

## 激光与光电子学进展

## 基于优化控制点监测的 Laplace 变形曲面复现

程晓波<sup>1,2</sup>, 朱运东<sup>1,2\*</sup>, 林雪竹<sup>1,2</sup>, 刘馥宁<sup>1,2</sup>, 殷礼鑫<sup>1,2</sup><sup>1</sup>长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022;<sup>2</sup>长春理工大学光电工程学院光电工程国家级实验教学示范中心, 吉林 长春 130022

**摘要** 针对装配过程中曲面变形检测工程强度大、处理过程繁琐等问题,提出一种基于优化控制点监测的 Laplace 曲面复现技术。首先,按照约束方式不同对构件进行模型简化,通过对简化模型挠曲线定性分析进行控制点点位布设和间距优化;其次,通过以质心为基准按长度等比例映射在源模型和现实变形构件之间建立关系,以确定源模型上对应的控制点坐标;在此基础上对曲面进行 Laplace 变形,以达到复现曲面能够切实反映真实变形构件的目的。通过实验从一般尺寸规则曲面推广到以机翼为代表的大尺寸复杂曲面,其重建精度 93% 可控制在 0.1 mm 以内,能切实反映构件实际变形,在实际应用中具有重要的工程指导意义。

**关键词** 仪器,测量与计量;曲面复现;Laplace 变形;三角网格;控制点优化选取;偏差验证

中图分类号 TH164;TB22

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1912002

## Recurrence of Laplace Deformation Surface Based on Optimized Control Point Monitoring

Cheng Xiaobo<sup>1,2</sup>, Zhu Yundong<sup>1,2\*</sup>, Lin Xuezhu<sup>1,2</sup>, Liu Funing<sup>1,2</sup>, Yin Linxin<sup>1,2</sup><sup>1</sup>School of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, Jilin, China;<sup>2</sup>National Demonstration Center for Experimental Opto-Electronic Engineering Education, School of Opto-Electronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, Jilin, China

**Abstract** This study proposes a method for Laplace surface recurrence based on optimized control point monitoring to tackle the challenges of high-intensity and time-consuming of surface deformation detection engineering processing in the assembly process. First, the model is simplified based on various constraints, control points are placed, and spacing is optimized using a qualitative analysis of the simplified model's deflection. Second, by mapping the source model with the centroid as the reference point and determining the corresponding control point coordinates on the source model, the relationship between the source model and the real deformation component is established. On this basis, the surface is subjected to Laplace deformation to ensure that the reconstructed surface can reflect the real deformed component. The experimental results show that the reconstruction accuracy of 93% can be controlled within 0.1 mm, reflecting the actual deformation of components. This study is significant in terms of engineering guidance in practical application.

**Key words** instruments, measurement and metrology; surface recurrence; Laplace deformation; triangular mesh; optimal selection of control points; deviation validation

## 1 引言

随着 3D 扫描仪、计算机等技术的飞速发展,越来越多的三角网格被运用到各个领域,导致模型变形技术<sup>[1-3]</sup>的需求增大。光电检测技术和数字化装配的发

展,也使得网格变形技术越来越成为航天<sup>[4]</sup>及汽车<sup>[5-6]</sup>等复杂装配行业研究的热点。尽管已有相当多的网格变形技术,然而有效保证多曲面连续,精准地实时变形监测,并且准确地指导装配过程的 3D 模型变形技术的研究,仍是一项极具意义的课题。

收稿日期: 2021-08-27; 修回日期: 2021-10-04; 录用日期: 2021-10-11

基金项目: 吉林省科技发展计划重点研发项目(20200401019GX)

通信作者: \*865040845@qq.com

早在 2003 年, Alexa<sup>[7]</sup> 提出了微分坐标下的网格变形技术, 用内在的相对关系, 很好地保持细节的曲面变形; 此后, Lipman 等<sup>[8]</sup> 基于微分坐标不具有旋转不变性提出了改进方法。国内研究微分坐标下的变形技术也比较多。2005 年, Zhou 等<sup>[9]</sup> 提出的一种微分坐标下的变形技术, 适用于范围较大的变形, 其体积经变形后可保持不变; 2010 年, 李人可<sup>[10]</sup> 以龙翼为例通过结合网格简化和骨架驱动, 解决了微分坐标相对于大变容易隆起错位的缺点, 实现了控制点的自动生成; 2011 年, 栾勳等<sup>[11]</sup> 利用 Laplace 变形框架, 通过计算新模型对应顶点的法向偏差, 得到两者之间的形状差异; 2013 年, 叶钱炜<sup>[12]</sup> 提出一种分区的 Laplace 变形算法, 并应用于颅骨复原中; 2015 年, 沈维国<sup>[13]</sup> 通过选取 Bezier 曲线内的顶点作为控制点, 并将 Laplace 两次变形应用于汽车变形设计中; 2017 年, 何恕预等<sup>[14]</sup> 提出一种基于 Laplace 变形的尺寸驱动变形方法, 实现了围长驱动的榫型设计; 2018 年, 张方<sup>[15]</sup> 提出一种基于 Laplace 坐标网格变形的古建筑大木结构完整且具有现实形态的构件模型构建的正逆向建模方法; 2019 年, Cheng 等<sup>[16]</sup> 基于主成分分析的全口义齿修复后面部形态预测, 利用 Laplace 变形技术对人脸模型进行重构, 得到直观的数字 3D 模型。

综上所述, Laplace 网格变形用于 3D 模型有目的性的正向设计较多, 由于装配过程周期长, 涉及变形次数多, 通过控制点变形量进行快速曲面复现还有待探究。本文在传统的 Laplace 变形基础上结合模型重构

特点: 通过对装配构件进行力学分析与模型简化优化控制点选取; 利用数学映射建立源模型与现实模型间对应关系; 在此基础上进行 Laplace 变形, 以达到运用模型变形技术通过控制点变形量监测模型变形的目的。使装配过程中的变形问题能从模型变形的角度获得更好的解决方法。在现实应用中可以缩短工期、提高效率, 并且减少二次接触带给装配体的损伤, 更具有现实意义。

## 2 基本原理

### 2.1 方法概述

Laplace 变形原理是发生变形前后网格顶点的 Laplace 坐标尽可能相等。其变形过程是网格模型局部细节特征编码和解码的过程: 编码过程是指网格顶点的绝对坐标到 Laplacian 坐标的转换; 解码过程是指通过微分坐标反求所有顶点绝对坐标, 实质上是一个求解线性系统的过程。因此, 融合控制点优化选取的 Laplace 变形技术更加高效、鲁棒性更好。具体流程如图 1 所示。

- 1) 将模型的绝对坐标转换成微分坐标; 采用在一定程度上能反映点局部几何信息的余切权值;
- 2) 综合考虑受力分布、曲率<sup>[17]</sup> 等因素优化控制点选取, 建立现实目标点与源模型之间的映射关系;
- 3) 根据控制点变形量, 在保证微分坐标不变的情况下修改模型中控制点的绝对坐标;
- 4) 根据已知的微分坐标和控制点绝对坐标, 反求模型变形后的其他顶点的绝对坐标。

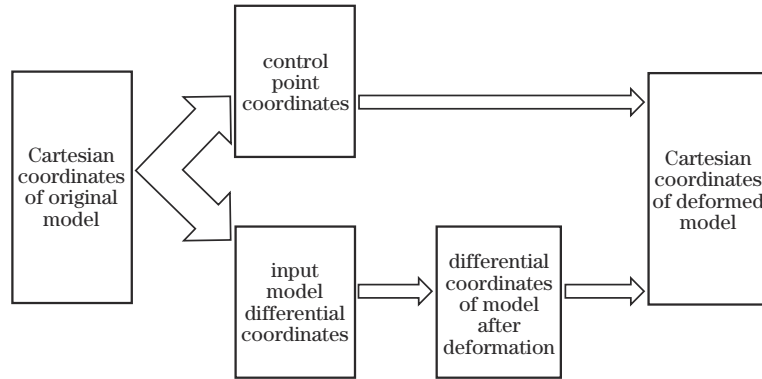


图 1 Laplace 变形流程图  
Fig. 1 Flow chart of Laplace deformation

Laplace 是作用于三角网格的变形技术, 其核心是微分坐标<sup>[18]</sup>。  $M=(V, E, F)$  表示曲面 3D 模型, 其中  $V$  表示模型中的顶点集,  $E$  为边集,  $F$  为三角形集。模型中第  $i$  个顶点的初始坐标为笛卡儿坐标系下的绝对坐标  $v_i=(x_i, y_i, z_i)$ , 定义顶点  $v_i$  的 Laplace 坐标  $\delta_i$  为

$$\delta_i=(\delta_i(x), \delta_i(y), \delta_i(z))=v_i-\omega_{ij} \sum_{j \in N(i)} v_j, \quad (1)$$

式中,  $\omega_{ij}$  为顶点  $v_j$  相对于  $v_i$  的权值, 且  $\sum \omega_{ij}=1$ 。

余切权值<sup>[19]</sup> 可以反映曲面的曲率信息和局部几何信息,  $\alpha_{ij}, \beta_{ij}$  为公共边  $ij$  相对的两个夹角, 采用余切权值的微分坐标可以表示为平均法向曲率的近似值:

$$\delta_i=v_i-\frac{1}{2} \sum_{j \in N(i)}(\cot \alpha_{ij}+\cot \beta_{ij}) v_j. \quad (2)$$

引入 Laplace 矩阵  $L$ , 将绝对坐标转换为相对坐标:

$$\Delta=\{\delta_i\}=LV, \quad (3)$$

式中:  $V$  为模型未变形前的绝对坐标;  $L$  为  $n \times n$  矩阵,

表示如下:

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_i \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i & y_i & z_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n \end{bmatrix}, \delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{1x} & \delta_{1y} & \delta_{1z} \\ \delta_{2x} & \delta_{2y} & \delta_{2z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \delta_{ix} & \delta_{iy} & \delta_{iz} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \delta_{nx} & \delta_{ny} & \delta_{nz} \end{bmatrix},$$

$$L_{ij} = \begin{cases} 1, i=j \\ -\omega_{ij}, j \in N(i) \\ 0, \text{ other} \end{cases}$$

曲面发生变形后,测得控制点新位置  $w_j$ ,在保证各顶点相对位置不变的情况下,将源模型控制点移动至变形后的新位置,用  $v'_j$  表示,且满足  $v'_j = w_j, j = 1, 2, 3, \dots, m$ ,基于 Laplace 坐标的网格变形,求解变形后的顶点  $V'$ ,可归结为一个带位置约束的优化问题:

$$\arg \min_v (\|LV' - \Delta\|^2 + \sum_{j=1}^m \omega_j^2 \|v'_j - w_j\|^2), \quad (4)$$

式中:  $\omega_j$  为约束点权值;  $\|LV' - \Delta\|$  保证模型变形后尽量保持坐标不变;  $\|v'_j - w_j\|$  保证约束点能到达目标位置。解式(4)中的最小值问题,就相当于求解下面的超静定线性系统:

$$A'V' = \begin{pmatrix} L \\ H \end{pmatrix} V' = \begin{pmatrix} \Delta \\ h \end{pmatrix} = b, \quad (5)$$

式中:  $H$  是  $m \times n$  阶矩阵,  $H$  值为对应的约束点对权值;  $h$  为  $m \times 3$  阶矩阵,即  $h_i = \omega_j w_j, j = 1, 2, 3, \dots, m$ , 每列代表一个坐标分量;未知数  $V'$  是  $n \times 3$  矩阵,其第  $i$  行表示变形后的网格顶点的 3D 坐标  $v'_i(x, y, z)$ ,求解该线性系统,可获得变形后各顶点的 3D 坐标:

$$V' = (A'^T A')^{-1} \cdot A'^T b. \quad (6)$$

## 2.2 实验方法

### 2.2.1 控制点选取

控制点是指在曲面上具有表征变形的点,通过对产生的变形量进行变形操作从而带动曲面变形达到复现现实构件的目的。曲面上控制点的位置和数量是影响变形质量的关键。一般选取能够代表模型特性的点,数量越少越能准确反映变形的控制点越具有现实意义。

#### 1) 不同约束情况下的简化模型

在实际生产应用中,构件受约束情况不同,约束发生变化时受力情况及挠度分布也不同。将曲面受力简化为简支梁某一截面进行受力分析,对于点支撑约束在相应基础上添加集中力作为简化模型(如图 2 所示)。由于实际生产中受约束情况不尽相同,其他简化模型可在此基础上进行叠加或分解。

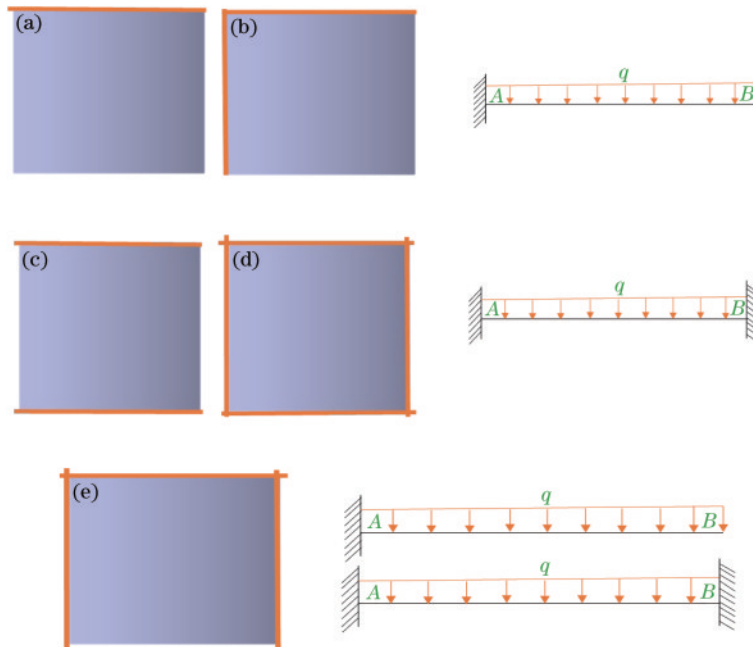


图 2 不同固定端对应的简化模型。(a)单侧约束;(b)相邻两侧约束;(c)对边约束;(d)四周约束;(e)三边约束  
Fig. 2 Simplified models corresponding to different fixed ends. (a) Unilateral constraints; (b) adjacent constraint; (c) boundary constraints; (d) quadrilateral constraint; (e) trilateral constraints

#### 2) 构件挠曲度定性分析

若控制点设置不合理,将导致控制点处变形最大,向周围递减,致使操作无法表征变形;所以应定性地对构件进行挠度分析,将控制点布置在挠度最大处,再由此进行其他控制点数量的优化,使得变形有较强的操

作性。若变形最大处没有设置控制点,则变形只在控制点区域根据权重不同程度递减,而在实际最大变形处无法保证变形。如图 3 所示。

在工程应用中一般结合受力情况来判断构件的变形<sup>[20]</sup>,现实变形中无法测得施加在构件表面的作用力

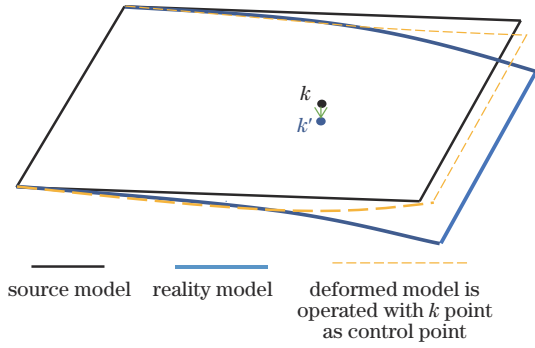


图 3 随意控制点下的标准构件变形

Fig. 3 Deformation of standard components under random control points

大小时,可根据简化模型,从力学性质方向出发定性分析构件的挠度分布,使得变形更加贴合实际,从而提高精度。根据挠曲线<sup>[21]</sup>布置控制点,在变形最大处设置一控制点,进而优化控制点布置间距,达到理想标准。图 4 中  $\omega'$  为最大挠度,将构件简化成一维方向进行挠曲线判断,设定最大挠度值所在位置,为一控制点。若出现两方向最大挠度不一致,无法快速确定最大值时,两点均设为控制点。

3) 控制点间距优化选取

在确定最大挠度处设置控制点以保证最大的变形吻合。变形路径是否符合现实,需要对挠度曲线及其周围进行控制点的优化布局。采用均匀布置控制点来验证最大布点距离。图 5 为不同约束下设置的控制点集:由于构件自重受均匀分布的力,其标记点为与不同固定控制边界下的挠度最大值产生处及不同间距来进行优化验证的控制点。

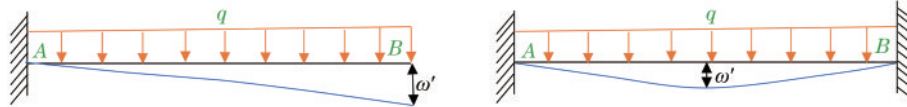


图 4 简化模型下的挠曲线分布

Fig. 4 Distribution of deflection curve under simplified model

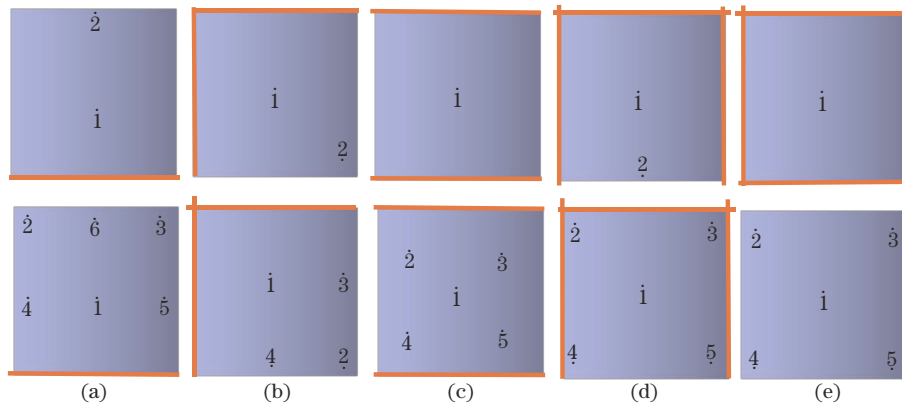


图 5 根据挠曲线及不同间距进行控制点选取。(a)单侧约束;(b)相邻约束;(c)对边约束;(d)三边约束;(e)四边约束和自由面片  
Fig. 5 Selecting control points according to deflection curve and different spacing. (a) Unilateral constraints; (b) adjacent constraint; (c) boundary constraints; (d) trilateral constraints; (e) quadrilateral constraint and unconstrained

4) 映射关系的建立

在曲面发生变形后,通过对变形后曲面上控制点的测量得到控制点新位置坐标,而源曲面为已知数据。此时,如何在源模型上找出对应控制点的位置,确定其原坐标,实现两者之间的对应关系成为变形关键。由于实际操作中并不清楚施加在物体表面的力,其控制点具体位置采用以质心为基准按长度比例关系<sup>[22]</sup>建立联系以确定源模型上相应点的位置。

a) 计算源模型构件一边长记为  $y$  方向  $L_{1y}$ ,垂直一方向为  $x$  方向边长  $W_{1x}$ ,随之找到质心  $\Omega_1$  作为变形基准点;

b) 计算变形后的模型对应边长  $L_{2y}$ 、 $W_{2x}$ ,及其质心  $\Omega_2$ ;

c) 以质心为基准点,对构件表面按长度进行等比例切割细分,保持其比例不变,来确定其唯一性:图 6 中  $L_{1y}$  为源模型  $y$  面曲线长度; $W_{1x}$  为源模型  $x$  面曲线长度; $\Omega_1$  为源模型质心; $k$  为源模型上控制点; $L_{2y}$  为变形后模型  $y$  面曲线长度; $W_{2x}$  为变形后模型  $x$  面曲线长度; $\Omega_2$  为变形后模型质心; $k'$  为变形后模型上控制点;

d) 分别过质心做两条垂线,如图 7 中  $l_{y(\Omega_1, k)}$  为在  $y$  面  $k$  点距离过质心  $\Omega_1$  所做垂线的长度,同理得到  $l_{y(\Omega_2, k')}$ 、 $l_{x(\Omega_1, k)}$ 、 $l_{x(\Omega_2, k')}$ 、 $k$  为已知变形后特征点,通过等比例关系得

$$\frac{l_{y(\Omega_1, k)}}{L_{1y}} = \frac{l_{y(\Omega_2, k')}}{L_{2y}}, \tag{7}$$

$$\frac{l_{x(\Omega_1, k)}}{W_{1x}} = \frac{l_{x(\Omega_2, k')}}{W_{2x}}. \tag{8}$$

$l_{y(\Omega_2, k')}$  为  $y$  面  $k'$  点距离过质心  $\Omega_2$  所做垂线的长度; $l_{x(\Omega_1, k)}$

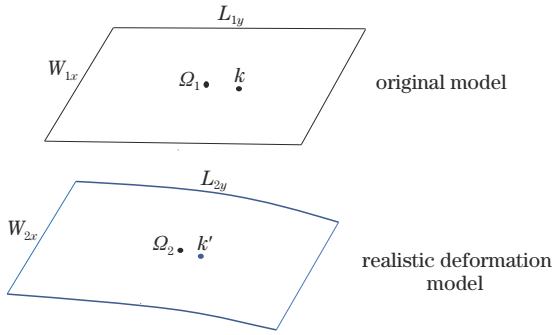


图 6 映射关系图例

Fig. 6 Mapping relationship diagram

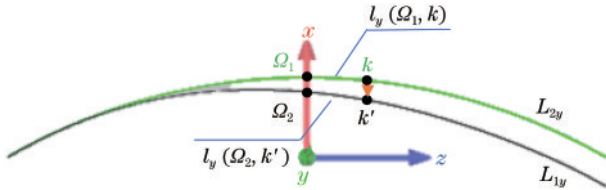


图 7 y 面等比例关系示意

Fig. 7 Diagram of proportional relation of y plane

为  $x$  面  $k$  点距离过质心  $\Omega_1$  所做垂线的长度;  $l_{x(\Omega_2, k')}$  为  $x$  面  $k'$  点距离过质心  $\Omega_2$  所做垂线的长度。

$$l_{y(\Omega_1, k)} = \frac{l_{y(\Omega_2, k')}}{L_{2y}} \times L_{1y}, \quad (9)$$

$$l_{x(\Omega_1, k)} = \frac{l_{x(\Omega_2, k')}}{W_{2x}} \times W_{1x}. \quad (10)$$

以此, 通过确定源模型中的  $k$  距离质心的距离, 完成  $k \rightarrow k'$  的映射。进而从某一个切面变形完成到一个平面变形的过渡。

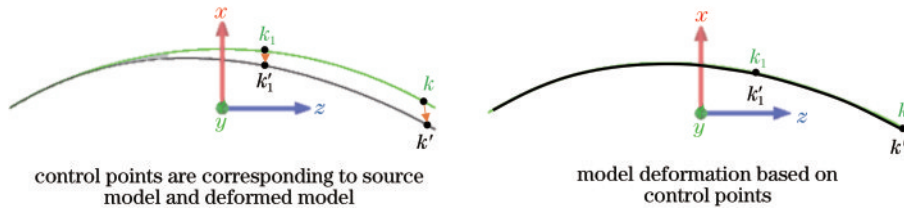


图 8 基于控制点的 3D 重建

Fig. 8 3D reconstruction based on control points

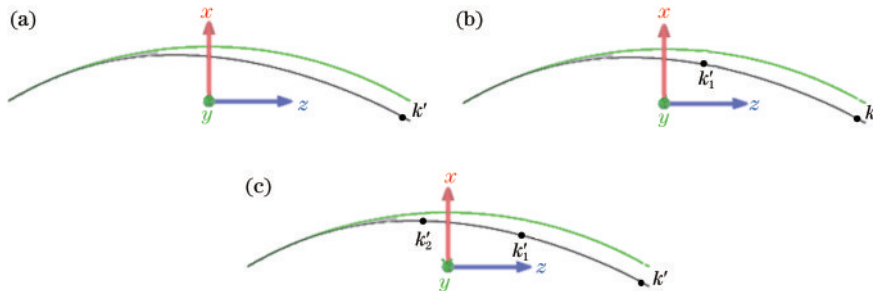


图 9 控制点优化选取图例。(a) 在最大挠度处设置一个控制点; (b) 在弯曲的相反方向上添加一个控制点; (c) 在弯曲的相反方向上逐个添加控制点

Fig. 9 Optimal selection of control points. (a) Set a control point at maximum deflection; (b) add a control point in reverse direction of flexure; (c) control points are added one by one in reverse direction of flexure

### 2.2.2 基于优化控制点监测的 Laplace 曲面复现

通过确定待建曲面上的一些特征点坐标与源标准构件上对应点的差值关系, 将源标准构件进行变形。首先, 定性地进行分析, 快速定位实际变形构件的控制点位置; 然后, 与标准构件进行位置配准, 对应计算出控制源点位置坐标; 最后, 将标准构件上的控制点变形至新位置, 带动网格发生变形, 从而完成模型重建 (如图 8 所示)。而间距是否达到最优, 则可通过查看标准构件中间间距控制点与重建模型上对应控制点是否重合来验证。

1) 假设  $K(k_1, k_2, k_3, \dots, k_n)$  为源模型上对应出的控制点,  $K'(k'_1, k'_2, k'_3, \dots, k'_n)$  为实际变形构件上控制点新位置;

2) 将源模型对应点移至变形后新位置。即:  $k_1 \rightarrow k'_1, k_2 \rightarrow k'_2, k_3 \rightarrow k'_3, \dots, k_n \rightarrow k'_n$ ;

3) 已知控制点新坐标和源模型微分坐标, 进行 Laplace 网格变形, 通过最小二乘法求解出其他待测点新位置。

在进行控制点优化选取时, 需沿挠曲线走向逆向按一定间距取点验证其是否符合变形后位置。如图 9(a) 所示, 在最大挠度处设置控制点  $k'$ , 沿挠曲线反向平均间隔设置, 依次验证当用  $k'$  做变形控制点时, 其他点是否在变形构件上来判断是否符合要求, 若  $k'_1$  在变形后标准构件的对应位置, 则  $k'$  为最优化控制点选。否则增加控制点并将其均匀分布, 如图 9(b) 所示, 将  $k'_1$  和  $k'$  做变形控制点, 将标准构件对应坐标变形至  $k'_1$  和  $k'$  完成变形, 判断  $k'_2$  是否在变形后标准构件的对应位置, 如图 9(c) 所示, 若在, 则  $k'_1$  和  $k'$  为此次变形的优化控制

点,否则增加控制点。

### 3 分析与讨论

重构模型是否能够准确地表达实际变形,是否具

有指导和监测变形的意义很关键,因此研究中采用现实变形模型与计算变形模型和源模型之间的偏差比较更加直观地反映模型变化量。分析路线如图 10 所示。

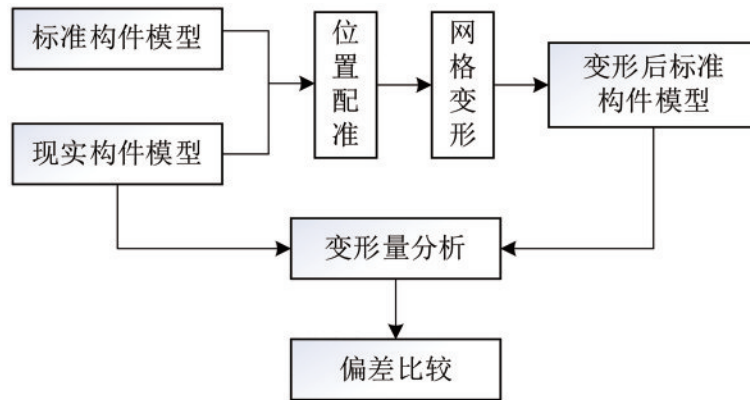


图 10 曲面变形分析路线<sup>[15]</sup>

Fig. 10 Analysis route of surface deformation<sup>[15]</sup>

#### 3.1 一般规则曲面变形实验分析与讨论

本文实验应用材料是 6061 铝合金且厚度均匀长宽约为  $400\text{ mm} \times 400\text{ mm}$  的自由曲面外向结构,物体在其自身重力和受约束改变的情况下,状态发生变化,由于变形较小不够明显,实验中给构件在中心处施加一集中作用力改变其状态,仿照装配中的约束条件对不同边界进行固定,从概念力学角度出发,分析不同固定方式下其截面挠曲线走向,将控制点设定在挠度最大处,如图 11(a)~11(d)所示验证吻合度,变形数据通过 handyscan 扫描点获取数据,亦可通过其他方式获取变形后数据。将对应控制点变形量应用于 Laplace 变形中,获得变形后曲面,与实际变形曲面进行偏差比较。

图 11 中柱状图纵坐标代表误差所占百分比,横坐标代表吻合度差值。基于控制点变形后的模型与实际变形模型偏差比较以实际变形为基准来验证其变形吻合度,由图 11 可知:相邻两侧(下侧和右侧)约束时[图 11(a)],当控制点  $a$  处变形量达到  $2.2\text{ mm}$ ,进行变形约束时,变形吻合度整体可保证在  $0.1\text{ mm}$  以内;对边(上下)约束时[图 11(b)],当控制点  $b$  处变形量达到  $1.55\text{ mm}$ ,进行变形约束时,变形吻合度大约 93% 可保证在  $0.1\text{ mm}$  以内,6.88% 相对于现实变形向内收缩在  $0.10\sim 0.12\text{ mm}$  之间;四周约束时[图 11(c)],当控制点  $c$  处变形量达到  $0.88681\text{ mm}$ ,进行变形约束时,变形吻合度整体基本可保证在  $0.1\text{ mm}$  以内;单侧(下侧)约束时[图 11(d)],当控制点  $d$  处变形量达到  $4.49\text{ mm}$ ,进行变形约束时,变形吻合度整体基本可保证在  $0.1\text{ mm}$  以内。由此表明吻合度偏差基本可控制在  $0.1\text{ mm}$  以内,能较为准确地反应构件实际变形,此时变形控制点可不必增设。用自由曲面加约束的方式验证了关于简单构件中,常见的 4 种约束条件下的一般变形,其变形吻合度验证中 93% 能控制在  $0.1\text{ mm}$  以

内,整体保证精度在  $0.12\text{ mm}$ 。装配过程中曲面变形均可进行截面分割、模型简化、基于基础曲面进行变形叠加等完成变形复现。由此,基于优化控制点监测下的 Laplace 变形适用于一般装配件的 3D 变形曲面复现。

#### 3.2 大尺寸不规则曲面变形实验分析与讨论

用自由曲面加约束的方式验证了关于简单构件中常见的 4 种约束条件下的一般变形,此实验启发自文献[23],以此可推广到大尺寸不规则复杂变形:实验中某机型左机翼<sup>[24]</sup>由自由状态到单侧约束,状态发生变化导致机翼发生变形,图 12 模拟装配进行固定受力后,固定 Pt1、Pt7、Pt6 边时,由力学分析可得沿 Pt2、Pt3 和 Pt4 产生最大变形,机翼翼展端点处 Pt4 将发生最大变形,先按照等间距将最少控制点 Pt2、Pt3、Pt4、Pt5 作为控制点进行变形操作,对其进行偏差检测。

实验验证该机翼变形重建精度吻合度分析如图 13 所示,通过此变形技术重建精度约有 98% 及以上可控制在  $0.1\text{ mm}$  以内,整体复现精度可控制在  $0.12\text{ mm}$  以内。表 1 为图 12 中对应部分点的吻合度分析(表中  $D_x$ 、 $D_y$ 、 $D_z$  为算法变形模型-实际变形模型对应方向上的差值, $D_{\text{Mag}}$  为整体误差量,数值上  $D_{\text{Mag}}$  为  $D_x$ 、 $D_y$ 、 $D_z$  的平方和再开平方),由表 1 可知,固定端变形量很小,在变形的带动下,端点会发生部分移动但精度可保持在  $0.12\text{ mm}$  以内。综合分析该变形方法可以为大尺寸不规则曲面做变形监测,对曲面的变形复现有一定指导意义。传统方式下对于小尺寸变形时进行变形重建时误差可控制在  $0.10\sim 0.15\text{ mm}$ ,但对于大尺寸变形有其局限性;本文提出方法克服了传统大尺寸变形精度无法保证的局限性,并且操作简单,大大缩短了时间,从而减少了对部件的二次伤害,能够准确地表达变形,且判定方法一目了然。与传统方法的优缺点对比如表 2 所示。

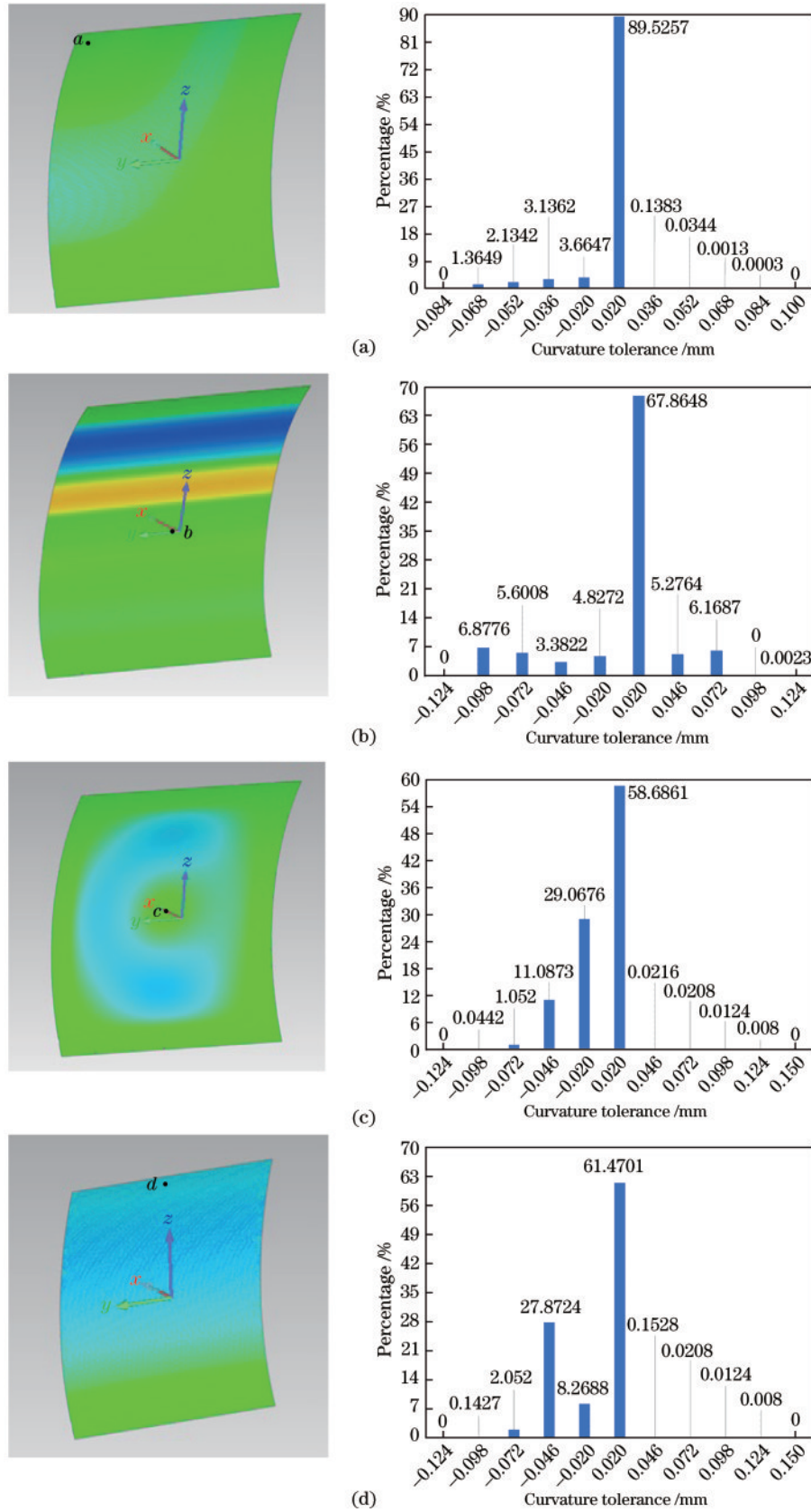


图 11 实验曲面变形吻合图。(a) 相邻两侧约束; (b) 对边约束; (c) 四周约束; (d) 单侧约束

Fig.11 Deformation coincidence diagram of experimental surface. (a) Adjacent constraints; (b) boundary constraints; (c) quadrilateral constraint; (d) unilateral constraints

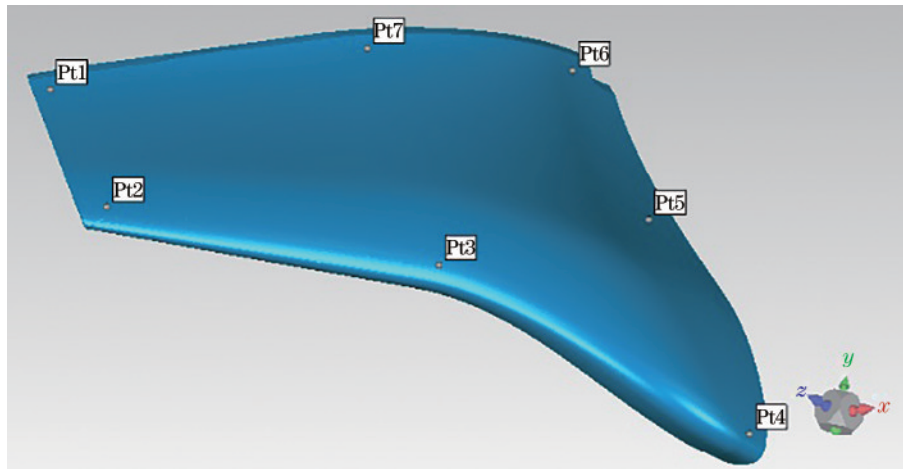


图 12 某机型机翼测试变形图及控制点

Fig. 12 Test deformation and control points diagram of an aircraft wing

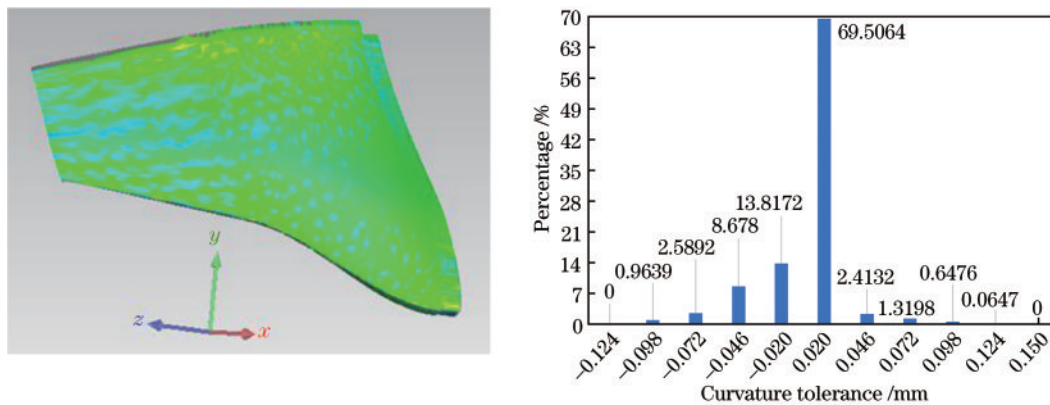


图 13 某机翼变形吻合度分析

Fig. 13 Deformation coincidence degree analysis of an aircraft wing

表 1 某机翼变形控制点吻合度分析

Table 1 Deformation control point coincidence degree analysis of an aircraft wing

unit: mm

Point name	Realistic deformation model			Laplace deformation model			Coincidence test			
	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	$D_x$	$D_y$	$D_z$	$D_{Mag}$
Pt1	179.625	973.772	1171.030	179.627	973.772	1171.014	0.002	0.000	-0.016	0.016
Pt2	486.712	592.892	1177.927	486.776	592.914	1178.004	0.065	0.022	0.077	0.103
Pt3	1398.368	474.006	788.148	1398.449	474.030	788.214	0.081	0.025	0.066	0.107
Pt4	2046.715	162.067	141.922	2046.815	162.103	141.957	0.100	0.036	0.035	0.112
Pt5	1613.514	796.529	246.422	1613.592	796.557	246.449	0.078	0.028	0.028	0.087
Pt6	1220.568	1275.179	251.841	1220.588	1275.179	251.873	0.020	0.000	0.032	0.038
Pt7	907.134	1187.139	727.732	907.136	1187.139	727.705	0.002	0.000	-0.027	0.027

表 2 提出方法与传统方法优缺点对比

Table 2 Advantages and disadvantages comparison between traditional methods and proposed method

Method	Data acquisition mode	Surface of repetition /min	Operation	Precision / mm	Characteristic
Traditional methods	Scanning technique	200	Tedious	0.10~0.15	Large deformation has limitations
Proposed method	Measuring point	80	Simple	0.12	Accuracy control depends on human operation

## 4 结 论

基于优化控制点监测的 Laplace 变形技术结合模型

表面曲率信息和几何特性,对具有代表性的一般及大尺寸构件进行了实验验证,重建精度控制在 0.12 mm,使得装配中的变形问题从模型变形技术方面得到更好的



解决,克服了传统装配过程大尺寸变形重建精度无法保证的局限性;依据现实装配约束条件对构件进行模型简化,定性选择最大挠度值处为一控制点保证最大变形吻合度;沿挠曲线走向等间距布置控制点以确定最佳控制点间距,尽可能减少控制点数量使操作性加强;采用以质心为基准按长度等比例建立映射关系,减小变形不均匀误差。但 Laplace 变形技术主要应用于模型表面变形的正向设计,对于曲面变形复现准确度依赖于操作人员,且特征形状保持性方面,没有具体的评判准则和分析指标。

## 参 考 文 献

- [1] 庞敏. 三维模型变形技术研究[D]. 太原: 中北大学, 2020.  
Pang M. Research on deformation technology of 3D models[D]. Taiyuan: North University of China, 2020.
- [2] 秦旭洲. 基于三角网格的曲面变形技术研究[D]. 长春: 吉林大学, 2020.  
Qin X Z. Research on surface deformation technologies based on triangular mesh[D]. Changchun: Jilin University, 2020.
- [3] Gao L, Zhang G X, Lai Y K.  $L_p$  shape deformation[J]. Science China Information Sciences, 2012, 55(5): 983-993.
- [4] Hu H D, Yu J Y, Song Y P, et al. The application of support vector regression and mesh deformation technique in the optimization of transonic compressor design[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 112: 106589.
- [5] 陈美玉. 基于保形变形技术的房车外形优化方法[D]. 大连: 大连理工大学, 2016.  
Chen M Y. Shape optimization design method of RV based on feature-kept morphing design[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2016.
- [6] 王园, 方剑光, 王婧人, 等. 网格变形技术在车身改型设计中的应用研究[J]. 汽车工程, 2012, 34(9): 847-851.  
Wang Y, Fang J G, Wang J R, et al. A research on the application of mesh morphing technology to car body retrofit design[J]. Automotive Engineering, 2012, 34(9): 847-851.
- [7] Alexa M. Differential coordinates for local mesh morphing and deformation[J]. The Visual Computer, 2003, 19(2/3): 105-114.
- [8] Lipman Y, Sorkine O, Levin D, et al. Linear rotation-invariant coordinates for meshes[J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(3): 479-487.
- [9] Zhou K, Huang J, Snyder J, et al. Large mesh deformation using the volumetric graph Laplacian[J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(3): 496-503.
- [10] 李人可. 微分坐标下的网格变形技术研究[D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2010.  
Li R K. Mesh deformation technology based on differential coordinates[D]. Hangzhou: Hangzhou Dianzi University, 2010.
- [11] 栾勤. 基于拉普拉斯变形技术的形状分析方法研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2011.  
Luan M. Shape analysis based on Laplacian deformation [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2011.
- [12] 叶钱炜. 三维模型变形技术的研究及其应用[D]. 杭州: 浙江工业大学, 2013.  
Ye Q W. The technology of 3D model deformation and its application[D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2013.
- [13] 沈维国. 基于 Laplacian 坐标下的网格变形[D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2015.  
Shen W G. Mesh distortion based on Laplacian coordinates[D]. Hangzhou: Hangzhou Dianzi University, 2015.
- [14] 何恕预, 刘斌. 特征尺寸驱动的鞋楦参数化设计[J]. 机械工程学报, 2017, 53(21): 118-127.  
He S Y, Liu B. Parametric design of shoe last based on feature size[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(21): 118-127.
- [15] 张方. 基于点云与参数模型的古建筑大木结构正逆向建模[D]. 北京: 北京建筑大学, 2018.  
Zhang F. Forward and reverse modeling of ancient architecture timber structure based on point cloud and parameter model[D]. Beijing: Beijing University of Civil Engineering and Architecture, 2018.
- [16] Cheng C, Cheng X S, Dai N, et al. Facial morphology prediction after complete denture restoration based on principal component analysis[J]. Journal of Oral Biology and Craniofacial Research, 2019, 9(3): 241-250.
- [17] 杨帆, 丁晓剑, 曹杰. 基于彩色结构光的自由曲面三维重建方法[J]. 光学学报, 2021, 41(2): 021200.  
Yang F, Ding X J, Cao J. 3D reconstruction of free-form surface based on color structured light[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(2): 021200.
- [18] 赵辉, 顾险峰, 雷娜. 三维模型变形算法: 理论和实践 (C#版本)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2017: 60-68.  
Zhao H, Gu X F, Lei N. 3D model deformation algorithm: theory and practice (C# version)[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2017: 60-68.
- [19] 黄锦池, 刘斌. 网格曲面上自由形状特征设计重用[J]. 机械工程学报, 2015, 51(19): 164-173.  
Huang J C, Liu B. Design and reuse of freeform features on mesh surface[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(19): 164-173.
- [20] 殷礼鑫, 刘智超, 刘春辉. 基于 FBG 阵列的曲面结构状态感知系统[J]. 中国激光, 2021, 48(24): 2406001.  
Yin L X, Liu Z C, Liu C H. Surface structure state perception system based on FBG array[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(24): 2406001.
- [21] 闫洁, 李伟, 姜明顺, 等. 基于光纤光栅传感器的板状结构形态感知与三维重构技术[J]. 中国激光, 2020, 47(11): 1106006.  
Yan J, Li W, Jiang M S, et al. Shape perception and three-dimensional reconstruction technology of plate structure based on fiber Bragg grating sensor[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(11): 1106006.
- [22] 陈佳瑜. 基于轮廓线与深度图的三维模型变形技术研究

- [D]. 太原: 中北大学, 2019.
- Chen J Y. Research on deformation technology of 3D model based on contour and depth map[D]. Taiyuan: North University of China, 2019.
- [23] Colaianni M, Siegl C, Süßmuth J, et al. Anisotropic deformation for local shape control[J]. *Computational Visual Media*, 2017, 3(4): 305-313.
- [24] 张科, 袁慎芳, 任元强, 等. 基于逆向有限元法的变形机翼鱼骨的变形重构[J]. *航空学报*, 2020, 41(8): 223617.
- Zhang K, Yuan S F, Ren Y Q, et al. Shape reconstruction of self-adaptive morphing wings' fishbone based on inverse finite element method[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, 41(8): 223617.