

激光与光电子学进展

月球激光测距观测模型的研究与应用

黄凯^{1,3}, 孙尚彪², 杨永章¹, 汤儒峰¹, 李祝莲¹, 李语强^{1*}¹中国科学院云南天文台, 云南 昆明 650216;²武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430079;³中国科学院大学天文与空间科学学院, 北京 100049

摘要 月球激光测距(LLR)极大推动了地月科学、月球空间基准以及引力物理的发展。为了充分利用LLR数据,依据目前广泛应用的国际地球自转服务2010(IERS 2010)规范对固体潮、海潮、大气延迟和广义相对论效应进行建模,并建立了LLR观测模型。利用该模型检核了国际激光测距服务(ILRS)提供的所有LLR观测数据,生成的月球角反射器预报文件CPF(Consolidated prediction format)支持云南天文台LLR的独立观测。将INPOP19a、DE430、EPM2017历表作为观测模型输入并检核LLR标准点数据,结果表明,相比其他历表,INPOP19a历表与实测数据更接近。

关键词 测量与计量; 月球激光测距; 观测模型; 历表; 国际地球自转服务

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1912003

Research and Application of Lunar Laser Ranging Observation Model

Huang Kai^{1,3}, Sun Shangbiao², Yang Yongzhang¹, Tang Rufeng¹, Li Zhulian¹, Li Yuqiang^{1*}¹Yunnan Observatories, Chinese Academy of Sciences, Kunming 650216, Yunnan, China;²State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, Hubei, China;³School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Lunar laser ranging (LLR) has promoted the development of earth-moon science, lunar spatial reference, and gravitational physics. To fully use the LLR data according to the widely used International Earth Rotation Service 2010 (IERS 2010) specification, the solid tide, ocean tide, atmospheric delay, and general relativity effects are modeled, and the LLR observation model is established in this paper. All LLR observation data provided by the International Laser Ranging Service are checked with the model, and the generated Lunar Corner Reflector Prediction File in CPF (Consolidated prediction format) supports Yunnan Observatory's independent LLR observations. The INPOP19a, DE430, and EPM2017 almanacs are input as observation models to check the LLR standard point data. The results show that the INPOP19a almanac is closest to the measured data than other almanacs.

Key words measurement and metrology; lunar laser ranging; observation model; ephemeris; International Earth Rotation Service

1 引言

月球激光测距(LLR)是一项综合空间探测技术,包含轨道科学、自动控制 and 光电探测等多个学科领域^[1],其观测数据有助于开展天文地球动力学、地月科学和引力理论等领域的研究^[2]。近年来,随着激光和

滤波等技术的快速发展,LLR的精度逐步提高,已达到毫米量级^[3]。

LLR系统主要包括月面角反射器和地面观测站^[4]。月面角反射器方面:1969年,美国Apollo 11号将角反射器放置于月球表面后,美国Lick天文台和McDonald天文台成功接收到来自月球角反射器的回

收稿日期: 2021-09-13; 修回日期: 2021-10-14; 录用日期: 2021-10-19

基金项目: 国家自然科学基金(12033009, 12003065, 12103087)、国家重点研发计划(2021YFA0715101)、云南省基金(2019FA002, 202201AU070225)、云南省创新团队(202005AE160056)、广东省基础与应用基础研究重大项目(2019B030302001)、武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室开放课题(21P02)

通信作者: *lyq@ynao.ac.cn

波信号,开创了人类精确测量地月距离的新纪元;随后,美国 Apollo 14 号和 Apollo 15 号相继将激光角反射器放置在月球表面;苏联也先后通过 Luna 17 和 Luna 21 月球登陆车放置 Lunakhod 1 和 Lunakhod 2 角反射器。其中: Apollo 15 号角反射器的有效面积比 Apollo 11 号大 3 倍,且处于有利的观测位置,是人们的主要观测目标^[5],其观测数据达到 LLR 总数据的 77% 以上; Lunakhod 1 反射器在放置初期获得过回波信号,之后,直到 2010 年美国 Apache Point 天文台利用 3.5 m 口径望远镜才重新接收到该角反射器的回波信号。地面观测站方面:美国 McDonald 天文台于 1969 年首次成功接收到来自 Apollo 11 号角反射器的回波信号后一直发展完善,2019 年后由于设备原因完全关闭;美国 Haleakala 天文台于 1984 年至 1990 年期间开展了 LLR 观测;法国在 1990 年建成 Grasse 测月站并将其投入 LLR 观测工作中;21 世纪初,意大利新建了 Matera 测月站并成功实现了 LLR 观测;2005 年,美国 Apache Point 天文台采用 3.5 m 口径望远镜成功观测至今,获得了上千个标准点数据。此外,国际上开展 LLR 观测的地面站还有德国的 Wettzell 观测站和澳大利亚的 Orrorral 观测站。中国科学院云南天文台于 2018 年利用 1.2 m 口径望远镜成功接收到来自 Apollo 15 号角反射器的回波信号,率先在国内实现了 LLR^[6]。高添泉等^[7]在 2019 年成功接收到来自月面全部角反射器的回波信号,测距精度达到厘米级。

目前,LLR 已累积了 2 万多个标准点数据,利用这些观测数据可以开展诸多重要的科学研究,为月球探测提供有力保障。云南天文台和中山大学相继成功开展了 LLR 试验,为我国加入国际 LLR 分析社区提供了技术基础,但目前具备开展 LLR 数据处理分析和月球历表编制的各机构并没有公开相关算法。因此,亟需建立独立自主的数据分析处理算法。从科学层面考虑,高精度 LLR 观测模型可以精确扣除实际观测中的各种误差源,提供科学分析所需的观测量。随着地面测月站数量的不断增加,地月测距数据也将大量增加,因此,建立一个 LLR 高精度观测模型,对于充分利用地月测距数据必不可少。观测模型的建立将会极大促进我国探月计划的科学产出,也给未来的月球计划提供了直接支持,但国内的 LLR 观测仍依赖于国外发布的月球角反射器预报文件。为了增强观测活动的自主性,本文利用建立的观测模型生成了 CPF (Consolidated prediction format) 文件,并将已有历表作为观测模型的输入,对比了不同历表与标准数据之间的差异。

2 LLR 观测模型

LLR 的基本原理如图 1 所示。其中: s 为观测站的地心坐标; r 为地心到月心的距离; x 为月面角反射器的月心坐标。地面站发射激光至月面上的角反射器,

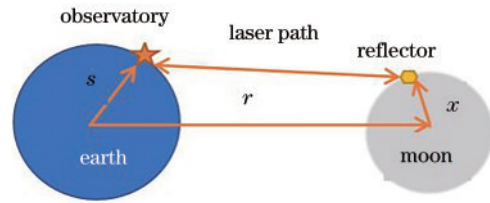


图 1 LLR 的基本原理

Fig. 1 Basic principle of the LLR

再原路返回至地面站,地面站根据发射信号和接收信号记录激光的发射时刻和接收时刻,两者的差值就是激光的光行时 t ,测站至反射器的距离 $\rho = ct/2$ (c 为光速)。已有修正模型的实际使用情况如表 1 所示。其中: TDB 为太阳系质心动力学时; TT 为地心动力学时。实验在建立 LLR 观测模型时仅考虑了可模型化且影响量级在 1 cm 以上的修正量。

表 1 生成模型使用的参考系统

Table 1 Reference systems used by the generative model

Component	Reference
Lunar orbit around the earth	INPOP19a
Lunar libration	INPOP19a
Earth rotation and orientation	IERS Conv. (2010)
Relativistic propagation delay	IERS Conv. (2010)
Lorentz transform between TDB and TT	IERS Conv. (2010)
Solid earth tides	IERS Conv. (2010)
Solid moon tides	Love number estimated with INPOP19a
Atmospheric delay	IERS Conv. (2010)

2.1 坐标系转换

实验直接采用 INPOP19a^[8]提供的国际地球参考框架 (ITRF) 下地面站的三维坐标和平均移动速度,月球主轴坐标系 (PA) 下 5 个角反射器的三维坐标如表 2 和表 3 所示。

建模时需要将国际地球参考系 (ITRS) 下的地面站坐标 X_{ITRS} 转换至地心天球参考系 (GCRS) 坐标 X_{GCRS} ,考虑地球的自转效应时,参考 IERS 2010 规范^[9]可得到

$$X_{GCRS} = Q(t)R(t)W(t)X_{ITRS}, \quad (1)$$

式中: t 为儒略日数; $Q(t)$ 为天球中间极的旋转矩阵 (岁差和章动); $R(t)$ 为极轴的旋转矩阵; $W(t)$ 为极移矩阵。通过月球的三个欧拉角 (θ, φ, ψ) 将月球在 PA 下的三维坐标 X_{PA} 转换为月心天球坐标系 (LCRS) 中的坐标 X_{LCRS} ,可表示为

$$X_{LCRS} = R_z(-\varphi)R_x(-\theta)R_z(-\psi)X_{PA}, \quad (2)$$

式中: θ 为章动角; φ 为自转角; ψ 为旋进角; R_x 和 R_z 分别为绕 x 轴和 z 轴的旋转矩阵。欧拉角可从历表中获得。

表 2 地面站在 ITRF 下的三维坐标和平均移动速度

Table 2 Three-dimensional coordinates and average moving speed of ground station under ITRF

Earth station	X/m	Y/m	Z/m	$\dot{X}/(\text{mm}\cdot\text{a}^{-1})$	$\dot{Y}/(\text{mm}\cdot\text{a}^{-1})$	$\dot{Z}/(\text{mm}\cdot\text{a}^{-1})$
Apollo	-1463998.9085	-5166632.7635	3435012.8835	-0.0141	0.0003	-0.0022
Grasse	4581692.1675	556196.0730	4389355.1088	-0.0151	0.0191	0.0118
Haleakala	-5466003.7191	-2404425.9369	2242197.9030	-0.0122	0.0622	0.0310
Matera	4641978.8100	1393067.5310	4133249.4800	-0.0180	0.0192	0.0140
McDonald	-1330781.5567	-5328756.3783	3235697.9118	-0.0277	0.0277	0.0139
MLRS 1	-1330120.9826	-5328532.3644	3236146.0080	-0.0124	0.0009	-0.0053
MLRS 2	-1330021.4931	-5328403.3401	3236481.6472	-0.0129	0.0015	-0.0036
Wettzell	4075576.7587	931785.5077	4801583.6067	-0.0139	0.0170	0.0124

表 3 反射器在 PA 下的三维坐标

Table 3 Three-dimensional coordinates of reflector under PA

Lunar reflector	X/m	Y/m	Z/m
Apollo 11	1591966.6111	690699.5452	21003.7497
Lunokhod 1	1114292.2641	-781298.3844	1076058.6360
Apollo 14	1652689.5835	-520997.5017	-109730.5271
Apollo 15	1554678.3047	98095.6097	765005.2064
Lunokhod 2	1339363.3642	801872.0049	756358.6487

考虑到相对论效应,将地面站坐标由地球惯性参考系转换至太阳系质心参考系(BCRS),将反射器坐标由月球惯性参考系转换至太阳系质心参考系,可表示为

$$\mathbf{S}_{\text{BCRS}} = \mathbf{r}_E + \mathbf{S}_{\text{GCRS}} \left(1 - \frac{U_E}{c^2} - L_c\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{r}_E \cdot \mathbf{S}_{\text{GCRS}}}{c^2}\right) \mathbf{r}_E, \quad (3)$$

$$\mathbf{X}_{\text{BCRS}} = \mathbf{r}_E + \mathbf{S}_{\text{LCRS}} \left(1 - \frac{U_M}{c^2}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{r}_M \cdot \mathbf{S}_{\text{GCRS}}}{c^2}\right) \mathbf{r}_M, \quad (4)$$

式中: \mathbf{S}_{BCRS} 为地面站在太阳系质心坐标系下的坐标; \mathbf{S}_{GCRS} 为地面站在大地质心坐标系下的坐标; \mathbf{X}_{BCRS} 为反射器在太阳系质心坐标系下的坐标; \mathbf{S}_{LCRS} 为反射器在月心天球坐标系的坐标; U_E 和 U_M 分别为其他天体对地球和月球的引力势; L_c 为 Lorentz 常数,其值为 $1.48082686741 \times 10^{-8}$; \mathbf{r}_E 和 \mathbf{r}_M 分别为地球和月球相对于太阳系质心的位置矢量。

2.2 时间改正

LLR 观测数据的发射时刻为协调世界时(UTC),而天体运动一般采用 TDB,因此需要将 TDB 转化至 TT,再转化至 UTC。在 1968 年至 1971 年,UTC 比 TT 快 3×10^{-8} 倍。1972 年后,UTC 和 TT 有相同的步长,但 UTC 存在跳秒^[10]。UTC 和 TT 的转换公式可表示为

$$(t_3 - t_1)^{\text{UTC}} = \frac{(t_3 - t_1)^{\text{TT}}}{1 + \zeta}, \quad (5)$$

式中: t_1 为激光的发射时间; t_3 为激光的接收时间;1972 年之前, $\zeta=3 \times 10^{-8}$,之后均为 0。TDB 至 UTC 的转换公式可表示为

$$C = \left\{ t_3 + t_1 + X_{\text{TT-TDB}} \left[t_3, \mathbf{S}_{\text{GCRS}}(t_3) \right] - X_{\text{TT-TDB}} \left[t_1, \mathbf{S}_{\text{GCRS}}(t_1) \right] \right\} / (1 + \zeta), \quad (6)$$

式中: C 为光行时; $X_{\text{TT-TDB}}$ 为 TT 与 TDB 的差值,可通过 IAU 提供的 SOFA 程序包或星历表进行计算。采用 Apache Point 天文台 2015 年 11 月 22 日至 2016 年 5 月 11 日的激光测月数据计算两种方法的差异,结果如图 2 所示。可以发现,通过 SOFA 库和 INPOP19a 历表计算的时刻差异稳定在 0.6 ns 内。

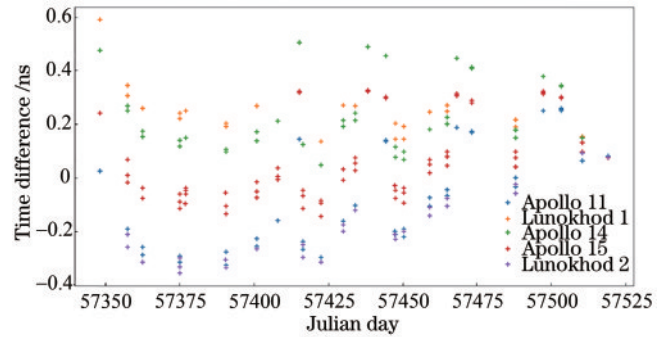


图 2 SOFA 和 INPOP19a 方法计算的时间差
Fig. 2 Time difference calculated by SOFA and INPOP19a methods

2.3 潮汐改正

由于地球的固体部分不是一个理想的刚体,在日、月引潮力的作用下,地球表面会产生周期性的形变移动。此外,地壳对地球自转轴指向偏移的弹性效应也会对地面站产生影响。实验依据 IERS 2010 规范对地球固体潮和极潮进行改正,用 Lyard 等^[11]的 FES 2004 模型进行海潮改正。各个天体的引力会对月球造成形变,导致月面上反射器的坐标发生变化,且目前没有统一的月球固体潮模型,因此,将 IERS 2010 规范中的二阶地球固体潮模型推广至月球。固体潮引起的位移矢量 Δ_{moon} 可表示为

$$\Delta_{\text{moon}} = \frac{\mu_A R_M^4}{\mu_M r_{MA}^3} \left\{ \frac{h_2}{2} \left[3(\hat{\mathbf{r}}_{MA} \cdot \hat{\mathbf{l}})^2 - 1 \right] \hat{\mathbf{l}} + 3\hat{\mathbf{l}}_2(\hat{\mathbf{r}}_{MA} \hat{\mathbf{l}}) \cdot \left[\hat{\mathbf{r}}_{MA} - (\hat{\mathbf{r}}_{MA} \cdot \hat{\mathbf{l}}) \hat{\mathbf{l}} \right] \right\}, \quad (7)$$

式中: $\hat{l} = R_{L_2 C} l_{PA}$ 为 LCRS 下反射器的单位矢量; $r_{MA} = r_A - r_M$ 为引力天体(太阳和地球)到月球的矢量; \hat{r}_{MA} 为 r_{MA} 的单位矢量; h_2 和 l_2 为月球的 Love 数, $h_2 = 0.0233$, $l_2 = 0.003^{[10]}$; R_M 为月球半径; μ 为万有引力常数与天体质量的乘积。采用 Apache Point 天文台 2015 年 11 月 22 日至 2016 年 5 月 11 日的激光测月数据分析了月球固体潮引起的角反射器位置变化, 结果如图 3 所示。可以发现, 不同位置角反射器受到月球固体潮的影响有明显差异。

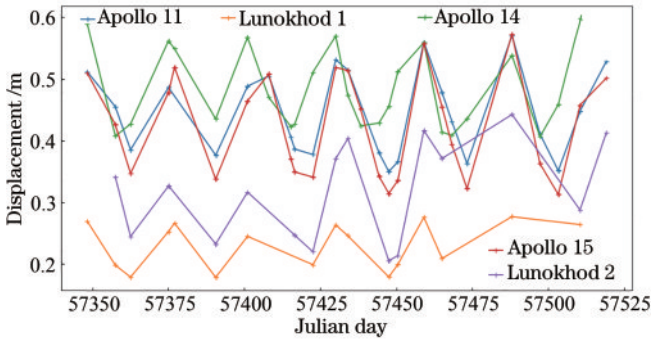


图 3 月球固体潮引起的角反射器位置变化

Fig. 3 Variation of the position of the corner reflector caused by lunar solid tide

2.4 大气延迟改正

激光在传播过程中会因大气效应发生光路弯曲, 导致实际传播的路程大于直线传播的路程, 从而增加光行时。依据 IERS 2010 规范, 对大气折射率和真空折射率的差异进行积分可得到天顶方向上的大气延迟量, 可表示为

$$d_{\text{atm}}^z = 10^{-6} \int_{r_s}^{r_a} N dz = \int_{r_s}^{r_a} (n - 1) dz, \quad (8)$$

式中: dz 为积分路径; n 为大气折射率; r_a 和 r_s 分别为地面和大气层的边界。通过天顶延迟模型^[12]和投影函数模型^[13]计算任意高度角方向上的大气延迟量, 可表示为

$$d_{\text{atm}} = d_{\text{atm}}^z \cdot m(e), \quad (9)$$

式中, $m(e)$ 为投影函数(MF)模型。

2.5 引力弯曲改正

由于太阳、地球和月球等天体的引力作用, 激光在引力场中传播时会发生不同程度的弯曲, 天体的引力越强, 光线的弯曲程度就越明显, 从而导致光行时增加。依据 IERS 2010 规范中的引力弯曲方程计算其改正值, 可表示为

$$c(t_M - t_1) = r_{1M} + \sum_{j=1}^J \left(\frac{2GM_j}{c^2} \right) \ln \left| \frac{r_{j1} + r_{jm} + r_{1M}}{r_{j1} + r_{jm} - r_{1M}} \right|, \quad (10)$$

式中: t_1 为发射时刻; t_M 为到达反射器的时刻; c 为光速; r_{1M} 为激光沿直线传播的距离; r_{j1} 为天体至地面站的距离; r_{jm} 为天体至反射器的距离; J 为天体的数量; G 为万有引力常量; M_j 为第 j 个天体的质量。

2.6 光行时解算

由于地球和月球的轨道运动和自转运动, 激光在传播过程中地面站和反射器的相对位置会发生变化。在 LLR 中, 仅知道发射时刻 t_1 , 因此, 需要通过迭代法求解激光到达反射器的时刻 t_2 和返回地面站的时刻 t_3 。 t_1 时刻地面站坐标为 $S_{\text{BCRS}}(t_1)$, t_2 时刻反射器的坐标为 $I_{\text{BCRS}}(t_2)$, t_3 时刻地面站坐标为 $S_{\text{BCRS}}(t_3)$, 则激光传播的距离 $\rho_1 = |I_{\text{BCRS}}(t_2) - S_{\text{BCRS}}(t_1)|$, $\rho_2 = |S_{\text{BCRS}}(t_3) - I_{\text{BCRS}}(t_2)|$ 。迭代步骤如下。

1) 当 $n=0$ 时, 假设到达反射器的时刻 $t_2^0 = t_1^0 + 1.2 \text{ s}$, 返回至地面站的时刻 $t_3^0 = t_1^0 + 2.4 \text{ s}$, 计算 ρ_1^0 和 ρ_2^0 。

2) $n \geq 1$, $t_2^n = t_1 + \rho_1^{n-1}/c$, $t_3^n = t_2^n + \rho_2^{n-1}/c$, 得到 ρ_1^n 和 ρ_2^n 。

3) 根据 $\epsilon = |t_2^n + t_3^n - t_2^{n-1} - t_3^{n-1}|$ 是否满足设定的阈值判断是否需要停止迭代, 实验中将 $\epsilon \leq 10^{-14} \text{ s}$ 作为判断条件。通常, 迭代 2~3 次后模型就会收敛。

2.7 模型的计算结果

从 INPOP19a 历表中获取地月位置和月球欧拉角, 将国际上已发布的实际观测数据 O 与已建立的理论观测模型数据 C 进行对比, 得到各个地面站的双层残差 ($O-C$) 如图 4 所示。可以发现: 由于 McDonald 地面站早期观测数据的精度较差, 双程残差稳定在米量级; Grasse 地面站的双程残差在亚米量级; Matera 地面站观测数据较少; 由于 Haleakala 地面站的发射和接收望远镜位置不同, 没有获得准确的坐标; Apache Point 和 Wettzell 地面站的数据最稳定, 双程残差为厘米量级。

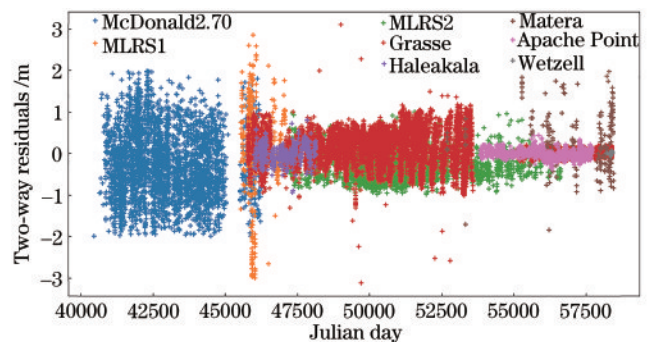


图 4 LLR 数据的双程残差

Fig. 4 Two-way residuals of LLR data

为验证国内 LLR 观测数据的可靠性, 根据已建立的理论模型对云南天文台测月站台的激光测月数据进行对比, 结果如图 5 所示。可以发现, 云南天文台的 LLR 观测数据虽然数据量少, 但双程激光测月数据的残差在米量级, 已达到国际激光测月的先期水平。

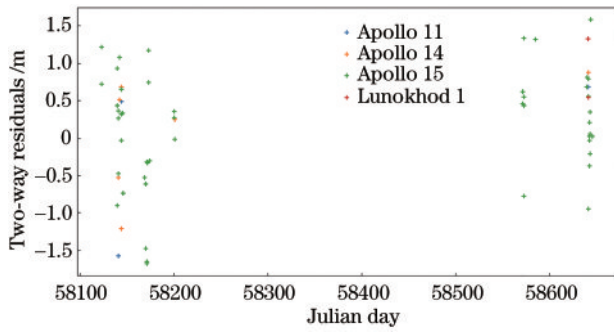


图 5 云南天文台 LLR 数据的双程残差

Fig. 5 Two-way residuals of LLR data from Yunnan Observatory

3 观测模型的应用

3.1 不同历表的对比

历表中包含了太阳系各个天体在太阳系质心坐标系下的位置向量、月球天平动、激光站位置以及月面反射器位置等信息。实验中用美国的 DE430^[14]、俄罗斯的 EPM2017、法国 INPOP19a 三个历表获取地月的相对位置、月球天平动欧拉角、激光站的位置以及月面反射器位置等参数。将不同历表作为观测模型的输入处理 Apache Point 天文台标准点数据的对比结果如图 6 所示。计算结果表明,DE430 与 EPM2017 观测数据的标准差几乎没有差别,INPOP19a 优于二者约

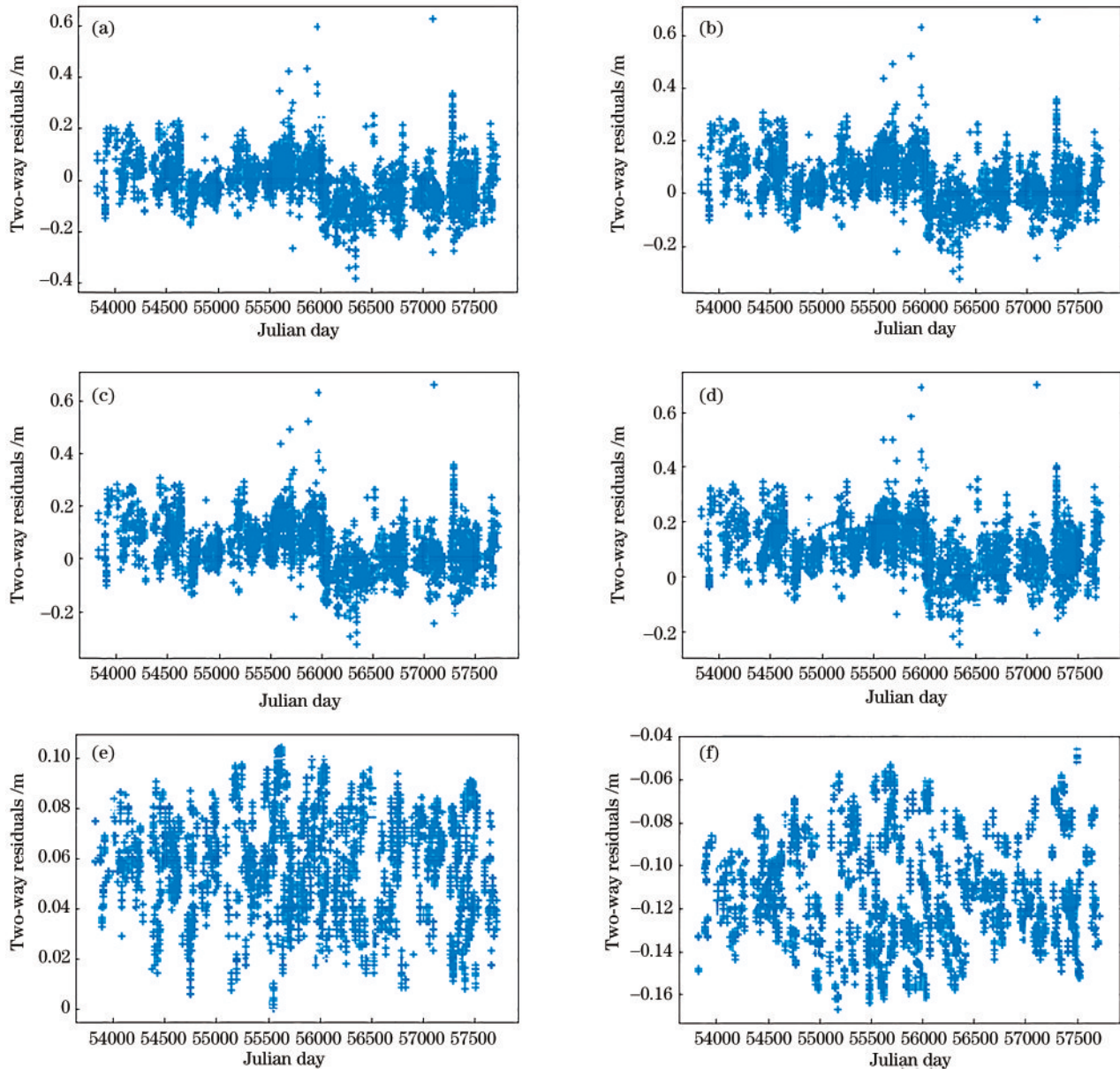


图 6 不同输入下的标准点数据处理结果。(a) INPOP19a; (b) EPM2017; (c) DE430; (d) INPOP19a 与 EPM2017 的标准点数据差; (e) INPOP19a 与 DE430 的标准点数据差; (f) DE430 与 EPM2017 的标准点数据差

Fig.6 Standard point data processing results under different inputs. (a) INPOP19a; (b) EPM2017; (c) DE430; (d) standard point data difference between INPOP19a and EPM2017; (e) standard point data difference between INPOP19a and DE430; (f) standard point data difference between DE430 and EPM2017

2 mm, 这表明使用 INPOP19a 时, 模型的理论值更符合实际的 LLR 观测值, 也验证了最新历表 INPOP19a 的优越性。

3.2 CPF 文件的生成

CPF 文件一直由 ILRS 定期发布, 文件中以 15 min 为间隔, 预报了月球角反射器在地心坐标系下的位置、光行时以及相对论效应引起的时延等信息。月球角反射器位置预报文件在 LLR 观测中不可或缺, 因此, 掌握该文件的生成对我国激光测月技术的自主性研究具有重要意义。实验利用建立的模型生成 CPF 文件, 该过程用月固坐标系下角反射器的坐标经过坐标转换得到角反射器在 ITRF 下的坐标。加入光行时迭代以及地月距离约 0.25 ns 的相对论时延后, 获得了角反射器的预报文件, 图 7 和图 8 为该预报文件的光发射与接收位置与 ILRS 发布的 CPF 文件差值。可以发现, 该模型预测的位置在地心坐标系经度方向的差异为 0.2", 纬度方向的差异小于 0.1"。进一步实验结果表明, 该差异转换到测站坐标系进行实际观测时不会被扩大。因此, 生成文件在经纬度方向的差异均优于云南天文台 1.2 m 口径地平式望远镜 1" 的指向精度, 验证了该文件的可行性。

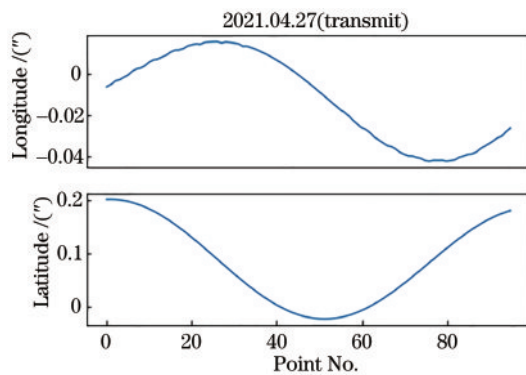


图 7 发射时刻预报位置与 CPF 文件的差值

Fig. 7 Difference between the predicted position at launch time and the CPF file

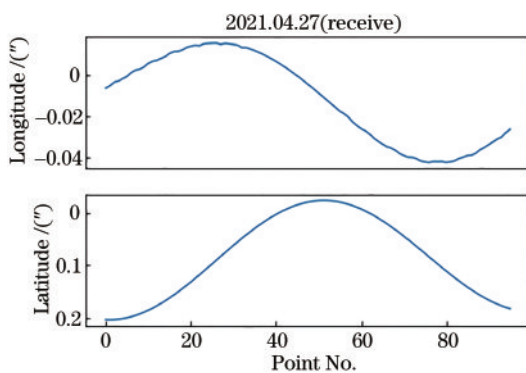


图 8 接收时刻预报位置与 CPF 文件的差值

Fig. 8 Difference between the forecast position at the time of reception and the CPF file

4 结 论

依据 IERS 2010 规范建模分析了使地月测距精度误差达到 1 cm 以上的因素, 建立了完整的 LLR 观测模型, 并与国际上发布的激光测月数据进行了对比分析。利用该观测模型生成了月球角反射器预报 CPF 文件, 与 ILRS 发布的 CPF 文件对比结果表明, 该模型在经度方向的差异为 0.2", 纬度方向的差异小于 0.1", 造成这些差异的原因是使用了不同的 EOP 文件。用 INPOP19a、DE430、EPM2017 历表分别作为观测模型输入并对 LLR 标准点数据进行处理, 结果表明, 相比其他历表, INPOP19a 历表的模拟值与实测数据更接近, 数据标准差降低了约 2 mm。该研究有利于充分利用 LLR 观测数据开展科学研究, 为我国探月工程和深空探测提供技术保障, 对我国的探月工程具有重要意义。

参 考 文 献

- [1] 杨永章. 月球自转动力学的数值模拟研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2017.
Yang Y Z. Numerical study of the moon's rotation[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2017.
- [2] 华阳, 黄乘利. 月球激光测距观测与研究进展[J]. 天文学进展, 2012, 30(3): 378-393.
Hua Y, Huang C L. On the observation and research of lunar laser ranging[J]. Progress in Astronomy, 2012, 30(3): 378-393.
- [3] 华阳. 利用月球激光测距资料解算月球天平动和地球章动[D]. 北京: 中国科学院大学, 2012.
Hua Y. Using lunar laser ranging data to calculate lunar libration and earth nutation[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2012.
- [4] 魏二虎, 常亮, 刘经南. 我国进行激光测月的研究[J]. 测绘信息与工程, 2006, 31(3): 1-3.
Wei E H, Chang L, Liu J N. Research on the lunar laser ranging for China[J]. Journal of Geomatics, 2006, 31(3): 1-3.
- [5] 王强国. 激光测月方法测定地球自转参数[D]. 上海: 中国科学院上海天文台, 1985.
Wang Q G. Determination of earth rotation parameters by laser lunar ranging[D]. Shanghai: Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, 1985.
- [6] 李语强, 伏红林, 李荣旺, 等. 云南天文台月球激光测距研究与实验[J]. 中国激光, 2019, 46(1): 0104004.
Li Y Q, Fu H L, Li R W, et al. Research and experiment of lunar laser ranging in Yunnan observatories [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(1): 0104004.
- [7] 高添泉, 张才士, 李明, 等. 中山大学月球激光测距研究与实验[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2021, 60(S1): 247-252.
Gao T Q, Zhang C S, Li M, et al. Research and experiment of lunar laser ranging in Sun Yat-Sen University[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 2021, 60(S1): 247-252.
- [8] Fienga A, Deram P, Viswanathan V, et al. INPOP19a

- planetary ephemerides[EB/OL]. [2021-09-08]. <https://www.imcce.fr/recherche/equipes/asd/inpop/download19a>.
- [9] Luzum B, Petit G. The IERS Conventions (2010): reference systems and new models[J]. Proceedings of the International Astronomical Union, 2012, 10(H16): 227-228.
- [10] Pavlov D A, Williams J G, Suvorkin V V. Determining parameters of moon's orbital and rotational motion from LLR observations using GRAIL and IERS-recommended models[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2016, 126(1/2/3): 61-88.
- [11] Lyard F, Lefevre F, Letellier T, et al. Modelling the global ocean tides: modern insights from FES2004[J]. Ocean Dynamics, 2006, 56(5/6): 394-415.
- [12] Mendes V B, Pavlis E C. High-accuracy zenith delay prediction at optical wavelengths[J]. Geophysical Research Letters, 2004, 31(14): L14602.
- [13] Mendes V B, Prates G, Pavlis E C, et al. Improved mapping functions for atmospheric refraction correction in SLR[J]. Geophysical Research Letters, 2002, 29(10): 53.
- [14] Folkner W M, Williams J G, Boggs D H, et al. The planetary and lunar ephemerides DE430 and DE431[R/OL]. Interplanetary Network Progress Report, 2014.