# 激光写光电子学进展

# 改进的马赫-曾德尔干涉仪测量 涡旋光束的轨道角动量

于淼<sup>1,2</sup>, 王雅秋<sup>1,2</sup>, 张鹤<sup>1,2</sup>, 张云<sup>1,2</sup>, 刘璠<sup>1,2</sup>, 林爽<sup>1,2</sup>, 常明莹<sup>1,2</sup>, 葛婷<sup>1,2</sup>, 姜远飞<sup>1,2</sup>, 陈安民<sup>1,2</sup>, 李苏宇<sup>1,2\*</sup>, 金明星<sup>1,2\*\*</sup>

> <sup>1</sup>吉林大学原子与分子物理研究所,吉林 长春 130012; <sup>2</sup>吉林大学吉林省应用原子分子光谱重点实验室,吉林 长春 130012

摘要 利用改进的马赫-曾德尔干涉仪测量了拉盖尔-高斯(LG)光束的轨道角动量(OAM)[拓扑电荷(TC)的值和符号]。模拟结果与实验结果一致。当LG光束与高斯光束发生干涉时,可以观察到类似漩涡的"花瓣"图案。"花瓣"的数量等于LG光束的TC的绝对值,干涉图样的旋转方向与TC符号有关:在TC符号为正时,干涉图样显示顺时针旋转;而在TC符号为负时,干涉图样显示逆时针旋转。只有当LG光束的光斑尺寸小于高斯光束的光斑尺寸时,才能根据干涉图样准确确定OAM状态。当LG光束的光斑尺寸接近高斯光束时,干涉图样只反映TC值,无法识别TC的符号。与传统干涉仪相比,该干涉仪可以获得稳定的干涉图样,并直接获得LG光束的OAM状态。实验现象是明显的。该研究结果为LG光束与高斯光束干涉的理论分析提供了参考,为光与物质之间的自旋-轨道相互作用奠定了研究基础。

关键词 衍射与光栅;涡旋光束;轨道角动量;马赫-曾德尔干涉仪 中图分类号 O436 **文献标志码** A

# Measuring Orbital Angular Momentum of Vortex Beam Using Modified Mach-Zehnder Interferometer

Yu Miao<sup>1,2</sup>, Wang Yaqiu<sup>1,2</sup>, Zhang He<sup>1,2</sup>, Zhang Yun<sup>1,2</sup>, Liu Fan<sup>1,2</sup>, Lin Shuang<sup>1,2</sup>, Chang Mingying<sup>1,2</sup>, Ge Ting<sup>1,2</sup>, Jiang Yuanfei<sup>1,2</sup>, Chen Anmin<sup>1,2</sup>, Li Suyu<sup>1,2\*</sup>, Jin Mingxing<sup>1,2\*\*</sup> <sup>1</sup>Institute of Atomic and Molecular Physics, Jilin University, Changchun 130012, Jilin, China; <sup>2</sup>Jilin Provincial Key Laboratory of Applied Atomic and Molecular Spectroscopy, Jilin University, Changchun 130012, Jilin, China

**Abstract** In this study, a modified Mach-Zehnder (MZ) interferometer is used to measure the orbital angular momentum (OAM) [the value and sign of topological charge (TC)] of a Laguerre-Gaussian (LG) beam. Simulated results are found to be consistent with the experimental results. Vortex-like petal patterns are observed when the LG beam interferes with the Gaussian beam. The number of petals is found to be equal to the absolute TC value of the LG beam, and the rotational direction of the interference patterns is related to the TC sign: at a positive TC value, the interference patterns show a clockwise rotation, whereas at a negative TC value, the interference patterns only when the spot size of the LG beam is smaller than that of the Gaussian beam. When the spot size of the LG beam is close to that of the Gaussian beam, the interference patterns reflect only the TC value and the TC sign cannot be identified. Compared with the conventional interferences, the proposed interference can obtain a stable interference pattern and directly obtain the OAM state of the LG beam. The experimental phenomenon is obvious. The findings of this study provide a reference for the theoretical analysis of the interference between the LG and Gaussian beams and

收稿日期: 2021-11-20; 修回日期: 2021-12-29; 录用日期: 2022-01-11

**基金项目**:国家重点基础研究发展计划(2019YFA0307701)、国家自然科学基金(11704145,11974138)、吉林省教育厅"十三 五"科学研究规划项目(JJKH20190181KJ)

通信作者: \*sylee@jlu.edu.cn; \*\*mxjin@jlu.edu.cn

研究论文

DOI: 10.3788/LOP202259.1705001

establish a research foundation for the spin-orbit interaction between light and matter. **Key words** diffraction and grating; vortex beam; orbital angular momentum; Mach-Zehnder interferometer

1 引 言

涡旋光束是一种具有螺旋形相位波前且中心光强 为零的奇异光束<sup>[1]</sup>,涡旋光束携带螺旋形相位 exp (-ilq)(其中l为轨道角量子数,又称拓扑电荷, q为方 位角),其包含的每一个光子具有轨道角动量 h<sup>[2]</sup>。这 些特殊的性质,即螺旋相位结构,使其在激光光学<sup>[3]</sup>、 光镊技术<sup>[48]</sup>、信息传递与加密<sup>[9+3]</sup>、光学成像技术<sup>[12]</sup>、 激光微加工<sup>[14]</sup>等领域均有广泛应用。这些利用涡旋光 束的光学系统的一个关键操作就是要获知其轨道角动 量(OAM)。由于在强度分布上只能观察到其圆环形 结构,并不能直接判断涡旋光束的OAM。因此,测量 涡旋光束的OAM成为了一项重要的必备技术<sup>[15]</sup>,并 对很多研究领域具有重大的贡献,例如,涡量的测量, 利用散射光与参考光束干涉,再对干涉接收到的信号 进行傅里叶变换得到频谱。这种方法较常规的计算速 度矢量场的旋度方式来说更加准确<sup>[16]</sup>。

现阶段测量OAM的方法有很多,例如:衍射光栅 法<sup>[17]</sup>、圆形或多边形相位光阑法<sup>[18-19]</sup>、椭圆光阑法<sup>[20]</sup>、 光学转换法[21-22]、柱透镜法[23-24]、干涉法以及计算机全 息法[25-26]等。例如,杨氏双缝干涉法,当光束入射到双 缝干涉装置的两个狭缝阵列上时,产生的干涉条纹发 生扭曲,扭曲量与其OAM有关,不仅可以实现对涡旋 光束OAM的测量,而且在光的波动学说方面具有重 要贡献[27];柱透镜法,当涡旋光束通过柱面透镜后,会 在透镜焦点处产生干涉图样,涡旋光的小方位角动量 导致柱面透镜焦点处的 OAM 倾斜,这时可以通过 CCD 拍摄其产生的图样,发现该干涉图样中的暗条纹 数量对应涡旋光束的拓扑电荷(TC)的绝对值,倾斜的 方向对应 TC 的符号[23-24]; 衍射光栅法, 设计一个特殊 的衍射光栅,通过观察涡旋光束的远场衍射状态,判断 涡旋光束的OAM<sup>[28]</sup>;计算机全息法,利用叉形光栅制 成的全息片来测量涡旋光束的OAM,将未知的涡旋 光通过已知的叉形光栅,满足一定的条件后可由透镜 聚焦为光斑,再被探测装置探测,从而实现对涡旋光束 OAM 的测量<sup>[29]</sup>。虽然实际工作中采用衍射光栅法更 简便,但由于涡旋光束的光强分布截面呈现中空型圆 环,并不能明显判断TC的符号。并且,大多数工作会 受到激光偏振、相位差和光路的微小波动或者光束的 传播轴的影响,都会导致干涉模式不稳定,很难得到清 晰的干涉图样。

本文利用改进的马赫-曾德尔(Mach-Zehnder, M-

Z)干涉仪测量一种典型的涡旋光束——拉盖尔-高斯 (Languerre-Gaussian, LG)光束的OAM:一束飞秒激 光入射到空间光调制器后产生LG光束,将其与未调 制的高斯光束干涉,并利用CCD拍摄干涉图样。通过 这一方案直接从干涉图样中获取LG光束OAM的大 小以及方向。

#### 2 实验步骤

图1给出了实验光路示意图。本文利用再生放大 Ti:Sapphire激光器开展实验,其发射的激光脉冲中心 波长为800 nm,脉宽为50 fs,脉冲能量为3 mJ,重复频 率为1kHz。利用分束片(BS)将激光分为两束:信号 光和参考光。其中信号光经过由1/2波片(H)和格兰 棱镜(G)组成的能量调节系统,激光能量被调整到所 需的值。然后经过光阑(Iris)调节光斑大小,使光斑能 完全入射到空间光调制器(SLM, Hamamatsu LCOS-SLM x13138)的液晶屏幕上,在SLM上加载图2所示 的相位图产生LG光束,并且进入SLM的激光与出射 激光夹角为2°。参考光为高斯光束,两束光经由BS合 束,上述系统共同组成了一个M-Z干涉仪。两束光合 束后激光离开干涉系统后,经过一个10<sup>5</sup>的中性滤光片 (NDF)后进入照相机(CCD)记录光强空间分布,获取 具有不同 TC 的 LG 光束与高斯光束干涉的图样。此 外,在此光路中用遮光板遮住参考光,通过CCD可以 拍摄LG光束的形貌,LG光束的径向指数p为0。如 图 2(a)~2(c)所示。并且从图中可以看到,在入射激 光能量相同时,中心零级强度区域(涡旋光中心奇点) 随着TC的增大而变大。





图1 实验装置示意图

Fig. 1 Schematic of experimental setup



图 2 在入射激光能量相同时,用SLM产生TC为(a) 2、(b) 5和(c) 10的LG光束所对应的全息相位图分别为(a')、(b')和(c') Fig. 2 Holographic phase diagrams of LG beams with TC of (a) 2, (b) 5, and (c) 10 generated by SLM at the same incident pulse energy are (a'), (b'), and (c'), respectively

### 3 理论模拟

沿着z方向传播的LG光束和高斯光束的电场表 达式分别为

$$E_{\rm LG}(z) = E_0 \cdot \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|!)}} \cdot \frac{w_0}{w(z)} \cdot \left[\frac{\sqrt{2} r}{w(z)}\right]^{l} \cdot L_{\rho}^{l} \left[\frac{2r^2}{w^2(z)}\right] \cdot \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \cdot \exp\left(-il\varphi\right) \cdot \exp\left[-i\Phi(z) - i\phi_{\rm LG}(z)\right], \qquad (1)$$

$$E_{G}(z) = E_{0} \cdot \frac{w_{0}}{w(z)} \cdot \exp\left[-\frac{r^{2}}{w^{2}(z)}\right] \cdot , \qquad (2)$$
$$\exp\left[-\mathrm{i}\Phi(z) - \mathrm{i}\phi_{G}(z)\right]$$

式中:p为径向指数; $w_0$ 为光束的初始束腰半径; $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ 为 瑞 利 长 度 ,其 中  $\lambda$  为 波 长 ; $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$ 为光束在传播距离为z时的束腰半径;  $L_p^l(x)$ 为缔合拉盖尔多项式(当p=0时, $L_p^l(x)=1$ );  $\phi_{LG}(z) = -(|l|+2p+1) \arctan \frac{z}{z_R}$ 和  $\phi_G(z) = -\arctan \frac{z}{z_R}$ 分别为LG光束和高斯光束的Gouy相位; $\Phi(z) = k \left[z + \frac{r^2}{2R(z)}\right]$ ,其中k为波矢, $R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}$ 为z处

等相位面的曲率半径。

LG光束和高斯光束发生干涉时的光强可表示为

 $I = |E_{LG} + E_G|^2 = (E_{LG} + E_G)(E_{LG} + E_G)^*$ ,(3) 利用式(3)可以模拟出LG光束和高斯光束在传播距 离 z处发生干涉时光强的空间分布。在本文的数值 模拟中,高斯光束和LG光束的初始电场强度 $E_0$ 均选 为1,径向指数p为0。图3给出了z=0时,两者发生 干涉时的强度分布,从图中可以看出,此时的干涉图 样呈现"花瓣"状,"花瓣"数等于LG光束的TC的绝 对值,但无法判断TC的符号。需要指出的是,以 SLM液晶屏为传播的初始位置z=0时,干涉图样只 能通过模拟结果得到,在实验中无法获得。且需要说 明的是:1)LG光束和高斯光束的束腰半径 $w_0$ 与其光 斑空间尺寸的对应关系并不一致:在两者束腰半径相 同时,涡旋光束的光斑尺寸更大。因此为了获取清晰 的干涉图样,LG光束的束腰半径 $w_0$ 指的是基模的

图 4给出了束腰半径分别为1 mm 和5 mm 的LG 光束和高斯光束在 z=3 m处干涉图样的数值模拟结 果。这里,LG光束的束腰半径 wo指的是基模的束腰 半径。从图中可以清晰地看到,此时的干涉场呈现旋 涡形的"花瓣"状,"花瓣"数等于LG光束的TC的绝对 值。"花瓣"旋转方向与TC的正负有关:当TC为正值 时,"花瓣"顺时针旋转,如图4(a)~4(c)所示;反之,当 TC为负值时,"花瓣"逆时针旋转,如图4(a')~4(c')所 示。表明利用同轴干涉的方法可以测定LG光束的 TC值。

当LG光束的基模的束腰半径接近高斯光束的束 腰半径时,其与高斯光束的干涉图样依然呈现"花瓣"

束腰半径。



图 3 在 z = 0 m 位置处,初始束腰半径为1 mm 的 LG 光束与初始束腰半径为5 mm 的高斯光束进行干涉,LG 光束的 TC 分别为 (a) 1、(b) 5、(c) 10、(a') -1、(b') -5和(c') -10时所得到的数值模拟图

Fig. 3 Simulated interference patterns of LG beam and Gaussian beam, when the TCs of LG beam are (a) 1, (b) 5, (c) 10, (a') -1, (b') -5, and (c') -10, respectively. Initial waist radii of LG beam and Gaussian beam are 1 mm and 5 mm, respectively, and z is 0 m



Fig. 4 Simulated interference patterns of LG beam and Gaussian beam, when the TCs of LG beam are (a) 1, (b) 5, (c) 10, (a') -1, (b') -5, and (c') -10, respectively. Initial waist radii of LG beam and Gaussian beam are 1 mm and 5 mm, respectively, and z is 3 m

状,"花瓣"数量等于LG光束的TC的绝对值,但漩涡的旋转方向几乎无法辨别,如图5所示。此外,图样中心有明显亮斑。这是由于LG光束的相位呈螺旋形,中心存在相位奇点,其光场分布为中空的环形,而高斯 光束的光场分布为中心强边缘弱。只有在两束光的强 度相差不大时,才能出现明显的干涉条纹<sup>[30]</sup>。随着传 播距离的增大,相比于高斯光束,LG光束发散更为明 显,其中心强度零值区域越大,甚至接近于高斯光束的 光斑直径,这一区域的激光强度远小于高斯光束,干涉 现象不明显,中心会出现大的亮斑。除此之外,还模拟 了不同束腰比的LG光束和高斯光束在不同传播距离 处的干涉,发现其产生的干涉图样与束腰比为1:5时 形貌保持一致。



图 5 在 z = 3 m 位置处,束腰半径为4 mm的LG光束与束腰半径为5 mm的高斯光束进行干涉,LG光束的TC分别为(a) 1、(b) 5、 (c) 10、(a') -1、(b') -5和(c') -10时所得到的数值模拟图

Fig. 5 Simulated interference patterns of LG beam and Gaussian beam, when the TCs of LG beam are (a) 1, (b) 5, (c) 10, (a') -1, (b') -5, and (c') -10, respectively. Initial waist radii of LG beam and Gaussian beam are 4 mm and 5 mm, respectively, and z is 3 m

## 4 实验结果与讨论

图 6 给出了光斑直径分别为 5 mm 和 10 mm 的 LG 光束与高斯光束,经过 M-Z 干涉仪后产生的干涉图样, 此时高斯光束的脉冲能量为 1.26 mJ, LG 光束的脉冲能 量为 0.67 mJ。M-Z 干涉仪将具有不同奇偶性的角量子 数的 LG 光束分离,以此得到 LG 光束的 TC<sup>[31]</sup>。从图 6 中可以看出,他们进行同轴干涉产生较清晰的旋涡状的"花瓣"图样。需要说明的是,当高斯光束的横向光场 完全覆盖LG光束的横向光场时,就可以观察到明显的 同轴干涉现象,并且只要LG光束与高斯光束的Gouy 相位相差较大,干涉图样就会呈现出"花瓣"状。由于 LG光束具有螺旋结构的波前,其与高斯光束同轴干涉 时在表现出"花瓣"结构的同时也反映出符号信息。此



图 6 在 LG 光束光斑直径 d = 5 mm 的条件下, TC 分别为(a) 1、(b) 5、(c) 10、(a') -1、(b') -5 和 (c') -10 时的 LG 光束与高斯光 束, 经过 M-Z 干涉仪后, 利用 CCD 采集到的干涉图样

Fig. 6 Interference patterns of Gaussian beam and LG beam whose TCs are (a) 1, (b) 5, (c) 10, (a') -1, (b') -5, and (c') -10, respectively, after passing through M-Z interferometer and collected by CCD, when spot diameter of LG beam is 5 mm

#### 研究论文

#### 第 59 卷 第 17 期/2022 年 9 月/激光与光电子学进展

外,当LG光束的TC分别是1、5和10时,对应的干涉图 样中"花瓣"数分别为1、5和10,此时的漩涡旋转方向都 是顺时针。当LG光束的TC分别是一1、一5和一10时, 漩涡的旋转方向为逆时针,此时干涉图样的"花瓣"数量 分别为1、5和10。这一现象证实了"花瓣"数与TC的绝 对值对应,漩涡旋转方向与TC的正负对应。

当通过调节光阑使LG光束的初始光斑直径增至

7 mm时,高斯光束光斑直径依然保持为10 mm,此时 LG光束与高斯光束的光斑直径接近,高斯光束的脉 冲能量为1.26 mJ,LG光束的脉冲能量为0.98 mJ。 利用CCD拍摄了此时的干涉图样,如图7所示。从图 中可以看出,此时的干涉图样依然呈现出"花瓣"状,虽 然"花瓣"数与LG光束的TC绝对值相同,但无法辨别 其漩涡旋转方向。



图 7 在 LG 光束光斑直径 d = 7 mm 的条件下, TC 分别为(a) 1、(b) 5、(c) 10、(a') -1、(b')  $-5\pi$  (c') -10时的 LG 光束与高斯光 束, 经过 M-Z 干涉仪后, 利用 CCD 采集到的干涉图样

Fig. 7 Interference patterns of Gaussian beam and LG beam whose TCs are (a) 1, (b) 5, (c) 10, (a') -1, (b') -5, and (c') -10, respectively, after passing through M-Z interferometer and collected by CCD, when spot diameter of LG beam is 7 mm

通过实验拍摄和数值模拟LG光束与高斯光束的 干涉图样,发现干涉图样均呈现涡旋状的"花瓣"图样, 而且"花瓣"数等于LG光束的TC的绝对值。当LG光 束与高斯光束的光斑直径的值相差大时,可以分辨出 旋涡的旋转方向,从而获得TC的符号;当二者的值接 近时,虽然已经能看到"花瓣"结构,但无法辨清干涉图 样的旋转方向。数值模拟结果与实验测量结果定性上 是一致的,但与数值模拟结果相比,实验测得的干涉图 样比较模糊,多个因素会导致这一结果:1)数值模拟 中使用光束的空间分布与实验中使用的存在差异; 2)空气的扰动会影响激光脉冲的稳定性;3)实验中使 用的分束镜、中心密度滤波片等光学元件会对光束造 成影响;4)两束激光的同轴干涉在实验上不容易实 现;5)CCD的动态范围和噪声可能使拍摄的实际强度 的信噪比较低。

#### 5 结 论

采用改进的 M-Z 干涉仪测量了 LG 光束的 OAM 状态(大小和方向)。利用 CCD 拍摄 LG 光束与高斯 光束发生干涉时光强的空间分布,观察到了旋涡状的 "花瓣"结构,发现"花瓣"数量等于 LG 光束的 TC 的绝

对值。而且干涉图样中漩涡的旋转方向与TC的正负 相关:TC为正值时,漩涡顺时针旋转;TC为负值时, 漩涡逆时针旋转。不过,只有在高斯光束的光斑直径 大于LG光束的光斑直径时,才能辨认干涉图样的旋 转方向;当两者的光斑直径接近时,无法辨认其旋转方 向。数值模拟结果与实验结果定性吻合。该研究结果 为LG光束与高斯光束的干涉理论分析提供了参考, 同时为光与物质的自旋-轨道相互作用建立了研究 基础。

#### 参考文献

- 刘辉,陈子阳,蒲继雄. 涡旋光束的轨道角动量的测量
   [J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2010, 31(2): 157-161.
   Liu H, Chen Z Y, Pu J X. Detection of the orbital angular momentum of optical vortex beams[J]. Journal of Huaqiao University (Natural Science), 2010, 31(2): 157-161.
- [2] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [3] 裴春莹, 茅志翔, 徐素鹏, 等. 涡旋光束轨道角动量的 一种新型干涉检测方法[J]. 激光与光电子学进展,

#### 第 59 卷 第 17 期/2022 年 9 月/激光与光电子学进展

#### 研究论文

2019, 56(14): 140502.

Pei C Y, Mao Z X, Xu S P, et al. Interferometric detection method for orbital angular momentum of vortex beams[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56 (14): 140502.

- [4] Grier D G. A revolution in optical manipulation[J]. Nature, 2003, 424(6950): 810-816.
- [5] Paterson L, MacDonald M P, Arlt J, et al. Controlled rotation of optically trapped microscopic particles[J]. Science, 2001, 292(5518): 912-914.
- [6] Tao S H, Yuan X C, Lin J, et al. Fractional optical vortex beam induced rotation of particles[J]. Optics Express, 2005, 13(20): 7726-7731.
- [7] Li M M, Yan S H, Yao B L, et al. Optically induced rotation of Rayleigh particles by vortex beams with different states of polarization[J]. Physics Letters A, 2016, 380(1/2): 311-315.
- [8] Lehmuskero A, Li Y M, Johansson P, et al. Plasmonic particles set into fast orbital motion by an optical vortex beam[J]. Optics Express, 2014, 22(4): 4349-4356.
- [9] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. Nature Photonics, 2012, 6(7): 488-496.
- [10] Bozinovic N, Yue Y, Ren Y X, et al. Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers[J]. Science, 2013, 340(6140): 1545-1548.
- [11] Vallone G, D'Ambrosio V, Sponselli A, et al. Freespace quantum key distribution by rotation-invariant twisted photons[J]. Physical Review Letters, 2014, 113 (6): 060503.
- [12] Torner L, Torres J P, Carrasco S. Digital spiral imaging[J]. Optics Express, 2005, 13(3): 873-881.
- [13] 曾军,陈亚红,刘显龙,等.部分相干涡旋光束研究进展[J].光学学报,2019,39(1):0126004.
  Zeng J, Chen Y H, Liu X L, et al. Research progress on partially coherent vortex beams[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(1):0126004.
- [14] Allegre O J, Jin Y, Perrie W, et al. Complete wavefront and polarization control for ultrashort-pulse laser microprocessing[J]. Optics Express, 2013, 21(18): 21198-21207.
- [15] Pan S Z, Pei C Y, Liu S, et al. Measuring orbital angular momentums of light based on petal interference patterns[J]. OSA Continuum, 2018, 1(2): 451-461.
- [16] Belmonte A, Rosales-Guzmán C, Torres J P. Measurement of flow vorticity with helical beams of light[J]. Optica, 2015, 2(11): 1002-1005.
- [17] 柯熙政,谢炎辰,张颖.涡旋光束轨道角动量检测及其 性能改善[J].光学学报,2019,39(1):0126017.
  Ke X Z, Xie Y C, Zhang Y. Orbital angular momentum measurement of vortex beam and its performance improvement[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(1): 0126017.
- [18] Hickmann J M, Fonseca E J S, Soares W C, et al. Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum

[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(5): 053904.

- [19] Mazilu M, Mourka A, Vettenburg T, et al. Simultaneous determination of the constituent azimuthal and radial mode indices for light fields possessing orbital angular momentum[J]. Applied Physics Letters, 2012, 100(23): 231115.
- [20] 毛宁,韦宏艳,蔡冬梅,等.复合涡旋光束拓扑荷数测量的仿真研究[J].中国激光,2019,46(1):0104008.
  Mao N, Wei H Y, Cai D M, et al. Simulation for measuring the topological charges of composite vortex beams[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(1): 0104008.
- [21] Berkhout G C G, Lavery M P J, Courtial J, et al. Efficient sorting of orbital angular momentum states of light[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(15): 153601.
- [22] Lavery M P J, Berkhout G C G, Courtial J, et al. Measurement of the light orbital angular momentum spectrum using an optical geometric transformation[J]. Journal of Optics, 2011, 13(6): 064006.
- [23] Alperin S N, Niederriter R D, Gopinath J T, et al. Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens[J]. Optics Letters, 2016, 41(21): 5019-5022.
- [24] Alperin S N, Siemens M E. Angular momentum of topologically structured darkness[J]. Physical Review Letters, 2017, 119(20): 203902.
- [25] Khonina S N, Kotlyar V V, Skidanov R V, et al. Gauss-Laguerre modes with different indices in prescribed diffraction orders of a diffractive phase element[J]. Optics Communications, 2000, 175(4/5/6): 301-308.
- [26] Gibson G, Courtial J, Padgett M J, et al. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. Optics Express, 2004, 12(22): 5448-5456.
- [27] Zhou H L, Yan S Q, Dong J J, et al. Double metal subwavelength slit arrays interference to measure the orbital angular momentum and the polarization of light[J]. Optics Letters, 2014, 39(11): 3173-3176.
- [28] 付时尧,高春清.利用衍射光栅探测涡旋光束轨道角动 量态的研究进展[J].物理学报,2018,67(3):034201.
  FuSY,GaoCQ. Progress of detecting orbital angular momentum states of optical vortices through diffraction gratings[J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(3):034201.
- [29] Mair A, Vaziri A, Weihs G, et al. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons[J]. Nature, 2001, 412(6844): 313-316.
- [30] 屈代维,李朝荣,朱家晓,等.提高平板玻璃折射率测量实验中干涉条纹清晰度的方法[J].物理实验,2018,38(9):55-59.
   Qu D W, Li C R, Zhu J X, et al. Method for improving

the clarity of interference fringe in measuring refractive index of glass plate[J]. Physics Experimentation, 2018, 38(9): 55-59.

[31] Leach J, Padgett M J, Barnett S M, et al. Measuring the orbital angular momentum of a single photon[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(25): 257901.