

## 激光与光电子学进展

## 基于移相式泰伯干涉仪的渐进多焦点镜片屈光度测量技术研究

徐海飞<sup>1</sup>, 何勇<sup>1,2\*</sup><sup>1</sup>南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094;<sup>2</sup>先进固体激光工业和信息化部重点实验室, 江苏 南京 210094

**摘要** 提出了一种测量渐进多焦点镜片屈光度的方法, 可用于精确测量大量程的单焦点镜片和渐进多焦点镜片的屈光度。基于泰伯干涉仪法研究镜片屈光度的测量原理, 推导出最优屈光度测量公式, 针对 $-8\sim 8$  D 范围量程设计了泰伯干涉仪的主要参数, 主要参数分别为光栅周期、光栅夹角、光栅间距。构建了移相式泰伯干涉仪测量系统, 采用基于靶面坐标系和光栅坐标系的标定方法, 并使用五步移相算法对莫尔条纹进行求解。对多种屈光度和渐进多焦点镜片进行多次实验测量, 数据结果表明其测量误差优于 $0.1\%$ 。

**关键词** 测量; 渐进多焦点镜片屈光度; 最优测量公式; 主要参数; 标定方法

中图分类号 TH741

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1312001

## Study on Diopter Measurement Technology of Progressive Multi-Focus Lens Using Phase-Shifting Talbot Interferometer

Xu Haifei<sup>1</sup>, He Yong<sup>1,2\*</sup><sup>1</sup>School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China;<sup>2</sup>Key Laboratory of Advanced Solid Laser Industry and Information Technology Ministry, Nanjing 210094, Jiangsu, China

**Abstract** In this paper, we present a method for accurately measuring the diopter of both progressive multi-focus and large-range single focal lens. Based on Talbot interferometer methods, we investigated the principle of lens diopter measurement and deduced the formula of optimal diopter measurement. The main parameters of the Talbot interferometer were designed for the range of  $-8$  D to  $8$  D, and include the grating period, grating angle, and grating spacing. Furthermore, a phase-shifting Talbot interferometer measuring system was constructed and we adopted the calibration method, which uses the target coordinate and grating coordinate systems. Here we applied a five-step phase-shifting algorithm to solve the moiré fringe. The multiple experimental results of multiple diopters and progressive multi-focus lens show that the measurement error is better than  $0.1\%$ .

**Key words** measurement; diopter of progressive multi-focus lens; optimal measurement formula; main parameters; calibration method

## 1 引言

镜片屈光度测量的实质就是焦距的测量, 目前行业内测量单焦点屈光度的方法主要有调焦成像式焦度计和自动焦度计, 多焦点屈光度的测量方法有焦度计扫描法、哈特曼传感器检测法、朗奇光栅检测法、泰伯

干涉仪法, 在 $4\sim 8$  D 范围内, 测量精度可达到 $0.08$  D。泰伯干涉仪法在透镜焦距测量上的应用已有较长时间的发展。早在 20 世纪 80 年代, Nakano 等<sup>[1-3]</sup>提出基于泰伯干涉仪技术测量透镜焦距的方法。由于此方法具有测量精度高、光路简单、操作方便等优点, 在最近几十年得到了快速发展, 许多新理论和方法相继被提出。

收稿日期: 2021-07-01; 修回日期: 2021-07-23; 录用日期: 2021-08-18

基金项目: 国家自然科学基金(61975079)

通信作者: heyong@njjust.edu.cn

2012年,电子科技大学肖小果<sup>[4]</sup>在其硕士学位论文中对泰伯干涉仪技术应用于镜片屈光度测量进行了研究,主要研究了莫尔条纹图像的处理,并设计完成由莫尔条纹图像重构出镜片屈光度的算法,其测量单焦点镜片屈光度为1~3 D,该方法测量量程范围较小并且对于屈光度值较大的镜片难以精确测量。2016年,南京理工大学顾天铭<sup>[5]</sup>在其硕士学位论文中提出了三光栅异组合的测量方式,来解决因待测镜片度数增加所导致的莫尔条纹过密以及测量灵敏度降低的问题。同时针对莫尔偏折测量方法固有的测量信息点位移的情况,提出了位置校正算法。其测量单焦点镜片屈光度为-1~-2 D,然而三光栅异组合的方式会增加测量操作的复杂性,容易带来装调误差,且对屈光度在两种光栅组适用区间变化的镜片难以测量。2014年Luo等<sup>[6]</sup>提出了基于发散光及不等周期光栅的长焦距检测方法(LFMM),该方法采用发散光替代了传统的平行光,有效地避免了扫描和子口径拼接所带来的误差,实现了大口径长焦距透镜的全口径测量;同时采用不等周期光栅组替代传统的等周期光栅组,提高了大口径透镜的焦距检测精度。2014侯英龙等<sup>[7]</sup>在莫尔偏折的原理上,提出了一种检测多焦点镜片的方法,为了提高镜片屈光度的测量精度,他将空间滤波器引入了系统光路中,采用了八邻域处理算法,测量精度达到5%。Jin等<sup>[8]</sup>提出了一种提高测量精度的标定方法,通过改变两个光栅之间的交叉角度,可以很容易地调节莫尔条纹偏折技术的灵敏度,从而获得很高的测量精度。然而,该方法需要入射光具有超高的准直性,这是实验中很难满足的条件。

本文研究了泰伯干涉仪法测量镜片屈光度的原理,分析了泰伯干涉仪的主要参数,针对非平直莫尔条纹,采用了移相式泰伯干涉测量系统,该系统为测量-8~8 D的大量程系统,结构简单且测量精度高。

## 2 泰伯干涉仪法测量镜片屈光度原理

泰伯干涉仪法测量镜片屈光度的原理如图1所示,波长 $\lambda$ 的准直光束经过被测透镜后入射光栅 $G_1$ 、 $G_2$ ,两光栅周期都为 $p$ ,间距为 $d_G$ ,夹角为 $\theta$ 。后顶焦点到 $G_1$ 的距离为 $d_{O'}$ 。在参数选择合理的情况下,在光栅 $G_2$ 后形成对比度清晰的莫尔条纹图像,此时紧贴光

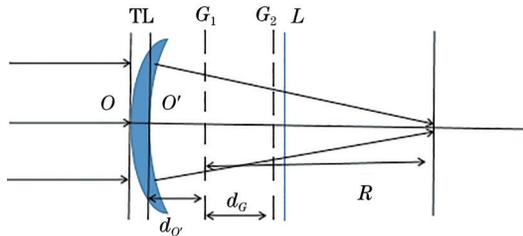


图 1 泰伯干涉仪法测量镜片屈光度原理图

Fig. 1 Schematic diagram of lens diopter measurement by Talbot interferometer

栅 $G_2$ 放置一块毛玻璃 $L$ 用于成像,经过待测镜片后入射光栅 $G_1$ 前表面的光可视为半径为 $R$ 的球面波,令 $\Delta k = -d_G/R$ , $\Delta k$ 为泰伯像周期的缩放比例。

球面波半径 $R$ 表达式为

$$\frac{1}{R} = -\frac{\sin \theta}{d_G} \tan \phi + \frac{2}{d_G} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (1)$$

镜片屈光度表达式为

$$D_T = \frac{1}{R + d_{O'}}. \quad (2)$$

令

$$1/R = a \tan \phi + b, \quad (3)$$

式中: $a = -\frac{\sin \theta}{d_G}$ ;  $b = \frac{2}{d_G} \sin^2 \frac{\theta}{2}$ 。式(2)表明: $a$ 和 $b$ 是与光栅夹角和间距相关的系统参数,可通过标定得到, $\phi$ 为莫尔条纹倾角。

## 3 系统参数设定

由式(2)可知,镜片屈光度取决于参数 $a$ 、 $b$ 、 $\phi$ ,为了测得 $\phi$ ,必须对光栅周期 $p$ 、光栅间距 $d_G$ 、光栅夹角 $\theta$ 这些参数进行合理设计,并对参数 $a$ 、 $b$ 进行标定。

### 3.1 参数设计

本文设计的屈光度测量范围为-8~8 D,覆盖常用镜片的屈光度,泰伯像的存在使得光栅像随着衍射距离的不同而出现对比度的变化,从而影响莫尔条纹的对比度,在整数倍泰伯距处的条纹对比度最佳,随着衍射距离逐渐偏离该距离,衍射像的对比度也会逐渐变差。

入射球面波半径不同会导致泰伯距变化,因此将准直光下的光栅间距设置在球面波照射下会存在泰伯距的偏离。在实际操作中,无论怎样设置光栅间距,在测量时都会存在泰伯距偏离的现象,因此我们只要保证泰伯距的偏离在一定范围内即可。

球面波照射下的光栅泰伯距表达式为

$$z_T = \frac{2mp^2}{\lambda} \left( \frac{1}{1 - 2mp^2/\lambda R} \right) = z_{T_0} \left( \frac{1}{1 - 2mp^2/\lambda R} \right), \quad (4)$$

式中: $z_{T_0}$ 为平行光入射时的整数倍泰伯距。

光栅间距设定为

$$d_G = \frac{mp^2}{\lambda}. \quad (5)$$

当衍射距离偏离值小于 $z_i/20$ 时,衍射像强度低频项幅值改变小于0.05,可以忽略不计,故:

$$\frac{mp^2}{\lambda} \leq \frac{|R|_{\min}}{10m+1} \approx \frac{|R|_{\min}}{10m}. \quad (6)$$

本文使用的是氦氖激光器,则光栅取值周期范围约为 $p \leq \frac{1}{m} \times 8.8 \times 10^{-2} \text{ mm}$ 。

球面波照射下的莫尔条纹宽度表达式为

$$W = \frac{(1 + \Delta k) p}{\sqrt{4(1 + \Delta k) \sin^2 \frac{\theta}{2} + \Delta k^2}} \quad (7)$$

若光栅间距  $d_G$  确定,则结合量程要求,得到莫尔条纹宽度最小值、最大值的表达式为

$$W_{\min} = \frac{(1 + \Delta k_{\max}) p}{\sqrt{4(1 + \Delta k_{\max}) \sin^2 \frac{\theta}{2} + \Delta k_{\max}^2}} \leq \left( \frac{1}{|\Delta k_{\max}|} + 1 \right) p, \quad (8)$$

$$W_{\max} = \frac{p}{\sin \theta} \quad (9)$$

该最小值应大于莫尔条纹宽度要求(2~6 mm)的最小值  $W'_{\min}$ ,得到光栅周期取值范围约为  $p \leq \frac{1}{m} \times 4 \times 10^{-2} \text{ mm}$ 。综合考虑条纹对比度和宽度,得到光栅间距的取值范围约为  $d_G \leq \frac{1}{m} \times 2.5 \text{ mm}$ 。考虑到实际光栅厚度及装配难度,光栅间距应大于 5 mm,由式(4)可求得:

$$\frac{p^2}{10\lambda} \left( \frac{1}{1 - \frac{p^2}{10\lambda R}} \right) > d_{G\min} \quad (10)$$

则  $p > 0.18 \text{ mm}$ 。结合莫尔条纹宽度要求,光栅周期取值范围为  $p > 0.77 \text{ mm}$ 。综合衍射距离偏离和莫尔条纹宽度要求可知,光栅周期范围为 0.18~0.4 mm。故将光栅周期设定在 0.2 mm。

莫尔条纹角度表达式为

$$\tan \phi = \frac{1 + \Delta k}{\sin \theta} - \cot \theta \quad (11)$$

式(11)可变形表示为

$$\phi = \arctan \left( \frac{\Delta k}{\sin \theta} + \tan \frac{\theta}{2} \right) \quad (12)$$

观察式(12)可以得出: $\Delta k / \sin \theta$  越小,屈光度所引起的系统灵敏度越大。但是由于反正切函数的特性会导致  $\Delta k / \sin \theta$  变大,同时灵敏度降低,其线性度也会变差,所以在设定光栅夹角  $\theta$  和光栅间距  $d_G$  时,应综合考虑系统的灵敏度和线性度。

当光栅周期  $p = 0.2 \text{ mm}$ ,  $d_{G\max} = 6.65 \text{ mm}$  时,在条纹宽度的约束下,  $d_G < 13.9 \text{ mm}$ 。当光栅间距小于 6.65 mm 时,  $\Delta k$  受条纹间距影响,若  $\Delta k_{\max}$  过小,则不仅会加大装调难度和增大间距误差的影响,还会使在条纹角度要求下的条纹角度变化范围减小,降低系统的灵敏度,故将光栅间距设定为 6.5 mm,此时  $\Delta k_{\max} = 0.052$ 。将  $p$  和  $\Delta k_{\max}$  代入式(7)得出  $\sin \frac{\theta}{2} \leq 0.045$ 。结合条纹宽度最大值可得到光栅夹角最小值为  $\sin \theta \geq \frac{1}{30}$ 。

将  $\Delta k_{\max}$  代入式(12)得到量程范围内所能得到的最大莫尔条纹角度约为

$$\phi_{\max} \approx \arctan \left( \frac{0.03}{\sin \theta} \right) \quad (13)$$

$\theta$  取值越小,莫尔条纹角度变化越大,灵敏度也越好,因此选择  $\theta = 1.9^\circ$ 。

### 3.2 系统的标定方法

屈光度的测量公式中  $a$ 、 $b$  为与光栅夹角和间距相关的系统参数,因实际装调时光栅角度和间距较小,容易产生较大的相对误差,所以使用一组已知屈光度的标准镜片对  $a$ 、 $b$  进行标定<sup>[9]</sup>。

将已知屈光度的标准镜片分别放在测量系统上,计算出每个镜片对应莫尔条纹角度  $\phi_i$ ,记标准镜片的屈光度分别为  $D_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ ,所对应的莫尔条纹角度为  $\phi_i$ ,角度的正切值  $T_i = \tan \phi_i$ 。根据式(3)可知,  $D$  可视为  $T$  的一次函数,当已知一组相对应的  $D$  和  $T$  时,可根据最小二乘法计算  $a$  和  $b$  的值,计算公式为

$$a = \frac{\sum T_i D_i - (\sum T_i \sum D_i) / m}{\sum T_i^2 - (\sum T_i)^2 / m} \quad (14)$$

$$b = \frac{\sum D_i}{m} - a \frac{\sum T_i}{m} \quad (15)$$

$\phi$  为基于第二幅光栅栅线建立的坐标系下的莫尔条纹的角度,而算法所求解的莫尔条纹角度是基于 CCD 平面坐标系的。基准光栅平面坐标系和 CCD 平面坐标系的角度关系如图 2 所示。

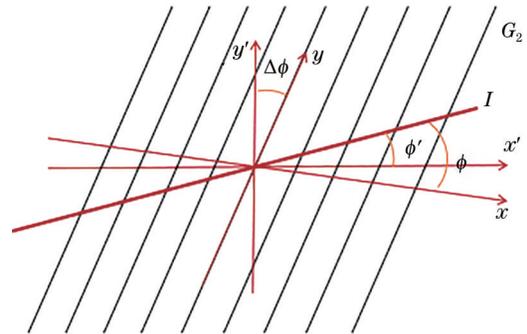


图 2 基准光栅与 CCD 坐标夹角示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the included angle between reference grating and CCD coordinate

图 2 中条纹 I 代表莫尔条纹,其在 CCD 坐标系的夹角为  $\phi'$ ,是通过角度求取算法所求得的条纹角度。莫尔条纹在基准光栅坐标系下的角度为  $\phi$ ,两坐标系间存在一定夹角  $\Delta\phi$ ,为基准光栅坐标系与 CCD 坐标系的夹角,若忽略两坐标系的夹角则会导致较大的系统误差,为此本文采用一种基于光栅泰伯像的标定方法。

将不带镜头的相机固定在合适位置保持不动,使 CCD 靶面垂直于系统光轴,加持好第二幅光栅,即基准光栅,使其光栅面垂直于系统光轴,并且只能沿光轴

进行平移。沿光轴平移光栅使 CCD 能采集到清晰的光栅泰伯像。对光栅像进行边缘提取,然后使用改进的霍夫变换算法求出 CCD 采集到的光栅泰伯像的栅线方向。该标定方法在光栅像偏离图像空间垂直方向 5° 以内的标定精度为 0.01°。

### 3.3 实验

泰伯干涉仪法测量渐进多焦点镜片屈光度的实物图如图 3 所示。

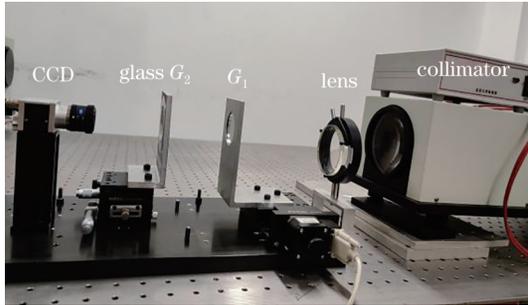


图 3 实验装置实物图

Fig. 3 Physical diagram of the experimental device

利用该系统对不同屈光度的单焦点镜片进行重复测量,测量镜片的屈光度的标称值分别为 -7.5、-5、

-3、-1、1、3、5、6 D,重复测量数为 10,不同屈光度测量下的莫尔条纹图如图 4 所示。

对于莫尔条纹的求解算法,本文采用一种基于相位拟合的莫尔条纹局部角度求取算法<sup>[10]</sup>,即莫尔条纹的移相通过沿着垂直栅线方向平移光栅来实现,移相量  $\Delta\varphi$  与光栅移动距离  $\Delta x$  关系表示为

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{p} \quad (16)$$

本文采用五步移相,每次平移  $p/4$  的距离,平移得到  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  五幅干涉图根据移相条纹图求得折叠相位,表示为

$$\varphi = \arctan \left[ \frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - I_5 - I_1} \right] \quad (17)$$

单焦点镜片的测量结果如表 1 所示。从单焦点镜片的测量结果可以看出,测量系统对于量程内各种屈光度的单焦点镜片有较为精确的测量结果,且测量结果的稳定性较高。从整体上看,10 次均值误差在 0.04 D;对比不同屈光度的镜片来看,屈光度绝对值变大,测量的误差也会变大。

对于渐进多焦点镜片而言,其镜面上每一个点的屈光度值都是不一样的,一般仅对视远区、视近区以及

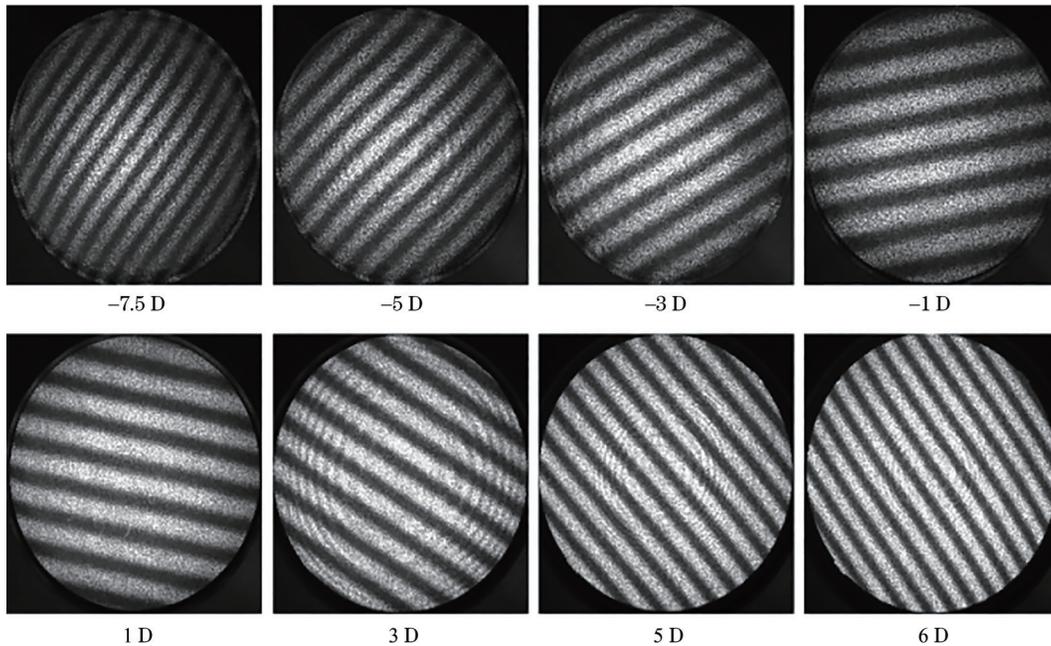


图 4 系统采集的不同屈光度的莫尔条纹值

Fig. 4 Moiré fringe values of different diopters collected by the system

表 1 单焦点镜片不同屈光度 10 次测量数据平均值

Table 1 Average values of ten measurements with different diopters of single focus lens

unit: D

Parameter	Nominal value							
	-7.50	-5.00	-3.00	-1.00	-7.50	-5.00	-3.00	-1.00
Average value	-7.540	-4.985	-2.990	-1.035	-7.540	-4.985	-2.990	-1.035
Root mean square	0.066	0.085	0.078	0.049	0.066	0.085	0.078	0.049
Maximum error	0.10	0.12	0.12	0.10	0.10	0.12	0.12	0.10

中间渐进区域进行分析。采用本文系统采集到的渐进多焦点镜片莫尔条纹如图 5 所示。

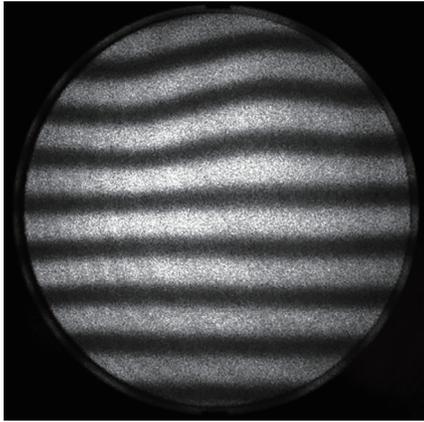


图 5 渐进多焦点镜片莫尔条纹

Fig. 5 Moiré fringe of progressive multi-focus lens

采用本文测量系统进行测量的结果如图 6 所示,从图 6(a)可以看出,在镜片边缘部分仍有很大误差。从图 6(b)可以看出,渐进通道的屈光度从  $-3.1$  D 变化到  $0$  D,在边缘部分变化明显,误差主要来源于镜头的像差和求解算法。

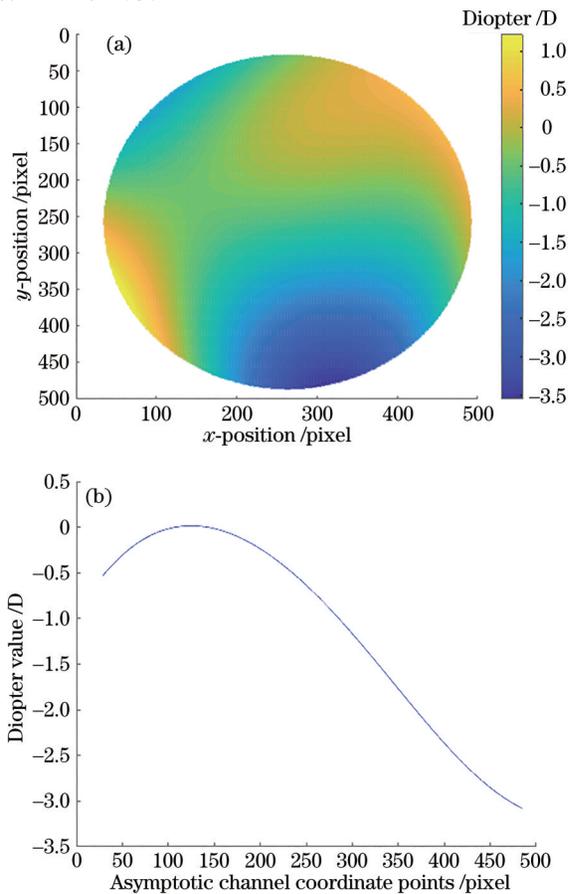


图 6 渐进多焦点镜片屈光度分布。(a)整体分布;(b)渐进通道屈光度分布

Fig. 6 Diopter distribution of progressive multi-focal lens. (a) Overall distribution; (b) evolutionary channel diopter distribution

为了验证屈光度测量系统的稳定性,设计如下实验:对待测渐进多焦点镜片每隔 1 h 进行一次测量,连续测量 5 组,每组测量 10 次,由于镜片的视远区接近平面镜,所以仅记录每次测量视近区的屈光度值,其测量结果如表 2 所示。

表 2 多焦点镜片视近区屈光度测量数据表

Table 2 Diopter measurement data in near area of multi-focus lens unit: D

Parameter	Number				
	1	2	3	4	5
Average value	-1.284	-1.262	-1.283	-1.290	-1.286
Root mean square	0.031	0.039	0.044	0.039	0.051
Maximum error	0.05	0.07	0.08	0.06	0.08

## 4 结 论

本文提出了一种移相式泰伯干涉仪法测量多焦点镜片屈光度的方法,研究了泰伯干涉仪法研究屈光度的测量原理,推导了最优屈光度测量公式,针对  $-8 \sim 8$  D 范围量程,在满足泰伯距误差小于 5% 的情况下,解析得到最佳光栅间距为 6.5 mm,光栅夹角为  $1.9^\circ$ ,光栅周期为 0.2 mm,通过搭建的实验系统进行实验操作,数据结果表明,该方法的测量误差小于 0.1%,具有高灵敏度和大量程等特点。

## 参 考 文 献

- [1] Nakano Y, Murata K. Measurements of phase objects using the Talbot effect and Moiré techniques[J]. Applied Optics, 1984, 23(14): 2296-2299.
- [2] Chen H, He Y, Li J X, et al. Measurement of long focal lengths with a double-grating interferometer[J]. Applied Optics, 2013, 52(27): 6696-6702.
- [3] Wen J M, Zhang Y, Xiao M. The Talbot effect: recent advances in classical optics, nonlinear optics, and quantum optics[J]. Advances in Optics and Photonics, 2013, 5(1): 83-130.
- [4] 肖小果. 检测镜片屈光度的莫尔偏折法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2012: 66-76.  
Xiao X G. Research on moiré bias method for detecting lens diopter[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2012: 66-76.
- [5] 顾天铭. 渐进多焦点镜片表面屈光度地形图仪研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2016: 39-45.  
Gu T M. Research on the surface diopter of progressive multifocal lens[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2016: 39-45.
- [6] Luo J, Bai J, Zhang J C, et al. Long focal-length measurement using divergent beam and two gratings of different periods[J]. Optics Express, 2014, 22(23): 27921-27931.
- [7] 侯英龙, 张学典, 董世琨, 等. 基于莫尔条纹偏折技术的多焦点镜片检测技术研究[J]. 激光杂志, 2014, 35(1):

- 5-7.
- Hou Y L, Zhang X D, Dong S K, et al. Research on the measurement of progressive addition lenses' power based on Moiré deflection technology[J]. Laser Journal, 2014, 35(1): 5-7.
- [8] Jin X R, Zhang J C, Bai J, et al. Calibration method for high-accuracy measurement of long focal length with Talbot interferometry[J]. Applied Optics, 2012, 51(13): 2407-2413.
- [9] He Y, Chen L, Liu Y, et al. Least-squares calibration method for double-grating interferometers used in measurement of long-focal-length lenses[J]. Applied Optics, 2019, 58(23): 6370-6376.
- [10] 薛鹏永,何勇,郭仁慧,等.基于相位拟合的莫尔条纹局部倾角计算[J].激光与光电子学进展: 2020, 57(24): 241009.
- Xue P Y, He Y, Guo R H, et al. Calculation of local fringe direction in Moiré patterns based on phase fitting [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(24): 241009.