研究论文

# 激光写光电子学进展

先进成像

# 基于激光雷达通道线扫描特点的单光子去噪算法

魏硕<sup>1,2</sup>,赵楠翔<sup>1,2\*</sup>,胡以华<sup>1,2</sup>,李敏乐<sup>1,2</sup>,孙万顺<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>国防科技大学电子对抗学院脉冲功率激光技术国家重点实验室,安徽 合肥 230037; <sup>2</sup>先进激光技术安徽省实验室,安徽 合肥 230037

**摘要** 光子计数激光雷达数据中噪声点云过多的问题严重制约了光子雷达的实际应用,为了解决该问题,针对推 扫式光子雷达探测体制和光子点云数据分布的特点,提出一种去噪方法。首先根据点云数据集的空间分布设定密 度阈值进行粗去噪;然后计算探测激光束的斜率,将剩余数据划分成不同区间,再结合最大密度点设定距离阈值, 对各区间进行进一步去噪;最后针对部分区间使用统计滤波进行最终去噪。实验结果显示,所提方法对试验区目 标点云的识别率达98.2%,去噪率达93.8%,可以有效地去除光子数据中的噪声点云,较为完整地保留信号点云。 关键词 图像处理;激光技术;光子雷达;去噪;统计滤波;推扫式 中图分类号 TN958.98 文献标志码 A **DOI**: 10.3788/LOP202259.1210007

# Single-Photon Denoising Algorithm Based on Line Scanning Characteristics of Lidar Channels

Wei Shuo<sup>1,2</sup>, Zhao Nanxiang<sup>1,2\*</sup>, Hu Yihua<sup>1,2</sup>, Li Minle<sup>1,2</sup>, Sun Wanshun<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>State Key Laboratory of Pulsed Power Laser Technology, Electronic Warfare Academy, National University of Defense Technology, Hefei 230037, Anhui, China; <sup>2</sup>Advanced Laser Technology, Hefei 230037, Anhui, China

**Abstract** Excessive noise point cloud in photon-counting lidar data severely restricts the practical application of photon radar. To solve this problem, this paper proposes a denoising method for the detection system of push-broom photon radar and the characteristics of photon point cloud data distribution. First, we set the density threshold based on the spatial distribution of the point cloud dataset for rough denoising. Then, we calculated the slope of the detection laser beam to classify the remaining data into different intervals. Next, we combined the maximum density point to set the distance threshold for further denoising each interval. Finally, we used statistical filtering for the final denoising of some intervals. The experimental results show that the target point cloud recognition rate of the proposed method reaches 98.2% in the test area and the denoising rate reaches 93.8%. Thus, the proposed method can remove the noise point cloud in the photon data effectively and retain the signal point cloud relatively completely. **Key words** image processing; laser technique; photon radar; denoising; statistical filtering; push-broom

1 引 言

激光雷达用激光器作为辐射源<sup>[1]</sup>,可以精确地

获得目标的三维信息,被广泛应用在测绘、军事、环境科学、遥感、考古等领域<sup>[23]</sup>。但常规激光雷达采用工作在线性雪崩增益模式下的半导体探测器,因

收稿日期: 2021-05-27; 修回日期: 2021-05-31; 录用日期: 2021-06-10 基金项目: 国防科技大学科研计划(ZK18-01-02)、脉冲功率激光技术国家重点实验室主任基金(SKL2018ZR09) 通信作者: \*southfly@163.com 探测阈值较高,需要接收足够多的回波光子才能获 得回波信号,由此导致传统激光雷达在体积、探测 距离及对远小目标的探测精度上存在较大的问题。

为了解决激光雷达的缺陷,科学家们设计出光 子级别灵敏度的仪器<sup>[4]</sup>,如光子雷达<sup>[57]</sup>。光子计数 激光雷达使用工作在盖革模式下的雪崩光电二极 管(GM-APD)作为接收器件,引入时间相关单光子 计数(TCSPC)技术,实现了对光子级别微弱回波信 号的接收与探测。由于光子计数激光雷达的灵敏 度极高,来自背景的大量噪声淹没了信号,去噪处 理是解决激光雷达实际应用的重要步骤之一。

目前光子点云去噪方法可以分为三类:基于栅 格图像处理<sup>[8-9]</sup>、基于密度空间聚类<sup>[10-12]</sup>、基于局部统 计参数<sup>[13-14]</sup>。基于栅格图像处理的去噪算法虽然在 一定程度上可以去除噪声,但在把数据转换成图像 的过程中会丢失部分信息,导致识别目标较为困 难;基于密度空间聚类的去噪算法依托信号点云与 噪声点云的密度差异,但在强背景和复杂地形条件 下难以达到较高的精度;基于局部统计参数的算法 的去噪效果依靠阈值的选取,难以适应不同环境下 的光子点云,如何自适应地选取合适的阈值是该类 算法的难点。

Herzfeld等<sup>[15]</sup>为模拟 ICESat-2数据分析而开发的计算算法主要借助特征向量计算出各项异性的密度中心,再根据地面和树冠设定密度阈值,达到识别地物的目的。李凯等<sup>[14]</sup>在对 multiple altimeter beam experimental lidar(MABEL)数据进行分析研究的基础上,基于局部距离统计提出一种改进的点云去噪算法,并基于统计分析方法改进了点云滤波方法。实验结果显示,提出的单光子激光雷达点云去噪和滤波算法优于传统算法,与传统激光雷达的数字地形模型(DTM)数据具有较好的相关性,能够精确地

恢复地形信息。许艺腾等<sup>[16]</sup>在对单光子激光数据特 点进行精确分析的基础上,提出一种基于地形相关和 最小二乘曲线拟合的数据处理方法,该方法可以有效 剔除噪声,在试验区的整体精度能达97.8%。

为了更好地发挥推扫式激光雷达的实际应用, 且弥补以上算法存在的问题,本文研究了光子雷达 探测体制、数据存储方式及光子点云的分布特点。 针对光子雷达单个通道采集的数据,提出相关算法 进行处理,通过逐步过滤每个通道数据,最终实现 完整探测数据的去噪处理。

#### 2 试验区与实验数据

#### 2.1 试验区与MABEL介绍

美国航天局(NASA)于2010年成功研发了机 载光子计数激光雷达MABEL<sup>[17]</sup>,并在全球范围内 开始机载实验<sup>[18]</sup>,获得了大量珍贵的实测数据。采 用2020年12月11日在美国赛拉山脉采集的 MABEL数据<sup>[19-20]</sup>作为研究对象。MABEL数据存 储格式为HDF5,每一个h5文件包含了24个通道 1 min采集的数据,24个激光通道中包含8个近红外 (1064 nm)波束和16个绿色(532 nm)波束。这些通 道发射波束的下视角可以在-3°~3°进行调整,每 一个子波束测得的数据存储在一个通道里。

MABEL数据定义在WGS84坐标系下,主要由 经度、纬度、海拔等参数来表示数据的地理位置。 本文实验数据是第50通道的数据,采集时长为 60 s。为了表示点云的空间位置关系,首先对原始 数据进行坐标系转换,将WGS84坐标系转换为空 间直角坐标系,由*x、y、z*表示点云数据的三维坐标, 为了方便看出噪声点云和信号点云,转换后的数据 轨迹投影如图1所示。图1(a)是完整的探测点云数 据二维投影图,图1(b)是信号点云二维投影图。





Fig. 1 Sectional view after data projection. (a) Complete detection data; (b) signal point cloud

#### 第 59 卷 第 12 期/2022 年 6 月/激光与光电子学进展

#### 2.2 MABEL 数据分析

光子计数激光雷达探测器的灵敏度在光子级 别,因此在受空中背景光和暗电流的影响下产生较 多的噪声<sup>[21-22]</sup>。噪声信号的飞行时间分布随机,互 不相关,反映在空间上则是分布较为稀疏;而目标 信号的飞行时间较为集中,反映到空间上则是分布 较为集中。因此两者密度差距达1~2个数量级,通 过选择合适的密度阈值,可以去除大部分明显的离 散噪声点。

MABEL数据是典型的推扫式激光雷达数据, 每个通道的数据是由相应激光束沿飞行轨迹扫描 获得的。图2是数据放大后的效果图,图中箭头虚 线代表激光束,从中可以看出测得的点云数据沿着 激光束方向分布,整个数据集由无数条平行于激光 束的线组成。为了便于统计,将一定范围内的线合 并成一个区间,如长方形所示。在每一个区间里, 噪声信号占据的区间长度远大于目标信号占据的 区间长度,因此在每一个区间通过设定距离阈值*d*<sub>avg</sub> 再结合目标点的大致位置,可以滤除极大部分 噪声。



图 2 数据放大效果 Fig. 2 Data magnification effect

## 3 光子计数激光雷达点云滤波算法

图 3 是滤波算法的流程图,首先遍历点云数据, 计算每一个点的 k 密度值,设定 k 密度阈值,与每个点的 k 密度值比较进行粗去噪;然后计算探测通道激光 束的斜率,并将剩余数据划分成多个长方形区间;通 过每个区间的长度计算长度阈值,结合每个区间密 度最大点进行第二步去噪;最后选取长度较长的区 间,利用统计滤波进行最终去噪,得到滤波结果。

#### 3.1 粗去噪

首先对数据建立 k-d 树结构,找到每个点周围 最近的 k 个点,逐个计算该点与这 k 个点的距离 p(i,j),其中最大距离 p<sub>max</sub>(i)记为 k密度值。k密度 值表征每个点的密度大小,k密度值越小,该点密度



#### 图 3 所提滤波算法流程

Fig. 3 Flowchart of the proposed filtering algorithm

越大,该点是信号点的概率就越大,反之该点是噪 声点的概率就越大。

 $p_{\max}(i) = \max\{p(i,1), \dots, p(i,j), \dots, p(i,k)\}, (1)$ 式中:p(i,j)是邻近第*j*个点与点*i*的距离,*j* \in [1, *k*]。

接着计算密度阈值  $d_{avg}$ ,  $d_{avg}$  是各个点 k密度值的均值。如果某点的 k密度值大于  $d_{avg}$ ,则认为该点是噪声点, 舍去, 如果小于  $d_{avg}$ 则认为该点是信号点, 保留。

$$d_{\rm avg} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{\rm max}(i)}{n},\tag{2}$$

式中:n为数据集中的数据总数。

#### 3.2 计算激光束斜率

经过分析可以知道点云的分布具有一定的规律,计算出剩余点云数据集中每个点的斜率 k(i),表达式为

$$k(i) = \frac{y(j) - y(i)}{x(j) - x(i)},$$
(3)

得到斜率值的分布规律,通过斜率值的分布规律可 以计算出激光束的斜率 $k_1$ 。点j是点i不重合的最 近点,且斜率 $k(i) \notin [-0.5, 0.5]$ ,如果斜率值在这 个范围内,则逐个选取次近点,计算该点斜率。随 着探测距离的增加,激光束的直径会增加,探测到 的部分光子点经过投影后会出现重合的现象,致使 该点斜率无法计算。此外由实际情况出发,探测目 标一般位于激光雷达的下方或者斜下方,两者不会 出现水平放置的情况,因此当斜率k(i)在[-0.5,0.5]时,认为是噪声的干扰,同样选取次近点进行 斜率计算。

当上步完成后,k(i)值分布在( $-\infty$ , -0.5)U

(0.5,∞)。为简化计算,当斜率k(i)≥5或者k(i)≤ -5时,即激光束方向与水平线夹角大于80°时,认 为该点斜率方向垂直于水平线,则剩余点的k(i)分 布在(-5,5)之间。

$$k(i) = \begin{cases} \infty, & k(i) \ge 5 \\ k(i), & -5 < k(i) < 5_{\circ} \\ -\infty, & k(i) \le -5 \end{cases}$$
(4)

将斜率取值区间划分为[-5,-4),[-4, -3),…,[4,5),求斜率值落在每个区间内的点数 量,得到各区间的频数,建立斜率直方图,如图4所 示。可以明显看出斜率为正值,大小为1~3,和图2 目测实际斜率大致相同。





已经将斜率k(i)划分为"∞"和"非∞",同样地,依据每个点的斜率值,将点分为垂直点和非垂直点,统计出垂直点和非垂直点的数量,如果垂直点的个数占据总数的50%以上,那么认为激光束斜率 $k_1$ 为垂直。如果小于50%,就通过接下来的步骤求出 $k_1$ 。

用各段频数除以10段频数的总和得到各段占 比v(i),v(1)代表斜率区间[-5,-4)的占比,v(2) 代表斜率区间[-4,-3)的占比,依次类推,求出激 光束斜率k<sub>1</sub>的公式为

$$k_{1} = \begin{cases} \sum_{-4}^{5} i \times v(i+5), & v(k>0) \geqslant 0.5 \\ \sum_{-5}^{4} i \times v(i+6), & v(k \leqslant 0) > 0.5 \end{cases}, \quad (5)$$

若 k(i)≥0的占比在 50% 以上,则 k₁的值为各区间 右边界乘以该区间占比之和,反之 k₁的值为各区间 左边界乘以该区间占比之和。

#### 3.3 精去噪

3.3.1 区间划分

当计算出激光束斜率 k<sub>1</sub>后,从粗去噪后的数据 集中随机选取一个点结合 k<sub>1</sub>计算出该点直线方程, 遍历所有点,求点到该直线的距离,将距离小于阈 值 t的点划分到该直线所在的区间。再选取未被划 分到区间的点,重复上述步骤,直到所有点均被划 分到区间里。

将阈值 t 定为 10 m,因为大部分地形在 10~ 30 m 范围内起伏较为平缓,因此在各区间里的信号 点分布较为集中,极少出现起伏剧烈的情况,便于 在后续去噪处理中保留信号点。本文的测试数据 是山脉地形,其起伏相比其他地形较为剧烈,因此 阈值 t 如果满足山脉地形的区间划分,则同样适合 平原、丘陵等其他地形。

表1是t取不同值时,各区间信号点分布距离的标准差(std)和去噪后保留的噪声点数目(num\_noise),标准差越大表示信号点分布越离散。从表1中可以看出,随着t的增加,标准差的数值逐渐增大,去噪后保留的噪声点数目也随之增加,可以得出结论,各区间信号点分布相对离散,不利于后续的去噪处理。

表	1	不同 t 下的相关参数
Table 1	Rel	lated parameters at different

t/m	std /m	num_noise
10	8.7560	8384
20	8.8364	9209
30	8.8759	9761
50	12.1134	11152
70	14.1733	12603
90	16.5762	14374
100	20.6426	14958

#### 3.3.2 阈值计算

区间划分完毕后,计算每个区间内任意两点之间的距离,各区间内最大两点距离记为各区间长度 d<sub>1</sub>(*i*)。接着计算各区间长度的均值d<sub>1 avg</sub>,选取区间 长度d<sub>1</sub>(*i*)小于d<sub>1 avg</sub>的区间,认为这些区间的区间 长度代表信号点分布范围,再求选取出区间的区间 长度均值d<sub>avg</sub>作为阈值。

$$d_{1 \operatorname{avg}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} d_{1}(i)}{m}, \qquad (6)$$

$$d_{\rm avg} = \frac{\sum d_1(i)}{c}, \qquad (7)$$

式中:m为划分的区间个数;c为提取出的区间个数, 并且代表提取区间重新排列顺序后的索引。找出 各区间 k密度值最小的点,计算区间内每个点到该 点的距离并与 davg 进行比较,若大于 davg,将该点舍 去,如果小于 davg,将该点保留。davg 代表各区间信

#### 研究论文

号点分布距离,其思想是选取部分区间长度较小的 区间,认为这部分区间内含信号点较多,其均值 d<sub>avg</sub> 可以代表信号点分布距离,这一步去噪结果的好坏 与地形分布有直接的关系。阈值 t尽可能取小值, 就是要避免地形起伏剧烈,使信号点尽量分布在一 起,从而阈值 d<sub>avg</sub>对信号点分布的描述更加精确。

如果地形有较为剧烈的起伏,那么计算出的 d<sub>avg</sub>有可能将地形的尖端部分滤除。粗去噪后共有 数据点 86234个,其中信号点 49593个,噪声点 36641个,经过这一步去噪后,剩余信号点 49067个, 噪声点 8384个,说明在去噪的同时有少部分高度较 为突出的点云被滤除,这一实验结果验证了上文对 阈值 d<sub>avg</sub>的推理。如果设定阈值为 2 倍的 d<sub>avg</sub>,去噪 后剩余信号点 49594个,噪声点 11025个,从结果可 以看出,保留的信号点数量有微小的增加,但噪声 点的数量也大大增加。

3.3.3 统计滤波去噪

不同区间包含的噪声点数量不同,区间长度 d<sub>1</sub>(*i*)较大表示该区间噪声点云数目多且密集。这 部分区间经过前述步骤处理后仍会保留部分噪声 点,如果要得到更好的去噪结果,需要对这部分区 间点云数据进行进一步处理。

在上一步去噪处理中,选取的距离阈值为 d<sub>avg</sub>, 该阈值表示点与密度最大点的距离,因为密度最大 点一般分布在信号点中间,即两个最边缘的信号点 之间的距离为2倍的 d<sub>avg</sub>,所以挑选区间长度 d<sub>1</sub>(*i*) 大于2倍的 d<sub>avg</sub>的区间进行最后一步去噪。去噪步 骤如下:

 1) 遍历 m 个区间,如果 d<sub>1</sub>(i)大于 2 倍的 d<sub>avg</sub>, 就提取出该区间,共计 h 个区间;

2) 在各区间里逐个计算每个点到邻近 k个点的 距离,然后求取均值 b(i),k值由 h个区间里点云数 最少的区间点云数决定;

3) 求数组 b(i)的均值  $b_{avg}$  和标准差  $b_{std}$ ,设定阈 值为  $b_{avg} + 2 \times b_{std}$ ;

4) 遍历每个点,如果 b(i)大于阈值 b<sub>avg</sub> + 2×
 b<sub>std</sub>,作为噪声舍去,反之保留。

# 4 实验与分析

#### 4.1 衡量指标

为了衡量所提算法去噪效果的好坏,采用综合 滤波精度K<sub>T</sub>和去噪度K<sub>R</sub>这2个指标来衡量算法结 果。综合滤波精度K<sub>T</sub>表示保留信号点的完整度,去 噪度K<sub>R</sub>表示噪声点云的去除程度。

对于一组点云数据,原始数据中信号点个数为 N<sub>T</sub>,噪声点个数为N<sub>R</sub>,滤波后保留的信号点个数为 N<sub>TS</sub>,保留的噪声点个数为N<sub>RS</sub>,则综合滤波精度K<sub>T</sub> 和去噪度K<sub>R</sub>的表达式分别为

$$K_{\rm T} = \frac{N_{\rm TS}}{N_{\rm T}},\tag{8}$$

$$K_{\rm R} = \frac{N_{\rm R} - N_{\rm RS}}{N_{\rm R}} \,. \tag{9}$$

#### 4.2 实验结果

采用第50通道的数据检验所提算法的去噪效 果,该通道包含点云169511个,根据NASA官网上 给出的标签,其中信号点云49737个,噪声点云 119774个。如图1所示,该数据转换后长度在 10000m左右,地形复杂,噪声分布广泛,密度大,具 有较强的代表性,该数据的处理结果可以更好地检 验算法效果。

首先计算点云 k 密度,求出 k 密度均值,进行初 步去噪,粗去噪结果如图 5 所示。经过去噪后大部 分较为稀疏的噪声点云被去除,但还是有部分噪声 点被保留下来。经过计算,该通道激光束斜率为 1.64,与图 5 相符合。精去噪后的结果如图 6 所示, 图 6 中明显的噪声点和偏离山脉的噪声点均被去 除。该通道数据经算法处理后,K<sub>T</sub>为 98.33%,去噪 度 K<sub>R</sub>为 93.86%。





上文处理结果仅是第50通道的处理结果,为了 检验算法的鲁棒性,还选择该数据的另外4个通道 数据进行处理,处理结果如表2所示。

由表2可知,所提算法的综合滤波精度K<sub>T</sub> 为98.14%,去噪度K<sub>R</sub>为93.92%,从实验结果可 知,所提算法在保留信号点方面具有极强的能力, 在山脉地形因素复杂的影响下,去除噪声达90% 以上。



Fig. 6 Fine denoising resu	lt graph
----------------------------	----------

表2 不同	间通道数据的例	处理结果
-------	---------	------

Table 2	Processing result	lts of different	channel data
---------	-------------------	------------------	--------------

Channel number	$K_{\mathrm{T}}$ / $\%$	$K_{ m R}$ / %
Channel 13	98.75	96.92
Channel 44	98.84	92.31
Channel 55	97.89	98.10
Channel 94	97.90	90.63
Channel 98	97.31	91.66

*d*<sub>avg</sub>作为阈值,得到的结果显示,地形中较为突出的部分被滤除,造成了精度损失。为了验证这一结论的正确性,设定阈值为2倍的*d*<sub>avg</sub>,得到的结果如表3所示。

	表3	不同通道数据的处理结果
Table 3	Proc	essing results of different channel data

Channel number	$K_{\rm T}  /  \%$	$K_{\rm R}$ / %
Channel 13	98.07	95.49
Channel 44	99.78	90.93
Channel 55	98.71	97.12
Channel 94	99.63	89.16
Channel 98	99.40	91.40

从表3可知,当阈值为2倍的 $d_{avg}$ 时,所提算法的综合滤波精度 $K_{T}$ 为99.12%,去噪度 $K_{R}$ 为92.82%,相比于表2, $K_{T}$ 值有所升高, $K_{R}$ 值有所降低,意味着信号点近乎被完整保留下来,但是保留的噪声点数目也有所增加,表3的数据进一步验证了上文得到的结论。

### 5 结 论

根据推扫式激光雷达光子点云数据分布特点, 提出一种新的去噪算法,该算法对光子雷达的通道 数据具有很强的信噪分离能力,效率高,便于实现。 文献[13]的滤波综合精度 $K_{\rm T}$ 为94.87%,文献[9] 的滤波综合精度 $K_{\rm T}$ 为93.2%,相比之下在保证去 噪效果的前提下,所提算法的综合滤波精度更加 优越。

经过实验数据验证可知,所提算法可以有效地 滤除噪声点,且近乎完整地保留信号点,具有很高 的滤波精度。目前常见的机载光子计数激光雷达 几乎都是通过发射激光束进行目标探测的,因此所 提算法对目前现有的雷达具有很强的适应能力。 经过前面的分析可知,所提算法的阈值可以自适应 得到,可以应用于复杂的地形和背景,综上可知所 提算法具有较强的应用前景和实际价值。但是所 提算法的核心是依据激光束扫描方式进行区间划 分然后进行去噪的,因此对机载激光雷达或者推扫 式光子雷达较为适用,对面阵扫描的光子雷达适应 性较差。

#### 参考文献

- [1] 姜海娇,来建成,王春勇,等.激光雷达的测距特性及 其测距精度研究[J].中国激光,2011,38(5):0514001.
  Jiang H J, Lai J C, Wang C Y, et al. Research on ranging property of laser radar and its range accuracy
  [J]. Chinese Journal of Lasers, 2011, 38(5):0514001.
- [2] 张子健,程效军,曹宇杰,等.结合激光与视觉点云的古遗迹三维重建应用[J].中国激光,2020,47(11): 1110001.

Zhang Z J, Cheng X J, Cao Y J, et al. Application of 3D reconstruction of relic sites combined with laser and vision point cloud[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(11): 1110001.

- [3] 赵潇,杨海马,强佳,等.基于卡尔曼滤波的高精度相 干激光测距方法[J].光学学报,2020,40(14):1412001.
  Zhao X, Yang H M, Qiang J, et al. High-precision coherent laser ranging method based on Kalman filtering [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(14): 1412001.
- [4] 马红柳,黄康,刘勇,等.光子集成干涉成像机理和空间频谱覆盖研究[J].光学学报,2021,41(4):0411003.
  Ma H L, Huang K, Liu Y, et al. Research on photonic integrated interferometric imaging mechanism and space spectrum coverage[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(4):0411003.
- [5] 杨程, 鄢秋荣, 祝志太, 等. 基于深度学习的压缩光子计数激光雷达[J]. 红外与激光工程, 2020, 49(S2): 64-71.

Yang C, Yan Q R, Zhu Z T, et al. Compressed photon-counting laser radar based on deep learning [J]. Infrared and Laser Engineering, 2020, 49(S2): 64-71.

#### 第 59 卷 第 12 期/2022 年 6 月/激光与光电子学进展

- [6] 刘鸿彬,李铭,王凤香,等.一种少光子高精度多波 束激光雷达系统及验证[J]. 红外与毫米波学报, 2019, 38(4): 535-541.
  Liu H B, Li M, Wang F X, et al. A high accuracy multi-beam Lidar system and its verification on several photons[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2019, 38(4): 535-541.
- [7] Kekkonen J, Nissinen J, Kostamovaara J, et al. Distance-resolving Raman radar based on a timecorrelated CMOS single-photon avalanche diode line sensor[J]. Sensors, 2018, 18(10): 3200.
- [8] Chen B W, Pang Y. A denoising approach for detection of canopy and ground from ICESat-2's airborne simulator data in Maryland, USA[J]. Proceedings of SPIE, 2015, 9671: 96711S.
- [9] 李铭, 郭颖, 杨贵, 等. 一种推扫式光子计数激光雷达点云滤波算法及其验证[J]. 科学技术与工程, 2017, 17(9): 53-58.

Li M, Guo Y, Yang G, et al. A noise filter method for the push-broom photon counting lidar and airborne cloud data verification[J]. Science Technology and Engineering, 2017, 17(9): 53-58.

- [10] Degnan J J. Photon-counting multikilohertz microlaser altimeters for airborne and spaceborne topographic measurements[J]. Journal of Geodynamics, 2002, 34 (3/4): 503-549.
- [11] Huang J P, Xing Y Q, You H T, et al. Particle swarm optimization-based noise filtering algorithm for photon cloud data in forest area[J]. Remote Sensing, 2019, 11(8): 980.
- [12] Xie D P, Li G Y, Wang J M, et al. A novel denoising algorithm for photon-counting laser data based on LDBSCAN[J]. Proceedings of SPIE, 2019, 11333: 113331B.
- [13] 谢锋,杨贵,舒嵘,等.方向自适应的光子计数激光 雷达滤波方法[J].红外与毫米波学报,2017,36(1): 107-113.
  Xie F, Yang G, Shu R, et al. An adaptive directional filter for photon counting lidar point cloud data[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves,
- [14] 李凯,张永生,童晓冲,等.单光子激光雷达数据去 噪与滤波算法[J].导航与控制,2020,19(1):67-76.
  Li K, Zhang Y S, Tong X C, et al. Research on denoising and filtering algorithm of single photon lidar

2017, 36(1): 107-113.

data[J]. Navigation and Control, 2020, 19(1): 67-76.

- [15] Herzfeld U C, McDonald B W, Wallin B F, et al. Algorithm for detection of ground and canopy cover in micropulse photon-counting lidar altimeter data in preparation for the ICESat-2 mission[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(4): 2109-2125.
- [16] 许艺腾,李国元,邱春霞,等.基于地形相关和最小 二乘曲线拟合的单光子激光数据处理技术[J]. 红外 与激光工程, 2019, 48(12): 148-157.
  XuYT, LiGY, QiuCX, et al. Single photon laser data processing technology based on terrain correlation and least square curve fitting[J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(12): 148-157.
- [17] Abshire J B, Sun X L, Riris H, et al. Geoscience Laser Altimeter System (GLAS) on the ICESat mission: onorbit measurement performance[J]. Geophysical Research Letters, 2005, 32(21): L21S02.
- [18] Brunt K M, Neumann T A, Walsh K M, et al. Determination of local slope on the Greenland ice sheet using a multibeam photon-counting lidar in preparation for the ICESat-2 mission[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2013, 11 (5): 935-939.
- [19] McGill M, Markus T, Scott V S, et al. The multiple altimeter beam experimental lidar (MABEL): an airborne simulator for the ICESat-2 mission[J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 2013, 30 (2): 345-352.
- [20] Brunt K M, Neumann T A, Amundson J M, et al. MABEL photon-counting laser altimetry data in Alaska for ICESat-2 simulations and development[J]. The Cryosphere, 2016, 10(4): 1707-1719.
- [21] 史继芳,崔东旭,贺英萍,等.光子计数法测量微光 像增强器背景噪声分布特性[J].应用光学,2013,34
  (3):485-488.
  Shi J F, Cui D X, He Y P, et al. Distribution characteristic measurement of LLL image intensifier background noise with photon counting method[J]. Journal of Applied Optics, 2013, 34(3): 485-488.
- [22] 邵永进,祝连庆,郭阳宽,等.单光子计数系统及其 噪声分析[J].现代电子技术,2013,36(6):167-170.
  Shao Y J, Zhu L Q, Guo Y K, et al. Single photon counting system and its noise analysis[J]. Modern Electronics Technique, 2013, 36(6):167-170.