

激光与光电子学进展

有限能量艾里光束的传输演化特性

李怡¹, 楚兴春^{1*}, 唐翰玲¹, 刘张博²¹空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077;²西安卫星测控中心, 陕西 西安 710043

摘要 基于惠更斯-菲涅耳衍射积分,对指数衰减、空间截断、频域截断和恒等振幅截断等方法产生的有限能量艾里光束的传输演化特性进行了比较分析,讨论了横向尺度因子和截断孔径宽度对其无衍射传输距离和横向加速特性的影响。研究表明:当截断孔径宽度相同时,增大横向尺度因子,几种有限能量艾里光束的无衍射传输距离和横向加速偏移量均增大;当横向尺度因子相同时,几种有限能量艾里光束的无衍射传输距离均随截断孔径宽度的增大而增加;当截断孔径宽度和横向尺度因子相同时,频域截断有限能量艾里光束的无衍射传输距离最短,指数衰减和空间截断有限能量艾里光束的较长,而恒等振幅有限能量艾里光束的最长。该结果对于拓展有限能量艾里光束在长距离传输方面的应用具有一定的意义。

关键词 物理光学;艾里光束;有限能量;截断孔径宽度;横向尺度因子;传输演化特性

中图分类号 O439

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1326001

Propagation and Evolution Properties of Finite Energy Airy Beams

Li Yi¹, Chu Xingchun^{1*}, Tang Hanling¹, Liu Zhangbo²¹Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, Shaanxi, China;²Xi'an Satellite Control Center, Xi'an 710043, Shaanxi, China

Abstract The propagation and evolution properties of the finite energy Airy beams generated by exponential attenuation, spatial truncation, frequency truncation, and constant amplitude methods are compared and analyzed using the Huygens-Fresnel diffraction integral. Further, the effects of a transverse scaling factor and aperture truncated width on non-diffracting propagation distance and transverse acceleration are discussed. When the aperture truncated width is constant, the non-diffracting propagation distance and lateral acceleration offset of all types of finite energy Airy beams increase as the transverse scaling factor increases. When the transverse scale factor is constant, the non-diffracting propagation distance of all types of finite energy Airy beams increases as the aperture truncated width increases. When the aperture truncated width and transverse scaling factor are constant, the non-diffracting propagation distance of frequency truncation Airy beam is the shortest, that of the exponential attenuation and spatial truncation Airy beams are longer, and that of the constant amplitude Airy beam is the longest. The results have certain significance for expanding the application of finite energy Airy beams in the long-distance propagation.

Key words physical optics; Airy beam; finite energy; aperture truncated width; transverse scaling factor; propagation and evolution property

1 引言

艾里光束作为一种新型无衍射光束具有横向加速性和自愈性,这些独特的光学特性使其在微粒操控、光子弹、激光成丝、超分辨率成像和光通信等领域具有潜在的应用前景^[1-7]。但是,理想艾里光束因其具有无限大能量,在物理上不可实现。2007年,Siviloglou等^[8-9]

采用指数函数调制艾里函数的方法实验产生了有限能量艾里光束,有限能量艾里光束迅速成为光学领域的研究热点。2009年,Cottrell等^[10]对恒等振幅光束进行 $3/2$ 相位调制产生了有限能量艾里光束;2012年,Zamboni-Rached等^[11]提出了对理想艾里光束直接进行孔径截断产生有限能量艾里光束的方法;2013年, Ring等^[12]又提出了对理想艾里函数进行频域截断产

收稿日期: 2021-06-16; 修回日期: 2021-07-22; 录用日期: 2021-08-06

通信作者: kejdxc@163.com

生有限能量艾里光束的方法。这些方法基本涵盖了所有产生有限能量艾里光束的方法,本质上都是对理想艾里函数进行截断将其从无限能量变为有限能量,但在实际中光束必须由有限孔径的物理器件产生,因此空间截断是最有效的现实选择^[11]。

本文基于惠更斯-菲涅耳衍射积分公式,对上述几种方法产生的有限能量艾里光束的传输演化特性进行比较分析,重点讨论截断孔径宽度和横向尺度因子对其无衍射传输距离和横向加速特性的影响,研究结果对于拓展有限能量艾里光束在长距离传输方面的应用具有一定的意义。

2 理论分析

一维艾里光束满足归一化的傍轴衍射方程^[8]:

$$i \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} = 0, \quad (1)$$

式中: ϕ 为电场包络; $s = x/x_0$ 为无量纲的横向坐标, x_0 为横向尺度因子; $\xi = z/kx_0^2$ 为归一化的传输距离, $k = 2\pi n/\lambda$ 为波数, λ 为真空中的光波长。

理想情况下,电场包络 ϕ 在 $\xi = 0$ 处的分布为 $\phi(s, \xi = 0) = \text{Ai}(s)$, $\text{Ai}(\cdot)$ 为理想艾里函数,其表达式为

$$\text{Ai}(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[i\left(\frac{\omega^3}{3} + \omega s\right)\right] d\omega. \quad (2)$$

理想艾里光束具有无限能量,物理上不可实现。实验中为了产生艾里光束,通常在初始面对理想艾里光束进行“截断”,使其从无限能量变为有限能量。截断的方法主要有指数衰减、空间截断、频域截断和恒等振幅截断等,这样产生的艾里光束统称为有限能量艾里光束。

在初始面,一维空间截断有限能量艾里光束的电场^[11]可表示为

$$\phi(s, \xi = 0) = \text{Ai}(s) m(s) [\theta(s + S_1) - \theta(s - S_2)], \quad (3)$$

式中: $m(\cdot)$ 为在给定物理器件孔径 $-S_1 \leq s \leq S_2$ 内对艾里函数进行调制的函数; $\theta(s + S_1)$ 和 $\theta(s - S_2)$ 为Heaviside函数; $S_2 + S_1 = X_{\text{cut}}/x_0$ 为归一化空间截断孔径的宽度。当 $m(s) = \exp(as)$ 和 $m(s) = 1$ 时(a 为衰减因子),式(3)分别表示指数衰减和空间截断有限能量艾里光束在初始面的场分布。

艾里函数可近似表示为^[10] $\text{Ai}(s) \approx s^{-1/4} \exp(iCs^{3/2})$, C 为常数,忽略其振幅相关性,令振幅为常数 A ,即 $\text{Ai}(s) \approx A \exp(iCs^{3/2}) = A \exp[i\varphi(s)]$,令相位为

$$\varphi(s) = \begin{cases} -\frac{2}{3}(-s)^{3/2}, & s < 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (4)$$

则3/2相位调制的恒等振幅有限能量艾里光束初始场分布可表示为

$$\phi(s, \xi = 0) = A \exp[i\varphi(s)] [\theta(s + S_1) - \theta(s - S_2)]. \quad (5)$$

通过限制式(2)的积分限,给出频域截断有限能量艾里光束的初始场分布^[12]:

$$\phi(s, \xi = 0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \exp\left[i\left(\frac{\omega^3}{3} + \omega s\right)\right] \times d\omega [\theta(s + S_1) - \theta(s - S_2)], \quad (6)$$

式中, ω_c 决定频域截断窗口的宽度。

为了研究有限能量艾里光束的传输演化特性,可采用一维惠更斯-菲涅耳衍射积分公式对初始场进行积分^[13]:

$$\phi(s, \xi) = \sqrt{\frac{1}{i2\pi\xi}} \exp(ik^2x_0^2\xi) \times \int_{-s_1}^{s_2} \exp\left[\frac{i}{2\xi}(s - s_1)^2\right] \phi(s_1, \xi = 0) ds_1, \quad (7)$$

式中, $\phi(s, \xi = 0)$ 为有限能量艾里光束的初始场分布。

3 数值模拟

3.1 传播特性分析

假设有限能量艾里光束均在自由空间中传输,光波长 $\lambda = 850 \text{ nm}$,空间截断孔径宽度 $x_{\text{cut}} = 8 \text{ mm}$,横向尺度因子 $x_0 = 100 \mu\text{m}$,衰减因子 $a = 0.01$ 。取有限能量艾里光束的主瓣峰值强度衰减至其主瓣最大峰值强度1/2时的传输距离为无衍射传输距离。

图1描述了几种有限能量艾里光束的传输轨迹和不同传输距离上强度分布。从图1(a1)~(a4)可以看出,几种有限能量艾里光束在一定的传输距离内均有明显的横向自加速和无衍射特性;观察图1(b1)、1(b3)和1(b4),指数衰减、空间截断和频域截断艾里光束随传输距离的增加均出现旁瓣逐渐消失,主瓣宽度逐渐扩展和峰值强度下降的现象,图1(b2)表明随着传输距离的增加,恒等振幅艾里光束开始向右端剧烈压缩,在左端形成旁瓣的同时在右端逐渐呈现高峰值的趋势,且该峰值逐渐增大形成主瓣,直到光束停止压缩主瓣峰值达到最大值,之后旁瓣逐渐消失,主瓣宽度逐渐扩展同时峰值强度下降。指数衰减、恒等振幅、空间截断和频域截断艾里光束无衍射传输距离分别为0.835、1.198、1.175、0.650 m,此时其峰值强度分别为0.150、14.038、0.161、0.232。

由以上仿真与计算结果可知,在空间截断孔径、横向尺度因子相同的情况下,有限能量艾里光束的无衍射传输距离采用频域截断时最短,指数衰减和空间截断时较长,而恒等振幅时最长。为更好地比较不同有限能量艾里光束在接收面的强度,在空间截断孔径、横向尺度因子相同的情况下,通过调整初始场振幅使其初始发射功率均为1.837 W,得到指数衰减、恒等振

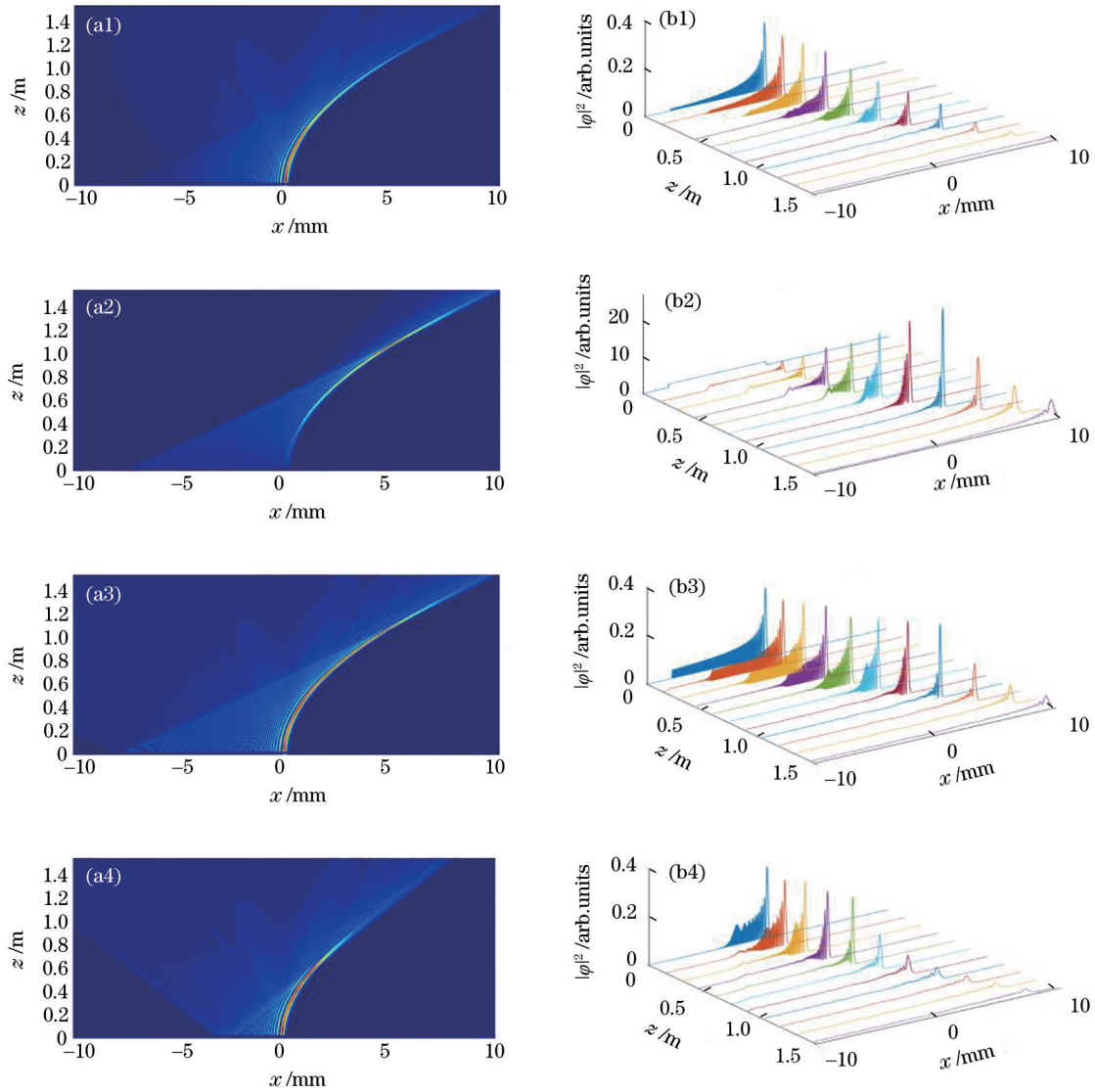


图 1 几种有限能量艾里光束的传输轨迹和不同传输距离上强度分布。(a1)~(b1)指数衰减艾里光束;(a2)~(b2)恒等振幅艾里光束;(a3)~(b3)空间截断艾里光束;(a4)~(b4)频域截断艾里光束。 $\omega_c = 5.79 \text{ rad/s}$, $A = 1$
 Fig. 1 Propagation track and intensity profile at different transmission distances of several finite energy Airy beams.
 (a1)~(b1) Exponentially decaying Airy beam; (a2)~(b2) constant amplitude Airy beam; (a3)~(b3) spatial truncation Airy beam;
 (a4)~(b4) frequency truncation Airy beam. $\omega_c = 5.79 \text{ rad/s}$, $A = 1$

幅、空间截断和频域截断有限能量艾里光束的最大无衍射距离分别为 0.835、1.198、1.175、0.650 m, 且在该距离上峰值强度分别为 0.150、0.322、0.104、0.232, 发现在相同输入功率下, 恒等振幅有限能量艾里光束的无衍射传输距离仍是最大, 且其在最大无衍射传输距离处的峰值强度也最大, 即恒等振幅艾里光束能量利用效率更高。

3.2 横向尺度因子 x_0 的影响

根据式(1)可知, 传输距离和横向尺度因子 x_0 之间存在确定关系, 为分析横向尺度因子对不同有限能量艾里光束无衍射传输距离的影响, 模拟了横向尺度因子取 0.1~2 mm 时, 不同有限能量艾里光束无衍射传输距离的变化情况, 拟合出 x_0 与无衍射传输距离的关系曲线如图 2 所示。

由图 2 可知, 横向尺度因子 x_0 从 0.1 mm 增大至

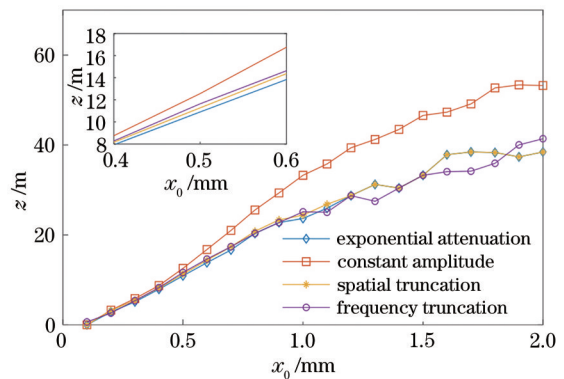


图 2 横向尺度因子对无衍射传输距离的影响
 Fig. 2 Influence of transverse scaling factor on non-diffracting propagation distance

2 mm 时,指数衰减、恒等振幅、空间截断和频域截断艾里光束的无衍射传输距离分别从 0.835、1.198、1.175、0.650 m 增加到 38.438、53.222、38.438、41.395 m,4 种有限能量艾里光束的无衍射传输距离均随横向尺度因子 x_0 的增大而增大,且恒等振幅艾里光束的无衍射传输距离始终保持最大,指数衰减、空间截断和频域截断艾里光束次之。

从图 2 可以看出,恒等振幅艾里光束的无衍射传输距离与 x_0 关系曲线斜率随 x_0 增大明显减小,指数衰减、空间截断艾里光束的曲线斜率缓慢变小,而频域截断艾里光束曲线起伏变化较大。根据式(1)和式(3),初始场有效宽度 $s_{\text{cut}} = x_{\text{cut}}/x_0$,若 x_{cut} 保持不变,则有效宽度 s_{cut} 随 x_0 增大而减小,导致孔径内的旁瓣数量随 x_0 增大而减少。恒等振幅艾里光束向右端压缩形成艾里函数分布过程中,其在左端形成的旁瓣强度随 x_0 增大

而急剧减小,因此其无衍射传输距离对 x_0 变化曲线的斜率随 x_0 增大明显降低。根据指数函数性质可知,指数衰减艾里光束的初始强度分布越接近主瓣位置,其强度分布越逼近理想艾里光束强度分布,而理想艾里光束的旁瓣衰减较慢,因此指数衰减和空间截断艾里光束曲线斜率随 x_0 增大缓慢变小;频域截断导致初始面强度分布中主瓣和部分旁瓣强度增大或降低,随着 x_0 增大,其截断孔径边缘强度起伏较大,因此频域截断艾里光束曲线起伏变化较大。这也印证了旁瓣数量和强度对无衍射传输距离有着直接影响。

艾里光束的横向自加速特性表现为其传输轨迹的自弯曲现象,分析了横向尺度因子 x_0 分别取 0.1、0.3、0.6 mm 时,不同有限能量艾里光束在演化为高斯光之前主瓣位置的偏移量,拟合出横向尺度因子 x_0 与主瓣位置偏移量的关系曲线如图 3 所示。

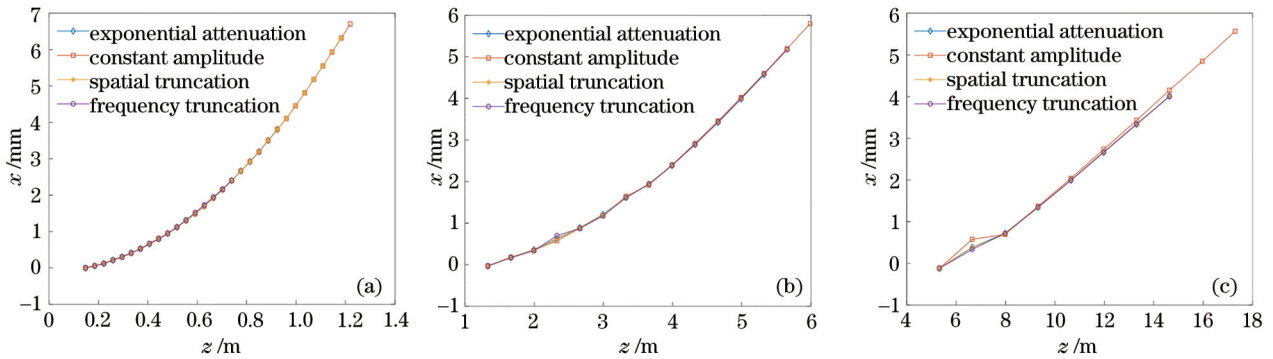


图 3 横向尺度因子对横向自加速特性的影响。(a) x_0 取 0.1 mm; (b) x_0 取 0.3 mm; (c) x_0 取 0.6 mm

Fig. 3 Influence of transverse scaling factor x_0 on properties of transverse self-acceleration. (a) x_0 is 0.1 mm; (b) x_0 is 0.3 mm; (c) x_0 is 0.6 mm

图 3(a)~(c)分别为 x_0 取 0.1、0.3、0.6 mm 时,不同有限能量艾里光束在演化为高斯光之前主瓣位置的偏移量。从图 3 可以看出,当 x_0 取 0.1、0.3 mm 时,指数衰减、恒等振幅、空间截断和频域截断艾里光束的传输轨迹基本保持一致;当 $x_0 = 0.6$ mm 时,恒等振幅艾里光束在相同传输距离上的横向偏移明显大于其他有限能量艾里光束,例如,在 $z = 13.3$ m 处,其横向偏移量约为 3.432 mm,而指数衰减、空间截断和频域截断艾里光束的横向偏移量约为 3.336 mm。因为艾里光束只有在无衍射距离内表现出横向自加速特性,而不同有限能量艾里光束的无衍射传输距离不同,因此无衍射传输距离越大自弯曲偏移量越大,当 x_0 分别为 0.1、0.3、0.6 mm 时,恒等振幅艾里光束的最大自弯曲偏移均明显大于其他有限能量艾里光束。对比图 3(a)~(c)可以发现,为达到相同的自弯曲偏移量,4 种有限能量艾里光束所需的传输距离均随 x_0 的增大而增大,反之在同一传输距离处有限能量艾里光束自弯曲偏移量与 x_0 成反比。

3.3 孔径截断宽度的影响

有限能量艾里光束的初始发射功率、旁瓣数量和

无衍射传输距离均受空间孔径截断宽度影响,研究了不同有限能量艾里光束无衍射传输距离受孔径截断宽度的影响。模拟了空间孔径截断宽度取 2~8 mm 时,不同有限能量艾里光束的无衍射传输距离变化情况,根据计算结果拟合出空间孔径截断宽度与无衍射传输距离关系曲线如图 4 所示。

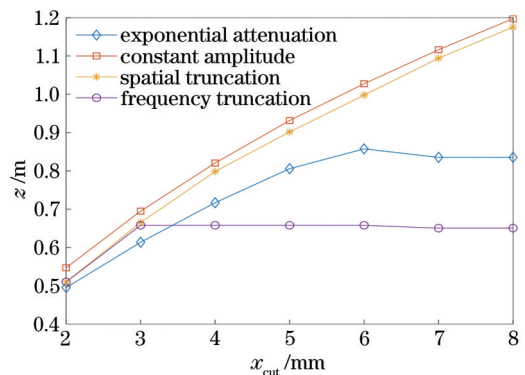


图 4 不同孔径截断宽度对无衍射传输距离的影响

Fig. 4 Influence of aperture truncation width on non-diffracting propagation distance

从图 4 中可以看出,空间孔径截断宽度从 2 mm 增大至 8 mm 时,指数衰减、恒等振幅、空间截断和频域截断艾里光束的无衍射传输距离分别从 0.495、0.547、0.510、0.510 m 增加到 0.835、1.198、1.175、0.650 m,4 种有限能量艾里光束的无衍射传输距离均随截断孔径宽度的增大而增大,且当空间截断宽度增大到一定大小后,指数衰减和频域截断艾里光束无衍射传输距离均保持定值;同时发现 4 种有限能量艾里光束的无衍射传输距离增量均随空间孔径截断宽度的增大而减小。原因在于根据式(1)和式(3),初始场有效宽度 $s_{\text{cut}} = x_{\text{cut}}/x_0$,若 x_0 保持不变,则有效宽度 s_{cut} 随 x_{cut} 增大而增大,带来截断孔径内的旁瓣数量增多,导致无衍射传输距离增大。指数衰减和频域截断艾里光束初始面强度分布中旁瓣衰减速度较快,因此当增大空间截断宽度时,虽然旁瓣数量增多,但截断孔径边缘处的旁瓣光强快速下降,导致初始面功率增量幅度逐渐减小,直到截断孔径边缘处的旁瓣光强为 0 时,继续增大截断宽度将不再影响初始面强度分布,无衍射传输距离不再变化;而恒等振幅和空间截断艾里光束的旁瓣衰减较慢,因此无衍射传输距离随空间截断宽度增大而明显增大。

4 结 论

仿真分析了物理器件尺寸受限条件下,指数衰减、恒等振幅、空间截断和频域截断等方法产生的有限能量艾里光束的传输演化特性,研究了横向尺度因子 x_0 对不同有限能量艾里光束无衍射传输距离和横向自加速特性的影响。发现几种有限能量艾里光束的无衍射传输距离均随横向尺度因子 x_0 的增大而增大,同时,横向自加速偏移量也随着 x_0 的增大而增大;在相同的横向尺度因子 x_0 条件下,恒等振幅艾里光束表现出更长的无衍射传输距离和更大的横向自加速偏移;最后,在横向尺度因子相同的情况下,这几种有限能量艾里光束的无衍射传输距离随截断孔径宽度的增大而增大。

综上所述,可以在物理器件尺寸允许条件下,尽可能增大截断孔径宽度,选取合适的调制函数和横向尺度因子来产生具有更长无衍射传输距离的有限能量艾里光束,这对拓展有限能量艾里光束在更长距离的应用具有一定的价值。

参 考 文 献

- [1] Efremidis N K, Chen Z G, Segev M, et al. Airy beams and accelerating waves: an overview of recent advances [J]. *Optica*, 2019, 6(5): 686-701.
- [2] 楚兴春, 赵尚弘, 程振, 等. 艾里光束研究进展及其用于 FSO 系统的可行性分析[J]. *科学通报*, 2016, 61(17):

1963-1974.

- Chu X C, Zhao S H, Cheng Z, et al. Research progress of Airy beam and feasibility analysis for its application in FSO system[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2016, 61(17): 1963-1974.
- [3] 韩洪民, 范引鹏, 杨叶城, 等. 基于变形镜的多波长艾里光束生成与传播特性[J]. *光学学报*, 2021, 41(16): 1626001.
- Han H M, Fan Y P, Yang Y C, et al. Generation and propagation characteristics of multi-wavelength airy beams based on deformable mirrors[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(16): 1626001.
- [4] 文兵, 赵政春, 曾专武, 等. Airy 缠绕孤子的产生及操控[J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(4): 0406009.
- Wen B, Zhao Z C, Zeng Z W, et al. Generation and manipulation of Airy rewinding solitons[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(4): 0406009.
- [5] Hosny N A, Seyforth J A, Spickermann G, et al. Planar Airy beam light-sheet for two-photon microscopy[J]. *Biomedical Optics Express*, 2020, 11(7): 3927-3935.
- [6] 王涛, 廉城, 王连镨, 等. 饱和非线性介质中艾里光束与孤子的交互作用[J]. *中国激光*, 2021, 48(13): 1308001.
- Wang T, Lian C, Wang L K, et al. Interaction of Airy beams and soliton in saturable nonlinear medium[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(13): 1308001.
- [7] 王灵一, 黄凯凯, 章显, 等. 硬边环带光阑下圆形艾里光束的自聚焦特性调控[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(23): 232601.
- Wang L Y, Huang K K, Zhang X, et al. Manipulation of abruptly autofocusing property of circular Airy beam carrying hard-edge annular aperture[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(23): 232601.
- [8] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(8): 979-981.
- [9] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating Airy beams[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(21): 213901.
- [10] Cottrell D M, Davis J A, Hazard T M. Direct generation of accelerating Airy beams using a 3/2 phase-only pattern [J]. *Optics Letters*, 2009, 34(17): 2634-2636.
- [11] Zamboni-Rached M, Nóbrega K Z, Dartora C A. Analytic description of Airy-type beams when truncated by finite apertures[J]. *Optics Express*, 2012, 20(18): 19972-19977.
- [12] Ring J D, Howls C J, Dennis M R. Incomplete Airy beams: finite energy from a sharp spectral cutoff[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(10): 1639-1641.
- [13] Morris J E, Mazilu M, Baumgartl J, et al. Propagation characteristics of Airy beams: dependence upon spatial coherence and wavelength[J]. *Optics Express*, 2009, 17(15): 13236-13245.