

# 激光与光电子学进展

## 基于旋转标定板的多相机系统标定方法

吴军<sup>1,3\*</sup>, 张美妙<sup>1</sup>, 刘少禹<sup>1</sup>, 祝玉恒<sup>1</sup>, 袁少博<sup>2</sup>

<sup>1</sup>中国民航大学航空工程学院, 天津 300300;

<sup>2</sup>中国民航大学电子信息与自动化学院, 天津 300300;

<sup>3</sup>天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072

**摘要** 针对现有多相机系统在无公共视场时标定过程繁琐问题,提出了一种基于旋转标定板的多相机系统标定方法。首先通过拟合旋转靶标轨迹实现转轴拟合和建立系统坐标系;然后各相机获取单幅完整的靶标图像,使用PnP算法解算相机与转台系统间的位姿关系;接着将转台转角通过罗德里格斯公式转换为靶标旋转前后的旋转矩阵和平移向量;最后使用计算所得的变换关系实现对多相机系统的标定。实验结果表明,本文方法不受限于相机的视场范围,能够快速、自动地标定多相机系统,在测量精度上也满足大尺寸测量需求。

**关键词** 测量;多相机系统;外方位参数标定;旋转标定板;大尺寸测量

中图分类号 TP391.4

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1712002

## Calibration Method for Multicamera System Based on Rotating Calibration Plate

Wu Jun<sup>1,3\*</sup>, Zhang Meimiao<sup>1</sup>, Liu Shaoyu<sup>1</sup>, Zhu Yuheng<sup>1</sup>, Yuan Shaobo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Aeronautical Engineering Institute, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;

<sup>2</sup>College of Electronic Information and Automation, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;

<sup>3</sup>State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China

**Abstract** The calibration of existing multicamera systems with no common fields of view is challenging, as it is extremely cumbersome. To solve this problem, this study proposed a calibration method for multicamera systems based on a rotating calibration plate. First, the axis of rotation was fitted and a calibration coordinate system was established by fitting the trajectory of the rotating target. Second, a single complete calibration image was captured by each camera, and then the pose relationship between the camera and the turntable system was estimated using the PnP algorithm. Third, the angle of the table was converted into a rotation matrix and translation vector of the calibration plate using the Rodrigues rotation formula. Finally, the multicamera system was estimated using these transformation relationships. The experimental results show that the proposed method is not limited by the field of view of the camera, can quickly and automatically calibrate the multicamera system, and also meets the needs of large-scale measurement in terms of measurement accuracy.

**Key words** measurement; multicamera system; external parameters calibration; rotating calibration plate; large-scale measurement

## 1 引言

随着工业技术的自动化升级,对测量技术提出了更高的要求。视觉测量技术因其非接触、实时和高精度等特性,在工业测量<sup>[1-4]</sup>、三维(3D)重建<sup>[5]</sup>以及深海探索<sup>[6]</sup>等领域得到广泛应用,如大型装备的制造与装

配、航空测绘和航天器涡轮叶片检测等。在进行大尺寸测量过程中,单目视觉测量系统由于视场范围有限难以满足要求,因此多相机系统成为了大尺寸测量领域的研究热点。

在多相机系统中,相机内外参数和畸变系数的标定是视觉测量的关键,其精度直接影响测量结果。相

收稿日期: 2021-10-17; 修回日期: 2021-11-18; 录用日期: 2021-11-29

基金项目: 国家自然科学基金(52005500)、中央高校科研基本业务费(3122019088)、天津市教委科研项目(2018KJ242)

通信作者: j\_wu@cauc.edu.cn

机内参是小孔成像模型下的固有属性,描述了成像焦距和图像主点偏移,定义了二维(2D)坐标到3D坐标的变换关系,目前已有成熟的技术进行精确标定<sup>[7-8]</sup>。而相机外参描述的是其自身在固定世界坐标系下的相对空间位置<sup>[9]</sup>,在多相机系统中表现为相机间的坐标变换关系。文献[7]提出了一种基于平面棋盘格的标定方法,通过多幅棋盘格平面和图像间的单应性关系实现相机内外参数的标定,该方法虽然操作简单但是多适用于单双目相机间的小范围标定。文献[10]提出了一种基于多平面立体靶标的标定方法,多相机系统通过对立方体靶标一次成像完成多相机全局标定,该方法虽然避免了获取多幅图像繁琐过程但是要求相机间拥有公共视场。文献[11]提出了一种基于空间约束的标定方法,通过拼接靶标构建大标定平面实现多相机系统的标定,但是该方法需要预先采用大视场相机确定固连靶标间位置关系。文献[12]和文献[13]提出了一种基于手眼标定方程求解的标定方法,通过转换相机和靶标间约束关系为手眼标定问题来实现多相机系统的标定,但是该方法仅适用于较小空间的相机参数确定。文献[14]提出了一种基于迭代最近点(ICP)算法和VR(View Registration)算法约束的标定方法,通过相邻相机两两标定实现多相机系统的标定,但该方法标定过程繁琐。文献[15]提出了一种基于平面镜几何光学的多相机系统标定方法,通过镜面反射产生公共视场实现多相机的全局标定,但是该方法在大尺寸测量过程中会随着相机间距离的增加,标志物成像变小、精度降低。文献[16]提出一种基于两轴转台的无公共视场相机位置关系的求解方法,该方法对于不同多相机系统都需要重复标定转台系统,且难以实现内视多相机的标定。

本文借鉴该两轴转台确定相机位置关系的思路,提出了一种基于旋转标定板的多相机系统标定方法。首先通过拟合旋转靶标轨迹实现转轴拟合和建立标定坐标系;然后相机获取单幅转台系统靶标图像,采用PnP(Perspective- $n$ -Point)算法<sup>[17-18]</sup>解算相机和转台系统间的位姿关系;接着通过标定的转轴参数和罗德里格斯公式<sup>[19-20]</sup>将转台转角转换为靶标旋转前后的旋转矩阵和平移向量;最后使用计算的相机与靶标间的位姿关系和靶标旋转前后的旋转矩阵和平移向量实现多相机系统的标定。

## 2 多相机标定算法

本文提出的基于旋转标定板的多相机系统标定方法主要分为四个部分:首先分段拟合旋转靶标角点的圆形轨迹,再使用最小二乘法将圆心坐标进行直线拟合,直线方向即为转轴的方向;然后通过相机获取标定板图像,采用PnP算法分别解算各相机与标定板间的位姿关系;接着将转台转角利用标定的转轴和罗德里格斯公式转换为靶标旋转前后的旋转矩阵和平移向

量;最后通过计算各相机与靶标间的位姿关系和靶标旋转前后的旋转矩阵和平移向量实现多相机系统的标定。标定流程如图1所示。

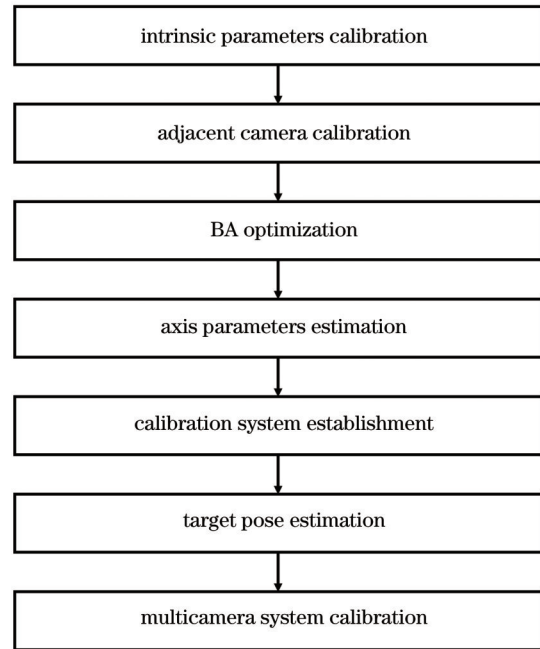


图1 标定流程图

Fig. 1 Calibration flow chart

### 2.1 转轴标定和建立系统坐标系

#### 2.1.1 转台转轴标定方法

转轴标定包括确定一个方向和起始位置。本文引入了多相机分段拟合法,通过具有公共视场的相邻相机两两标定,使用光束法平差进行相机标定误差的修正实现转轴参数估计。张正友棋盘格<sup>[5]</sup>标定法广泛应用于相机内参标定,在已知各相机内参情况下,使用对极约束完成相机外参的标定,但是由于存在方法误差、累计误差和图像噪声的影响,标定的结果需要经过捆绑调整(BA)优化后才能进行转轴拟合。

如图2所示,设三维空间位置任意点 $P$ 在相邻相机成像分别为 $p_i$ 和 $p_j$ ,根据对极约束关系,它们满足

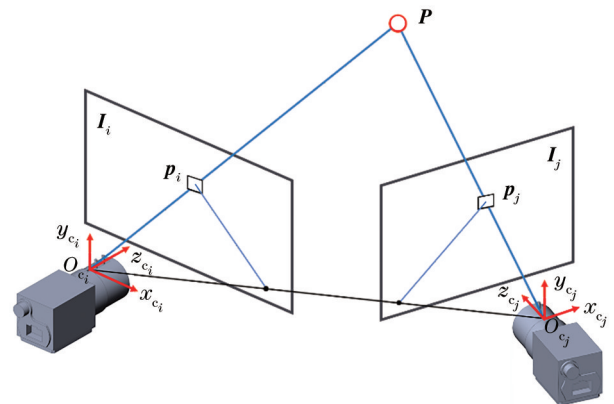


图2 对极约束原理

Fig. 2 Diagram of epipolar geometry

$$\mathbf{p}_j^T * \mathbf{F} * \mathbf{p}_i = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}_i^{-T} * \mathbf{E} * \mathbf{K}_j^{-1}, \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \mathbf{R}, \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{F}$  是  $3 \times 3$  的基础矩阵;  $\mathbf{E}$  是本质矩阵;  $\mathbf{K}$  是相机内参;  $t_x$ 、 $t_y$  和  $t_z$  是平移向量  $\mathbf{t}$  的在每个坐标轴方向的分量。使用经典的 8 点法解算本质矩阵, 再通过奇异值分解计算相邻相机的旋转矩阵  $\mathbf{R}$  和平移向量  $\mathbf{t}$ 。

光束平差是基于成像光束空间的交会模型, 通过不同位姿的相机对同一空间进行成像和同名点检测、匹配以获取光束平差的迭代条件, 然后使用光束平差优化算法解算被测空间的精确位置。如图 3 所示, 设相机  $i$  至相机  $j$  的位姿关系为  ${}^i\mathbf{M}_j$ , 首先使用对极约束分别标定相邻相机的旋转矩阵和平移向量作为迭代初值, 然后通过构建非线性 BA 优化问题, 获得精确相机间的位姿变化关系  ${}^i\mathbf{M}_j$ 。

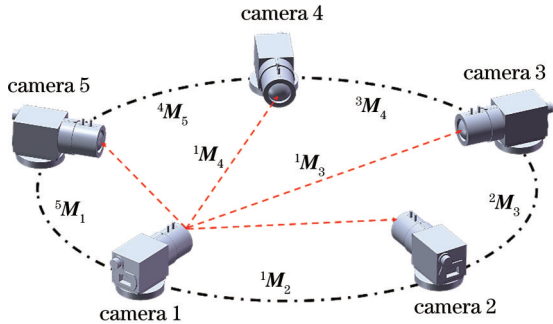


图 3 BA 优化原理图

Fig. 3 Diagram of BA optimization

BA 光束法平差代价方程为

$$\min_{d, \mathbf{K}, \mathbf{M}} \mathbf{F} = \sum_i^{N_p} \left\| \mathbf{u}_i - \tilde{\mathbf{u}}_i(d_i, \mathbf{K}_i, \mathbf{M}_i) \right\|^2, \quad (4)$$

式中:  $N_p$  为参与计算的图像点数;  $\mathbf{u}_i$  和  $\tilde{\mathbf{u}}_i$  分别是观测点和相机模型下投影点;  $d_i$ 、 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{M}$  分别是畸变系数以及相机内参和外参。

在转台系统旋转过程中, 相邻相机根据计算出的旋转矩阵  $\mathbf{R}$  和平移向量  $\mathbf{t}$ , 采用三角测量原理即可解算靶标上任意角点的三维坐标。靶标角点的旋转轨迹可以拟合成一个圆, 使用圆拟合法<sup>[21]</sup>可确定每个圆的圆心。通过最小二乘法<sup>[22]</sup>拟合这些圆心即可确定转台系统的转轴。

### 2.1.2 系统坐标系的构建方法

多相机标定的过程繁琐一方面是由于受限于视场范围, 另一方面是由于进行精确标定的系统参数没有基准, 导致应用于不同相机系统都需要重新标定系统参数, 增加了多相机系统的标定难度。考虑标定板固定在转台系统上, 本文引入了系统坐标系  $O_s$ - $x_s$ - $y_s$ - $z_s$ , 如图 4 所示, 使得精确标定的转轴参数有了基准参考, 只需要进行一次转轴标定就能够用于不同多相机系统的标

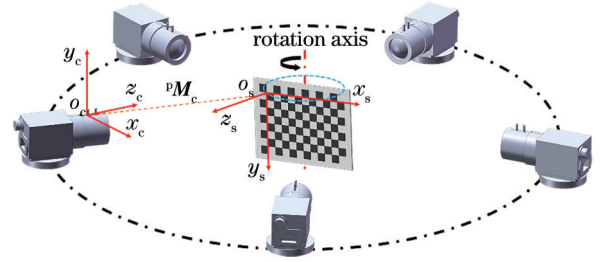


图 4 转轴标定示意图

Fig. 4 Diagram of rotation axis calibration

定。实验结果证明了该方法在精度上可以满足大尺寸测量精度要求。

设转轴所在的三维空间直线经过一点  $\mathbf{L} = (x_0, y_0, 0)$ , 且方向向量  $\mathbf{l} = (m, n, 1)$ , 则空间直线方程为

$$\begin{cases} x = x_0 + mz \\ y = y_0 + nz \end{cases}, \quad (5)$$

有

$$\mathbf{z}_{\text{axis}} = [m \quad n \quad 1]^T, \quad (6)$$

$$\mathbf{x}_{\text{axis}} = [n \quad -m \quad 0]^T, \quad (7)$$

$$\mathbf{y}_{\text{axis}} = \mathbf{z}_{\text{axis}} \times \mathbf{x}_{\text{axis}}, \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{z}_{\text{axis}}$ 、 $\mathbf{x}_{\text{axis}}$ 、 $\mathbf{y}_{\text{axis}}$  单位化后为定义在转轴上新坐标系的方向分量。转轴位置  $\mathbf{O} = [a', b', c']^T$  由所有圆心点决定, 则有

$$\begin{cases} a' = \frac{1}{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} x_i \\ b' = \frac{1}{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} y_i \\ z' = \frac{1}{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} z_i \end{cases}, \quad (9)$$

如图 4 所示, 设:  $\mathbf{N} = [u, v, w]^T$ ,  $\mathbf{O}_s = [a, b, c]^T$  为系统坐标系下的坐标;  $\mathbf{y}_{\text{axis}}$ ,  $\mathbf{O} = [a', b', c']^T$  为基相机坐标系下的坐标; 标定板至相机坐标转换关系为  ${}^p\mathbf{M}_c$ 。则有

$$\mathbf{N} = ({}^p\mathbf{M}_c)^{-1} * \mathbf{y}_{\text{axis}}, \quad (10)$$

$$\mathbf{O}_s = ({}^p\mathbf{M}_c)^{-1} * \mathbf{O}. \quad (11)$$

## 2.2 相机标定原理

### 2.2.1 基于 PnP 算法的相机位姿解算方法

PnP 算法是求解 3D 点及其对应 2D 点间运动的方法, 它描述了当已知  $n$  个 3D 空间点及其投影在成像平面的 2D 点时, 如何确定相机的坐标关系。李代数因其无约束、便于求导等特性而广泛应用于求解非线性最小二乘问题<sup>[23]</sup>。PnP 问题常构建成一个关于重投影误差的非线性最小二乘问题求解。

如图 5 所示, 设空间中三维点坐标为  $\mathbf{P}_i = [X_i, Y_i, Z_i]^T$ , 其投影的像素坐标为  $\mathbf{U}_i = [u_i, v_i]^T$ 。根据相机成像模型, 像素位置与空间点位置的关系为

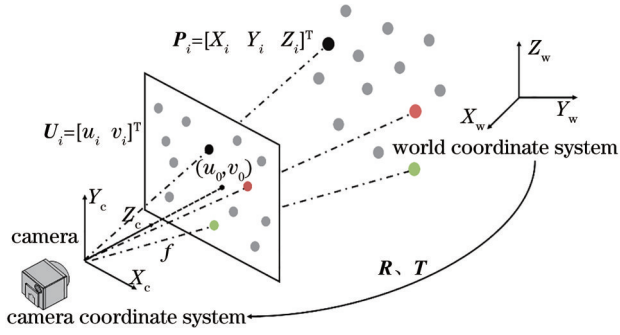


图 5 PnP 算法原理图

Fig. 5 Diagram of PnP algorithm

$$s_i \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = K \xi \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中:  $s_i$  是非零尺度因子;  $\xi$  为外参  $[R, T]$  的李群表示。考虑到相机位姿的不确定性以及存在图像噪声, 采用最小二乘法求解误差和, 公式为

$$\xi^* = \arg \min_T \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\| u_i - \frac{1}{s_i} K \xi P_i \right\|_2^2. \quad (13)$$

该误差项是 3D 点经相机成像后投影位置与观测

位置的差值, 使用李代数构建无约束的优化问题, 常常通过高斯牛顿法<sup>[24]</sup>、列文伯格-马夸尔特方法<sup>[25]</sup>等优化算法进行求解。

### 2.2.2 多相机标定算法

相机标定过程分为两个步骤: 1) 求解靶标旋转前后旋转矩阵和平移向量, 通过系统坐标系下的转轴和转台转角获得; 2) 进行系统相机间的标定。

如图 6 所示, 设系统坐标系下的转轴法向量为  $N = [u, v, w]^T$ , 转轴起点为  $O_s = [a, b, c]^T$ , 记靶标旋转的角度为  $\partial$ , 则靶标旋转前后旋转变换为

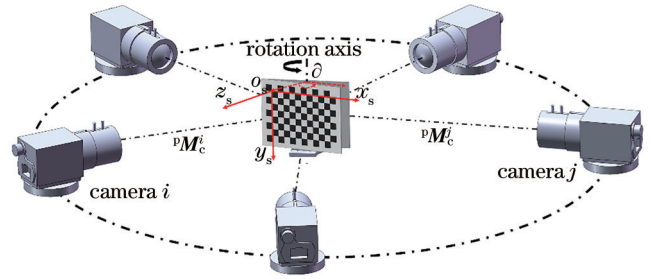


图 6 相机标定原理图

Fig. 6 Diagram of camera calibration

$${}^iR_j^p = \begin{bmatrix} u^2 + (v^2 + w^2) \cos \partial & uv(1 - \cos \partial) - w \sin \partial & uw(1 - \cos \partial) + v \sin \partial \\ uv(1 - \cos \partial) + w \sin \partial & v^2 + (u^2 + w^2) \cos \partial & vw(1 - \cos \partial) - u \sin \partial \\ uw(1 - \cos \partial) - v \sin \partial & vw(1 - \cos \partial) - u \sin \partial & w^2 + (u^2 + v^2) \cos \partial \end{bmatrix}. \quad (14)$$

位置变换为

$${}^iT_j^p = \begin{bmatrix} [a(v^2 + w^2) - u(bv + cw)](1 - \cos \partial) + (b\tau w - cv) \sin \partial \\ [b(u^2 + w^2) - v(au + cw)](1 - \cos \partial) + (cu - a\tau w) \sin \partial \\ [c(u^2 + v^2) - w(au + bv)](1 - \cos \partial) + (av - bu) \sin \partial \end{bmatrix}. \quad (15)$$

记第  $i$  时刻靶标至相机  $i$  的变换关系为  ${}^pM_c^i$ , 第  $j$  时刻靶标至相机  $j$  的变换关系为  ${}^pM_c^j$ , 则相机  $i$  至相机  $j$  的位姿变换为

$${}^iM_j = {}^pM_c^j * [{}^iR_j^p \quad {}^iT_j^p] * ({}^pM_c^i)^{-1}. \quad (16)$$

### 2.2.3 基于空间约束的误差优化方法

同一靶标点, 经过转台位置变换和相机成像, 其空间位置的重投影误差会不同, 因此在进行多相机系统标定过程需要考虑相机间转换产生的累计误差。如图 7 所示, 假设: 第  $i$  时刻靶标位置为  $P_i$ , 在相机  $i$  上成像为  $p_i$ , 靶标至相机的位姿变换  ${}^pM_c^i$ ; 第  $j$  时刻靶标位置为  $P_j$ , 在相机  $j$  上成像为  $p_j$ , 靶标至相机的位姿变换  ${}^pM_c^j$ ; 第  $i$  时刻至第  $j$  时刻靶标位姿变换为  ${}^iM_j^p$ 。

记  $P_i$  经过转台变换后在相机  $i$  下的投影点为  $p_i'$ , 根据相机透视成像模型得到

$$s_i p_i' = K_i * {}^jM_i^c * {}^pM_c^j * {}^iM_j^p * P_i, \quad (17)$$

式中:  $K_i$  为相机内参。则多相机系统中误差代价方程为

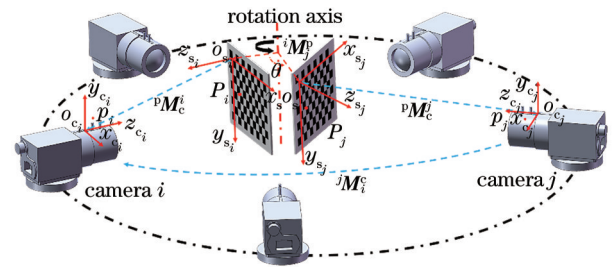


图 7 多相机误差优化

Fig. 7 Diagram of multicamera error optimization

$$F = \min \left( \sum_{i=1}^{N_i} \| p_i - p_i' \| \right), \quad (18)$$

式中:  $N_i$  为靶标中参数计算的特征点数量。

## 3 实验结果与分析

如图 8 所示, 实验采用分辨率为 2592 pixel ×

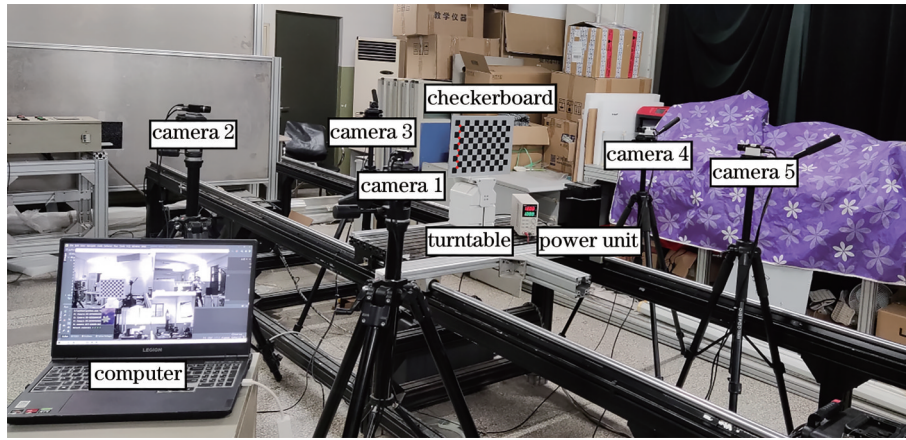


图 8 实验装置图

Fig. 8 Experimental device diagram

1944 pixel 的 MV-GE500C-M-T-CL 相机, 像元尺寸为  $2.2 \mu\text{m} \times 2.2 \mu\text{m}$ , 使用的镜头焦距为 6 mm, 使用的转台精度为  $0.2^\circ$ 。采用的标定板是  $12 \times 9$  的棋盘格, 棋盘格的尺寸为  $25 \text{ mm} \times 25 \text{ mm}$ 。

### 3.1 转轴拟合结果

相机坐标系下转轴圆拟合结果如图 9 所示, 相机间通过 BA 优化和三角测量实现棋盘格角点的轨迹重建, 再统一到基相机坐标系下进行圆拟合。依次转动标定板, 每次转动  $1^\circ$ , 相邻相机同时拍摄棋盘格, 共获取 26 张图像。实验中选取了棋盘格上  $(0, 0, 0)$ ,  $(0, 25, 0)$ ,  $(0, 50, 0)$ ,  $(0, 75, 0)$ ,  $(0, 100, 0)$ ,  $(0, 125, 0)$ ,  $(0, 150, 0)$ ,  $(0, 175, 0)$  点进行重建。

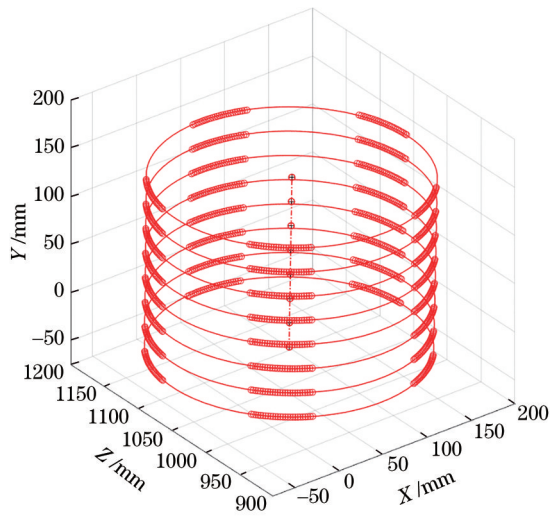


图 9 转轴圆拟合结果

Fig. 9 Result of axis circle fitting

在理想情况下, 每个重建点的轨迹应该处于同一平面的空间圆上, 但是由于相机标定的误差, 这些点分布在空间圆的周围。在表 1 中, 计算了空间点拟合平面的平均误差和空间拟合圆的圆度误差。

从表 1 可以看出: 平面拟合过程中最大的平均误

表 1 转轴平面拟合和圆拟合

Table 1 Axis plane fitting and circle fitting

Circle	Plane fitting error / $\mu\text{m}$	Circle fitting error / mm
Circle 1	0.05	0.55
Circle 2	0.02	0.57
Circle 3	0.05	0.56
Circle 4	0.03	0.56
Circle 5	0.02	0.57
Circle 6	0.01	0.57
Circle 7	0.01	0.57
Circle 8	0.09	0.58

差是  $0.09 \mu\text{m}$ , 可以认为这些空间点在一个平面内; 空间圆重投影误差分布在  $0.5 \sim 0.6 \text{ mm}$  之间; 转轴直线拟合误差为  $0.33 \text{ mm}$ , 达到了亚毫米级, 满足大尺寸测量精度要求。

### 3.2 多相机标定结果

首先比较了本文提出的旋转标定法和张正友标定方法, 结果如图 10 所示。然后计算了旋转标定法的重投影误差, 结果如图 11 所示。

从图 11 可以看出, 在五相机系统中, 张正友标定法和旋转标定法计算的欧拉角和轴上的位置基本一致, 采用旋转标定法重投影误差也都在  $0.15 \text{ pixel}$  以内, 它们的平均重投影误差达到了  $0.04 \text{ pixel}$ , 满足大尺寸空间测量的精度要求。

### 3.3 大尺寸空间测量实验

为验证本文提出的旋转靶标标定法能否满足大尺寸测量过程中的精度要求, 搭建如图 12 所示的空间测量实验装置。

该测量系统由相机、光学旋转平台、靶标和计算机组成, 其中光学旋转平台的旋转直径为  $2000 \text{ mm}$ , 制造精度为  $0.02 \text{ mm}$ 。靶标固定在光学旋转平台末端, 可随着旋转平台绕轴自由转动。在实际测量过程中, 首先使用本文提出的旋转标定法进行多相机

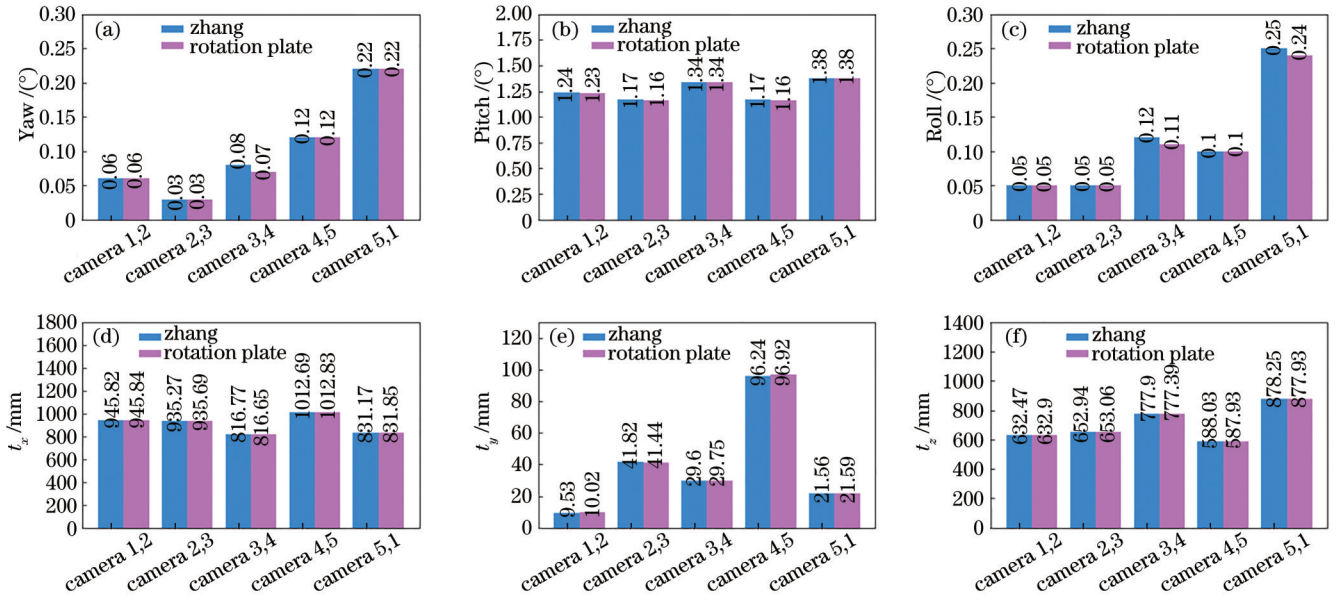


图 10 多相机外参标定比较。(a) 偏航角;(b) 俯仰角;(c) 翻滚角;(d)  $t_x$  方向;(e)  $t_y$  方向;(f)  $t_z$  方向

Fig. 10 Comparison of multicamera external parameter calibration. (a) Yaw; (b) pitch; (c) roll; (d)  $t_x$  direction; (e)  $t_y$  direction; (f)  $t_z$  direction

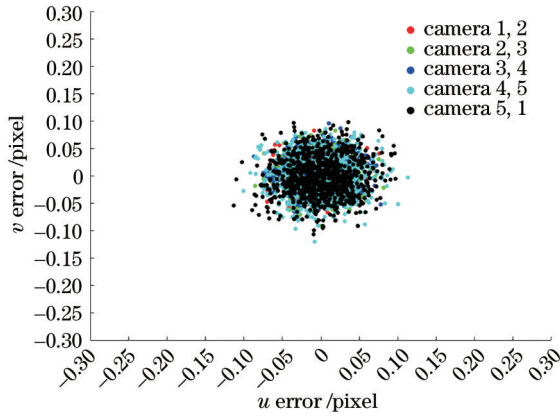


图 11 多相机系统标定的重投影误差

Fig. 11 Reprojection error of multicamera system calibration

系统的全局标定,然后靶标沿着逆时针方向转动分别进入各相机的视场,相机分别对靶标进行成像重建拟合。

考虑到光学旋转平台的加工误差和靶标位置的安装精度,依次移动相机  $i$  和系统相机构成双目进行靶标重建,以拟合的旋转半径作为参考真值。如图 13 所示:第  $j$  时刻相机  $i$  位于 camera 1  $i$  的位置;第  $j+1$  时刻相机  $i$  位于 camera 2  $i$  的位置;第  $j+2$  时刻相机  $i$  位于 camera 3  $i$  的位置;依此类推。在多组双目重建拟合过程中,都选择系统相机作为基相机。

为了方便分析多相机系统的测量精度,系统对靶标原点  $P_k$  进行重建拟合。设相机  $i$  与系统相机 1、相机 2、相机 3、相机 4 和相机 5 构成双目的重建旋转半径分别为  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$ 、 $R_5$ 。光学旋转平台的中心为  $O_c$ ,旋转半径为  $R$ 。则有

$$R = \frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^{N_r} R_i, \quad (19)$$

式中:  $N_r$  为双目系统组数;  $R_i$  为每组系统重建的旋转半径。

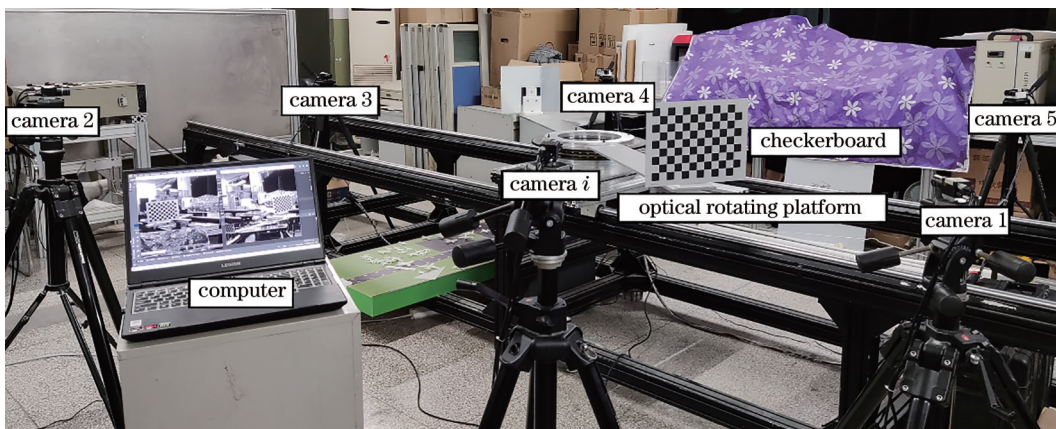


图 12 大尺寸测量实验装置图

Fig. 12 Large-scale measurement experimental device diagram

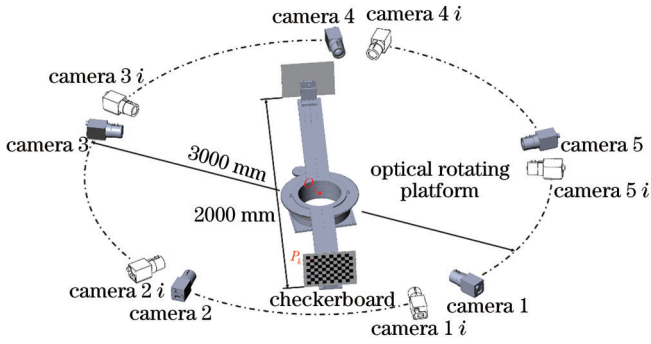


图 13 相机  $i$  位置示意图

Fig. 13 Schematic diagram of the position of camera  $i$

实验得到的旋转半径拟合结果如表 2 所示。

光学旋转平台的中心  $O_c$  可由双目重建的多段圆弧给出, 则圆度误差为

表 2 旋转半径拟合结果  
Table 2 Rotation radius fitting results

Radius	Result of rotation radius / mm	Circle fitting error / mm
$R_1$	1003.42	0.27
$R_2$	1003.92	0.25
$R_3$	1004.05	0.20
$R_4$	1004.11	0.24
$R_5$	1003.85	0.21
$R$	1003.87	

$$E_{\text{error-k}} = \|P_k - O_c\|_2 - R_0 \quad (20)$$

重建圆度误差如图 14 所示, 可以看出, 重建点的最大误差为 0.46 mm, 达到了亚毫米精度, 可满足大尺寸空间的测量要求。

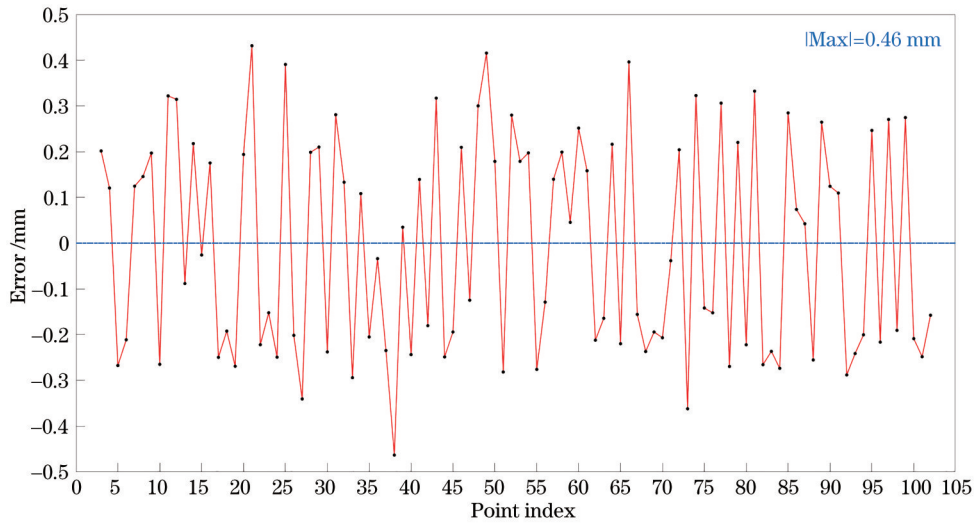


图 14 圆度误差

Fig. 14 Roundness error

### 4 标定系统误差分析

标定系统测量精度主要取决于待标定相机与靶标的位姿计算精度和靶标旋转前后位姿计算精度。相机与靶标间的位姿通过相机获取靶标图像, 使用  $PnP$  算法进行计算。靶标前后位姿通过转台的旋转角度, 采用罗德里格斯公式进行计算。因此, 目前系统存在的主要误差包括  $PnP$  算法解算位姿误差和转台转角误差。

#### 4.1 $PnP$ 算法解算位姿引入的误差

在  $PnP$  算法进行位姿估计过程中, 由于光强、图像噪声等因素影响, 棋盘格在相机成像上存在一定像素误差, 另一方面靶标在相机上的投影误差会随着棋盘格旋转以及相机到棋盘格间的距离而增加, 导致  $PnP$  估计位姿不准。  $PnP$  算法模型如图 15 所示, 设  $P = [X_p, Y_p, Z_p]^T$  定义于靶标坐标系  $O_{s_i}-x_{s_i}, y_{s_i}, z_{s_i}$  上,  $p =$

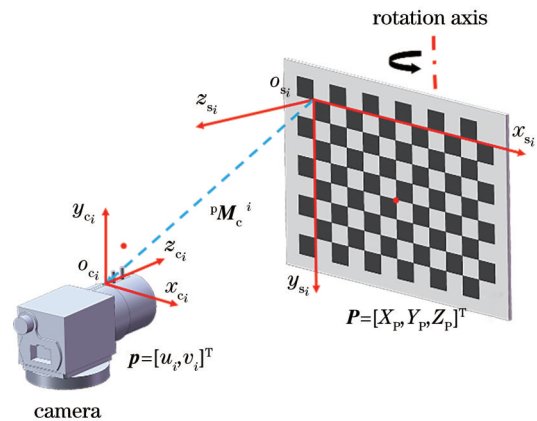


图 15  $PnP$  算法模型

Fig. 15 Model of  $PnP$  algorithm

$[u_i, v_i]^T$  定义于像素坐标系  $O_{c_i}-x_{c_i}, y_{c_i}, z_{c_i}$  上; 第  $i$  时刻靶标坐标系  $O_{s_i}-x_{s_i}, y_{s_i}, z_{s_i}$  至相机坐标系  $O_{c_i}-x_{c_i}, y_{c_i}, z_{c_i}$  的位姿变换为  ${}^P M_c^i$ 。则有

$$s_i \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}^p \mathbf{M}_c^i \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

在计算相机和靶标位姿关系过程中,可以通过计算重投影误差估计位姿变换  ${}^p\mathbf{M}_c^i$  的精度。设相机与靶标间的距离为  $h$ , 依次取值 1000 mm, 1500 mm,

2000 mm, 2500 mm。通过 PnP 算法重建获取图像的棋盘格角点, 实验如图 16 所示。其中靶标为  $12 \times 9$  的棋盘格, 格子尺寸为  $25 \text{ mm} \times 25 \text{ mm}$ 。

结果如图 17 所示, PnP 算法估计相机和靶标位姿的重投影误差在 0.2 pixel 以内, 平均重投影误差可达 0.05 pixel, 满足多相机系统标定的要求。

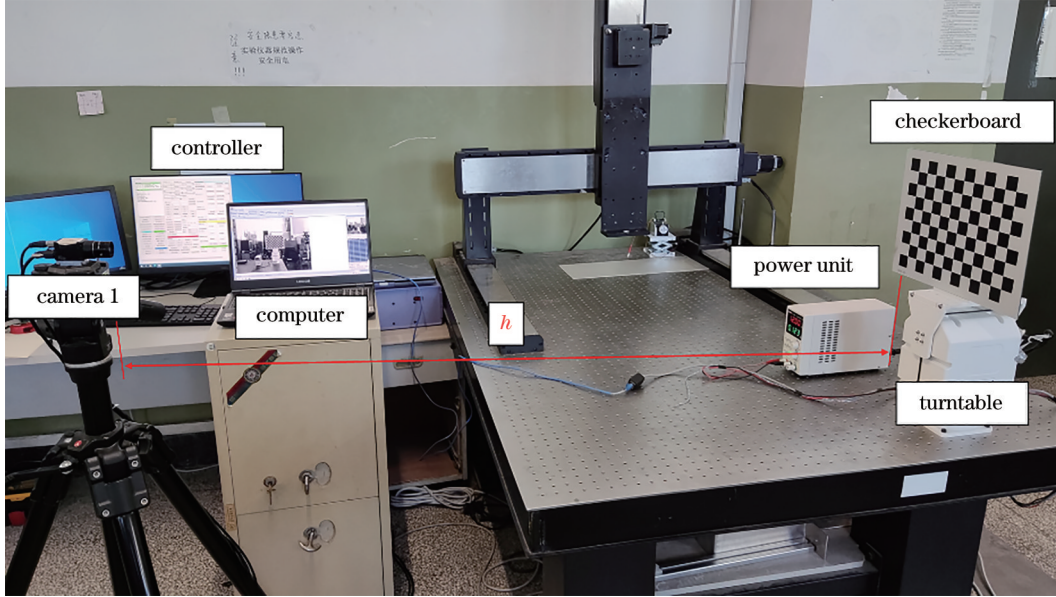


图 16 重建棋盘格实验装置图

Fig. 16 Reconstruction of checkerboard experimental device diagram

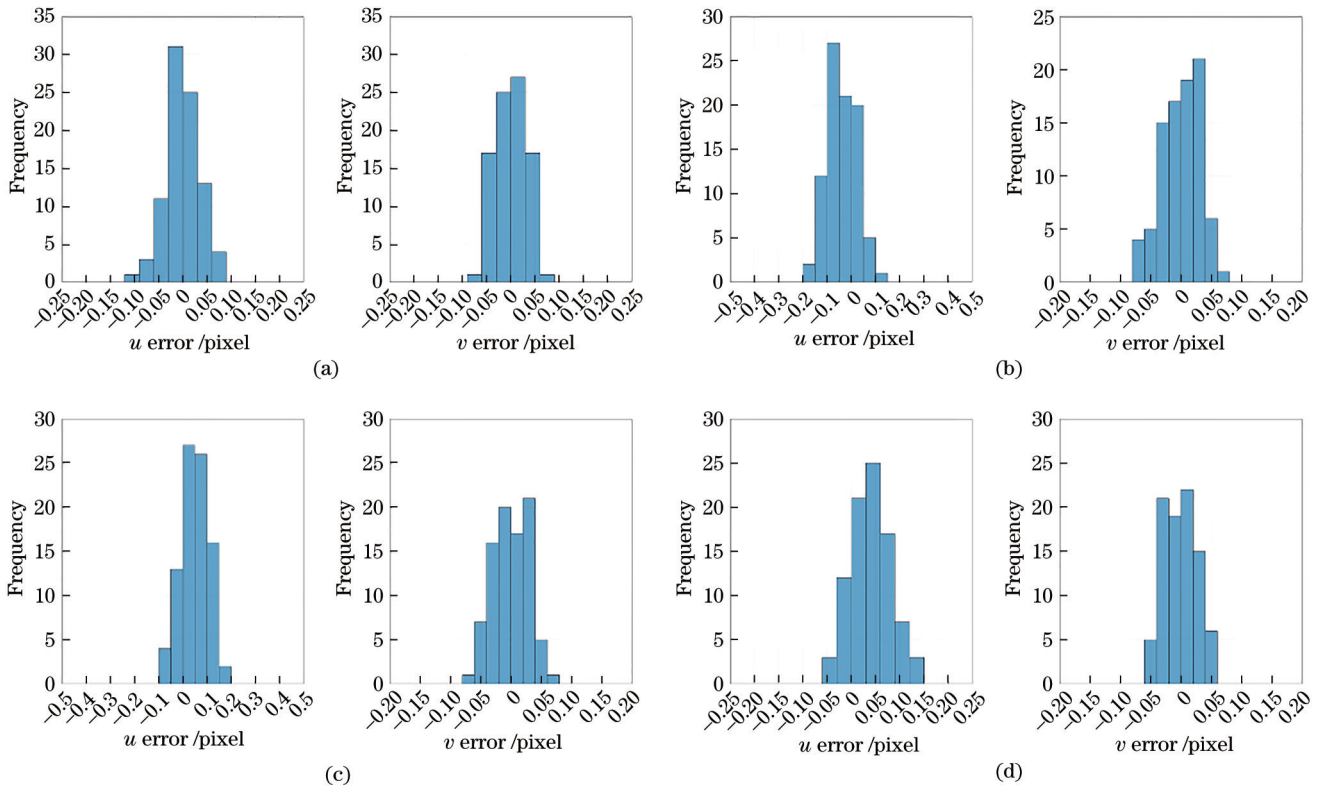


图 17 PnP 算法重投影误差。(a)  $h=1000 \text{ mm}$ ; (b)  $h=1500 \text{ mm}$ ; (c)  $h=2000 \text{ mm}$ ; (d)  $h=2500 \text{ mm}$

Fig. 17 Reprojection error of PnP algorithm. (a)  $h=1000 \text{ mm}$ ; (b)  $h=1500 \text{ mm}$ ; (c)  $h=2000 \text{ mm}$ ; (d)  $h=2500 \text{ mm}$



### 4.2 转台引入的误差

如图 18 所示,为便于分析转角影响系统标定模型,以双目相机外参标定为例,假设第  $i$  时刻靶标至相机  $i$  的位姿变换为单位阵  $I$ ,即相机坐标系  $O_{c_i}-x_{c_i},y_{c_i},z_{c_i}$  与靶标坐标系  $O_{s_i}-x_{s_i},y_{s_i},z_{s_i}$  重合,靶标转动  $\theta$  角至第  $j$  时刻,记靶标旋转前后的位姿变换为  ${}^iM_j^p$ ,同样设此时靶标至相机  $j$  的位姿变换为单位阵  $I$ ,记相机  $i$  至相机  $j$  的位姿变换为  ${}^iM_j^c$ 。则有:

$${}^iM_j^c = {}^iM_j^p. \quad (22)$$

考虑转台的精度为  $0.2^\circ$ ,从起始位置开始依次旋转  $10^\circ$ ,共进行 21 次仿真实验,分别计算它们的姿态误差和位置误差,如图 19 和 20 所示。

从图 20 可以看出,转台在多相机标定过程产生的

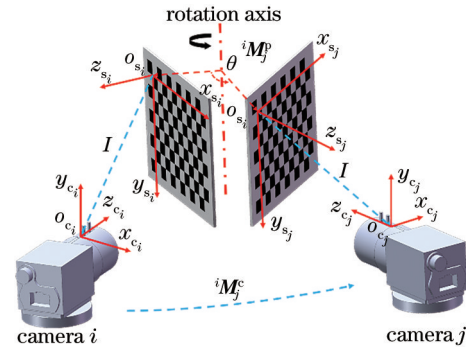


图 18 双目相机外参标定模型

Fig. 18 External parameter calibration model of binocular camera

误差约为  $0.3\text{ mm}$ ,在误差允许范围内,可以满足大尺寸空间测量的精度要求。

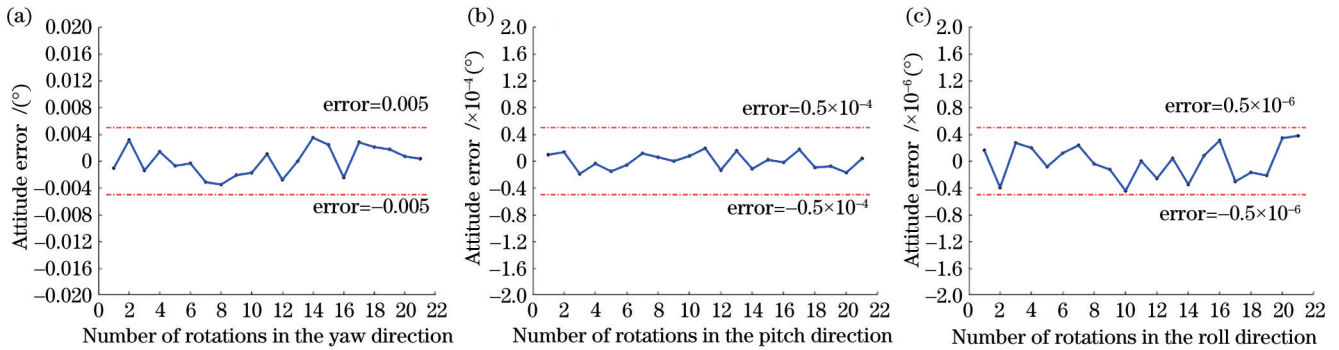


图 19 姿态误差结果。(a) 偏航角方向;(b) 俯仰角方向;(c) 翻滚角方向

Fig. 19 Attitude error results. (a) Yaw direction; (b) pitch direction; (c) roll direction

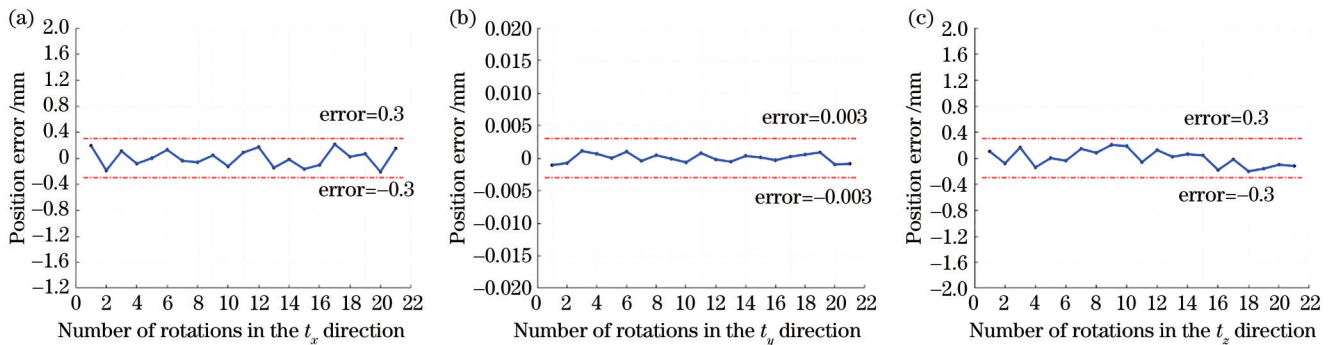


图 20 位置误差结果。(a)  $t_x$  方向;(b)  $t_y$  方向;(c)  $t_z$  方向

Fig. 20 Position error results. (a)  $t_x$  direction; (b)  $t_y$  direction; (c)  $t_z$  direction

## 5 结 论

针对现有多相机系统在无公共视场时标定过程繁琐问题,本文提出了一种基于旋转标定板的多相机系统标定方法。旋转标定系统由转台和标定板组成,多相机系统通过转台转角仅需获取单幅完整棋盘格图像就可以实现相机的全局标定,且该方法不受限于相机的视场范围。通过建立误差模型,分析了 PnP 算法和转台转角对于多相机系统标定的影响。实验结果表明,该方法的标定精度达到了亚毫米级,能够满足大尺

寸空间测量的精度要求。

### 参 考 文 献

- [1] Zhang J, Zhang P, Deng H X, et al. High-accuracy three-dimensional reconstruction of vibration based on stereo vision[J]. Optical Engineering, 2016, 55(9): 091410.
- [2] 尹仕斌,任永杰,刘涛,等. 机器视觉技术在现代汽车制造中的应用综述[J]. 光学学报, 2018, 38(8): 0815001. Yin S B, Ren Y J, Liu T, et al. Review on application of machine vision in modern automobile manufacturing[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(8): 0815001.
- [3] Gonzalez R C, Safabakhsh R. Computer vision

- techniques for industrial applications and robot control[J]. *Computer*, 1982, 15(12): 17-32.
- [4] Wu Z J, Guo W B, Li Y Y, et al. High-speed and high-efficiency three-dimensional shape measurement based on Gray-coded light[J]. *Photonics Research*, 2020, 8(6): 819-829.
- [5] Fang W, Yang K, Li H Y. Propagation-based incremental triangulation for multiple views 3D reconstruction[J]. *Chinese Optics Letters*, 2021, 19(2): 021101.
- [6] Lin J M, Du Z H, Yu C Y, et al. Machine-vision-based acquisition, pointing, and tracking system for underwater wireless optical communications[J]. *Chinese Optics Letters*, 2021, 19(5): 050604.
- [7] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [8] 施佳豪, 王庆, 冯悠扬. 基于三维标定板的相机标定方法[J]. *传感器与微系统*, 2021, 40(6): 48-51.  
Shi J H, Wang Q, Feng Y Y. Camera calibration method based on 3D calibration plate[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2021, 40(6): 48-51.
- [9] 侯艳丽, 苏显渝, 陈文静. 光学测量系统中相机主点与转台轴线的对中方法[J]. *中国激光*, 2019, 46(11): 1104002.  
Hou Y L, Su X Y, Chen W J. Centering of camera principal point and turntable axis in optical measurement systems[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(11): 1104002.
- [10] Zhang J, Zhu J, Deng H X, et al. Multi-camera calibration method based on a multi-plane stereo target[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(34): 9353-9359.
- [11] 马玛双, 杨小冈, 李传祥, 等. 基于空间约束的非重叠视场相机精确标定方法[J]. *光学学报*, 2019, 39(10): 1015003.  
Ma M S, Yang X G, Li C X, et al. Accurate calibration method for non-overlapping fields of cameras based on spatial constraints[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(10): 1015003.
- [12] 王刚, 尚洋, 关棒磊, 等. 无重叠视场多相机组安装关系的灵活标定[J]. *中国激光*, 2017, 44(6): 0604004.  
Wang G, Shang Y, Guan B L, et al. Flexible calibration of setting relation of a multi-camera rig for non-overlapping views[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(6): 0604004.
- [13] 赵涵卓, 高楠, 孟召宗, 等. 双视角三维测量系统同时标定方法[J]. *光电工程*, 2021, 48(3): 200127.  
Zhao H Z, Gao N, Meng Z Z, et al. Method of simultaneous calibration of dual view 3D measurement system[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2021, 48(3): 200127.
- [14] 潘华伟, 杨振先, 高春鸣, 等. 一种基于平面模板的多摄像机标定方法[J]. *计算机应用研究*, 2011, 28(11): 4357-4360.  
Pan H W, Yang Z X, Gao C M, et al. Multi-camera calibration method using planar patterns[J]. *Application Research of Computers*, 2011, 28(11): 4357-4360.
- [15] Xu Z Y, Wang Y, Yang C. Multi-camera global calibration for large-scale measurement based on plane mirror[J]. *Optik*, 2015, 126(23): 4149-4154.
- [16] 鲁亚楠, 万子敬, 王向军. 一种无公共视场相机位置关系的求解方法[J]. *应用光学*, 2017, 38(3): 400-405.  
Lu Y N, Wan Z J, Wang X J. Solution to relative position of cameras without public FOV[J]. *Journal of Applied Optics*, 2017, 38(3): 400-405.
- [17] 朱帆, 于芳苏, 吴易明, 等. P4P法相机姿态标定精度分析[J]. *光学学报*, 2018, 38(11): 1115005.  
Zhu F, Yu F S, Wu Y M, et al. Analysis of attitude calibration precision of P4P camera[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(11): 1115005.
- [18] Lepetit V, Moreno-Noguer F, Fua P. EPnP: an accurate O(n) solution to the PnP problem[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2008, 81(2): 155-166.
- [19] 赵显庭. 多自由度双目立体视觉系统研究[D]. 天津: 天津大学, 2018: 17-26.  
Zhao X T. Research on multiple degrees of freedom binocular stereo vision system[D]. Tianjin: Tianjin University, 2018: 17-26.
- [20] 于之靖, 李泽川, 李鑫, 等. 基于旋转平台的全空间单目光笔测量方法[J]. *光学学报*, 2020, 40(23): 2312001.  
Yu Z J, Li Z C, Li X, et al. Full space monocular light pen measurement method based on rotary platform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(23): 2312001.
- [21] 潘国荣, 陈晓龙. 空间圆形物体数据拟合新方法[J]. *大地测量与地球动力学*, 2008, 28(2): 92-94.  
Pan G R, Chen X L. A new method for 3d circular object fitting[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2008, 28(2): 92-94.
- [22] 姚宜斌, 黄书华, 孔建, 等. 空间直线拟合的整体最小二乘算法[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2014, 39(5): 571-574.  
Yao Y B, Huang S H, Kong J, et al. Total least squares algorithm for fitting spatial straight lines[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(5): 571-574.
- [23] Ni Y B, Wang X J, Yin L. Relative pose estimation for multiple cameras using Lie algebra optimization[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(11): 2963-2972.
- [24] Tjaden H, Schwanecke U, Schomer E, et al. A region-based Gauss-Newton approach to real-time monocular multiple object tracking[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2019, 41(8): 1797-1812.
- [25] Hu G, Feng Z Z, Cao J, et al. Nonlinear calibration optimization based on the Levenberg-Marquardt algorithm[J]. *IET Image Processing*, 2020, 14(7): 1402-1414.