需要大口径望远镜、大的探测视场、配备多阵列波前传感器,且选取间距较大的双星测量,总体条件要求较高。

然而,Fried定义的非等晕误差包含piston项<sup>[6]</sup>;实际应用中该项对成像质量没有影响,是不需要校正的,因此有效的非等晕误差中应该去除piston项。piston项的大小与望远镜口径和大气湍流廓线相关,不能仅根据等晕角计算得出。本文提出直接用夏克-哈特曼波前传感器测量双星波前得到去piston项后的有效非等晕误差,计算得到去piston项等晕角的大小。用该方法测量去piston项等晕角,在实际观测方面更具有指导性。通过在丽江进行实地测量,验证了该方法的可行性,并给出了去piston项等晕角的变化情况。

## 2 波前测量法理论与仿真

### 2.1 理论基础

Sasiela<sup>[7]</sup>和Van Dam等<sup>[6]</sup>利用Mellin变换的方法,给出了总体角度非等晕误差的解析表达式为

$$\sigma_\varphi^2 = 2.606k^2 \int_0^\infty dz C_n^2(z) \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-8/3} [1 - J_0(\kappa\theta z)], \quad (1)$$

式中: $k$ 为波数( $k = 2\pi/\lambda$ ); $C_n^2$ 为大气湍流折射率结构常数; $z$ 为通过路径的高度; $\kappa$ 为空间频率; $J_0(\cdot)$ 为零阶第一类Bessel函数; $\theta$ 为两束光的间距。令 $t = \kappa\theta z$ ,则 $\kappa = t/\theta z$ ,式(1)可以改写为

$$\sigma_\varphi^2 = 2.606k^2\theta^3 \int_0^\infty dz C_n^2(z) z^3 \int_0^\infty t^{-8/3} [1 - J_0(t)] dt. \quad (2)$$

而Fried定义的 $\langle\sigma_\theta^2\rangle = 2.914k^2\theta^{5/3} \int_0^\infty dh C_n^2(h) h^{5/3}$ ,与式(1)比较可得

$$\sigma_\varphi^2 = \sigma_\theta^2 \times 2.606/2.914 \times \int_0^\infty t^{-3/8} [1 - J_0(t)] dt, \quad (3)$$

数值计算得 $2.606/2.914 \times \int_0^\infty t^{-3/8} [1 - J_0(t)] dt = 0.9980$ ,

$$\sigma_\varphi^2 \approx \sigma_\theta^2 = (\theta/\theta_0)^{3/5}, \quad (4)$$

也就是说两种表达方法是等效的。

非等晕误差可以分解为piston、tilt、defocus、astigmatism等项,其中piston项对于成像质量没有影响,是不需要校正的,有效的角度非等晕性方差中应该去除piston项的影响。Sasiela<sup>[7]</sup>和Van Dam等<sup>[6]</sup>给出的piston项非等晕误差解析表达式为

$$\sigma_p^2 = 2.606k^2 dz C_n^2(z) \int d\kappa \kappa^{-8/3} \left(\frac{2J_1(a)}{a}\right)^2 [1 - J_0(\kappa\theta z)] \quad (5)$$

式中: $a = \kappa D/2$ ;  $D$ 为望远镜口径; $J_1(\cdot)$ 为一阶第一类Bessel函数。去除平移项的有效非等晕误差为 $\sigma_{\text{EFF}}^2 = \sigma_\varphi^2 - \sigma_p^2$ 。 $\sigma_{\text{EFF}}^2$ 为理想情况下,夏克-哈特曼波前传感器直接测量出的双星波前误差,也可以考虑用其他方法测量双星波前误差<sup>[8]</sup>

图1为等晕角为 $2''$ 的条件下,根据丽江大气模型仿真的望远镜口径为 $0.5 \sim 16 \text{ m}$ 的情况下,角间距与有效非等晕误差的关系。其中RMS为均方根值,其计

$$\text{算过程为 } X_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N X_i^2}{N}} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_N^2}{N}}$$

Wavefront RMS<sup>2</sup>对应的物理意义为间距为 $\theta$ 的双星其波前差的平方在时间上统计的均值 $\langle\sigma_\theta^2\rangle$ 。可以明显看出当望远镜口径较小时,piston项误差的占比非常大,使得有效非等晕误差远小于全部的非等晕误差;RMS<sup>2</sup>= $1 \text{ rad}^2$ 的横线与各曲线的交点对应的 $x$ 轴坐标,即为该情况下去piston项等晕角的大小,可以看出当望远镜的口径小于 $10 \text{ m}$ 的情况下,去piston项等晕角是远大于等晕角的;其中望远镜口径为 $2 \text{ m}$ 时,在该大气条件下去piston项等晕角是等晕角的 $1.48$ 倍。

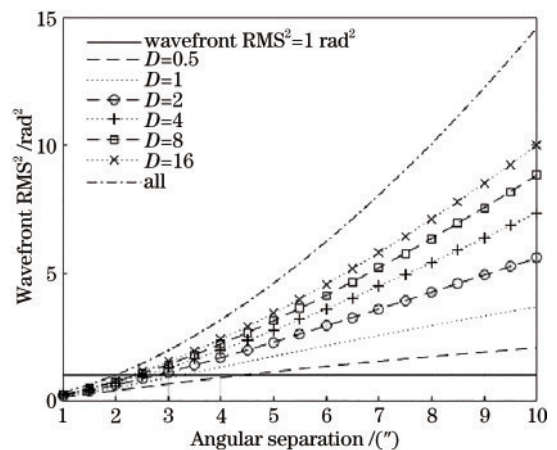


图1 有效非等晕误差与望远镜口径的关系

Fig. 1 Relationship between effective anisoplanatic error and size of telescope aperture

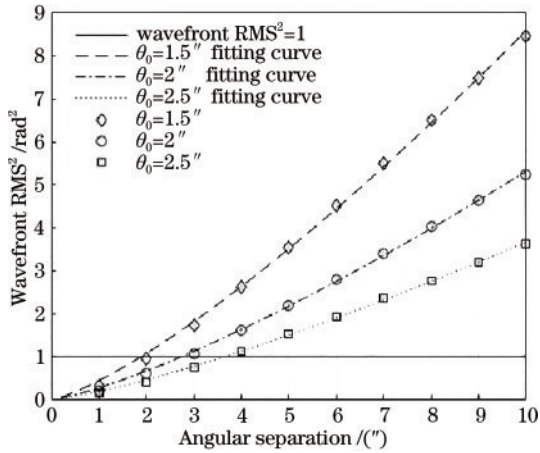


图 2 双星间距与有效非等晕误差随等晕角的变化  
Fig. 2 Relationship between double star spacing and effective anisoplanatic error with different isoplanatic angle

图 2 为不同等晕角下双星间距与有效非等晕误差的对应关系,对非等晕误差  $\sigma$  和双星间距  $\theta$  做形为  $\sigma = a \cdot \theta^b$  的拟合,同一大气湍流分布下的  $b$  值相同,  $a$  值与等晕角  $\theta_0$  负相关。RMS<sup>2</sup>=1 rad<sup>2</sup> 的横线与各曲线的交点对应的  $x$  轴坐标,为该情况下去 piston 项等晕角的大小,当等晕角分别为 1.5"、2" 和 2.5" 时,对应去 piston 项等晕角分别为等晕角的 1.26、1.37 和 1.46 倍。

### 2.2 夏克-哈特曼波前测量法数值仿真

针对丽江 1.8 m 望远镜波前探测系统,采用相位屏方法模拟大气湍流,对大气湍流波前误差测量进行仿真。仿真中的大气参数设置参考了对于丽江高美古观测站的大气光学湍流廓线的理论仿真以及实际测量结果<sup>[9]</sup>,相位屏的高度分布参考了 Keck II 望远镜的仿真<sup>[6]</sup>。仿真的望远镜参数以丽江 1.8 m 望远镜以及实际的自适应光学系统为准,探测帧数设为 1000 帧,大气相干长度  $r_0$  设为 10 cm。利用夏克-哈特曼波前传感器同时得到信标和目标穿过大气湍流后的点列图,从而计算出信标与目标间的波前误差。

图 3 为角间距从 1" 到 10",使用 Mellin 变换的方法

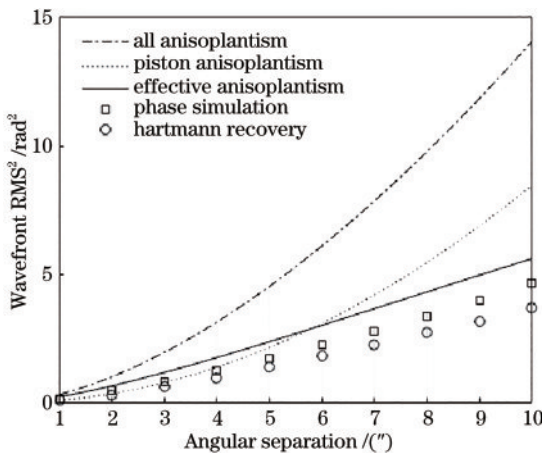


图 3 非等晕误差仿真图  
Fig. 3 Simulation of anisoplanatic error

计算得到的总非等晕误差、piston 项误差以及有效非等晕误差,以及大气相位屏仿真得到的波前和用夏克-哈特曼波前传感器复原波前分别计算出的非等晕误差。用夏克-哈特曼波前传感器测量的波前误差比仿真波前的曲线小,这部分误差来源于高阶分量没有测量到,波面比实际更加平滑,总体趋势保持一致。

### 2.3 夏克-哈特曼测量波前误差实验平台简介

基于数值仿真,设计了夏克-哈特曼测量波前误差的实验,在丽江观测站 1.8 m 望远镜上进行,实验平台如图 4 所示。

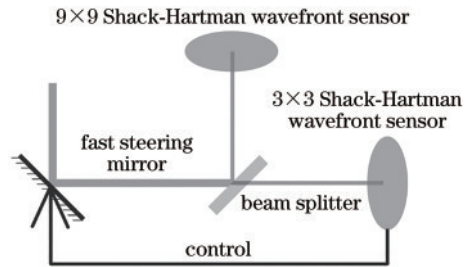


图 4 实验装置图  
Fig. 4 Experimental setup

在本次实验中,平行光经过快速倾斜反射镜稳定光轴,由分光镜分光给两个夏克-哈特曼波前探测器。3×3 阵列的夏克-哈特曼波前传感器,子孔径视场为 46.8",分辨率为 64 pixel × 64 pixel,该夏克-哈特曼控采样帧频为 1000 Hz 用于控制倾斜镜,使双星位于视场之内;9×9 阵列的夏克-哈特曼波前传感器,其透镜阵列为六边形分布,如图 5 所示,每个像素对应的视场为 1.17",子孔径视场为 31.2",衍射光斑直径为 1.39 pixel,采样帧频为 500 Hz,用于测量双星波前信息。

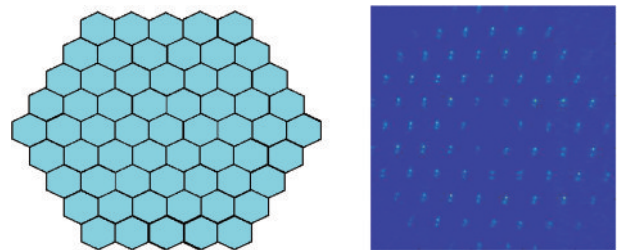


图 5 9×9 夏克-哈特曼子孔径分布图与实测图像  
Fig. 5 Distribution of 9×9 Shack-Hartmann subaperture and measured image

### 2.4 夏克-哈特曼测量波前误差实验

根据光学系统参数,在华盛顿双星目录 (Washington Visual Double Star Catalog, WDS)<sup>[10]</sup> 中选取了角间距为 4"~20",星等差为 2 个星等内的双星。

本次实验记录了 3 月份 4 个夜晚的双星夏克-哈特曼图像,实验有 3 个目的:验证夏克-哈特曼测量波前计算去 piston 项等晕角方法的正确性;利用观测结果得出长时间去 piston 项等晕角的变化情况;短时间内不同位置去 piston 项等晕角的相关程度。



对于星等差较大的双星,暗星的位置较难提取;同时为了减少随机噪声的影响,根据双星的相对位置较为固定这一图像特性,对每个子孔径设置与双星相对位置及明暗关系一致的高斯掩膜与原图像进行卷积,以提高双星位置选取精度。将多个子孔径内的图像(图 6)进行统计,得到对应的高斯掩膜图像(图 7),与采样记录下的图像在后期进行卷积处理,每次采样时间大于 5 s。

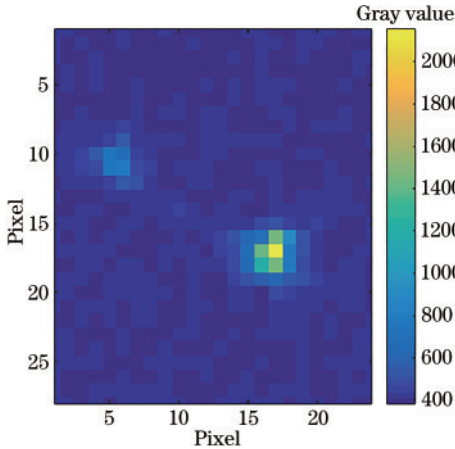


图 6 子孔径探测图像  
Fig. 6 Image of sub-aperture

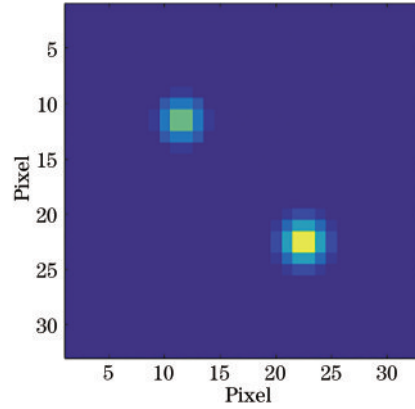


图 7 高斯掩膜图像  
Fig. 7 Image of Gaussian mask

将高斯光斑与子孔径图像进行卷积,得到卷积图像如图 8(a)所示(计算过程中,卷积图像的位置与子孔径探测图像一致),其中心光斑的位置对应双星的中间位置;图 8(b)根据双星中间位置,初步确定双星质心计算范围。在该范围内取最大值位置设为质心计算区域中心,最终计算出图 8(c)中的质心位置。由于次镜遮挡中心孔径缺光,采用置零法处理<sup>[11]</sup>。对于不同信噪比情况下的单星位置的提取方法,参照夏克-哈特曼波前传感器仿真平台<sup>[12]</sup>。

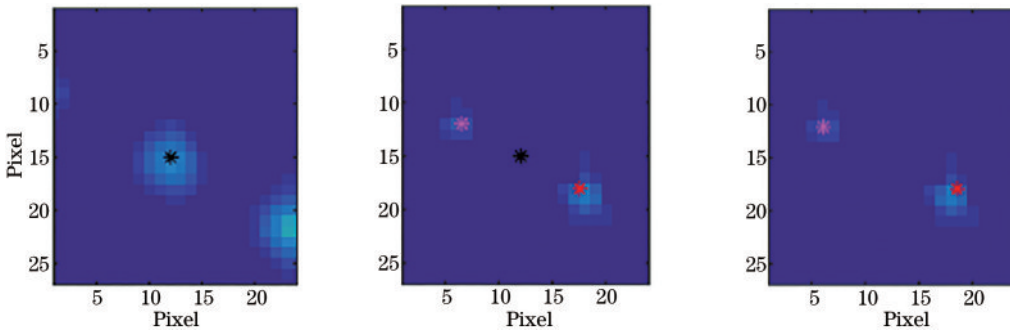


图 8 子孔径卷积图像、原图像以及求得的质心位置  
Fig. 8 Convolution image, original image, and centroid position of sub-aperture

### 2.5 方法验证

利用实验中采集到的夏克-哈特曼图像数据,可以用两种方式来计算去 piston 项等晕角:一种是基于差分像运动检测仪(DIMM)<sup>[13]</sup>的方法测出  $r_0$  值,结合丽江的大气分布情况,计算去 piston 项等晕角;另一种是利用恒星闪烁法<sup>[14]</sup>计算出等晕角,结合丽江的大气分布情况,计算对应的去 piston 项等晕角。

比较目标为编号 STF1110 的双星, WDS 表中两次测量的角间距分别为 5.2"、5.5", 实测数据计算角间距为 5.42", 双星星等分别为 1.93、2.97。测量时间为 2021 年 3 月 4 日 0:53-1:47, 对应仰角为 43°~54°(天顶角位置对应仰角为 90°)。

图 9 为使用波前像差、DIMM 和恒星闪烁 3 种方法计算的去 piston 项等晕角结果对比,其中 DIMM 和波前像差计算出的去 piston 项等晕角吻合得比较好,

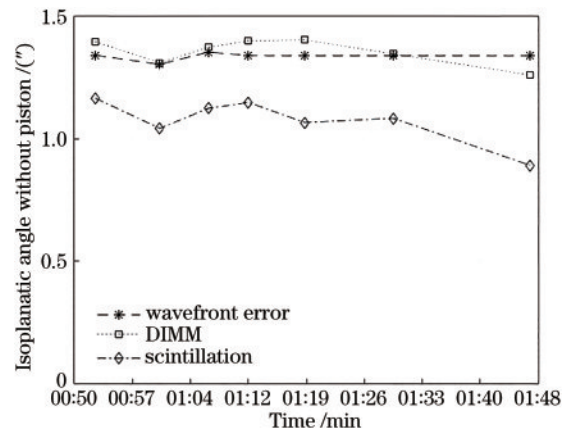


图 9 3 种方法计算去 piston 项等晕角  
Fig. 9 Three methods to calculate piston-removed isoplanatic angle

用恒星闪烁法计算出的去 piston 项等晕角与其他两者的趋势一致,但是数值比较小。实验验证了利用夏克-哈特曼波前探测器测量波前像差,计算去 piston 项等晕角这个方法是可行性的。

### 2.6 实验结果

#### 2.6.1 长时间同组双星等晕角变化

长时间观测 3 组编号为 1110、1744、1424 的双星,等晕角以及去 piston 项等晕角测量结果随时间变化如

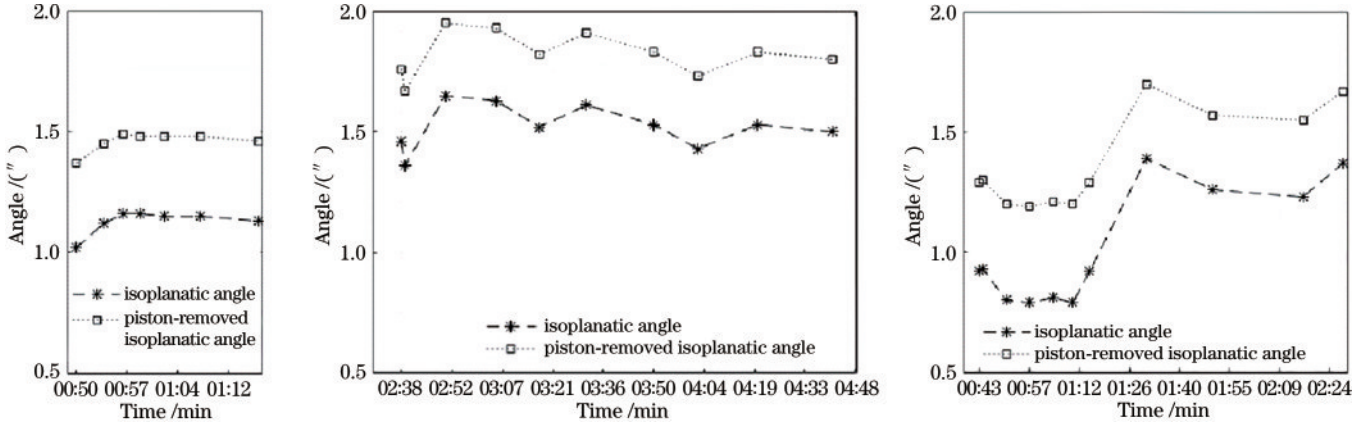


图 10 3 组双星等晕角及去 piston 项等晕角测量结果

Fig. 10 Isoplanatic angle and piston-removed isoplanatic angle measurement results of three sets of double stars

表 1 实验结果对比

Table 1 Comparison of experimental results

Discoverer code	Observation time /min	Position variance /( $^{\circ}$ )		Peak-to-valley value of piston-removed isoplanatic angle /( $''$ )
		Azimuth	Elevation	
1110	54	2	11	0.12
1744	128	36	4	0.28
1424	109	91	18	0.76

#### 2.6.2 短时间不同位置等晕角观测

此组实验的目的是观察去 piston 项等晕角在空间上的变化情况。图 11 为较短时间内,根据不同位置的双星波前测得的去 piston 项等晕角数据。因为去 piston 项等晕角的大小受高角的影响较大,因而比较的时候将去 piston 项等晕角的值全部归一化到天顶角的高度。

如图 12 和表 2 所示,从第 1 组到第 2 组观测距离依次增大,可以看出去 piston 项等晕角在空间上的变化

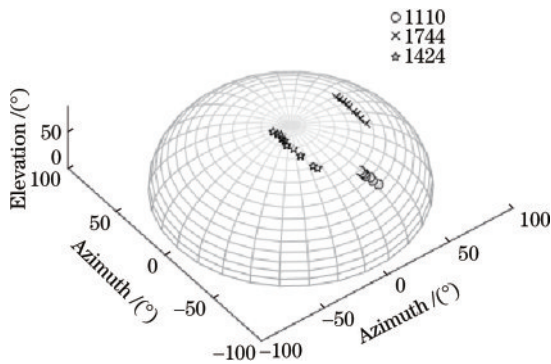


图 11 双星轨迹图

Fig. 11 Double stars trajectories

图 10 所示。横坐标为时间,每格对应 15 min。总体来看,在 1.8 m 望远镜上, $r_0$  在 5~8 cm 时,去 piston 项等晕角比等晕角大 0.3'' 左右。

如表 1 所示,比较 3 组数据,当位置变化较小时,去 piston 项等晕角在 1 h 的时间长度上变化都较小;当位置变化比较大的时候,其去 piston 项等晕角的值变化明显大于其他两组数据。

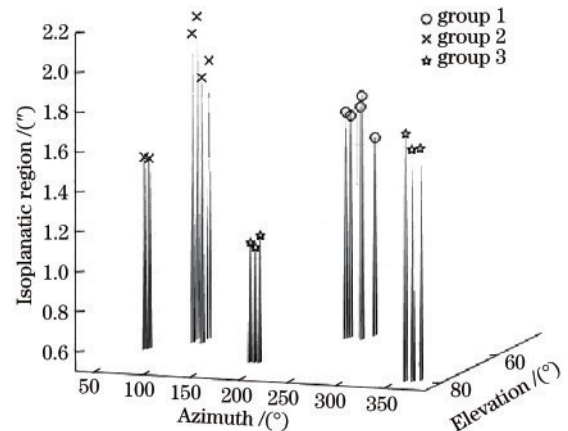


图 12 不同位置去 piston 项等晕角测量结果

Fig. 12 Piston-removed isoplanatic angle measurement results of different locations

是比较明显的,其中第 1 组距离最近,去 piston 项等晕角差值也最小;第 2 组和第 3 组的数据中,去 piston 项等晕角差值都较大,但是已经跟距离大小不相关了,也说明距离远了以后,去 piston 项等晕角的大小的相关性就减弱了。

表 2 实验结果对比

Table 2 Comparison of experimental results

Group No.	Average elevation / (°)	Position variance / (°)		Peak-to-valley value of piston-removed isoplanatic angle / (")
		Azimuth	Elevation	
1	53.8	21	3	0.21
2	64.0	39	9	0.86
3	76.3	180	7	0.64

### 3 结 论

提出了利用自适应光学(AO)系统中被广泛使用的夏克-哈特曼波前传感器测量双星波前误差来计算去piston项等晕角的方法。基于丽江 1.8 m 望远镜以及 AO 系统,对这种方法进行了模拟仿真,求出了波前误差与去 piston 项等晕角的对应关系。并利用基于丽江 1.8 m 望远镜的钠信标 AO 平台进行测量,采用高斯掩膜提取双星位置以减少噪声影响并提高质心测量精度,从对双星进行长时间跟踪以及对距离不同的多组双星在短时间进行去 piston 项等晕角测量两个方面,获得去 piston 项等晕角在时间与空间上的变化情况。利用夏克-哈特曼波前传感器的测量数据,使用 DIMM 方法和恒星闪烁法与夏克-哈特曼波前传感器测量双星波前误差求去 piston 项等晕角所得结果进行比较,验证了测量双星波前计算去 piston 项等晕角的可行性。对于 1.8 m 望远镜,在  $r_0$  为 5~8 cm 的情况下,去 piston 项等晕角比等晕角约大 0.3"。根据长时间观测同组双星,还有短时间对不同位置的双星进行观测,得到以下结论:在时间的维度上,去 piston 项等晕角的变化是比较缓慢的;在空间维度上,去 piston 项等晕角的变化非常明显,当距离较大的时候,去 piston 项等晕角的差值与距离大小无关。对于整个视场内大气湍流情况的预估,不能用一个位置的数据来判断;同个位置的大气湍流情况,与相近时间的相似。对于快速移动的目标,其经过的不同区域,去 piston 项等晕角的变化会非常明显,所以可以提前在其预估的路径附近选取几组,测量去 piston 项等晕角的大小,对其进行预估。

### 参 考 文 献

- [1] Fried D L. Theoretical study of non-standard imaging concepts[R]. Yorba Linda: Defense Technical Information Center, 1976.
- [2] Loos G C, Hogge C B. Turbulence of the upper atmosphere and isoplanatism[J]. Applied Optics, 1979, 18(15): 2654-2661.
- [3] Kornilov V G, Tokovinin A A. Measurement of the turbulence in the free atmosphere above Mt. Ma o danak [J]. Astronomy Reports, 2001, 45(5): 395-395.
- [4] Rocca A, Roddier F, Vermin J. Detection of atmospheric turbulent layers by spatiotemporal and spatioangular correlation measurements of stellar-light scintillation[J]. Journal of the Optical Society of America, 1974, 64(7):

1000-1004.

- [5] Wilson R W. SLODAR: measuring optical turbulence altitude with a Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2002, 337(1): 103-108.
- [6] van Dam M A, Sasiela R J, Bouchez A H, et al. Angular anisoplanatism in laser guide star adaptive optics [J]. Proceedings of SPIE, 2006, 6272: 627231.
- [7] Sasiela R J. Electromagnetic wave propagation in turbulence: evaluation and application of Mellin transforms [M]. 2nd ed. Bellingham: SPIE, 2007.
- [8] 马慧敏, 焦俊, 乔焰, 等. 一种基于光强图像深度学习的波前复原方法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(8): 081103.
- Ma H M, Jiao J, Qiao Y, et al. Wavefront restoration method based on light intensity image deep learning[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(8): 081103.
- [9] 青春, 吴晓庆, 李学彬, 等. WRF 模式估算丽江高美古大气光学湍流廓线[J]. 中国激光, 2015, 42(9): 0913001.
- Qing C, Wu X Q, Li X B, et al. Estimation of atmospheric optical turbulence profile by WRF model at gaomeigu[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(9): 0913001.
- [10] Mason B D, Wycoff G L, Hartkopf W I, et al. The 2001 US naval observatory double star CD-ROM. I. The Washington double star catalog[J]. The Astronomical Journal, 2001, 122(6): 3472-3479.
- [11] 魏平, 李新阳, 罗曦, 等. 部分子孔径缺光对夏克-哈特曼波前传感器波前复原的影响[J]. 中国激光, 2020, 47(4): 0409002.
- Wei P, Li X Y, Luo X, et al. Influence of lack of light in partial subapertures on wavefront reconstruction for Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(4): 0409002.
- [12] 魏平, 李新阳, 罗曦, 等. 夏克-哈特曼波前传感器数字仿真平台的设计和验证[J]. 中国激光, 2021, 48(17): 1710001.
- Wei P, Li X Y, Luo X, et al. Design and verification of digital simulation platform for Shack-Hartmann wavefront sensors[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(17): 1710001.
- [13] Sarazin M, Roddier F. The ESO differential image motion monitor[J]. Astronomy and Astrophysics, 1990, 227(1): 294-300.
- [14] 郑文佳, 李新阳, 鲜浩, 等. 一种基于多子孔径成像的大气等晕角测量方法: CN102901483A[P]. 2013-01-30.
- Zheng W J, Li X Y, Xian H, et al. A method for measuring atmospheric isohalo angle based on multi sub aperture imaging: CN102901483A[P]. 2013-01-30.