

# 激光与光电子学进展

## 阵列天线方向图修正算法

张鑫<sup>1</sup>, 万明<sup>2\*</sup>, 陆德江<sup>1</sup>

<sup>1</sup>空军工程大学研究生院, 陕西 西安 710038;

<sup>2</sup>空军工程大学航空工程学院, 陕西 西安 710038

**摘要** 为进一步优化天线阵列激励得到的宽零陷和低旁瓣的方向图,通过软件 Matlab2019b 对天线阵列波束成形算法进行仿真,对比方向图分析说明,在原有约束的基础上增加二次约束以及改进协方差的方式存在展宽主瓣的问题。为了在展宽零陷和抑制旁瓣的同时保持主瓣宽度不变,提出了基于幅值十分位粒子群并行寻优的线性约束最小方差(LCMV)方向图修正算法。该算法通过对比几种算法所得到的天线阵列激励的特点,引入先验信息,仅对权矢量的幅值寻优缩小可行解空间,同时改进粒子群算法寻优机制,通过十分位寻优方法使算法收敛更稳定,并且对粒子群算法代码向量化,同时利用图形处理器使每个粒子同时更新,实现粒子群并行算法,加快算法计算时间。仿真结果表明:该算法能实现展宽零陷和低旁瓣的同时,保持主瓣宽度,在所对比的算法中效果最好,同时基于幅值十分位粒子群并行算法收敛所需的迭代次数更少,计算速度更快,且天线规模越大提升越明显。

**关键词** 傅里叶光学与信号处理; 波束形成; 粒子群优化算法; 并行计算; 零陷展宽

中图分类号 TN991.7

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1707003

## Correction Algorithm of Array Antenna Patterns

Zhang Xin<sup>1</sup>, Wan Ming<sup>2\*</sup>, Lu Dejiang<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Graduate School, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, Shaanxi, China;

<sup>2</sup>Aviation Engineering School, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, Shaanxi, China

**Abstract** Antenna array beamforming algorithm is simulated using Matlab2019b to optimize antenna array excitation for obtaining wide nulls and low sidelobe patterns. Comparative pattern analysis shows that adding quadratic constraints based on the original constraints and improving the covariance have the drawback of widening the main lobe. This study proposes a linear constrained minimum variance (LCMV) pattern correction algorithm based on parallel optimization of amplitude decile particle swarms to maintain the width of the main lobe while maintaining wide nulls and low sidelobes. The algorithm compares the characteristics of the antenna array excitation obtained using several algorithms, introduces preliminary information, optimizes only the magnitude of the weight vector to narrow the feasible solution space, improves the optimization mechanism of the particle swarm algorithm, and adopts the decile optimization method. The algorithm convergence is made more stable, and the particle swarm algorithm code is vectorized. A graphics processing unit is used to simultaneously update each particle, realize the particle swarm parallel algorithm, and speed up the computational time of the algorithm. The simulation results show that the algorithm can achieve a widening of nulls and low sidelobes while maintaining the width of the main lobe. In addition, it has the best effect among the compared algorithms. Simultaneously, the convergence of the particle swarm parallel algorithm based on the amplitude decile requires fewer iterations and it has faster computational speed, and the improvement is more obvious when the antenna scale is larger.

**Key words** Fourier optics and signal processing; beamforming; particle swarm optimization algorithm; parallel computing; null broadening

收稿日期: 2021-11-01; 修回日期: 2021-12-23; 录用日期: 2022-03-03

通信作者: \*afwanming@163.com

## 1 引言

在现代战争中,外军在通信侦查、截获、干扰以及新概念武器等方面迅速发展,“陆海空天电网”六位一体作战模式在美军六代机的设计中被重点考虑<sup>[1-3]</sup>。现在,通信抗干扰必须由传统的单一信道狭义抗干扰向多维空间的广义抗干扰发展<sup>[4]</sup>。传统的抗干扰技术已经出现许多其无法解决的干扰手段,而空间域是目前热门的研究领域,波束形成(BF)是其中的重要环节,对于发射天线而言,希望其能够在某一方向上集中能量进行信号发射,减少信息泄露的风险;对于接收天线而言,希望其能够加强期望方向(ED)上的信号,抑制干扰方向(ID)上的信号<sup>[5]</sup>。

BF算法在应用中存在许多问题,例如需要知道干扰信号的波达方向,以及算法所形成的波形容易受到方向估计误差的影响而产生畸变,导致零陷对不准干扰方向;同时自适应BF算法对干扰自适应调零时,零陷太窄,旁瓣过高,在干扰源快速移动时,无法对其进行较好的抑制<sup>[6]</sup>。针对上述问题,有学者提出了解决方法,通过在原有约束的基础上增加二次约束,使得波形既可以在干扰方向形成零陷又能结合静态方向图的低旁瓣优点<sup>[7-13]</sup>。但是这些方法会导致主瓣展宽,无法求解复杂约束问题。目前,基于群智能算法的BF算法成为解决问题的又一方法,群智能算法能够求解复杂约束问题,应用十分广泛<sup>[14-16]</sup>,但是该算法受到收敛速度的限制,无法满足实时性要求。

本文将零陷展宽算法和线性约束低旁瓣算法<sup>[17]</sup>通过线性约束方向图控制(LCPCA)算法进行结合,对比分析其算法特点,并且比较阵元权矢量的幅度和相位变化,发现相位特点。利用此分析结果改进粒子群优化(PSO)算法,使用线性约束最小方差(LCMV)算法和LCPCA算法的结果初始化PSO部分粒子,同时对权矢量的幅值寻优,相位默认为LCMV算法结果,并且约束粒子的位置,取十分位仿真,减小待解空间的大小,加快收敛速度,最后借鉴并行计算思想,进一步提升算法的运算速度。

## 2 天线阵列和信号模型

BF是加权不同空间位置的天线接收信号的幅度和相位,达到加强期望信号、抑制干扰和噪声的目的,由乘法器和延时器实现。电磁波在空间中传播,通过天线被转换为电信号,这个过程的建模十分复杂,可以考虑主要矛盾,建立参数化的数学模型,能够有效解决问题,此时需要对天线和其接收的信号作出一定的假设:

1) 天线阵列的各个阵元是全向同性的,且位置已知,阵元间的间隔距离不大于信号的半波长;

2) 阵元的接收特性只与其位置有关,阵元间的耦合忽略不计;

3) 天线各个阵元接收的噪声为高斯白噪声,且相互统计独立,且噪声与信号统计独立;

4) 考虑的信号为窄带信号,忽略阵元信号间幅度的差异。

考虑信号载波的形式为:  $e^{j\omega t}$ , 于是基准阵元的接收信号为  $s(t)e^{j\omega t}$ , 相对基准点坐标为  $\mathbf{d}=(d_x, d_y, d_z)$ , 阵元的接收信号为

$$s_d(t)=s(t-\mathbf{r}^T\mathbf{l})\exp[j(\omega t-\mathbf{r}^T\mathbf{l})], \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{l}$  表征信号的来波方向,  $\mathbf{l}=(\sin\theta\cos\phi, \cos\theta\cos\phi, \sin\phi)$ ,  $\theta, \phi$  分别为方位角和仰角;  $\mathbf{r}$  表示阵元的位置信息。由于考虑到信号为窄带信号, 所以信号可以近似为

$$s_d(t)=s(t)\exp[j(\omega t-\mathbf{r}^T\mathbf{l})], \quad (2)$$

实际上阵列信号通常处理基带信号, 用矢量形式表示所有阵元的接收信号为

$$\vec{\mathbf{s}}(t)=s(t)[1, e^{-j\mathbf{r}_1^T\mathbf{l}}, \dots, e^{-j\mathbf{r}_M^T\mathbf{l}}], \quad (3)$$

令  $\mathbf{a}(\theta, \phi)=[1, e^{-j\mathbf{r}_1^T\mathbf{l}}, \dots, e^{-j\mathbf{r}_M^T\mathbf{l}}]$ , 因为  $\mathbf{r}_i$  只与阵元位置有关, 而  $\mathbf{l}$  与来波方向有关, 所以当阵元结构确定时,  $\mathbf{a}(\theta, \phi)$  是以方位角和仰角为变量的函数, 当考虑所有方位被天线接收到的信号时,  $\vec{\mathbf{A}}=[\mathbf{a}(\theta_1, \phi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \phi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K, \phi_K)]$ ,  $\vec{\mathbf{A}}$  被称为阵列流形, 代表所有信源的方向。假设信源的信号为

$$\vec{\mathbf{S}}(t)=[s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)], \quad (4)$$

于是第  $M$  个阵元的输出为

$$x_M=\sum_{i=1}^K s_i(t)e^{-j\mathbf{r}_i^T\mathbf{l}}+n_M(t), \quad (5)$$

于是阵列信号模型为

$$\vec{\mathbf{X}}(t)=\vec{\mathbf{A}}\times\vec{\mathbf{S}}(t)+\vec{\mathbf{N}}(t), \quad (6)$$

式中:

$$\vec{\mathbf{X}}(t)=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]; \quad (7)$$

$$\vec{\mathbf{N}}(t)=[n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]. \quad (8)$$

## 3 相关算法

### 3.1 LCMV 算法理论

LCMV算法是由Frost在20世纪70年代提出来的,是在Capon提出的最小方差无失真响应(MVDR)算法的基础上发展而来的。Capon算法是基于功率倒置思想,通过约束期望信号的响应不变,求得功率最小的阵元加权,LCMV算法在Capon算法的基础上增加了对干扰源方向的约束,使算法对干扰抑制效果更好,二者都是线性约束的优化算法。

MVDR算法可表述为

$$\begin{cases} \min: \mathbf{P}(\mathbf{w})=\mathbf{w}^H\mathbf{R}\mathbf{w} \\ \mathbf{w}^H\mathbf{a}(\theta_0, \phi_0)=1 \end{cases}, \quad (9)$$

根据拉格朗日数乘法构造目标函数:

$$J(\omega)=\frac{1}{2}\mathbf{w}^H\mathbf{R}\mathbf{w}-\lambda[\mathbf{w}^H\mathbf{a}(\theta_0, \phi_0)-1], \quad (10)$$

对  $w$  求导得

$$w = \lambda R^{-1} a(\theta_0, \phi_0), \quad (11)$$

将约束条件  $w^H a(\theta_0, \phi_0) = 1$  代入得

$$\begin{cases} \lambda = \frac{1}{a^H(\theta_0, \phi_0) R^{-1} a(\theta_0, \phi_0)} \\ w_{\text{opt}} = \frac{R^{-1} a(\theta_0, \phi_0)}{a^H(\theta_0, \phi_0) R^{-1} a(\theta_0, \phi_0)} \end{cases}. \quad (12)$$

LCMV 算法可以表述为

$$\begin{cases} \min: P(w) = w^H R w \\ w^H C = f \end{cases}, \quad (13)$$

式中:  $C = [a(\theta_0, \phi_0), a(\theta_1, \phi_1), \dots, a(\theta_s, \phi_s)]$ , 为所有信源的导向矢量, 是在 MVDR 的基础上, 增加了对干扰信源的约束:  $f = [1, 0, \dots, 0]$ 。同理, 根据拉格朗日数乘法得

$$\begin{cases} \lambda = \frac{1}{C^H R^{-1} C} \\ w_{\text{opt}} = \frac{R^{-1} C f^T}{C^H R^{-1} C} \end{cases}. \quad (14)$$

通过拉格朗日数乘法能增强期望信号, 抑制干扰信号, 但是矩阵求逆的计算量大, 当阵元规模变大时, 计算量会急剧增加, 通常是三次方的关系。可以利用迭代计算替代矩阵求逆减小计算量, 迭代方法通常有基于梯度下降的最小均方误差(LMS)算法、基于最小二乘的递归最小二乘(RLS)算法、牛顿法的 Newton 算法以及改进型, 改进的方法主要是下降步长, 这类算法存在收敛问题, 本文使用的是矩阵求导方法。

### 3.2 基于线性约束的方向图控制

在应用中, 通过 LCMV 的 BF 抑制干扰, 会提高旁瓣并且对干扰形成的零陷太窄, 无法有效抑制快速移动的干扰, 可以通过低旁瓣和展宽零陷自适应方向图控制来提升抗干扰能力, 增加对 LCMV 算法的线性约束就能使波形自适应抑制干扰, 同时保留低旁瓣特性。

假设通过自适应方向图控制得到的静态综合权值为  $w_0$ , 基于线性约束的 LCMV 算法可以表述为

$$\begin{cases} \min: P(w) = w^H R w \\ \min: \|w - w_0\|_F^2 \\ w^H C = f \end{cases}, \quad (15)$$

此问题可以等价于

$$\begin{cases} \min: P(w) = w^H R w \\ w^H [C, \frac{w_0}{w_0^H w_0}] = [f, 1] = \bar{f} = w^H \bar{C} \end{cases}, \quad (16)$$

实质是改变 LCMV 算法的约束条件, 形式没有改变, 算法的解法和 LCMV 算法的解法相同, 解得

$$\begin{cases} \lambda = \frac{1}{\bar{C}^H R^{-1} \bar{C}} \\ w_{\text{opt}} = \frac{R^{-1} \bar{C} \bar{f}^T}{\bar{C}^H R^{-1} \bar{C}} \end{cases}. \quad (17)$$

经过基于线性约束的 LCMV 自适应方向图控制, 既能使方向图自适应抑制干扰, 同时使旁瓣压低, 如何使方向图自适应控制干扰, 求得对应权值成为关键, 下面将通过两步最小均方算法控制方向图。

### 3.3 基于两步最小均方算法的方向图控制

根据建立的模型, 阵列响应可以表述为

$$P(\theta, \phi) = w^H V(\theta, \phi),$$

$$0 < \theta_i < 360^\circ, 0 < \phi_i < 180^\circ$$

$$V(\theta, \phi) = [a(\theta_1, \phi_1), a(\theta_2, \phi_2),$$

$$a(\theta_3, \phi_3), \dots, a(\theta_N, \phi_N)], \quad (18)$$

方向图控制可以通过公式表述为

$$\min: \|P(\theta, \phi) - P_d(\theta, \phi)\|^2, \quad (19)$$

式中,  $P_d(\theta)$  为期望的方向图响应, 可以进一步分解期望响应的幅相:

$$\begin{aligned} \min: \|P(\theta, \phi) - P_d(\theta, \phi)\|^2 &= \min: \|w^H V - P_{dp}(\theta, \phi) \cdot \\ \text{diag}(P_{dm}(\theta, \phi))\|^2 &P_{dm}(\theta, \phi) = |P_d(\theta, \phi)|, P_{dp}(\theta, \phi) = \\ &\exp(j\angle P_d(\theta, \phi)), \end{aligned} \quad (20)$$

此时的最优解为

$$w_{\text{opt}} = (V V^H)^{-1} V P_d^H. \quad (21)$$

通过两步最小均方算法进行方向图控制对角度的采样点通常会远大于天线阵元的个数, 为了减小计算量, 通常每次迭代中, 只取主瓣角度和旁瓣上大于期望响应的角度进行计算, 算法步骤为:

- 1) 通过 BF 算法, 如 LCMV 算法求得阵元权矢量, 初始化阵列响应;
- 2) 根据初始化阵列响应设计阵列的期望响应;
- 3) 对比阵列响应和期望响应, 得到含空间采样信息的方向矩阵  $V$  和  $P_{dm}(\theta, \phi)$ , 其中,

$$P_{dm}(\theta, \phi) = [P_{\text{main}}, P_{dm}(\theta_1, \phi_1),$$

$$P_{dm}(\theta_2, \phi_2), \dots, P_{dm}(\theta_L, \phi_L)], \quad (22)$$

$$V = [a_{\text{main}}, a_1, a_2, \dots, a_L], \quad (23)$$

$P_{\text{main}}$  和  $a_{\text{main}}$  分别是主瓣区域的阵列响应和导向矢量;

- 4) 迭代更新阵列权值, 迭代公式为

$$P_{dp} = w_{n-1}^H V \cdot [\text{diag}(P_{dm})]^{-1}, \quad (24)$$

$$P_{dp0} = \frac{P_{dp}}{|P_{dp}|}, \quad (25)$$

$$w_n = (V V^H)^{-1} V \text{diag}(P_{dm}) P_{dp0}^H, \quad (26)$$

$$n = n + 1. \quad (27)$$

然后根据阵列权值更新阵列响应, 重复步骤 3) 和 4), 直到满足收敛条件时停止, 常用的收敛条件为  $\|w_n - w_{n-1}\|^2 < \epsilon$ , 根据文献[15]的结论,  $\epsilon$  常取  $10^{-4}$ , 而空间角度的扫描间隔为  $0.1^\circ$ 。

### 3.4 Mailloux 零陷展宽算法

通过在原干扰源附近增加多个非相干干扰源来替代原干扰, 扩展零陷的宽度, Mailloux 提出的展宽零陷的方法<sup>[11]</sup>就是基于这种思想, 其通过优化协方差矩阵来实现零陷展宽, 可以表述为

$$\hat{R} = T \circ R, \quad (29)$$



式中，“ $\circ$ ”为哈达玛积，设  $\mathbf{R}, \mathbf{T} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ ，其中  $\mathbf{R} = \{r_{ij}\}$ ， $\mathbf{T} = \{t_{ij}\}$ ，则有

$$\mathbf{T} \circ \mathbf{R} = \{r_{ij}t_{ij}\}. \quad (30)$$

$\mathbf{T}$  有许多种形式，其中一种为

$$[\mathbf{T}]_{mm} = \frac{\sin\left(\frac{(m-n)\Delta}{\pi}\right)}{(m-n)\Delta} = \sin c\left(\frac{(m-n)\Delta}{\pi}\right), \quad (31)$$

式中，“ $\Delta$ ”代表零陷宽度，算法通过优化协方差矩阵能够达到展宽零陷的目的，但是会以牺牲零陷深度作为代价。通过 LCMV 的公式：

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{f}^T}{\mathbf{C}^H\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}} \quad (32)$$

可以发现，扩展零陷和压低旁瓣是分别对协方差矩阵  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{C}\mathbf{f}$  两方面的修改，如果将二者同时进行，在压低旁瓣的同时又扩展了零陷。

## 4 PSO 算法及其改进

### 4.1 PSO 算法

PSO 算法是典型的群智能算法，受到鸟类、蜂群的行为启发，由 Kennedy 等在 20 世纪末提出。基本思想是通过生成一批粒子，在含有解的空间内寻找最优目标点，所设计的粒子没有质量和体积，只有速度和位置，受到蜂群和鸟群的启发，粒子群通过个体协作和信息共享来寻找最优解，这里的协作和信息共享体现在粒子的位置和速度更新通过粒子的历史最优位置和种群的历史最优位置进行，需要注意的是所有粒子在初始化时一般随机均匀分布在含有解的空间中。

算法可以表述为

$$v_i = \omega_{\text{pso}} \times v_i + c_1 \times \text{rand}() \times (p_i^{\text{best}} - x_i) + c_2 \times \text{rand}() \times (g_i^{\text{best}} - x_i), \quad (33)$$

$$x_i = x_i + v_i, \quad (34)$$

式中： $v_i$  和  $x_i$  分别表示第  $i$  个粒子的速度和位置； $\text{rand}()$  表示随机产生均匀分布于区间  $[0, 1]$  的随机数； $p_i^{\text{best}}$  和  $g_i^{\text{best}}$  分别表示该粒子的历史最优值和全体粒子的历史最优值； $\omega_{\text{pso}}$  表示惯性因子，值较大时全局寻优能力强，值较小时局部寻优能力强，在 PSO 算法的改进版本中可以动态变化； $c_1, c_2$  分别是个体学习因子和社会学习因子，一般为常数。PSO 算法修正 LCMV 算法形成的波形为期望波形，通过上下界对波束进行约束，计算适应度函数值寻优，如图 1 所示。

适应度函数设置为如下形式：

$$\Delta F_i(\phi, \varphi) = F(\phi, \varphi) - F_{\text{LCMV}_i}(\phi, \varphi), \quad (35)$$

$$Y_1 = \sum_{\varphi=-90^\circ}^{90^\circ} \sum_{\phi=-180^\circ}^{180^\circ} \Delta F^k [1 + \text{sgn}(\Delta F)], \quad (36)$$

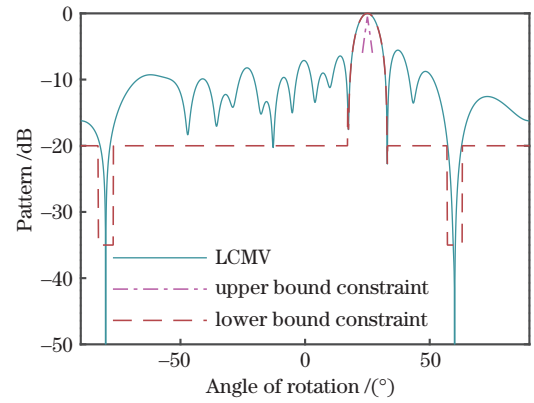


图 1 波形约束

Fig. 1 Waveform constrain

$$Y_2 = \sum_{\varphi=\varphi_1}^{\varphi_2} \sum_{\phi=\phi_1}^{\phi_2} [-\Delta F_2(\phi, \varphi)]^k \{1 + \text{sgn}[-\Delta F_2(\phi, \varphi)]\}, \quad (37)$$

$$Y = Y_1 + Y_2, \quad (38)$$

式中： $F_{\text{LCMV}_1}(\phi, \varphi)$  和  $F_{\text{LCMV}_2}(\phi, \varphi)$  分别为修改 LCMV 后的期望波形的上界和下界； $\text{sgn}()$  表示信号处理中的符号函数； $Y$  为适应度函数，PSO 算法通过寻找使得  $Y$  最小的阵元权矢量，修正 LCMV 算法的波形。

### 4.2 粒子初始化方法和位置约束

PSO 算法近年来由于其对于寻优的鲁棒性、全局性，不受到约束形式限制使用，而被用于阵列天线 BF 当中。基于 PSO 算法进行 BF 的改进算法有很多，特别是和遗传算法的结合，对 PSO 算法的粒子个体进行精英策略的进化，对粒子进行淘汰、继承、变异等操作，能够提升 PSO 算法的寻优速度和全局寻优能力；算法也可以通过模拟退火算法，赋予一定的概率接受次优解，提高 PSO 算法避免陷入局部最优解的能力。

但是缺乏对 PSO 算法计算量的改进，本文通过对粒子群寻优的空间进行限制，能够减小 PSO 算法的计算量，提高寻优速度，提高实时性。改进的 PSO 算法通过仅对归一化后的阵元权值进行十分位离散寻优，就能够压低 LCMV 形成的波束的旁瓣且展宽其零陷。

算法可以表述为

$$v_i = \omega_{\text{pso}} \times v_i + c_1 \times \text{rand}() \times (p_i^{\text{best}} - x_i) + c_2 \times \text{rand}() \times (g_i^{\text{best}} - x_i), \quad (39)$$

$$x_i = x_i + v_i, x_i = \frac{\text{round}(x_i \times 10)}{10}, \quad (40)$$

式中， $\text{round}()$  表示四舍五入的取整函数。需要注意的是，当  $x_i$  实部或虚部的绝对值超过 1 时，需要将超过的部分减去。

同时，为了使算法的收敛速度加快，使用 LCMV 算法和两步最小均方 (TSLSM) 算法的结果对部分粒子初始化。设  $\omega_{\text{LCMV}}$ 、 $\omega_{\text{TSLSM}}$  分别为 LCMV 算法和

TSLSM 算法求得的权矢量,则有

$$x_1 = w_{LCMV}, x_2 = w_{TSLSM}, \quad (41)$$

需要注意的是,速度和其他粒子做相同的随机初始化操作。改进的 PSO 算法的流程图如图 2 所示。

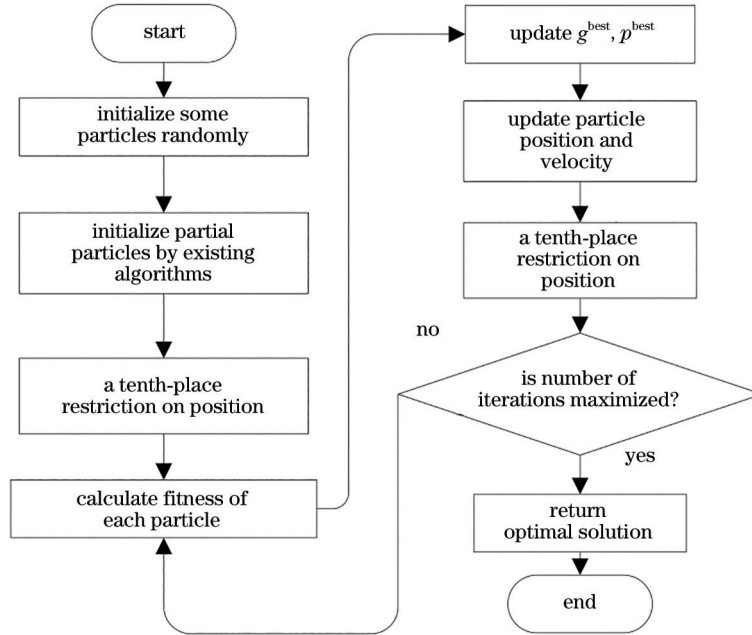


图 2 改进的 PSO 算法流程图

Fig. 2 Flow chart of improved particle swarm optimization (PSO) algorithm

### 4.3 并行运算

在 PSO 算法应用当中,各个粒子的位置和速度依次更新,这个过程不是同时进行的,并且算法整体的仿真或时间应用中和矩阵运算紧密相关,通过中央处理器(CPU)运算速度慢,将图形处理器(GPU)应用到 PSO 算法中,GPU 有很多运算核心,可以模拟 CPU 计算,虽然模拟的单个 CPU 不如真正的 CPU 运算速度快,但是数量多,通过并行计算,能够极大地提高实时性,具体实现过程是将粒子更新过程中含有粒子信息的矩阵通过 `gpuArray()` 函数传入到计算机 GPU 上,通过 GPU 完成粒子群的更新运算。

## 5 计算机仿真试验

### 5.1 试验 1

16 等距线阵中,阵元距离为半波长,期望信源方向设为  $0^\circ$ ;两个不相关的干扰信源,方向分别为  $-80^\circ$  和  $60^\circ$ ,因为 LCMV 算法会功率倒置,所以信号功率要小于干扰功率才能在期望信源上形成主瓣,信干比为  $-20$  dB;噪声为高斯白噪声,信噪比为  $0$  dB,快拍数为 3000,空间采样点为  $0.1^\circ$ ;仿真涉及的所有信号均由互相独立的高斯白噪声代替,期望信源的载波频率为  $500$  MHz,干扰信源的载波频率为  $500$  MHz。

对比图 3 可知,LCPCA 算法可以自适应抑制干扰,增强期望信源的同时,扩展零陷宽度和压低旁瓣,说明 TSLSM 和 Mailloux 可以同时修正波形。需要注意的是,在改进的同时以主瓣宽度变宽作为了代价;而

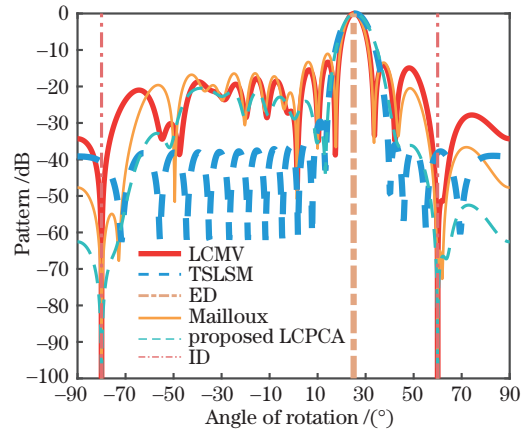


图 3 波形修正对比

Fig. 3 Comparison of waveform correction

TSLSM 算法能够基本保持  $-40$  dB 低旁瓣,原因是没有形成零陷,对权矢量的约束少。

图 4 为 4 种方法形成权矢量幅度结果,从图中观察到,4 幅图的幅度相差较大,前两种算法的权矢量幅度跨度小在  $0.5$  左右以内,而后两种跨度在  $1$  以内,跨度小的旁瓣高,跨度大的旁瓣低,LCPCA 算法权矢量幅度是综合前 3 种方法的结果,能够有效压低旁瓣,同时权值的分布线不光滑,能够抑制干扰,展宽零陷。

需要注意的是,4 个权矢量的相位基本一致,这一发现有助于 PSO 算法进一步缩小待解空间,提高算法收敛速度。

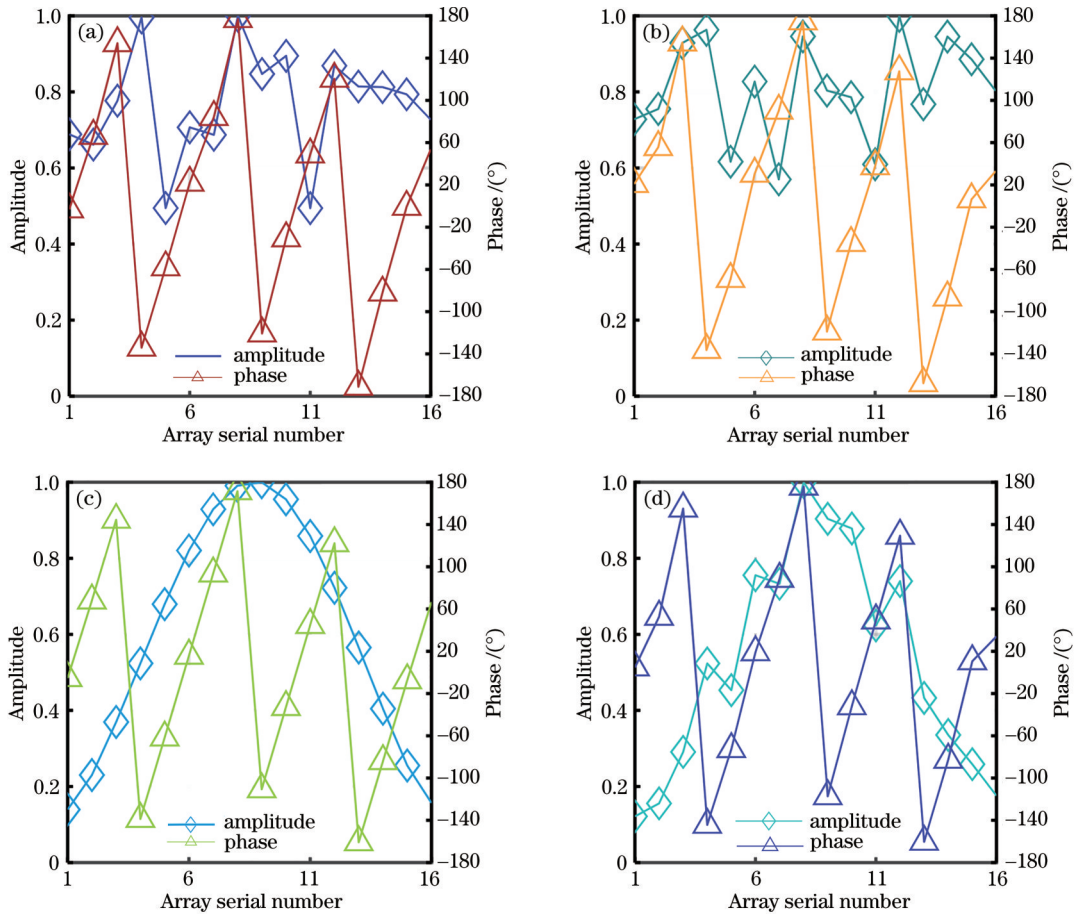


图 4 不同算法的阵元权重矢量对比。(a) LCMV 算法; (b) Mailloux 算法; (c) TLSLM 算法; (d) 提出的 LCPCA 算法  
Fig. 4 Comparison of matrix element weight vectors of different algorithms. (a) LCMV algorithm; (b) Mailloux algorithm; (c) TLSLM algorithm; (d) proposed LCPCA algorithm

### 5.2 试验 2

信号、阵元的设置和试验 1 相同,种群数设置为 200,迭代次数为 200,惯性因子  $\omega_{ps0}$  为 0.5,学习因子  $c_1, c_2$  都为 2。

图 5 为初始化两位粒子群算法(简称为 IPSO1)、LCPCA 算法、利用 LCPCA 算法结果初始两位粒子群算法(简称为 IPSO2)形成的波形对比。3 种算法

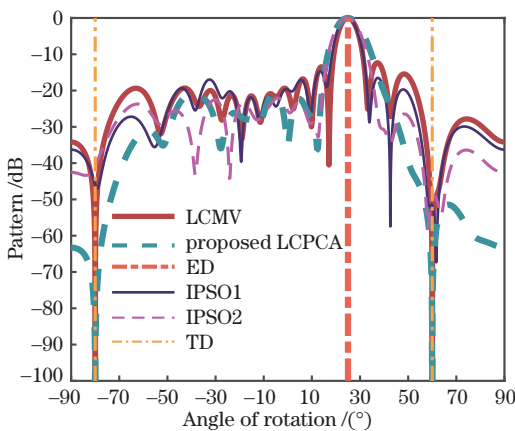


图 5 波形修正对比  
Fig. 5 Comparison of waveform correction

都能对 LCMV 算法形成的波形进行修正,展宽零陷和压低旁瓣,但有所区别。IPSO1 算法的旁瓣相对较高,零陷较窄,但是主瓣最窄;LCPCA 算法零陷深且宽,但是主瓣较宽;IPSO2 算法旁瓣比 IPSO1 算法的低,同时零陷宽,且主瓣较 TLSLM 算法的窄。

图 6 为 IPSO1 算法迭代过程中,主瓣宽度、旁瓣电平、零陷宽度的归一化后的变化情况。从算法迭代过程中可以看出,方向图的主瓣宽度和旁瓣抑制比以及零

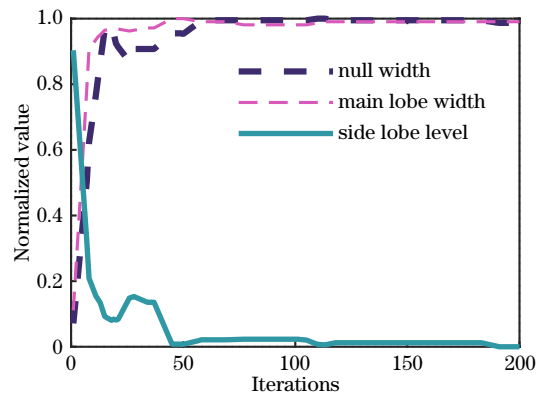


图 6 方向图重要参数迭代变化  
Fig. 6 Iterative changes of important parameters of pattern

陷宽度是矛盾变化的,随着对旁瓣抑制加大和对零陷的加宽,主瓣宽度也随之变宽。图 7 是 4 种算法求得

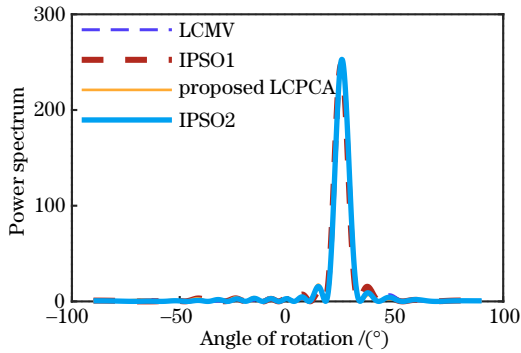


图 7 功率谱对比

Fig. 7 Power spectrum comparison

等的,这也说明无法不受限制地控制方向图形状,方向图的主瓣宽度、旁瓣电平和零陷宽度三者会互相约束,所以需要权衡三者以保持 BF 器件的良好性能。从表 1 的数据对比来看,IPSO2 算法对旁瓣的抑制效果最好,达到了  $-22.07$  dB,而主瓣宽度较 LCPCA 窄  $2.6^\circ$ ,零陷宽度较 LCMV 算法宽大约  $10^\circ$ ,综合而言 IPSO2 算法形成的波形权衡了主瓣宽度、旁瓣电平和零陷宽度,效果较好。表 2 为 4 种算法求得

的各个阵元的权矢量幅度和相位值结果。图 8 为 IPSO1 算法、普通粒子群算法(图中用 NPSO 表示)、未初始化两位 PSO 算法(图中用 PSO 表示)、IPSO2 算法的收敛对比,采用两位有效数字寻优的 PSO 算法相较于 NPSO 算法收敛更稳定,不容易陷入局部极值,效果更好,同时利用 LCMV 和 LCPCA 的结果初始化,能够使粒子群很快寻到低适应度值的权矢量。

表 1 重要特征项对比

Table 1 Comparison of important characteristic items

Feature name	LCMV	IPSO1	LCPCA	IPSO2
Null width / ( $^\circ$ )	15.22	13.49	59.39	25.39
Main lobe width / ( $^\circ$ )	9.69	10.39	14.29	12.89
Side lobe level / dB	$-12.36$	$-14.68$	$-20.67$	$-22.07$
Power spectrum area	20685	20650	20554	20582

表 2 阵元权矢量对比

Table 2 Comparison of array element weight vectors

Serial number	LCMV		IPSO1		LCPCA		IPSO2	
	Amplitude	Phase / ( $^\circ$ )	Amplitude	Phase / ( $^\circ$ )	Amplitude	Phase / ( $^\circ$ )	Amplitude	Phase / ( $^\circ$ )
1	0.72	-3	0.46	5	0.06	12	0.06	-11
2	0.60	81	0.32	57	0.13	112	0.23	102
3	0.89	154	0.64	167	0.30	167	0.34	168
4	0.93	-127	0.64	-138	0.43	-133	0.44	-123
5	0.54	-50	0.59	-46	0.45	-62	0.67	-41
6	0.61	13	0.58	21	0.60	14	0.55	22
7	0.65	98	0.64	99	0.73	97	0.86	105
8	0.88	161	0.85	173	0.91	164	0.90	178
9	0.67	-108	0.66	-105	0.81	-110	0.91	-108
10	1.00	-31	1.00	-33	1.00	-35	1.00	-25
11	0.73	41	0.64	39	0.80	42	0.97	46
12	0.85	97	0.79	106	0.65	111	0.76	107
13	0.81	-159	0.70	-158	0.44	-152	0.53	-163
14	0.75	-87	0.84	-96	0.27	-91	0.49	-87
15	0.85	-3	0.73	-19	0.26	5	0.31	-4
16	0.58	-3	0.52	5	0.12	12	0.32	-11



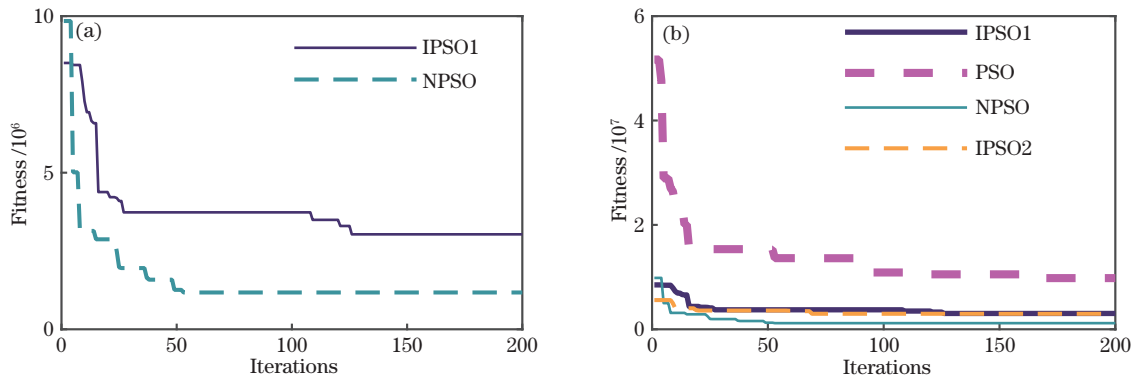


图 8 算法收敛对比。(a)十分位寻优机制收敛性;(b)4种算法收敛对比

Fig. 8 Comparison of algorithm convergence. (a) Convergence of decile optimization mechanism; (b) comparison of convergence of four algorithms

### 5.3 试验 3

将天线阵列的规模分别取 10、20、50、100、200, 对比并行运算 PSO 和串行运算 PSO 的速度, 其他条件和试验 1 相同。

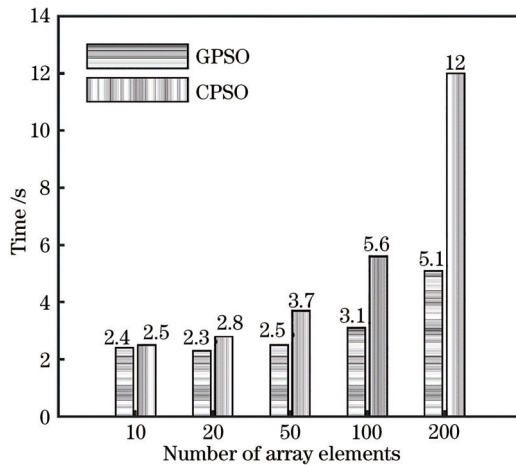


图 9 算法实时性对比

Fig. 9 Real-time comparison of algorithms

通过图 9 可知, GPU 并行运行 PSO 算法的时间相较于 CPU 的时间大大缩短, 且阵列规模越大, 缩短得越多, 因为还存在与 GPU 无关的时间损耗。

## 6 结 论

1) 提出的 LCPCA 算法实现了 Mailloux 和 TSLSM 算法的结合, 分别优化协方差以及增加线性约束, 通过仿真对比试验发现, 该方法能够展宽零陷且有更低的旁瓣但同时展宽了主瓣, 分析结果可知这是因为算法有限的约束求解能力, 无法对波形有整体性的约束。

2) 提出改进的 PSO 算法, 通过十分位寻优方式, 同时利用 LCMV 算法和 LCPCA 算法的结果初始化部分粒子, 增加了对波形整体的约束, 且提高群智能算法的收敛速度, 削弱了 PSO 算法收敛慢、易陷入局部最优的缺点, 通过 PSO 算法仅寻优天线阵元权矢量幅值, 进一步减小了待解空间的大小。

3) 算法代码的向量化优化和计算机 GPU 实现算法并行运算使得算法收敛性能和运算速度均得到了较大的提升。

### 参 考 文 献

- [1] Spezio A E. Electronic warfare systems[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2002, 50(3): 633-644.
- [2] Bryan C, Mark G. Winning the airwaves: regaining America's dominance in the electromagnetic spectrum [R]. Washington, DC: Center for Strategic and Budgetary Assessments, 2015: 4.
- [3] Tirpak J A. The sixth generation fighter[J]. Air Force Magazine, 2009, 92(10): 38-41.
- [4] 姚富强. 通信抗干扰工程与实践[M]. 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2012: 338-339.  
Yao F Q. Communication anti-jamming engineering and practice[M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics industry, 2012: 338-339.
- [5] 周健. 自适应阵列天线跟踪和抗干扰算法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016: 5-8.  
Zhou J. Research on adaptive array antenna tracking and anti-jamming algorithm[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016: 5-8.
- [6] 范展, 梁国龙, 王逸林. 一种零陷展宽鲁棒自适应波束形成算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(11): 2764-2770.  
Fan Z, Liang G L, Wang Y L. Robust adaptive beamforming with null widening[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(11): 2764-2770.
- [7] Yang J, Lu J, Liu X X, et al. Robust null broadening beamforming based on covariance matrix reconstruction via virtual interference sources[J]. Sensors, 2020, 20(7): 1865.
- [8] Xu J W, Liao G S, Zhu S Q. Robust LCMV beamforming based on phase response constraint[J]. Electronics Letters, 2012, 48(20): 1304-1306.
- [9] Guo Q, Liao G, Wu Y, et al. Pattern synthesis method for arbitrary arrays based on LCMV criterion[J]. Electronics Letters, 2003, 39(23): 1628-1630.
- [10] 苏保伟, 王永良, 周良柱. 基于 LCMV 线性约束的自适



- 应方向图控制[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(2): 282-285.
- Su B W, Wang Y L, Zhou L Z. A novel adaptive pattern control method based on LCMV[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(2): 282-285.
- [11] Tseng F I, Cheng D K. Optimum scannable planar arrays with an invariant sidelobe level[J]. Proceedings of the IEEE, 1968, 56(11): 1771-1778.
- [12] Mailloux R J. Covariance matrix augmentation to produce adaptive array pattern troughs[J]. Electronics Letters, 1995, 31(10): 771-772.
- [13] 李文兴, 毛晓军, 孙亚秀. 一种新的波束形成零陷展宽算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(12): 2882-2888.
- Li W X, Mao X J, Sun Y X. A new algorithm for null broadening beamforming[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(12): 2882-2888.
- [14] 孟洲, 陈伟, 王建飞, 等. 光纤水听器技术的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(13): 1306009.
- Meng Z, Chen W, Wang J F, et al. Research progress of fiber optic hydrophone technology[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(13): 1306009.
- [15] 南敬昌, 曹馨元, 高明明, 等. 改进果蝇算法优化广义回归神经网络的双陷波超宽带天线建模[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(4): 0420001.
- Nan J C, Cao X Y, Gao M M, et al. Improved fruit fly algorithm to optimize generalized regression neural network of double Notch ultra-wideband antenna modeling[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(4): 0420001.
- [16] 汪洋浪, 王科未, 邹斌. 基于粒子群优化算法的激光雷达实时检测隧道中心线[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(3): 0328004.
- Wang Y L, Wang K W, Zou B. LiDAR real-time detection of tunnel centerline based on particle swarm optimization algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(3): 0328004.
- [17] Shi Z, Feng Z H. A new array pattern synthesis algorithm using the two-step least-squares method[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(3): 250-253.