先进成像

激光与光电子学进展

高精度小视野 TFT-LCD 图像异物缺陷自动分割

杨勍1,赵于前1,2*,张帆1,廖苗1

¹中南大学自动化学院,湖南 长沙 410083; ²湖南省高强度紧固件智能制造工程技术研究中心,湖南 常德 415701

摘要为了精确分割TFT-LCD异物缺陷,准确计算缺陷尺寸,满足TFT-LCD工业生产中对异物缺陷检测的需求,提出一种面向高精度小视野TFT-LCD图像的异物缺陷高精度自动分割方法。首先,根据屏幕像素的空间分布规律,考虑缺陷的尺寸变化,采用基于空间信息多尺度显著性的缺陷提取方法,自动获得图像中的缺陷区域。然后,结合缺陷与屏幕像素间隙的空间分布关系,找到被像素间隙截断的对应缺陷块组。最后,利用局部凸包拟合算法对缺陷区域进行连通,实现对异物缺陷的自动分割。实验结果证明,所提方法能较精确地分割异物缺陷,精确率和召回率分别为95.36%和93.34%,且尺寸计算正确率为96.5%,基本满足工业生产中TFT-LCD异物缺陷尺寸计算的稳定可靠、高精度、高准确性等要求。

关键词 机器视觉; TFT-LCD; 缺陷分割; 显著性检测; 凸包拟合中图分类号 O436 文献标志码 A

DOI: 10. 3788/LOP202259. 1215008

Automatic Segmentation of Defect in High-Precision and Small-Field TFT-LCD Images

Yang Qing¹, Zhao Yuqian^{1,2*}, Zhang Fan¹, Liao Miao¹

¹School of Automation, Central South University, Changsha 410083, Hunan, China; ²Hunan Engineering and Technology Research Center of High Strength Fastener Intelligent Manufacturing, Changde 415701, Hunan, China

Abstract In this paper, we propose a high-precision automatic segmentation method for foreign body defects in high-precision small-field TFT-LCD images to segment TFT-LCD foreign body defects and calculate their size accurately, meeting the requirements of foreign matter defect detection in TFT-LCD industrial production. First, using the spatial distribution of screen pixels and considering the dimensional change of defects, we employ the defect extraction method based on spatial information multiscale saliency detection to automatically obtain the defect areas on the image. Next, combining the spatial distribution relationship between the defects and the gap of screen pixels, the corresponding defect block group truncated by pixel gap is found. Finally, a local convex hull fitting algorithm is used to connect the defect areas to realize automatic segmentation for foreign body defects. Experimental results show that the proposed method can segment foreign body defects more accurately, attaining the accuracy and recall rate of 95.36% and 93.34%, respectively. Furthermore, it obtains the correct size calculation rate of 96.5%, which meets the requirements of TFT-LCD foreign body defect size calculation in industrial production stability, reliability, high precision, high accuracy, and other requirements.

Key words machine vision; TFT-LCD; defect segmentation; saliency detection; convex hull fitting

收稿日期: 2021-04-16; 修回日期: 2021-05-27; 录用日期: 2021-06-27

通信作者: *zyq@ceu.edu.cn

1引言

随着现代电子信息技术的发展,手机薄膜晶体 管液晶显示屏(TFT-LCD)向大尺寸、轻薄化、高分 辨率方向发展。然而,由于TFT-LCD结构复杂、制 造工序繁多,生产过程中不可避免地出现极小异物 缺陷。目前,屏幕生产线对异物缺陷判定有着极为 严苛的要求,依靠人工肉眼判别异物缺陷这种方法 不仅成本高、准确率低,而且主观性强、效率低,无 法满足手机TFT-LCD大批量、大尺寸、高品质的生 产要求。因此,研究基于机器视觉的屏幕异物尺寸 检测方法对提高手机TFT-LCD的生产效率和质量 具有重要意义。

目前,已有不少学者针对TFT-LCD缺陷提出 了多种自动检测方法[1-3]。廖苗等[4]提出了一种自适 应局部增强方法以检测手机 TFT-LCD 缺陷。该方 法首先将屏幕区域分为多个不重叠像素块,采用自 适应局部增强算法检测缺陷,然后利用多层级分块 方式提升算法鲁棒性。针对屏幕亮度不均问题,温 招洋等^[5]利用离散余弦变换(DCT)和反变换重构背 景图像,消除背景不均匀并增强缺陷区域对比度, 最后采用大津法(Otsu)分割提取屏幕缺陷。钱基 德等[6]运用单帧图像局部区域进行背景建模,并通 过对背景模型和原图进行差分消除背景亮度不均 并增强缺陷特征信息,最后基于最大稳定极值区域 实现了对缺陷区域的自动检测。考虑到屏幕区域 存在各种纹理背景,Bi等^[7]采用 real Gabor 滤波方法 消除了 TFT-LCD 图像中的背景纹理,并增强了缺 陷区域,实现了从包含纹理信息的屏幕图像中进行 缺陷检测的目的。Yang 等^[8]采用基于异常值预判 的图像背景构造算法来重构图像背景纹理,通过重 建的背景和原图进行差分得到残差图像,该算法在 消除背景纹理和亮度不均的同时,初步定位缺陷位 置,提升缺陷检出率,最后采用基于区域梯度的水 平集算法降低缺陷的误测率,大大提升了屏幕缺陷 检测的有效性。

上述缺陷自动检测方法的主要目的在于从 TFT-LCD图像中检测出是否有缺陷,但受工业相 机分辨率的限制,拍摄图像精度无法满足产线对缺 陷尺寸计算精度的要求,无法准确计算异物缺陷的 尺寸。为解决这一问题,本文基于常规TFT-LCD 缺陷检测算法的检测结果,采用工业相机拍摄屏幕 异物缺陷所在的局部区域,获取高精度小视野 TFT-LCD异物缺陷图像。高精度小视野图像是对 屏幕局部区域进行放大的结果,当前针对TFT-LCD缺陷的自动检测方法在该图像上无法使用。 因此,本文面向TFT-LCD异物缺陷的高精度小视 野图像,分析图像特征,提出一种基于空间信息多 尺度显著性的缺陷区域提取方法,该方法能够有效 地从高精度小视野TFT-LCD图片中准确提取不同 尺寸的异物缺陷。由于高精度小视野TFT-LCD图 像中屏幕像素间隙的影响,被提取出来的缺陷存在 间断性,根据缺陷块的空间分布特征,找寻需要连 通的缺陷块对,并采用局部凸包拟合法对其进行连 通,获得最终的完整缺陷。

2 算法描述

2.1 基于空间信息多尺度显著性的缺陷区域提取

TFT-LCD彩色像素均由红(R)、绿(G)、蓝(B) 三个子像素组成,且子像素分布满足特定的空间分 布规律。为直观展示,图1给出了子像素示意图,其 中图1(a)、(b)为两款不同屏幕的高精度小视野原始 图像,图1(c)、(e)分别为图1(a)、(b)的缺陷区域(即 虚线方框区域)局部放大示意图,从图中可以看出缺 陷区域屏幕像素与正常区域存在较为明显的差异。 图1(d)、(f)分别为图1(a)、(b)的正常区域(即实线 方框区域)放大示意图,从图中可以看出同款屏幕中 像素排布存在一定的空间重复性。目前,已有不少 针对纹理的缺陷检测方法^[9-11],但均无法有效运用在 高精度小视野图像的缺陷分割中。基于该屏幕像素 分布特性,同时考虑异物缺陷尺寸的不一致性,提出 一种基于空间信息的多尺度显著性缺陷检测方法。

根据 TFT-LCD 像素的空间分布,图像中(*i*, *j*) 位置的像素点 *P*与其8个方向上特定距离的像素 *P_N*(*N*=1,2,...,8)在色彩特征上具有相似性,如 图 2(a)所示,其中蓝色方块为中心像素,8个绿色方 块表示与其相似的像素。 $D_1 和 D_2 分别为像素在水$ 平和垂直两个方向上的最大距离,其由屏幕设计时水平和垂直方向上两个相邻的相似子像素在拍摄图像上的距离决定。根据这一特性,基于当前像素与按规律间隔分布的像素的差异来检测缺陷。为 $便于描述,引入显著性 <math>s_{(i,j)}$ ^[12]量化像素 *P*与*P_N*均值 的对比度差异。

$$\mathbf{s}_{(i,j)} = \frac{1}{8} \sum_{N=1}^{8} \mathbf{v}_{N} - \mathbf{v}_{(i,j)}, \qquad (1)$$

式中:
$$\boldsymbol{v}_{N} = \left[R_{N}, G_{N}, B_{N} \right]^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{v}_{(i,j)} = \left[R_{(i,j)}, G_{(i,j)}, B_{(i,j)} \right]^{\mathrm{T}};$$



图1 子像素示意图。(a)(b)原始图像;(c)(e)缺陷局部放大图;(d)(f)正常区域局部放大图 Fig. 1 Images of subpixel. (a)(b) Origin image; (c)(e) partial enlarged image of defect; (d)(f) partial enlarged image of normal area





R、G、B分别表示图像的红、绿、蓝三个色彩通道。显然, s(i,i)的值越大,该像素属于缺陷的概率也越高。

由于工业镜头存在一定量的畸变,屏幕上相似 像素在图像中间隔距离增大时,会产生一定差异, 导致计算显著性时易出现偏差。针对由于大尺寸 缺陷像素 $s_{(i,j)}$ 值很小而被错误划分为正常像素的问 题,将多尺度特征引入显著性检测之中,如图2(b)所 示,将 D_1 和 D_2 分别扩大2倍和3倍,得到与图2(a)中 绿色所示像素的距离不同,但颜色信息相似的两组 像素 $P_{N_1}(N_1=1,2,...,8)$ 和 $P_{N_2}(N_2=1,2,...,8)$ 。 因此,像素P的最终显著性 $S_{(i,j)}$ 定义为不同尺度 (d_{scale})下的显著性之和,具体公式为

$$\boldsymbol{S}_{(i,j)} = \sum_{d_{scale}}^{3} \boldsymbol{s}_{(i,j)\circ}$$
(2)

根据式(1)分别计算图1中小尺寸缺陷在D₁和 D₂分别为1倍、2倍和3倍时的三个不同尺度的显著 性,其效果如图3所示。可以看出对于小尺寸的缺陷,缺陷的s_{(i,j}高于非缺陷区域,不同尺度之间缺陷 区域s_{(i,j}差异较小,但小尺度非缺陷区域s_{(i,j}一致性 优于大尺度;而对于面积较大的缺陷,如图4(b)~ (d)所示,大尺度缺陷区域s_{(i,j})明显优于小尺度缺陷 的s_(i,j)。为了保证检出大尺寸缺陷,所提算法融合 了多个尺度的显著性检测结果,如图4(e)、(f)所示, 融合3个尺度时的S_{(i,j})比结合2个尺度效果更好。 综上所述,所提多尺度显著性检测算法可有效突出 屏幕中不同尺寸的缺陷区域。

最后,为获得缺陷区域的二值图,采用经验阈值 (经过实验验证,针对本文数据库,经验阈值为1400) 从显著性计算结果中提取缺陷区域。如图5(c)所示, 由于屏幕中的菱形网格在经过阈值后也被识别为缺 陷,通过计算连通区域的像素个数,去除像素个数



图 3 小尺寸缺陷在不同尺度的显著性检测结果。(a)原始图像;(b)尺度1效果图;(c)尺度2效果图;(d)尺度3效果图 Fig. 3 Saliency detection results of small size defect at different scales. (a) Origin image; (b) image with scale 1; (c) image with scale 2; (d) image with scale 3



图 4 大尺寸缺陷显著性检测结果。(a)原始图像;(b)尺度1效果图;(c)尺度2效果图;(d)尺度3效果图; (e)2个尺度融合;(f)3个尺度融合

Fig. 4 Saliency detection results of large size defect. (a) Origin image; (b) image with scale 1; (c) image with scale 2; (d) image with scale 3; (e) 2-scale fusion; (f) 3-scale fusion



图 5 缺陷区域二值化结果。(a)原始图;(b)多尺度显著性计算;(c)二值化;(d)干扰消除 Fig. 5 Result of defect region binarization. (a) Origin image; (b) multiscale saliency detection; (c) binarization; (d) interference cancellation

小于经验阈值(经过实验验证,针对本文数据库,经 验阈值为50)的小面积干扰区域,得到最终的缺陷 区域,如图5(d)所示。

2.2 基于缺陷空间分布特征的缺陷连通

如图1所示,屏幕像素之间存在黑色条纹,采用 CCD相机拍摄的图像无法显示间隙处的异物缺陷。 因此,2.1节中提取的缺陷区域易被屏幕像素间隙分 割为多个不连通的区域,无法直接根据截断区域计算 缺陷尺寸。为了解决该问题,基于缺陷块与像素间隙 之间的空间关系,获取需要连通的缺陷块对,并采用 局部凸包拟合方法得到完整的缺陷区域。

首先运用阈值法得到屏幕间隙以及包含曲线 部分的二值图,如图6(a)所示。由于屏幕像素间隙 为垂直带状结构,为平滑屏幕间隙,采用竖状结构 元素对二值图进行多次腐蚀(经过实验验证,针对 本文数据库,腐蚀次数为50)。经过反复腐蚀,像素

研究论文

第 59 卷 第 12 期/2022 年 6 月/激光与光电子学进展

间隙会比真实略窄,因此使用同样结构元素进行相同次数的膨胀操作,对像素间隙宽度进行复原,得到宽度与原来近似的像素间隙,再结合像素间隙与 先前得到的缺陷区域,可得到缺陷与像素间隙相交 情况,效果如图6(b)所示。然后,通过对数据库中 缺陷的形态特性以及其与像素间隙间的空间特性 进行分析,寻找需要连通的缺陷块对 B_(a,b),其中 a 和 b 分别表示需要连通的两个缺陷块对,并进行局部 凸包拟合,如图 6(c)所示,其中红绿蓝所示多边形 分别为三组缺陷块对 B_{(a,b})的凸包拟合效果。最后 对拟合区域进行填充,即可得到完整的缺陷区域, 如图 6(d)所示。



图 6 完整缺陷区域获取流程示意图。(a)二值化;(b)缺陷和间隙示意图;(c)凸包拟合;(d)最终结果 Fig. 6 Illustration of complete defect area acquisition process. (a) Binarization; (b) image of defect and gaps; (c) convex hull fitting; (d) final result

在搜索缺陷块对B_{(a,b})时,对于形状比较复杂的 点缺陷或线缺陷,缺陷块与像素间隙之间相交情况比 较复杂。如图7(a)所示的线状缺陷,根据实际中异物 缺陷与像素间隙的空间分布特性,提出的缺陷块对搜 索方法如下:当单个像素间隙与2个缺陷块相交时, 将与间隙相连的2个缺陷块视为一对;若单个像素间 隙与大于2个缺陷块相交,按以下步骤进行搜索。

1)依次寻找与每个间隙相连的所有缺陷块,按 照与间隙左侧或右侧相连的情况,将缺陷块分成A、 B两组,其中A组为间隙左侧缺陷,B组为间隙右侧 缺陷,图7(c)、(d)为图7(a)中两个屏幕像素间隙的

分组示意图;

 2) 按照质心坐标从上至下,依次对A、B两组缺 陷块进行编号,如图7(c)、(d)所示;

3)当A、B两组缺陷数量相等时[如图7(c)所示], a_1 与 b_1 被视为相连的缺陷块 $B_{(a_1,b_1)}, a_2$ 与 b_2 为一组 $B_{(a_2,b_2)}$,依次类推。当A、B两组缺陷数量不相等时,根据缺陷与像素间隙的空间特性进行分析:如果像素间隙一侧缺陷块数为1,另一侧为2(如图7(d)所示,可能存在其他情况,但在当前数据库和实际运用中暂时没有),则将 a_1 与 b_1 视为需要相连的缺陷块 $B_{(a_1,b_1)}, a_2$ 与 b_1 为同组的缺陷块 $B_{(a_2,b_1)}$ 。





最后,采用凸包拟合法将每组缺陷块对依次连通,得到完整的缺陷区域。为了避免凸包拟合引入 非缺陷区域,将需拟合的缺陷块对与像素间隙相交 区域外轮廓作为点集 **X**,并采用 Graham 扫描算法^[13] 对点集 X进行不断排序与扫描,从而得到 X凸集的 交集 S,如图 8(a)绿色轮廓所示,对轮廓区域采用形 态学孔洞填充算法,可获得最终完整的缺陷区域, 如图 8(b)所示。



图 8 缺陷块连接示意图。(a)局部凸包拟合;(b)最终结果 Fig. 8 Illustration of defect block connection. (a) Local convex hull fitting; (b) final result

3 实验结果与分析

基于 VS2017 的编程平台和 OpenCV3.4.0 开 发环境实现缺陷检测算法。工业相机为500万彩色 CCD 面阵相机,其图像分辨率为2448×2048,图片 像素当量为0.007 mm。为评价算法的分割性能,对 工业相机采集的600 幅缺陷图片进行自动分割,并 将分割结果与手动分割结果进行比较。采用精确率 (P)和召回率(R)性能指标对所提方法进行评价。

$$P = \frac{N_{\rm TP}}{N_{\rm TP} + N_{\rm FP}},\tag{3}$$

$$R = \frac{N_{\rm TP}}{N_{\rm TP} + N_{\rm FN}},\tag{4}$$

式中:N_{TP}为正确分割为缺陷区域的像素数目;N_{FP} 为将非缺陷区域错误分割为缺陷区域的像素数目; N_{FN}为未识别的缺陷区域像素数目。

因当前无针对高精度小视野 TFT-LCD 异物缺 陷分割的算法,所以为评价算法有效性,采用数学形 态学对 2.1 节得到的二值缺陷区域进行连通,作为 对比实验1;采用凸多边形拟合方法对搜索的缺陷块 对进行拟合,作为对比实验2。对比实验组分割结果 和所提方法分割结果的性能指标如表1所示。

从表1可以看出,在精确度上,对比实验组均比

表1 对600幅缺陷图片的分割结果性能对比

 Table 1
 Performance comparison of segmentation results for

 600 defect images

0				
Method	Precision / %	Recall / %		
Proposed method	95.36	93.34		
Contrast experiment 1	90.94	78.89		
Contrast experiment 2	86.64	97.43		

所提方法的结果差,在召回率上,对比实验组2高于 所提方法。通过图9中不同方法的分割结果可以看 出,对缺陷间隙进行平滑处理可以有效避免大量过 分割现象,但腐蚀操作无法完全消除膨胀所带来的 过分割;对一些间隔较大的缺陷块对无法有效进行 连接,易出现欠分割现象。对于需连接的缺陷块 对,对比实验组2整体进行凸包拟合,会由于缺陷边 缘不够光滑,出现较大面积的过分割现象,但欠分 割现象并不明显。

为了进一步评估所提方法是否符合实际工业在 线检测的需求,对自动分割的缺陷区域进行相关尺 寸计算,并将计算结果与菲林尺测量的真实缺陷尺 寸进行对比,偏差在±0.02 mm内视为算法计算准 确,准确性如表2所示。通过对表1和表2的分析可 以看出,虽然在召回率上所提方法不如对比实验1, 但计算实际尺寸时所提方法的正确率明显优于其 他对比实验。

表2 所提方法对 600 幅缺陷图片尺寸的计算结果与菲林尺 测量比对情况

Table 2Comparison of the defect size calculation results for600 defect images obtained by proposed method and

microrule

Method	Number of	Number of	Accuracy / %
	correct defects	error defects	
Proposed	E70	91	06 E
method	579	21	90.0
Contrast	177	100	70 F
experiment 1	477	123	79.5
Contrast	F 4 7	F 0	01 17
experiment 2	547	53	91.17







4 结 论

结合 TFT-LCD 像素的空间分布特性,考虑到 不同屏幕的重复间隔和缺陷尺寸的不一致性,提出 了一种基于空间信息多尺度显著性的缺陷区域提取 方法,该方法能够有效地将不同尺寸的缺陷从不同 型号 TFT-LCD 的高精度小视野图像中提取出来。 针对像素间隙导致提取出来的缺陷区域不连续问 题,结合缺陷与屏幕间隙之间的空间信息,搜索互连 通的缺陷块对,并基于缺陷块的形状分析采用局部 凸包拟合对缺陷进行连通。所提算法对在工业生产 中获得的 TFT-LCD 图像进行了测试,尺寸计算正 确率为 96.5%。结果表明所提算法能够有效检测 TFT-LCD 异物缺陷,具有较高的分割精度和鲁棒 性,可满足工业在线检测需求,并已实际运用于生产 线,实现了对 TFT-LCD 异物缺陷的自动尺寸计算。

然而,所提算法仍存在一些不足与局限性。例 如,受限于当前的数据库,对缺陷连通方法的鲁棒 性仍有待进一步验证。此外,所提算法利用了 TFT-LCD像素与像素间隙的空间分布特征,因此 对于OLED等其他屏幕并不能有效适应。未来的 工作将致力于解决这些局限性,并将此算法应用于 其他类型屏幕的异物缺陷分割。

参考文献

 Jin S Q, Ji C, Yan C C, et al. TFT-LCD Mura defect detection using DCT and the dual-γ piecewise exponential transform[J]. Precision Engineering, 2018, 54: 371-378.

[2] 王宏硕,杨永跃.基于改进显著性模型的TFT-LCD 面板缺陷检测[J].电子测量与仪器学报,2018,32 (7):29-35.

Wang H S, Yang Y Y. Surface defect inspection of TFT-LCD panels based on improved saliency model [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32(7): 29-35.

[3] 李一能,曾庆化,张月圆,等.基于BP神经网络的 线 Mura 缺陷识别与定位研究[J].光电工程,2020, 47(11): 63-70.

Li Y N, Zeng Q H, Zhang Y Y, et al. Mura detection and positioning in picture based on BP neural network[J]. Opto-Electronic Engineering, 2020, 47(11): 63-70.

[4] 廖苗,刘毅志,欧阳军林,等.基于自适应局部增强的手机TFT-LCD屏Mura缺陷自动检测[J].液晶与显示,2018,33(6):475-482.

Liao M, Liu Y Z, Ouyang J L, et al. Automatic detection of Mura defect in TFT-LCD mobile screen based on adaptive local enhancement[J]. Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays, 2018, 33 (6): 475-482.

[5] 温招洋,周亚丽,张奇志.基于DCT和Otsu的LCD 缺陷检测算法[J].北京信息科技大学学报(自然科学 版),2017,32(2):50-54.

Wen Z Y, Zhou Y L, Zhang Q Z. Defect detection algorithm of LCD based on DCT and Otsu[J]. Journal of Beijing Information Science & Technology University, 2017, 32(2): 50-54.

[6] 钱基德,陈斌,钱基业,等.基于机器视觉的液晶屏

第 59 卷 第 12 期/2022 年 6 月/激光与光电子学进展

Mura 缺陷检测方法[J]. 计算机科学, 2018, 45(6): 296-300, 313.

Qian J D, Chen B, Qian J Y, et al. Machine vision based inspection method of Mura defect for LCD[J]. Computer Science, 2018, 45(6): 296-300, 313.

- [7] Bi X, Xu X P, Shen J H. An automatic detection method of Mura defects for liquid crystal display[C]// 2015 8th International Congress on Image and Signal Processing (CISP), October 14-16, 2015, Shenyang, China. New York: IEEE Press, 2015: 871-875.
- [8] Yang H, Song K Y, Mei S, et al. An accurate Mura defect vision inspection method using outlier-prejudgingbased image background construction and region-gradientbased level set[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2018, 15(4): 1704-1721.
- [9] 周飘,李强,曾曙光,等.基于多尺度 Hessian矩阵 滤波的陶瓷瓦表面裂纹检测方法[J].激光与光电子 学进展,2020,57(10):101022.
 Zhou P, Li Q, Zeng S G, et al. Surface crack detection method for ceramic tile based on Hessian matrix multi-scale filtering[J]. Laser & Optoelectronics

Progress, 2020, 57(10): 101022.

- [10] 迟欢.基于机器视觉的编织袋缺陷在线检测方法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(20): 201507.
 Chi H. Online detection method of woven bag defects based on machine vision[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(20): 201507.
- [11] 宋斌, 闫宁, 朱琳琳, 等. 一种基于频谱特征的周期 性结构参数检测方法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(12): 121008.
 Song B, Yan N, Zhu L L, et al. A periodic structural parameter inspection method based on spectrum characteristics[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(12): 121008.
- Achanta R, Estrada F, Wils P, et al. Salient region detection and segmentation[M]//Gasteratos A, Vincze M, Tsotsos J K. Computer vision systems. Lecture notes in computer science. Heidelberg: Springer, 2008, 5008: 66-75.
- [13] Graham R L. An efficient algorith for determining the convex hull of a finite planar set[J]. Information Processing Letters, 1972, 1(4): 132-133.