

# 一种快速加权迭代位姿估计法

刘晨阳<sup>\*\*</sup>, 郑龙江, 侯培国<sup>\*</sup>

燕山大学电气工程学院, 河北 秦皇岛 066000

**摘要** 位姿估计是机器视觉中的重要问题,传统正交迭代位姿估计算法迭代速度较慢,选用弱透视变换为初值点进行迭代且计算结果容易陷入局部最优解。针对此情况,提出一种改进的正交迭代位姿估计算法。通过克罗内克积对物方残差目标函数进行优化,在保证迭代精度的前提下,降低正交迭代的复杂度,提高算法计算速度;利用加权的思想,求得图像上参考点与重投影点距离差值,对像方残差赋予不同的权重,降低误差点对计算结果的影响。仿真实验与真实实验表明,与传统正交迭代法以及线性位姿估计算法相比,该算法有效地提高了计算精度、加快了计算速度,并且全局收敛,具有较高的实用性。

**关键词** 机器视觉; 位姿估计; 正交迭代; 加权迭代; 全局收敛

中图分类号 TP391.41

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1815019

## A Fast Weighted Iterative Pose Estimation Method

Liu Chenyang<sup>\*\*</sup>, Zheng Longjiang, Hou Peiguo<sup>\*</sup>

School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinghuangdao 066000, Hebei, China

**Abstract** Pose estimation is a major concern in machine vision. The iterative speed of the basic overlap pose estimation algorithm is slow. The initial point for iteration is selected as a weak perspective transformation, and the calculation result is easy to fall into the local optimal solution. Given this situation, this study proposes an improves forward overlapping pose estimation algorithm. Kronecker's product optimizes the objective function of matter square residual, which reduces the complexity of orthogonal iterations and improves the calculation speed while ensuring iteration accuracy. The difference between the reference point and the reprojection point on the image is calculated using the idea of weighting, and different weights are given to the image square residual to reduce the effect of the error points on the results. The simulation and real experiments, when compared with the traditional normal superposition method and linear pose estimation algorithm, show that the algorithm effectively improves the calculation accuracy, speeds up the calculation speed, converges globally, and has higher practicability.

**Key words** machine vision; pose estimation; orthogonal iteration; weighted iteration; global convergence

## 1 引言

相机的位姿估计问题,是计算机视觉中一个重要问题。相机位姿估计就是在内部参数已知的前提下,求解外部参数。位姿估计的核心思想是:通过  $n$  个空间测量点(3D点)以及与之所对应的  $n$  个图像测量点(2D点),估计摄像机在空间中的位置以及姿态,也称为透视  $n$  点(PnP)问题<sup>[1]</sup>。位姿估计在相机标定<sup>[2]</sup>、飞行器着陆<sup>[3]</sup>、虚拟现实<sup>[4]</sup>等领域都有重要意义。

求解 PnP 问题的方法可以分为解析算法与迭代算法两类。解析算法计算速度快、实时性好,但是对噪声

等因素产生的图像误差较为敏感,当测量点较少时,缺乏稳定性。常见的解析算法有直接线性变化(DLT)算法、四元数优化(OPnP)算法、虚拟点高效(EPnP)算法、三角约束稳定(RPnP)算法等。其中:DLT算法<sup>[5]</sup>需要多对匹配点( $n \geq 6$ )构造方程组,利用最小二乘法求解;OPnP算法<sup>[6]</sup>利用四元数表示旋转矩阵,继而旋转参数化平移向量,最终得到全局优化的多项式方程组;EPnP算法<sup>[7]</sup>利用4个非共面虚拟控制点,表示空间测量点在世界坐标系与摄像机坐标系的位置;RPnP算法<sup>[8]</sup>将空间测量点每3个分为一组,通过构建约束方程,求解多项式。相比于解析算法,迭代算法精度高,但是对初值

收稿日期: 2021-08-13; 修回日期: 2021-09-15; 录用日期: 2021-09-24

通信作者: \*pghou@ysu.edu.cn; \*\*247333582@qq.com

的选取较敏感,如果初值选取不合理,则迭代次数会增加,耗时较长。常见的迭代算法有正交投影迭代(POSIT)算法、正交迭代(OI)算法等。其中:POSIT算法<sup>[9]</sup>作为一种迭代算法,反复将透视投影模型等同于2次投影的合成;OI算法<sup>[10]</sup>利用空间共线性误差,对目标函数进行多次迭代,最终得到位姿估计向量。

正交迭代算法因为对初值选取敏感且耗时长,后续很多人在此基础上,对正交迭代算法做出了很多改进。2009年,许允喜等<sup>[11]</sup>将目标空间直线段误差融入到正交迭代算法中,利用点和直线段特征求出误差函数,与OI算法相比,该算法抗噪性能更强;2009年,许允喜等<sup>[12]</sup>提出多相机系统位姿估计的广义正交迭代法,该算法将所有相机数据统一表达,将所有特征点空间共线性误差作为目标函数;2012年,苗锡奎等<sup>[13]</sup>通过对特征点建模,利用Levenberg算法优化目标函数,提高了迭代精度;2015年,李鑫等<sup>[14]</sup>提出加速正交迭代法,通过对平移向量的转换,降低了迭代过程中的计算量,加快了迭代速度;2018年,周润等<sup>[15]</sup>提出一种加权正交迭代法,以权重衡量测量点的可信度,提高了迭代精度。除此之外,一些解析算法中同样用到OI算法来提高算法精度,如汪佳宝等<sup>[16]</sup>提出的加权迭代有效透视图  $n$  点(WIEPnP)算法;Wang等<sup>[5]</sup>提出的基于RPnP的高斯牛顿迭代(SGNRPnP)算法;杨森等<sup>[17]</sup>提出的线性加权迭代(WDLT)算法等。

本文提出一种快速加权迭代位姿估计算法。该算法通过对物方目标函数进行优化,降低迭代的复杂度;针对位姿估计中误差较大的图像参考点,赋予不同的权重,提高位姿估计精度。仿真实验与真实实验表明,与正交迭代算法相比较,该算法迭代速度与计算时间都得到了明显的改进。

## 2 快速加权迭代位姿估计

### 2.1 PnP 问题描述

相机成像模型如图1所示,其中 $(O_c, X_c, Y_c, Z_c)$ 与 $(O_w, X_w, Y_w, Z_w)$ 分别表示相机坐标系与世界坐标系, $(o, x, y)$ 表示图像平面坐标系,并且相机坐标系  $Z$  轴垂直于图像平面,并与图像平面中心  $o$  点相交。

图1中, $P_i^w = (X_i^w, Y_i^w, Z_i^w)$ 表示3D测量点在世界坐标系下的坐标, $P_i^c = (X_i^c, Y_i^c, Z_i^c)$ 表示3D测量点在相机坐标系下的坐标; $p_i = (u_i, v_i)$ 表示2D测量点在图像平面上的坐标。在理想情况下, $p_i$ 与 $P_i^w$ 以及相机原点共线。 $P_i^w$ 与 $P_i^c$ 满足如下关系:

$$P_i^c = RP_i^w + t, \quad (1)$$

式中: $R \in SO(3)$ 是 $3 \times 3$ 矩阵,表示世界坐标系下的测量点到相机坐标系的旋转; $t \in R^3$ 是 $3 \times 1$ 向量,表示世界坐标系下的测量点到相机坐标系的平移。

在实际情况下,因为噪声等因素的干扰,会使得测

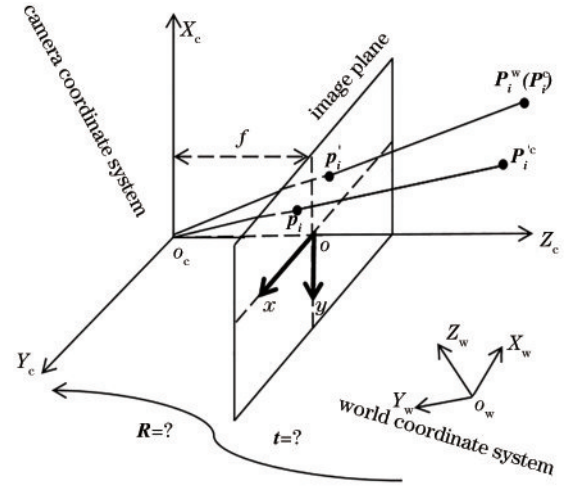


图1 PnP 位姿估计模型

Fig. 1 PnP pose estimation model

量点在定位过程中出现误差<sup>[18]</sup>,导致2D测量点、3D测量点以及相机坐标系原点不共线,进而影响相机位姿估计的精度。设 $p_i'$ 为 $p_i$ 的测量估计点, $P_i'^c$ 为 $P_i^c$ 的测量估计点,则有

$$E_a = \sum_{i=1}^n |p_i - p_i'|, \quad (2)$$

$$E_g = \sum_{i=1}^n |P_i^c - P_i'^c|, \quad (3)$$

式中: $E_a$ 表示像方残差; $E_g$ 表示物方残差。根据图2所示的像方残差、物方残差模型以及文献[17]中关于像方残差以及物方残差的关系描述,可得

$$E_g = \|\hat{p}_i - \hat{p}_i'\| = \left\| p_i - \frac{R(P_i^c - C)}{R^2(P_i^c - C)} \right\| = \frac{1}{Z_i^c} \|P_i^c - P_i'^c\|, \quad (4)$$

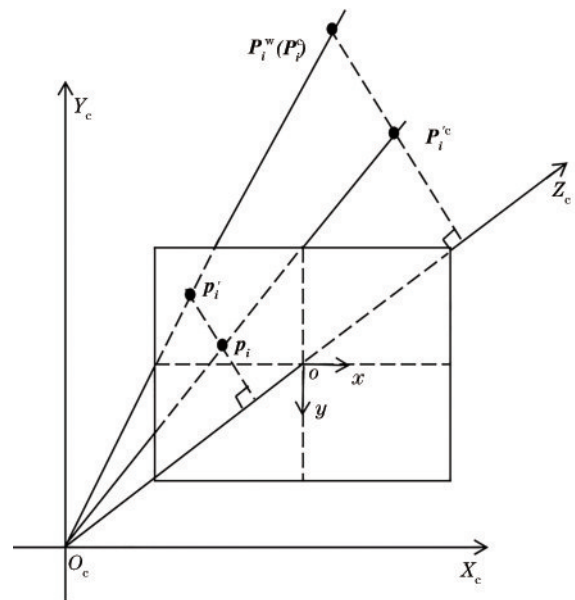


图2 物方残差与像方残差关系

Fig. 2 Relationship between object and image residuals

式中:  $\dot{p}_i = (u_i, v_i, 1)^T$  表示图像测量点的齐次坐标;  $\dot{p}_i'$  表示估计点的齐次坐标;  $C$  表示相机原点在世界坐标系下的坐标;  $Z_i^c$  表示在相机坐标系下测量点的深度值。根据像方残差与物方残差的关系式可知, 在像方残差相同的情况下, 空间测量点深度越大, 其物方残差越大, 而正交迭代算法正是通过对物方残差进行迭代, 从而得到最终的相机位姿估计。

## 2.2 正交迭代法

根据相机成像模型可以知道, 在理想情况下,  $P_i^c$  与  $p_i$  以及相机坐标系原点三点共线。因此,  $P_i^c$  在  $p_i$  上的正交投影是其本身, 那么可以表示为

$$P_i^c = V_i^c P_i^c, \quad (5)$$

式中,  $V = \dot{p}_i \dot{p}_i^T / \dot{p}_i^T \dot{p}_i$  是正交投影矩阵, 并且满足以下关系:

$$V_i^T = V_i, \quad (6)$$

$$V_i^2 = V_i^T V_i, \quad (7)$$

代入式(1)得

$$R P_i^w + t = V_i^c (R P_i^w + t). \quad (8)$$

在实际情况下, 3D 测量点与 2D 测量点以及相机坐标原点三者不共线。根据物方残差以及正交投影矩阵, 构建目标函数:

$$E(R, t) = \sum_{i=1}^n \|(I - V_i')(R P_i^w + t)\|^2, \quad (9)$$

式中:  $V_i' = p_i p_i^T / p_i^T p_i$ ;  $I$  为单位矩阵。利用正交迭代法对上式求解, 得到旋转矩阵  $R$  与平移向量  $t$ 。由极值条件可知, 目标函数关于旋转矩阵  $R$  的偏导数一定为 0<sup>[19]</sup>, 因此可得到第  $k$  次迭代平移矩阵  $t^{(k)}(R)$  关于旋转矩阵  $R^{(k)}$  的函数表达式为

$$t^{(k)}(R) = \frac{1}{n} \left( I - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i' \right)^{-1} \sum_{i=1}^n (V_i' - I) R^{(k)} P_i^w, \quad (10)$$

$$R^{(k+1)} = \arg \min \sum_{i=1}^n \|R P_i^w + t(R) - V_i' [R^{(k)} P_i^w + t^{(k)}(R)]\|^2, \quad (11)$$

重复迭代, 直到  $R^*$  满足下列公式, 停止迭代:

$$R^* = \arg \min \sum_{i=1}^n \|R P_i^w + t - V_i' [R^* P_i^w + t(R^*)]\|^2. \quad (12)$$

## 2.3 改进的正交迭代法

在实际位姿估计时, 因为相机的相对快速运动、光学效应以及摄像头畸变等因素, 很容易产生测量误差<sup>[20]</sup>; 同时, 根据式(3)可知, 空间测量点深度剧烈变化对物方残差的影响较大。在实际应用中, 直接根据参考点的空间测量信息进行相机位姿估算, 会产生较大的误差。因此, 通过加权思想对测量点进行处理, 当测量点误差较大时, 赋予较小的权重系数; 当测量点误差较小时, 赋予其较大的权重系数。

实际测量中, 直接计算参考点与测量点之间的误

差, 会消耗大量的计算时间。通过计算像平面测量点与理论点的误差, 利用加权思想, 可以提高位姿估计的精度。在像素坐标系中, 图像中心点的坐标为  $o = (u_0, v_0)$ , 因为摄像头畸变的影响, 图像测量值与理想值满足以下公式:

$$\begin{cases} u_0 = u(1 + k_1 l^2 + k_2 l^4) \\ v_0 = v(1 + k_1 l^2 + k_2 l^4) \end{cases}, \quad (13)$$

式中:  $u$  与  $v$  分别是畸变作用后的像点坐标;  $k_1$  与  $k_2$  为径向畸变系数。利用像点到图像中心点的距离平方进行加权, 可得

$$w_{ki} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{(u_i - \bar{u}_i)^2}{\bar{u}_i - u_0} \right). \quad (14)$$

通过计算二维平面测量点与理论点的误差, 无法全面表示出三维空间中测量点的深度变化。重投影误差能够反应空间测量点的深度变化情况, 利用图像重投影点, 采用 Huber 函数<sup>[21]</sup> 加权思想对重投影误差进行加权, 可得

$$w_{ci} = \begin{cases} 1, & |r_i| \leq r \\ r^2/r_i^2, & |r_i| > r \end{cases}, \quad (15)$$

根据图像畸变加权以及重投影误差加权可得

$$w_i = w_{ki} \times w_{ci}, \quad (16)$$

那么重新构建的目标函数为

$$E(R, t) = \sum_{i=1}^n w_i \|(I - V_i')(R P_i^w + t)\|^2. \quad (17)$$

同时, 求得平移向量与旋转矩阵的表达式为

$$t^{(k)}(R) = \left[ \sum_{i=1}^n w_i (I - V_i') \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^n w_i (V_i' - I) R P_i^w \right], \quad (18)$$

$$R^{(k+1)} = \arg \min \sum_{i=1}^n w_i \|R P_i^w + t(R) - V_i' [R^{(k)} P_i^w + t^{(k)}(R)]\|^2. \quad (19)$$

在使用加权对目标函数迭代时, 需要保证算法的全局稳定性, 那么误差函数需要满足:  $E[R^{(k+1)}] \leq E[R^{(k)}]$ , 根据文献[15]可知

$$E[R^{(k+1)}] \leq E[R^{(k)}] - \sum_{i=1}^n w_i \|V_i' q_i^{(k+1)} - V_i' q_i^{(k)}\|, \quad (20)$$

式中,  $q_i^{(k)} = V_i' [R^{(k)} P_i^w + t^{(k)}(R)]$  为投影点。式(20)右边未达到最小值时, 存在  $R^{(k+1)} \neq R^{(k)}$ , 因此上式递减, 符合全局收敛。

在对目标函数进行迭代的过程中, 每次迭代都需要计算  $R$  与  $t$  的值。迭代的本质是对  $R$  进行迭代, 利用文献[14]提出的关于平移向量  $t$  以及投影点的规整, 可以进一步加速正交迭代。因此, 引入矩阵直积与克罗内克(Kronecker)积<sup>[14]</sup>, 两种矩阵运算满足以下要求:

$$\begin{cases} \mathbf{A} \otimes (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \otimes \mathbf{B} + \mathbf{A} \otimes \mathbf{C} \\ [ \mathbf{A} \otimes \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{B} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{B} ], \\ \text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{B}) \end{cases} \quad (21)$$

式中,  $\text{vec}()$  为矩阵直积运算。对空间测量点进行零均值化可得

$$\mathbf{P}_i^w \leftarrow \mathbf{P}_i^w - \bar{\mathbf{P}}_i^w, \quad (22)$$

式中,  $\bar{\mathbf{P}}_i^w$  为所有空间测量点的平均值。对加权后平移向量的函数关系式进行矩阵的拉直, 可得

$$\mathbf{t}^{(k)}(\mathbf{R}) = \mathbf{G}_{3 \times 9} \mathbf{H}, \quad (23)$$

式中:  $\mathbf{G} = \left[ \sum_{i=1}^n \omega_i (\mathbf{I} - \mathbf{V}_i') \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^n \omega_i (\mathbf{P}_i^w)^T \otimes \mathbf{V}_i' \right]$ ;  $\mathbf{H} =$

$\text{vec}(\mathbf{R})$ ; 对投影点进行规整, 可得

$$\mathbf{M}^{(k)} = \sum_{i=1}^n \omega_i (\mathbf{q}_i^{(k)} - \bar{\mathbf{q}}) (\mathbf{G}_i^w)^T = \sum_{i=1}^n \omega_i \mathbf{q}_i^{(k)} (\mathbf{P}_i^w)^T, \quad (24)$$

式中,  $\mathbf{q}_i^{(k)}$  和  $\bar{\mathbf{q}}$  分别是投影点与所有投影点的质心。设  $\mathbf{m}^{(k)} = \text{vec}(\mathbf{M}^{(k)})$  则

$$\begin{aligned} \mathbf{m}^{(k)} = & \left[ \sum_{i=1}^n \omega_i (\mathbf{P}_i^w \otimes (\mathbf{P}_i^w)^T \otimes \mathbf{V}_i') + \right. \\ & \left. \sum_{i=1}^n (\mathbf{P}_i^w \otimes \mathbf{V}_i') (\mathbf{G}) \right] \mathbf{H}^{(k)}, \end{aligned} \quad (25)$$

利用绝对定向最优解<sup>[22]</sup>, 对矩阵  $\mathbf{m}$  进行奇异值分解, 可得

$$\mathbf{m} = \mathbf{UDV}^T, \quad (26)$$

最终得到旋转矩阵:

$$\mathbf{R}^{(k+1)} = \mathbf{UV}^T. \quad (27)$$

用奇异值分解得到新的旋转矩阵  $\mathbf{R}$  后, 根据式(23), 就可计算出平移向量的值:

$$\mathbf{t}_{\text{out}} \leftarrow \mathbf{t}_{\text{out}} - \mathbf{R}_{\text{out}} \dot{\mathbf{P}}_i^w. \quad (28)$$

同时, 根据旋转矩阵, 同样可以得到新的目标函数:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = & \sum_{i=1}^n \omega_i \left\| (\mathbf{I} - \mathbf{V}_i') \left( (\mathbf{P}_i^w)^T \otimes \mathbf{I} + \mathbf{G} \right) \mathbf{H} \right\|^2 = \\ & \mathbf{H}^T \mathbf{J}_{9 \times 9} \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^n \omega_i \left( (\mathbf{P}_i^w)^T \otimes \mathbf{I} + \mathbf{G}^T \right) (\mathbf{I} - \mathbf{V}_i') \left( (\mathbf{P}_i^w)^T \otimes \mathbf{I} + \mathbf{G} \right). \quad (30)$$

综上所述可知, 矩阵  $\mathbf{G}$  在迭代开始前便可以求得, 可以视为一个常量矩阵。得到矩阵  $\mathbf{G}$  以后, 可以进一步求得矩阵  $\mathbf{J}$ 。

## 3 实验与分析

### 3.1 数据模拟实验

本文数据模拟实验中, 模拟相机的等效焦距为 800, 相机的分辨率设置为  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$ 。参考点随机分布在  $[-2, 2] \times [-2, 2] \times [4, 8]$  三维空间区域中, 利用随机产生的旋转矩阵  $\mathbf{R}$ 、平移矩阵  $\mathbf{t}$  以及虚拟相机的内设参数, 根据小孔成像原理得到对应图像坐标点  $(x, y)$ 。在仿真过程中, 增加高斯白噪声, 计

算不同位姿估计方法得到的测量值与真实值之间的误差。旋转误差与平移误差的计算如下:

$$e_r = \max_{k \in \{1, 2, 3\}} \cos^{-1}(\mathbf{R}_{k, \text{true}}^T \mathbf{R}_{k, \text{calculation}}) \times 180/\pi, \quad e_t = \left( \left\| \mathbf{t}_{k, \text{calculation}} - \mathbf{t}_{k, \text{true}} \right\| / \left\| \mathbf{t}_{k, \text{true}} \right\| \right) \times 100\%$$

其中,  $\mathbf{R}_{k, \text{true}}$  与  $\mathbf{R}_{k, \text{calculation}}$  分别表示旋转矩阵的第  $k$  列。

为验证算法的计算精度与计算时间, 模拟实验在 Intel(R) CORE(TM) I5-10500 CPU 平台上进行, 软件平台为 Win10 64 位操作系统, Matlab 2020a。选择进行对比的算法为:

1) DLT 算法。经典线性 PnP 求解方法, 计算速度快, 对噪声敏感;

2) LHM 算法。以弱透视为初值的正交迭代算法, 计算精度高;

3) EPnP 算法。采用虚拟控制点进行位姿估计的非迭代算法;

4) EPnP+GN 算法。以 EPnP 算法为初值, 利用高斯-牛顿迭代法进行计算;

5) HOMO 算法。参考点共面线性算法;

6) WSPnP 算法。本文提出算法, 利用 RPnP 算法为初值的快速加权迭代正交算法。

#### 3.1.1 参考点数目实验

仿真实验中, 各个算法的固定噪声为 3 pixel, 参考点的数目为  $[4, 20]$ , 每个参考点进行 1000 次实验, 其中图 3 为参考点数目不同时, 各个算法的旋转中值误差与旋转均值误差; 图 4 为参考点数目不同时, 各个算法的平移中值误差与平移均值误差。

由图 3 与图 4 可知, 随着参考点数目的增加, 各个算法的误差逐渐减小; 当参考点数目较少时, EPnP、HOMO 以及 DLT 算法容易受到噪声影响, 当参考点数目小于 6 时, DLT 算法的旋转平均误差相比于其它两种非迭代算法更加巨大; LHM 算法是以弱透视变化为初值进行迭代, 当参考点数目较少时, 旋转误差较大, 同时 LHM 算法会出现局部最优解的情况。本文算法以 RPnP 算法为初值, 并对初值进行加权, 赋予各参考点不同的权重, 能够有效地降低误差较大的参考点对实验的影响, 在参考点数目逐渐增加时, 旋转与平移误差逐渐降低。

#### 3.1.2 噪声对精度影响

仿真实验中, 参考点数目为 10, 高斯噪声的取值范围为  $[0, 5]$ , 步长为 0.5 pixel。各算法的旋转误差与平移误差如图 5 所示。

当噪声值为 0 时, LHM 使用弱透视变化为初值, 旋转误差较大, 随着噪声的增加以及迭代次数的增加, LHM 算法的旋转误差没有出现较大变动; EPnP 算法与 EPnP+GN 算法相比较, EPnP+GN 算法在原有 EPnP 算法的基础上, 以 EPnP 算法为初值进行了高斯-牛顿迭代, 随着噪声的增加, EPnP+GN 算法逐渐

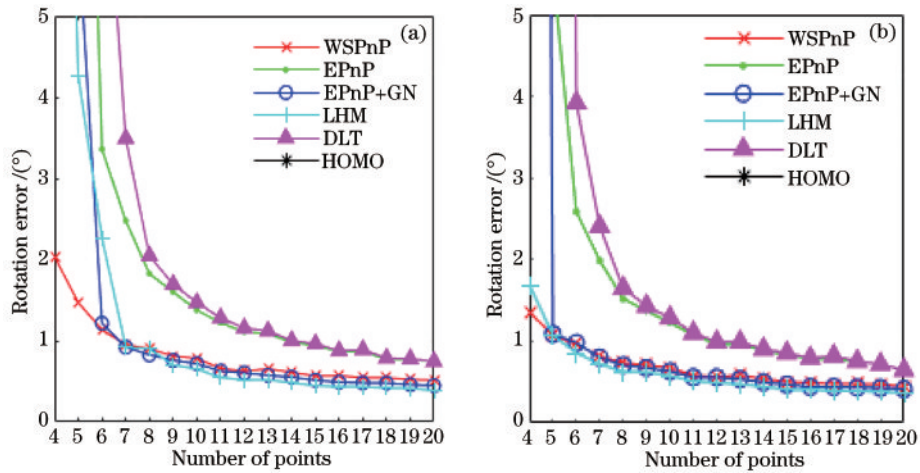


图 3 旋转误差随参考点数目变化。(a) 旋转均值误差; (b) 旋转中值误差

Fig. 3 Rotation error with points number. (a) Mean rotation error; (b) median rotation error

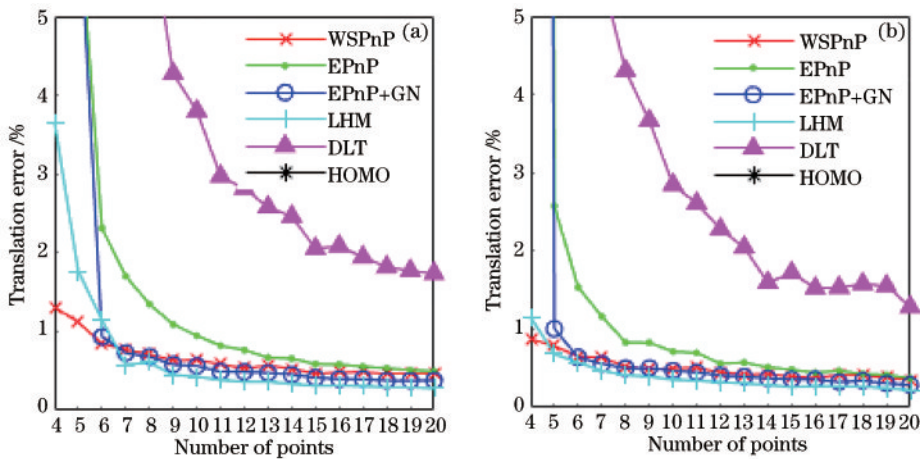


图 4 平移误差随参考点数目变化。(a) 平移均值误差; (b) 平移中值误差

Fig. 4 Translation error with points number. (a) Mean translation error; (b) median translation error

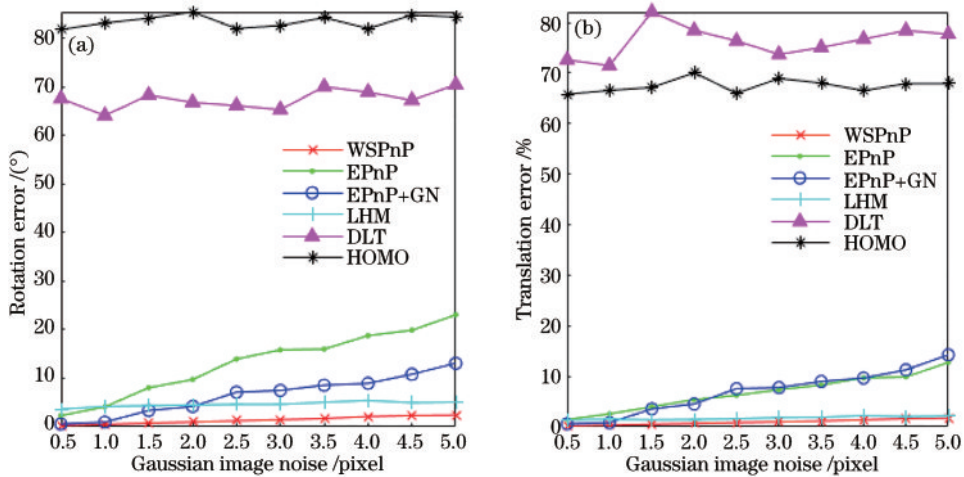


图 5 噪声变化对精度的影响。(a) 噪声与旋转误差; (b) 噪声与平移误差

Fig. 5 Influence of noise change on accuracy. (a) Noise with rotation; (b) noise with translation

保持不变;DLT算法为经典的线性求解位姿估计的算法,噪声会对精度产生影响;HOMO算法对共平面点计算精度准确,当参考点非共面,则误差较大;本文算

法在利用加权迭代的方式,降低了噪声点对旋转误差的影响,进而保证了位姿估计的精度。

3.1.3 各算法运行时间

参考点数目为[4, 40], 每个参考点进行 1000 次独立实验, 高斯噪声设置为固定值 3 pixel, 各算法的运行时间如图 6 所示。LHM 算法以弱透视变换为初值, 迭代次数为 20 次, 但其迭代的复杂程度为  $O(n)$ , 随着参考点数目的增加, 计算结果所用的时间也会越多; EPnP+GN 算法在原有的 EPnP 算法上增加了几步高斯-牛顿迭代法, 所以 EPnP+GN 算法在计算时间上与线性 EPnP 算法相比较, 计算时间较慢; DLT 算法作为线性求解算法, 求解速度快, 但是精度较差; 本文所提出的 WSPnP 算法, 将每次迭代的复杂程度降为  $O(1)$ , 计算时间与传统正交迭代算法相比降低很多。

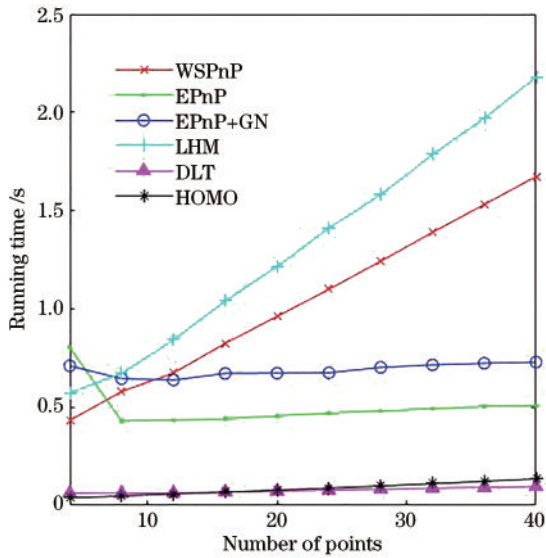


图 6 算法时间图

Fig. 6 Algorithm time chart

3.2 实验验证

为了进一步验证算法的准确性, 通过真实实验对算法进行验证。首先, 打印黑白棋盘格, 每个棋盘格的大小为 18 mm; 然后, 从不同角度对棋盘格进行拍照, 在拍照的过程中, 尽量保持相机与棋盘格的距离不变; 接着, 将拍到的 15 张不同角度照片读入到 camera calibration 中, 利用张正友<sup>[23]</sup>标定法进行标定; 最后输出相机的内参数与畸变参数, 相机各项参数如表 1 所示。

相机固定在支架上, 量取相机镜头与棋盘标定板之间的距离。在棋盘标定板上随机选择 10 个 2D 参考点, 以标定板所在平面的水平线为 Y 轴, 垂直线为 Z

表 1 相机参数标定结果

Table 1 Camera parameter calibration results

Parameter	Calibration value	
Focal length	$f_x = 2911.932205$	$f_y = 2980.020889$
Distortion parameter	$k_1 = -0.019022260$	$k_2 = 0.045321399$
Principal point	$u_0 = 1807.8293$	$v_0 = 1552.9241$

轴, X 轴垂直于标定板水平面为世界坐标系, 测量每个 3D 参考点所在的世界坐标; 接着, 读取图像上每个参考点的像素坐标, 通过像素坐标与图像坐标的关系, 得到每个图像参考点的图像坐标。采用不同的 PnP 位姿估计方法, 求解 3D 参考点所对应的相机坐标, 并根据重投影方法, 计算图像平面重投影误差, 图 7 为各算法重投影像点与测量点的位置关系。

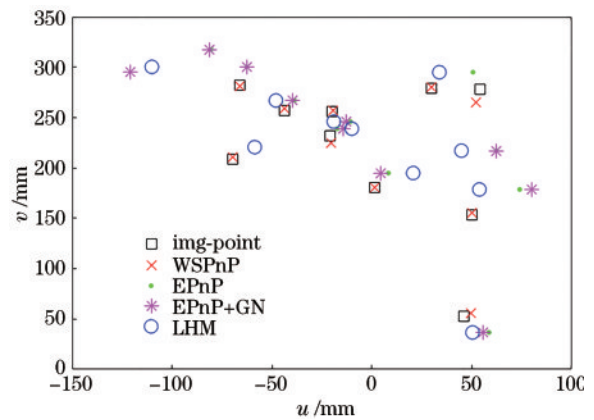


图 7 像平面各算法重投影误差关系

Fig. 7 Relationship among reprojection errors of image plane algorithms

表 2 为重投影后的 3D 测量点与参考点间的误差, 其中 EPnP 算法虽然是一种线性高效快速求解位姿的算法, 但是对于图像噪声比较敏感, 当参考点数目较少时, 误差较大; 相比于 EPnP 算法, EPnP+GN 算法在原有算法的基础上, 利用高斯牛顿迭代法对 3D 参考点位姿进行求解, 所以算法精度上会比 EPnP 高; LHM 是迭代求解位姿的算法, 但是 LHM 算法利用弱透视变换得到初值进行迭代, 通过增加迭代次数可以提高位姿估计精度, 但是 LHM 算法容易陷入局部最优解, 所以会出现个别点的重投影误差较大; 本文提出的 WSPnP 算法, 利用加权迭代的方式, 赋予不同 3D 参考点不同的权重, 同时, 利用加速迭代的方式计算每个 3D 参考点, 所以相比较而言, 本文算法的精度会更高。

表 2 测量点与参考点之间的误差

Table 2 Errors between measurement points and reference points

unit: mm

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
WSPnP	11.82	14.45	12.38	9.52	7.84	7.12	7.43	6.98	5.49	7.33
EPnP	27.28	25.70	20.31	18.27	18.38	16.56	11.61	13.24	14.41	13.49
EPnP+GN	19.90	17.19	22.12	13.21	13.60	10.47	13.65	12.79	14.63	12.26
LHM	30.49	25.27	26.68	22.93	18.47	20.18	14.96	18.88	18.35	16.27

表 3 实验对比结果

Table 3 Experimental results comparison

Algorithm	Point	Computing time /s
WSPnP	10	0.05952
EPnP	10	0.04376
EPnP+GN	10	0.06576
LHM	10	0.07948

表 3 给出了各算法的计算时间,对比发现,WSPnP 算法在迭代相同次数(20次)的情况下,计算时间较快。

## 4 结 论

针对传统正交迭代位姿估计算法迭代速度慢、迭代容易陷入局部最优解等问题,提出一种改进算法。利用克罗内克积对物方残差目标函数进行优化,降低了正交迭代算法的复杂度,进而加快了迭代速度;利用重投影算法,计算各 2D 参考点的像方残差,通过计算各像方残差的权重,对 3D 参考点赋予不同的权重系数。实验结果显示,该算法能够提高位姿估计的精度,保证了全局最优解,提高了位姿估计的速度。

## 参 考 文 献

- [1] Valeiras D R, Kime S, Ieng S H, et al. An event-based solution to the perspective-n-point problem[J]. *Frontiers in Neuroscience*, 2016, 10: 208.
- [2] 刘青松, 谢晓方, 张烜喆, 等. 用于聚焦型光场相机标定的棋盘角点检测算法[J]. *光学学报*, 2020, 40(14): 1415002.  
Liu Q S, Xie X F, Zhang X Z, et al. Checkerboard corner detection algorithm for calibration of focused plenoptic camera[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(14): 1415002.
- [3] 章昌凤, 谢飞扬, 黄小琦, 等. 基于荧光光纤的临近空间飞行器局部放电故障的地面模拟实验研究[J]. *光学学报*, 2021, 41(15): 1506003.  
Zhang C F, Xie F Y, Huang X Q, et al. Ground simulation experiment of partial discharge fault in near-space vehicle using fluorescent fiber[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(15): 1506003.
- [4] 丁意桐, 高震宇, 彭旭, 等. 激光扫描头戴式增强现实系统中带斑抑制与中继光路设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(13): 130801.  
Ding Y T, Gao Z Y, Peng X, et al. Banding suppression and relay optical path design for laser scanning head-mounted augmented reality system[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(13): 130801.
- [5] 王平, 周雪峰, 安爱民, 等. 一种鲁棒且线性的 PnP 问题求解方法[J]. *仪器仪表学报*, 2020, 41(9): 271-280.  
Wang P, Zhou X F, An A M, et al. Robust and linear solving method for Perspective-n-Point problem[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(9): 271-280.
- [6] Zheng Y Q, Sugimoto S, Okutomi M. ASPnP: an accurate and scalable solution to the perspective-n-point problem[J]. *IEICE Transactions on Information and Systems*, 2013, E96.D(7): 1525-1535.
- [7] 邓非, 吴幼丝, 胡玉雷, 等. 球形全景影像位姿估计的改进 EPnP 算法[J]. *测绘学报*, 2016, 45(6): 677-684.  
Deng F, Wu Y S, Hu Y L, et al. Position and pose estimation of spherical panoramic image with improved EPnP algorithm[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2016, 45(6): 677-684.
- [8] Wang P, Xu G L, Cheng Y H, et al. A simple, robust and fast method for the perspective-n-point Problem[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2018, 108: 31-37.
- [9] Sun W Z, Cao J P, Sun Z Y, et al. Head posture recognition method based on POSIT algorithm[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, 1642(1): 012017.
- [10] Lu C P, Hager G D, Mjolsness E. Fast and globally convergent pose estimation from video images[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(6): 610-622.
- [11] 许允喜, 蒋云良, 陈方. 基于点和直线段对应的扩展正交迭代位姿估计算法[J]. *光学学报*, 2009, 29(11): 3129-3135.  
Xu Y X, Jiang Y L, Chen F. An extended orthogonal iteration algorithm for pose estimation from point and line segment correspondences[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(11): 3129-3135.
- [12] 许允喜, 蒋云良, 陈方. 多摄像机系统位姿估计的广义正交迭代算法[J]. *光学学报*, 2009, 29(1): 72-77.  
Xu Y X, Jiang Y L, Chen F. Generalized orthogonal iterative algorithm for pose estimation of multiple camera systems[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(1): 72-77.
- [13] 苗锡奎, 朱枫, 郝颖明, 等. 基于特征点不确定性加权误差的位姿估计新方法[J]. *光电子·激光*, 2012, 23(7): 1348-1355.  
Miao X K, Zhu F, Hao Y M, et al. A new pose estimation method based on uncertainty-weighted errors of the feature points[J]. *Journal of Optoelectronics·Laser*, 2012, 23(7): 1348-1355.
- [14] 李鑫, 龙古灿, 刘进博, 等. 相机位姿估计的加速正交迭代算法[J]. *光学学报*, 2015, 35(1): 0115004.  
Li X, Long G C, Liu J B, et al. Accelerative orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(1): 0115004.
- [15] 周润, 张征宇, 黄叙辉. 相机位姿估计的加权正交迭代算法[J]. *光学学报*, 2018, 38(5): 0515002.  
Zhou R, Zhang Z Y, Huang X H. Weighted orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(5): 0515002.
- [16] 汪家宝, 张世荣, 周清雅. 基于视觉 EPnP 加权迭代算法的三维位移实时测量[J]. *仪器仪表学报*, 2020, 41(2): 166-175.  
Wang J B, Zhang S R, Zhou Q Y. Vision based real-time 3D displacement measurement using weighted iterative EPnP algorithm[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(2): 166-175.
- [17] 杨森, 吴福朝. 摄像机位姿的加权线性算法[J]. *软件学*

- 报, 2011, 22(10): 2476-2487.
- Yang S, Wu F C. Weighted linear methods for the camera pose estimation[J]. Journal of Software, 2011, 22(10): 2476-2487.
- [18] 孙凤梅, 王波. 关于 PnP 问题多解的分布与解的稳定性的讨论[J]. 自动化学报, 2010, 36(9): 1213-1219.
- Sun F M, Wang B. A note on the roots distribution and stability of the PnP problem[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(9): 1213-1219.
- [19] 凌寒羽, 王培元. 基于目标函数加权优化的相机位姿估计算法[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(4): 041503.
- Ling H Y, Wang P Y. Method for camera pose estimation based on weighted optimization of objective functions[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(4): 041503.
- [20] 凌寒羽, 衣晓, 王培元, 等. 基于混合优化的自适应加速稳健 PnP 算法[J]. 电光与控制, 2019, 26(6): 54-59.
- Ling H Y, Yi X, Wang P Y, et al. An adaptive accelerating robust PnP algorithm based on hybrid optimization[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(6): 54-59.
- [21] Du Z Y, Robles-Kelly A, Lu F F. Robust surface reconstruction from gradient field using the L1 norm[C]// 9th Biennial Conference of the Australian Pattern Recognition Society on Digital Image Computing Techniques and Applications (DICTA 2007), December 3-5, 2007, Glenelg, SA, Australia. New York: IEEE Press, 2007: 203-209.
- [22] 陈紫强, 周秉毅, 刘庆华, 等. 二值加权正交迭代相机位姿估计算法[J]. 半导体光电, 2020, 41(5): 743-748.
- Chen Z Q, Zhou B Y, Liu Q H, et al. A binary weighted orthogonal iterative camera pose estimation algorithm[J]. Semiconductor Optoelectronics, 2020, 41(5): 743-748.
- [23] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.