

基于相位测量偏折术的透镜波前像差测量

高锦瑞¹, 李大海^{1,2*}, 赖恒¹, 张新伟¹, 王瑞阳¹, 阮一郎¹

¹四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065;

²四川大学空天科学与工程学院, 四川 成都 610065

摘要 提出了一种将有像差透镜当作理想薄透镜与棱镜阵列组合的模型, 该模型可用于验证透射式相位测量偏折术测量透镜波前像差的可行性。ZEMAX 和 Matlab 软件的仿真结果表明, 该棱镜模型中正向光线追迹和逆向光线追迹得到的透镜波前像差近似相等。基于该结论搭建实验装置并测量了口径为 75 mm 的单透镜波前像差, 实验结果表明, 该方法仅需一台 CCD 相机和一台 LCD 显示器就能完成测量, 具有设备简单、易于操作的特点, 且不需要复杂的标定过程, 为透镜波前像差的测量提供了一种在线检测方法。

关键词 测量与计量; 光学检测; 相位测量偏折术; 透镜波前像差; 棱镜模型

中图分类号 O439

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0212001

Measurement of Wavefront Aberration of Lens Based on Phase Measuring Deflectometry

Gao Jinrui¹, Li Dahai^{1,2*}, Lai Heng¹, Zhang Xinwei¹, Wang Ruiyang¹, Ruan Yilang¹

¹College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China;

²College of Aeronautics and Astronautics, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China

Abstract In this paper, a model that regards lens with aberration as a combination of ideal thin lens and prisms array is proposed, which is dedicated to verify that the transmissive phase measuring deflectometry is feasible to measure the wavefront aberration of the lens. The simulation results of ZEMAX and Matlab verify that the wavefront aberration of lens obtained in raytracing and in reverse raytracing are approximately equal. Based on this conclusion, an experimental setup is built and the wavefront aberration of a single lens with an aperture of 75 mm is measured. The experimental results show that the method only needs a CCD camera and a LCD display to complete the measurement, which has the feature of simple equipment and easy operation without complicated calibration, providing a method for online measurement of wavefront aberration of the lens.

Key words measurement and metrology; optical inspection; phase measuring deflectometry; wavefront aberration; prism model

1 引言

透镜作为一种光学成像元件, 广泛应用于激光

器^[1]、显微镜^[2]和望远镜^[3]等设备中。透镜的成像质量会影响设备的整体性能, 因此, 对透镜波前像差的测量具有重要意义。现有的波前检测方法主要

收稿日期: 2021-02-20; 修回日期: 2021-03-02; 录用日期: 2021-03-04

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(61875142)、国家自然科学基金区域创新发展联合基金(U20A20215)、四川大学工科共性学科特色方向建设计划(2020SCUNG205)

通信作者: lidahai@scu.edu.cn

有两大类。一类是基于相干光干涉原理的干涉检测法,如菲索干涉仪、泰曼-格林干涉仪^[4]。干涉仪对光学元件的检测精度较高,但存在动态范围小、价格高昂、不适合在线检测的缺点。另一类是非干涉检测法,如哈特曼法^[5]、夏克-哈特曼传感器^[6-7]、莫尔偏折术^[8-10]和龙基光栅检测法^[11-12]。其中,哈特曼法和夏克-哈特曼传感器受限于哈特曼屏的孔间距或微透镜阵列中微透镜的尺寸,对被测元件的采样率较低;莫尔偏折术利用光栅产生结构光,其精度依赖于光栅的质量;龙基光栅仅能测量出波前的低阶像差。此外,上述方法均存在在线或在位检测困难的问题。

Knauer等^[13]提出了基于逆哈特曼检测光路的相位测量偏折术(PMD),该方法是一种结合相移技术的高精度光学元件面形检测技术。Su等^[14-15]提出的 SCOTS (Software configurable optical test system)本质上属于相位测量偏折术。这类方法用 CCD 相机的像素替代夏克-哈特曼传感器的微透镜阵列采样待测波前,其检测精度与干涉仪接近,且具有较大的动态范围。基于 SCOTS, Dominguez等^[16-17]测量了三种不同的透镜,实验测得的 Zernike 系数和均方根值(RMS)与 Matlab/ZEMAX 软件的仿真模型相近。理论上逆哈特曼检测光路可用于测量单透镜或透镜系统的波前像差,但这种逆向测量方法测量结果的真实性的真实性尚未得到验证。在相位测量偏折术的基础上, Flores等^[18]用结合相移技术的彩色条纹图测量了一个渐进多焦点镜片的波前,相比傅里叶解调技术,该方法不仅提高了计算速度,也降低了计算难度。但其测量的是经透镜畸变的透射波前,而不是透镜的波前像差。Jiang等^[19]通过透射条纹偏折术测量波前斜率,进而获得波前像差,但该方法的系统测量误差包括参考波前像差。Wang等^[20]利用计算机辅助的偏折术实现了较大动态范围的透射波前测量,并完成了玻璃窗和透明玻璃瓶的透射波前像差检测,但该透射波前像差并非几何光学理论中的像差。

为了验证逆哈特曼检测光路用于透镜波前像差测量的可行性,本文提出了一种将有像差透镜近似为理想薄透镜和棱镜阵列的组合模型。首先,介绍了几何光学像差理论中透镜的波前像差以及透镜理想成像和实际成像的原理。然后,详细推导了棱镜模型的正向追迹和逆向追迹(逆哈特曼光路)

角像差计算公式,并计算了水平方向正向追迹和逆向追迹角像差,结果表明,正向追迹角像差和逆向追迹角像差近似相等。利用 ZEMAX 和 Matlab 软件仿真分析了平凸透镜的棱镜模型,结果表明,相位测量偏折术可用于测量透镜的波前像差。最后,搭建了实验测量装置进行验证。该方法仅需相机和显示器,无需复杂的标定过程即可完成测量,且具有在线检测的潜力。

2 透镜理想成像与实际成像的原理

透镜的理想成像指物点发出的全部光线经光学系统后仍交于一点,每个物点对应唯一的一个像点,物点和像点之间的所有光线等光程。当参考光线确定后,理想成像时所有光线和参考光线的光程差(OPD)为0。其中,无穷远物点与透镜焦点互为共轭关系,即互成理想成像。但光线在实际成像条件下无法全部会聚到理想像点,形成一个弥散斑,实际光线与参考光线间的 OPD 不为 0。图 1 为平行于光轴的光线入射到单透镜时理想成像与实际成像的光路。在像差理论中,主光线 BB' 为参考光线,主光线与高斯像面的交点 B' 为理想像点,当入射光为平行光时, B' 点也为透镜的像方焦点。以 B' 为球心,作相切于出射光瞳中心 B_1 的球面,得到参考波前。其中, B_1B' 为参考波前的半径,其长度为 L 。实际光线与理想光线的 OPD 即透镜的波前像差 W ,实际光线与参考光线的夹角即角像差 δ ,在高斯像面上的 $B'A'$ 、 $B'C'$ 为垂轴像差,在光轴上的 $B'D'$ 为轴向像差。

角像差 δ 与波前像差 W 的关系可表示为

$$\delta_x = -\frac{1}{n_1} \frac{\partial W}{\partial x}, \quad \delta_y = -\frac{1}{n_1} \frac{\partial W}{\partial y}, \quad (1)$$

式中, δ_x 和 δ_y 分别为 x 和 y 方向的角像差, n_1 为像方空间的折射率,当透镜置于空气中时, $n_1=1$ 。

基于相位测量偏折术测量透镜波前像差的光路示意图如图 2 所示,其中, δ_R 为逆向追迹中透镜的角像差。将相机的外置针孔视作“点光源”并置于透镜像方焦点 B' 处,将 LCD 显示器置于距相机有限远处,从而构成逆哈特曼检测系统,即逆向追迹模型。当透镜不存在像差时,“点光源”发出光线对应的出射光线为平行光;当透镜存在像差时,出射光线偏离理想平行光路。若能证明 $\delta_R \approx \delta$,就能验证透射式相位测量偏折术测量透镜像差的可行性。

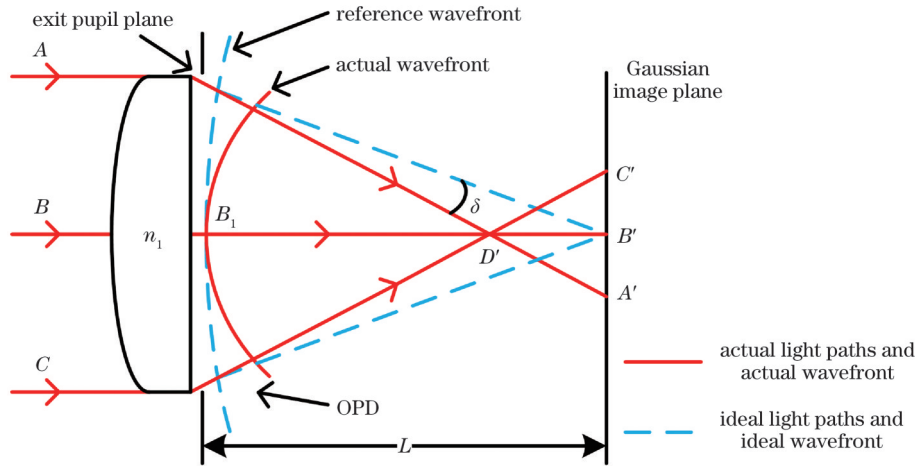


图 1 单透镜理想成像与实际成像的光路

Fig. 1 Optical paths of ideal imaging and actual imaging of single lens

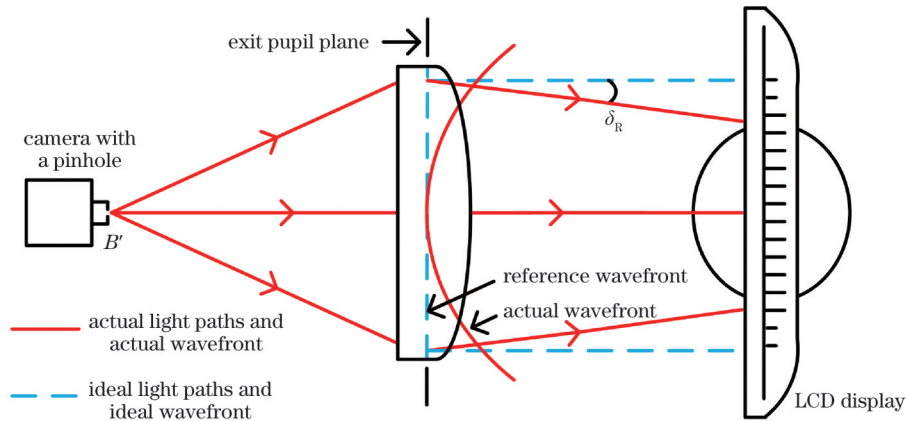


图 2 逆向追迹的理想成像与实际成像的光路

Fig. 2 Optical paths of ideal imaging and actual imaging of reverse ray tracing

3 正向和逆向光线追迹的棱镜模型

棱镜模型将实际透镜看作是理想无像差的薄透镜与棱镜阵列的组合,如图 3 所示。薄透镜的厚度可忽略不计,承担对光线的折射,偏折角度与其光焦度 Φ 有关,以实现实际透镜的理想成像路径。棱镜会对理想折射光线进一步产生偏折,对像差产生贡献。当棱镜顶角 α 很小且光线近似垂直从棱边入射时,偏折角度可以表示成棱镜折射率和顶角 α 的线性关系,从而表示实际透镜的像差。该模型中,透镜不同位置高度对应的棱镜顶角不同,其对光线产生的偏折角度 δ 也不同。将实际透镜看作是薄透镜和棱镜的组合,有利于分析和理解透镜理想成像和实际成像的过程,并进一步验证 $\delta_r \approx \delta$ 。

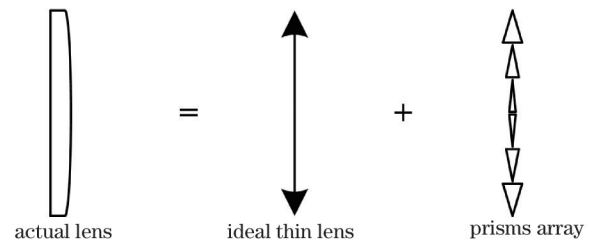


图 3 棱镜模型示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the prism model

正向追迹和逆向追迹的模型示意图如图 4 所示。从图 4(a)可以发现,在正向追迹的棱镜模型中,入射光线经薄透镜折射后的出射光线为理想无像差的光线;棱镜使薄透镜的出射光线偏离理想光线的路径,产生角像差 δ 。以光轴与高斯像面的交点,即透镜像方焦点为原点建立右手直角坐标系,正向追迹得到的角像差 δ 可表示为

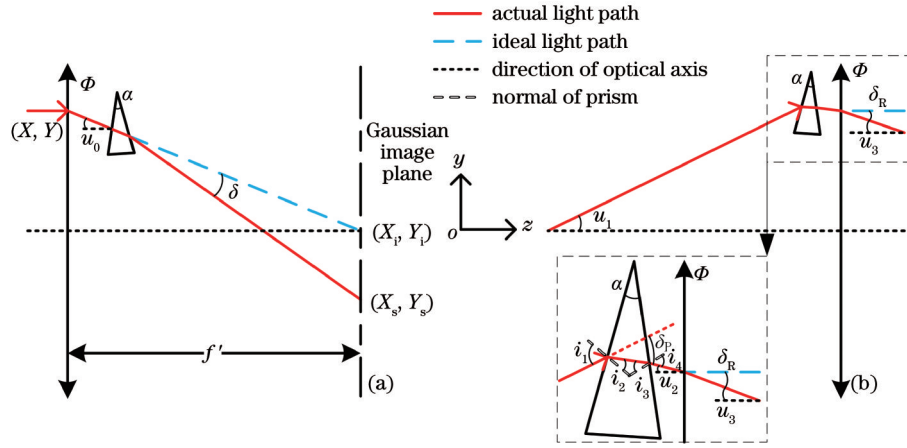


图 4 棱镜模型的光路图。(a)正向追迹;(b)逆向追迹

Fig. 4 Optical path diagram of the prism model. (a) Ray tracing; (b) reverse ray tracing

$$\delta_x = \frac{X_i - X_s}{f'}, \delta_y = \frac{Y_i - Y_s}{f'}, \quad (2)$$

式中, (X_s, Y_s) 为实际光线在高斯像面的坐标, (X_i, Y_i) 为理想光线在高斯像面的坐标。对于平行光, 所有光线会聚于焦点, $(X_i, Y_i) = (0, 0)$ 。 f' 为像方主平面到高斯像面的距离, 即透镜的有效焦距。平行于光轴的光线以不同的位置高度 (X, Y) 入射到薄透镜, 出射光线与光轴的夹角可表示为

$$u_{0x} = -X\Phi, u_{0y} = -Y\Phi. \quad (3)$$

由于 δ 也是棱镜出射光线相对于其入射光线的偏转角, 基于(2)式可将棱镜的顶角近似表示为

$$\alpha_x = \frac{\delta_x}{n-1} = \frac{X_i - X_s}{f'(n-1)}, \alpha_y = \frac{\delta_y}{n-1} = \frac{Y_i - Y_s}{f'(n-1)}, \quad (4)$$

式中, n 为棱镜的折射率。

逆向追迹的模型如图 4(b) 所示, 可以发现, 正向追迹中理想薄透镜的出射光线即逆向追迹的入射光线, 也是位于实际透镜像方焦点的“点光源”发出的光线。由(3)式可知, 逆向追迹的入射光线与光轴的夹角可表示为

$$u_{1x} = X\Phi, u_{1y} = Y\Phi. \quad (5)$$

逆向光线先入射到棱镜上, 再根据几何关系和折射定律, 得到棱镜上第二个面的折射角 i_4 , 可表示为

$$i_{4x} = \arcsin(n \sin i_{3x}) = \arcsin\left\{n \sin\left\{\alpha_x - \arcsin\left[\frac{\sin(\alpha_x/2 + u_{1x})}{n}\right]\right\}\right\} \\ i_{4y} = \arcsin(n \sin i_{3y}) = \arcsin\left\{n \sin\left\{\alpha_y - \arcsin\left[\frac{\sin(\alpha_y/2 + u_{1y})}{n}\right]\right\}\right\}^\circ \quad (6)$$

由于光线不是近似垂直于棱镜表面入射, (4)式的棱镜偏转角公式不再适用。根据棱镜内部的几何关系, 将棱镜对入射光线产生的偏转角 δ_p 表示为

$$\delta_{Px} = i_{1x} - i_{2x} - i_{3x} + i_{4x}, \delta_{Py} = i_{1y} - i_{2y} - i_{3y} + i_{4y}. \quad (7)$$

棱镜的出射光线与光轴的夹角 $u_{2x} = u_{1x} - \delta_{Px}$, $u_{2y} = u_{1y} - \delta_{Py}$ 。逆向追迹的光线以与正向追迹入射光线相同的位置高度 (X, Y) 入射到薄透镜, 根

据薄透镜折射公式得到逆向追迹出射光线与光轴的夹角为

$$u_{3x} = u_{2x} - X\Phi = u_{1x} - \delta_{Px} - X\Phi \\ u_{3y} = u_{2y} - Y\Phi = u_{1y} - \delta_{Py} - Y\Phi. \quad (8)$$

位于焦点的“点光源”的理想光线是平行光, 则逆向追迹的角像差 δ_R 可表示为

$$\delta_{Rx} = u_{3x}, \delta_{Ry} = u_{3y}, \quad (9)$$

将(5)式~(8)式代入(9)式, 得到

$$\begin{aligned} \delta_{R_x} &= \frac{\alpha_x}{2} + \arcsin \left[\frac{\sin(\alpha_x/2 + X\Phi)}{n} \right] - \arcsin \left\{ n \sin \left[\alpha_x - \arcsin \left[\frac{\sin(\alpha_x/2 + X\Phi)}{n} \right] \right] \right\} \\ \delta_{R_y} &= \frac{\alpha_y}{2} + \arcsin \left[\frac{\sin(\alpha_y/2 + Y\Phi)}{n} \right] - \arcsin \left\{ n \sin \left[\alpha_y - \arcsin \left[\frac{\sin(\alpha_y/2 + Y\Phi)}{n} \right] \right] \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

基于棱镜模型分别得到正向追迹和逆向追迹对应的角像差 δ 和 δ_R , 从而验证 δ 和 δ_R 的关系。选取一块口径为 75 mm 的平凸透镜作为待测透镜, 建立的平行光入射待测透镜的光路模型如图 5 所示。其中, 待测透镜的中心厚度为 8 mm, 边缘厚度为 5.26 mm, 凸面的曲率半径为 258.4 mm, 折射率为 1.5168, 有效焦距为 500 mm。

用平行光线追迹该透镜, 得到高斯像面 x 轴上

水平方向 51 个采样点的坐标 X_s , 并用 (2) 式和 (4) 式分别计算 x 轴上水平方向正向追迹的角像差 δ_x 和棱镜顶角 α_x , 再利用 (10) 式计算逆向追迹的角像差 δ_{R_x} 。结果如图 6(a)~图 6(c) 所示, 图 6(d) 为 $\delta_x - \delta_{R_x}$ 的变化曲线。可以发现, 正向追迹角像差 δ_x 和逆向追迹角像差 δ_{R_x} 的差达到了 10^{-10} 量级, 可认为两者几乎完全相等。用棱镜模型模拟分析了角像差较大的单透镜及复杂透镜组等情况, 均证实了该结论。

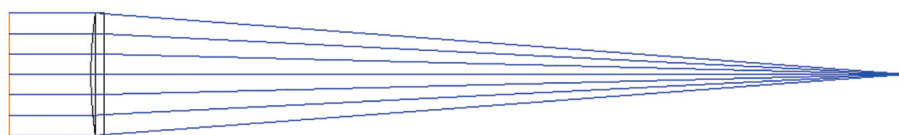


图 5 平行光入射的光路图

Fig. 5 Optical path diagram of incident parallel light

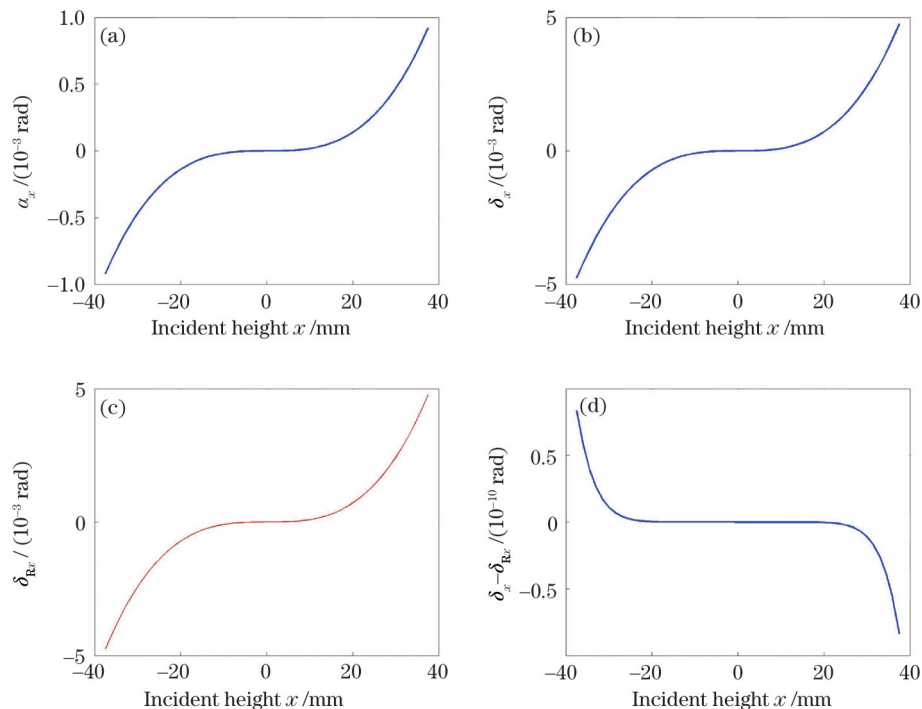


图 6 光线追迹的模拟结果。(a) x 轴水平方向的棱镜顶角; (b) 正向追迹的角像差; (c) 逆向追迹的角像差; (d) $\delta_x - \delta_{R_x}$

Fig. 6 Simulation results of ray tracing. (a) Apex angles of the prisms in the horizontal direction on the x -axis; (b) angular aberration of ray tracing; (c) angular aberration of reverse ray tracing; (d) $\delta_x - \delta_{R_x}$

4 待测透镜波前像差的模拟

在 ZEMAX 软件中建立图 5 中的平行光入射

待测透镜的光路模型, 通过光线追迹得到透镜不同入射位置高度 (X, Y) 和实际成像条件下光线在高斯像面上的坐标 (X_s, Y_s), 利用 (2) 式和 (4) 式分别

计算正向追迹的角像差 δ 和棱镜顶角 α , 再用(10)式计算逆向追迹的角像差 δ_R , 水平和垂直方向的 δ_R 如图 7(a) 和图 7(b) 所示。基于 Southwell 模型^[21] 的区域法进行波前重建, 分别对 δ 和 δ_R 进行拟合, 得到对应的透镜波前像差 W 和 W_R , 结果如图 7(c) 和图 7(d) 所示, 图 7(e) 为 $W - W_R$ 的结果。 W 、 W_R 和 $W - W_R$ 的 RMS 和峰谷值(PV)如表 1 所示。可以发现, 相较于 W 和 W_R 自身的 RMS 和 PV, W 和 W_R 的差异非常小, 可认为 $W_R \approx W$, 进而验证了 $\delta_R \approx \delta$ 。

表 1 波前像差的对比

Parameter	W	W_R	$W - W_R$
RMS	1.2671	1.2671	5.6281×10^{-8}
PV	4.2017	4.2017	2.8507×10^{-7}

5 验证实验

基于相位测量偏折术搭建的实验装置如图 8 所示, 实验设备由显示器、相机和待测平凸透镜组成。使用一个分辨率为 $1600 \text{ pixel} \times 1200 \text{ pixel}$ 、对角线长度为 541.02 mm 的 LCD 显示器播放正弦条纹图; 该显示器每个像素的对角线长度为 0.2705 mm 。

CCD 相机的分辨率为 $1296 \text{ pixel} \times 966 \text{ pixel}$, 镜头焦距为 16 mm , 镜头前加装了针孔。

调整相机和待测透镜的姿态使二者共光轴是关键步骤。首先, 利用加装在导轨上的点光源显微镜 (PSM) 调整 LCD 显示器, 使其与导轨平行。同时, PSM 可测量各实验装置的空间位置关系。然后, 放置加装针孔的相机并使其面向显示器。建立以针孔为原点的右手坐标系。在显示器上显示一幅水平和垂直方向的十字线, 十字线的交点位置是相机光轴与显示器的交点。调整相机姿态, 使十字线的像清晰锐利且位于 CCD 正中央, 则相机调整完毕。

待测透镜即模拟中使用的平凸透镜。将待测透镜放置到光路中, 凸面面向相机针孔, 平面面向显示器。待测透镜的有效焦距为 500 mm , 透镜像方主点在凸面顶点, 透镜凸面顶点与针孔间的距离为 500 mm , 透镜平面与显示器平面的距离为 644.487 mm 。调整透镜的姿态, 使十字线的像清晰锐利且位于 CCD 正中央, 相机针孔、透镜和显示器十字线的交点共光轴。

用自动控制软件在显示器上播放水平和垂直方向上的标准 16 步正弦条纹图。分别拍摄加载透镜的条纹图和未加载透镜的条纹图, 结果如图 9(a)

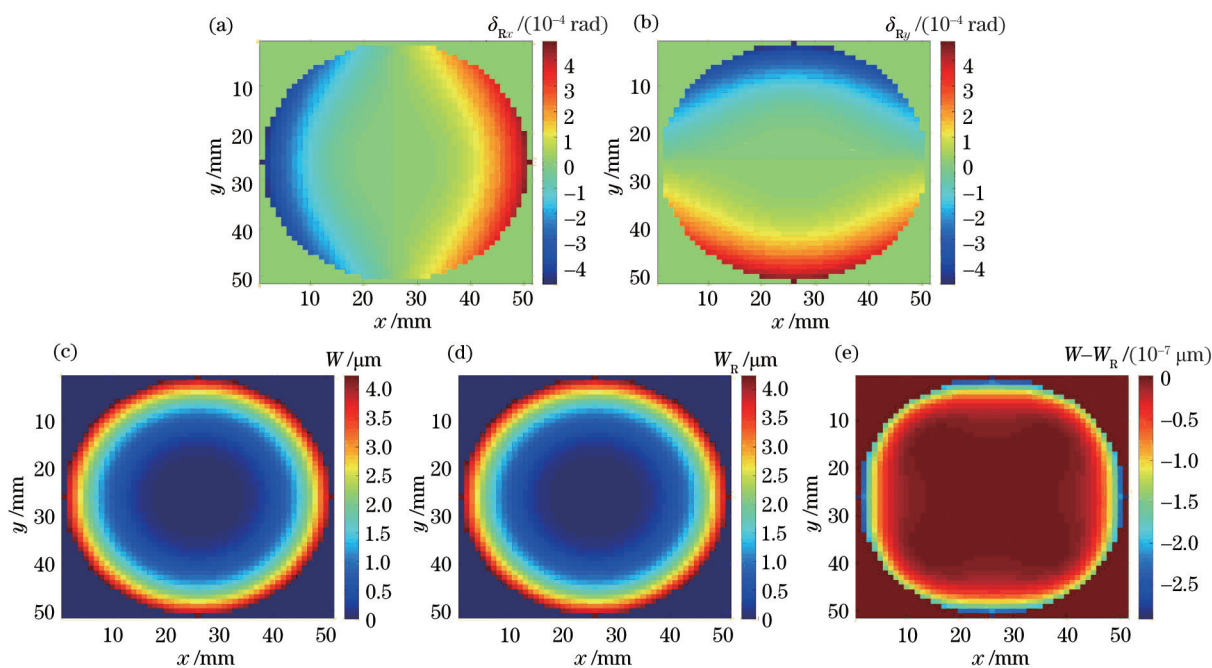


图 7 追迹得到的波前像差。(a) 水平方向的逆向追迹角像差; (b) 垂直方向的逆向追迹角像差; (c) 正向追迹的波前像差; (d) 逆向追迹的波前像差; (e) $W - W_R$

Fig. 7 Wavefront aberration obtained by ray tracing. (a) Angular aberration in the horizontal direction of ray tracing; (b) angular aberration in the vertical direction of reverse ray tracing; (c) wavefront aberration of ray tracing; (d) wavefront aberration of reverse ray tracing; (e) $W - W_R$

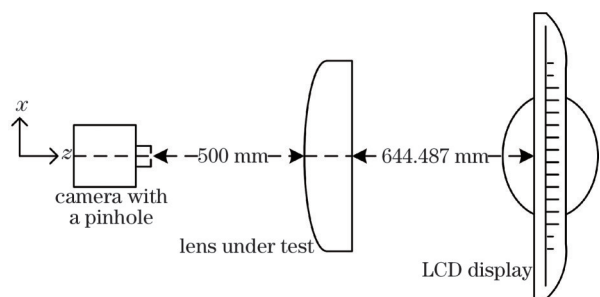


图 8 实验装置的俯视图

Fig. 8 Top view of the experimental setup

和图 9(b)所示。用相移算法解算加载条纹图中待测透镜区域内的相位,得到实际光线坐标 (X_s, Y_s) 。在相同区域内处理空载条纹图,得到 CCD 像素在空载时对应的显示器像素坐标 (X_E, Y_E) 。针孔与空载坐标 (X_E, Y_E) 的连线即 CCD 像素对应的光线方向,如图 10 所示。

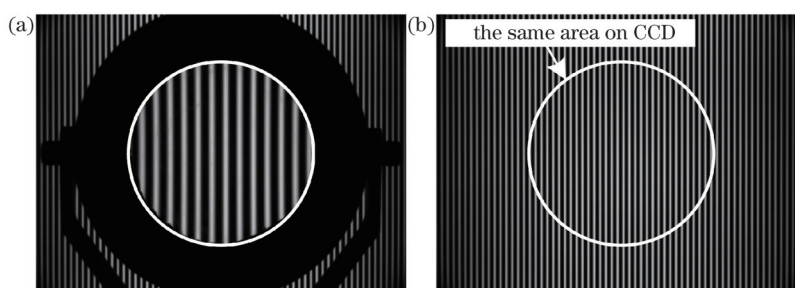


图 9 实验中的条纹图。(a)加载条纹图;(b)空载条纹图

Fig. 9 Fringe patterns in experiment. (a) Patterns with lens; (b) patterns without lens

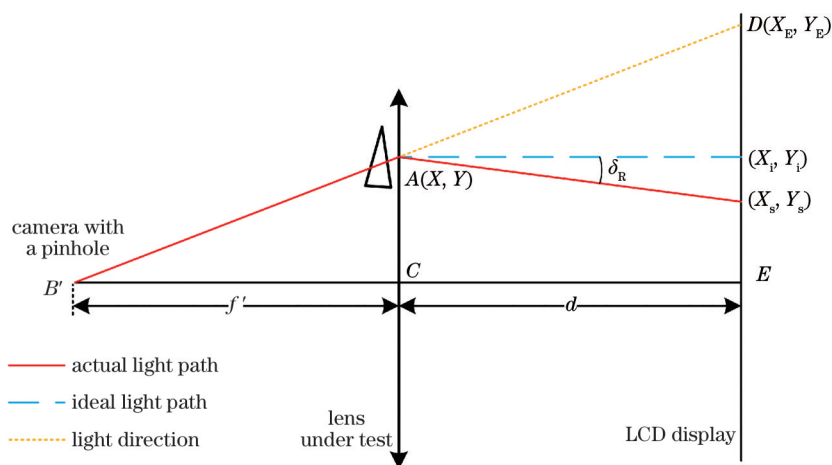


图 10 计算 δ_R 的光路示意图

Fig. 10 Schematic diagram of calculating δ_R

调整相机和待测透镜,使图 8 中的实验装置可用图 10 所示的光路表示,以便获得理想光线坐标。图 10 中,分别用点 A、B'、C、D 和 E 表示薄透镜上的入射高度位置 (X, Y) 、相机针孔、薄透镜中心、空载坐标 (X_E, Y_E) 和显示器与光轴交点。在理想成像条件下,“点光源”发出的光线经薄透镜折射为理想光线,在显示器平面上的坐标为 (X_i, Y_i) ;实际透镜存在像差,对理想光线产生进一步偏折,在显示器平面上的坐标为 (X_s, Y_s) 。理想光线与实际光线的夹角即逆向追迹角像差 δ_R 。为了得到理想坐标

(X_i, Y_i) ,将棱镜模型中的薄透镜与待测平凸透镜的像方主平面重合,其与相机针孔的距离为待测透镜的有效焦距,与显示器平面的距离 d 为 652.487 mm。 $\triangle AB'C$ 与 $\triangle DB'E$ 构成相似三角形,通过相似三角形的关系得到薄透镜上的入射位置 (X, Y) 为

$$X_i = X = \frac{X_E}{f' + d} f', \quad Y_i = Y = \frac{Y_E}{f' + d} f'. \quad (11)$$

位于焦点的“点光源”的理想光线为平行光,其在薄透镜上的坐标 (X, Y) 即为理想坐标 (X_i, Y_i) 。

得到实际坐标 (X_s, Y_s) 和理想坐标 (X_i, Y_i) 后, 计算的角像差为

$$\delta_{Rr} = \frac{X_i - X_s}{d}, \delta_{Rt} = \frac{Y_i - Y_s}{d} \quad (12)$$

基于 Southwell 模型的区域法进行波前重建, 得到透镜的波前像差 W_R , 为了便于分析像差成分, 利用 Zernike 多项式^[22-23]分解波前像差 W_R , 分解结果的假彩色图如图 11 所示。其中, 图 11(a)、图 11(b) 和图 11(c) 分别为 Zernike 多项式去前 4 项、去前 10 项和去前 11 项的结果。表 2 为图 11 对应的 RMS 和 PV, 可以发现, 实验结果和干涉仪得到的形状一致。

在相机针孔和待测透镜共光轴的条件下, 球差是透镜波前像差的主要成分。Zernike 多项式第 11 项体现了待测透镜的球差, 实验结果中 Zernike 多项式第 11 项的 PV 为 $3.210 \mu\text{m}$, RMS 为 $0.951 \mu\text{m}$, 而干涉仪结果中 Zernike 多项式第 11 项的 PV 为 $2.996 \mu\text{m}$, RMS 为 $0.867 \mu\text{m}$, 两者的计算结果基本一致, 验证了透射相位测量偏折术测量透镜波前像差的可行性。

6 结 论

提出了一种将单透镜视为薄透镜和棱镜阵列组合的模型, 基于该近似模型得到正向、逆向光线追迹的透镜波前像差近似相等的结论, 为基于透射相位测量偏折术测量透镜波前像差提供了理论依据。但实际上, 由于正向和逆向的光路略有差异, 该模型对远轴光线会存在一定的误差。此外, 通过测量待测透镜的波前像差并分析对比了实验结果和干涉仪的测量结果。作为一种简便、快速的方法, 透射式相位测量偏折术仅需一台加装外置针孔的 CCD 相机和一台 LCD 显示器即可完成对透镜波前像差的测量, 具有光路搭建简便和准直简单、不需要复杂标定过程的特点, 为透镜波前像差的测量提供了一种潜在的在线检测方法。

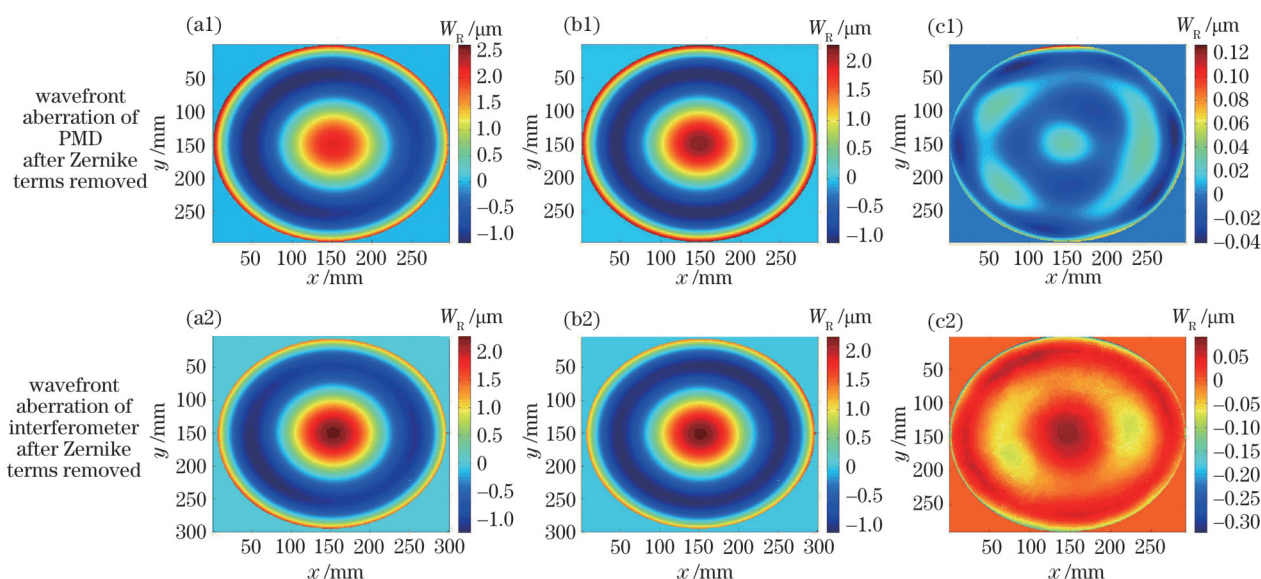


图 11 不同方法测量结果的假彩色图。(a) Zernike 去前 4 项; (b) Zernike 去前 10 项; (c) Zernike 去前 11 项

Fig. 11 False-color plots of the measurement results of different methods. (a) Zernike 4 terms removed; (b) Zernike 10 terms removed; (c) Zernike 11 terms removed

表 2 不同方法测量结果的 RMS 和 PV

Table 2 RMS and PV of measurement results of different methods

unit: μm

Parameter	After 4 terms removed		After 10 terms removed		After 11 terms removed	
	RMS	PV	RMS	PV	RMS	PV
Experiment	0.979	3.824	0.970	3.377	0.019	0.167
Interferometer	0.912	3.531	0.909	3.414	0.042	0.418

参 考 文 献

- [1] Nohara M, Inagaki K, Koyanagi H, et al. Aspheric lens laser diode collimator design for optical intersatellite communications[J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 1994, 33(3A): 1363-1364.
- [2] Zhang Y Q, Gross H. Systematic design of microscope objectives. Part II: lens modules and design principles[J]. *Advanced Optical Technologies*, 2019, 8(5): 349-384.
- [3] Roy S P. The design of anallactic surveying telescopes with a positive focusing lens[J]. *Survey Review*, 1979, 25(193): 130-142.
- [4] Malacara D. *Optical shop testing* [M]. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1993.
- [5] Malacara-Hernández D, Malacara-Doblado D. What is a Hartmann test?[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(9): 2296-2301.
- [6] Neal D R, Copland J, Neal D A. Shack-Hartmann wavefront sensor precision and accuracy[J]. *Proceedings of SPIE*, 2002, 4779: 148-160.
- [7] Takato N, Iye M, Yamaguchi I. Wavefront reconstruction error of Shack-Hartmann wavefront sensors[J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 1994, 106: 182-188.
- [8] Legarda-Saenz R. Robust wavefront estimation using multiple directional derivatives in Moiré deflectometry [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2007, 45(9): 915-921.
- [9] Canabal H, Quiroga J A, Bernabeu E. Improved phase-shifting method for automatic processing of Moiré deflectograms[J]. *Applied Optics*, 1998, 37(26): 6227-6233.
- [10] Canabal H, Quiroga J A, Bernabeu E. Automatic processing in Moiré deflectometry by local fringe direction calculation[J]. *Applied Optics*, 1998, 37(25): 5894-5901.
- [11] Hou C L, Bai J. Wavefront measurement for long focal large aperture lens based on talbot effect of Ronchi grating[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2006, 48: 1037-1041.
- [12] Omura K, Yatagai T. Phase measuring Ronchi test [J]. *Applied Optics*, 1988, 27(3): 523-528.
- [13] Knauer M C, Kaminski J, Hausler G. Phase measuring deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces[J]. *Proceedings of SPIE*, 2004, 5457: 366-376.
- [14] Su P, Parks R E, Wang L R, et al. Software configurable optical test system: a computerized reverse Hartmann test[J]. *Applied Optics*, 2010, 49(23): 4404-4412.
- [15] Su P, Wang S S, Khreishi M, et al. SCOTS: a reverse Hartmann test with high dynamic range for giant Magellan telescope primary mirror segments[J]. *Proceedings of SPIE*, 2012, 8450: 84500W.
- [16] Dominguez M Z, Wang L R, Su P, et al. Software configurable optical test system for refractive optics [J]. *Proceedings of SPIE*, 2011, 8082: 80823H.
- [17] Dominguez M Z, Armstrong J, Su P, et al. SCOTS: a useful tool for specifying and testing optics in slope space[J]. *Proceedings of SPIE*, 2012, 8493: 84931D.
- [18] Flores J L, Legarda-Saenz R, Garcia-Torales G. Color deflectometry for phase retrieval using phase-shifting methods[J]. *Optics Communications*, 2015, 334: 298-302.
- [19] Jiang L L, Zhang X D, Fang F Z, et al. Wavefront aberration metrology based on transmitted fringe deflectometry[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(26): 7396-7403.
- [20] Wang D D, Xu P, Gong Z D, et al. Transmitted wavefront testing with large dynamic range based on computer-aided deflectometry[J]. *Journal of Optics*, 2018, 20(6): 065705.
- [21] Southwell W H. Wave-front estimation from wave-front slope measurements[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1980, 70(8): 998-1006.
- [22] Li M Y, Li D H, Zhang C, et al. Modal wavefront reconstruction from slope measurements for rectangular apertures[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, 32(11): 1916-1921.
- [23] Zhao C Y, Burge J H. Orthonormal vector polynomials in a unit circle, Part I: basis set derived from gradients of Zernike polynomials[J]. *Optics Express*, 2007, 15(26): 18014-18024.