

激光与光电子学进展

有限长各向异性圆柱体的椭圆高斯波束 散射与建模

李应乐^{1*}, 王明军², 董群锋³

¹陕西学前师范学院信息工程学院, 陕西 西安 710100;

²西安理工大学自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048;

³咸阳师范学院物理与电子工程学院, 陕西 咸阳 712000

摘要 基于电磁能量守恒定律建立了将电磁各向异性介质等效为电磁各向同性介质的理论模型,并验证了该模型的正确性。在电磁波波长与圆柱体几何参数相当条件下,研究了椭圆高斯波束照射石膏晶体圆柱体的等效介电常数随圆柱体几何参数、波束参数和传播方向的变化情况。仿真结果表明,等效介电常数随圆柱体半径的增大呈波动性变化,随圆柱体长度的增大变化不大。此外,给出了波束任意方向入射各向异性圆柱体散射场的解析表达式。仿真结果表明,有限长圆柱体的半径、入射波束的传播方向对散射的影响较大,圆柱体的长度、波束的照射距离和束腰宽度等因素对散射的影响较小。

关键词 散射; 各向异性介质; 建模; 有限长圆柱体; 波束散射

中图分类号 O436.2

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1129001

Elliptical Gaussian Beam Scattering and Modeling of Finite Length Anisotropic Medium Cylinder

Li Yingle^{1*}, Wang Mingjun², Dong Qunfeng³

¹College of Information Engineering, Shaanxi Preschool Normal University, Xi'an 710100, Shaanxi, China;

²College of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology,
Xi'an 710048, Shaanxi, China;

³College of Physics and Electronic Engineering, Xianyang Normal University, Xianyang 712000, Shaanxi, China

Abstract In this paper, based on the law of conservation of electromagnetic energy, a model of equating the electromagnetic anisotropic medium to be the electromagnetic isotropic medium is established, and its correctness is verified. Under the condition of the electromagnetic wave length being comparable to the geometrical parameters of the cylinder, the equivalent permittivity of the cylinder of gypsum crystal in the elliptical Gaussian beam varies with its geometrical parameters, beam parameters and beam propagation direction are studied. The simulation results show that the equivalent permittivity fluctuated changes with the increase of the radius of the cylinder, and the change of the equivalent permittivity is very small with the increase of the length of the cylinder. In addition, the analytical expression of the scattered field of an anisotropic cylinder being irradiated by an electromagnetic wave beam with an arbitrary direction is presented. The simulation results show that the radius of the cylinder and the angle between the electromagnetic wave propagation direction and the symmetry axis of the cylinder have a great

收稿日期: 2021-07-10; 修回日期: 2021-08-13; 录用日期: 2021-09-08

基金项目: 国家自然科学基金(60971079, 92052106)

通信作者: liyinglexidian@126.com

effect on the scattering, and the length of the cylinder, the distance between the beam and cylinder and the beam waist width etc. have little effects on scattering.

Key words scattering; anisotropic medium; modeling; finite length cylinder; beam scattering

1 引言

各向同性介质材料的散射特性在集成光学、纳米波技术以及目标识别等领域有着潜在的应用前景^[1-3]。近年来,电磁波与各向异性材料之间的电磁相互作用也引起了人们的广泛关注。关于各向异性介质目标的研究方法主要有数值方法和解析方法两大类。数值方法包括时域有限差分(FDTD)法、离散偶极子法、积分微分方程法、矩量法和T矩阵法^[4-6]等。基于解析方法研究各向异性目标散射的文献较多,典型的各向异性介质目标有球形目标和有限长圆柱体目标:Wong等^[7-8]采用标量特征函数的展开方法研究了有耗单轴异性介质球对平面波的电磁散射;Stout等^[9-10]利用微积分理论,研究了单个球形各向异性介质目标电磁散射的解析解;程筱军等^[11-13]利用麦克斯韦方程导出各向异性介质中的电场波动方程,并将其中的电场展开为球矢量波函数。利用傅里叶变换方法可研究各向异性介质球、等离子体球等的散射,研究有限长各向同性圆柱体的平面波散射特性^[14]可为研究各向异性圆柱体散射提供一定的理论基础。假设径向电容率为常数,Jin等^[15]详细研究了有限长等离子体圆柱横磁(TM)波入射时的散射特性。数值方法如FDTD法^[16-18]通过离散麦克斯韦方程,合理考虑了各向异性介质中的多个特征矢量问题,成为研究各向异性有限长圆柱体散射的主要方法。

上述方法主要研究了入射波与主光轴平行时单轴各向异性球形粒子以及入射波垂直于各向异性圆柱体对称轴时的散射特性。当电磁波在各向异性介质中传播时,一般有三个特征传播矢量(方向的函数)^[19-20],导致解析研究各向异性典型目标的电磁散射变成了一个欠定的电磁边界问题,如何找到合理的解决方案,是相关领域的研究热点和难点。本文研究了各向异性介质有限长圆柱体散射对任意方向入射的电磁波束散射解析解,并通过仿真分析了其散射特性与电磁波频率、圆柱体几何参数和介质参数的关系,仿真时设定的时谐因子为 $\exp(j\omega t)$,其中, ω 为角频率。

2 有限长各向异性圆柱体的散射

2.1 均匀各向异性介质的等效介电常数模型

各向异性目标的介质参数 ϵ 、 μ 通常为两个 3×3 张量,每个张量一般有9个元素,求解目标的电磁波传播特性和散射特性十分困难。由麦克斯韦方程可知,无耗各向异性的电磁参数为对称张量,其电磁参数可用厄米矩阵表示,即 $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$, $\mu_{ij} = \mu_{ji}$ 。李瑾等^[21-22]在新的坐标系中将描述介质电磁参数的厄米张量对角化,并给出了对角化前后坐标系之间电磁场的定量转换关系。研究各向异性目标的散射时,一般假设直角坐标系中

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

文献[19-20]的研究表明,即使是最简单的磁导率张量,仍存在3个特征传播矢量,此时,解析求解各向异性目标电磁散射的问题为一个欠定性问题。将各向异性介质转化为各向同性介质,可将解析求解各向异性电磁散射的问题变为一个恰定问题。由电磁场的唯一性定律可知,只要满足相同的边界条件,求出的电磁场就是唯一正确的电磁场。基于该定律,提出了一种等效电磁参数模型,如图1所示。

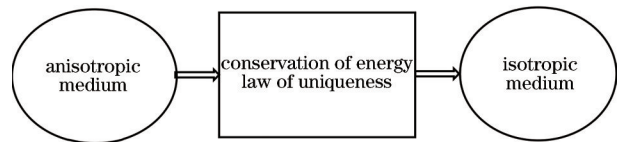


图1 将各向异性介质等效为各向同性介质的技术路线
Fig. 1 Technique route of anisotropic medium equivalent to isotropic medium

在没有传导电流的空间,电磁场能量守恒定律的复数形式可表示为

$$-\frac{1}{2} \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} = \frac{j\omega}{2} \int_V (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}^* - \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^*) dv, \quad (2)$$

式中, \mathbf{E} 为电场, \mathbf{H} 为磁场, \mathbf{H}^* 为 \mathbf{H} 的共轭, S 为闭合曲面的表面积(也称为高斯面,以外法线方向为面元矢量 $d\mathbf{s}$ 的正方向), V 为 S 封闭的体积, dv 为体积元。式(2)的等式左端对应于能流密度,由表

在圆柱坐标系中,式(7)可表示为

$$\mathbf{u}_s = \cos \theta_i \cos(\varphi - \varphi_i) \mathbf{u}_\rho - \cos \theta_i \sin(\varphi - \varphi_i) \mathbf{u}_\varphi - \sin \theta_i \mathbf{u}_z, \quad (9)$$

$$\mathbf{E}_i(x, y, z) = \mathbf{u}_s E_0 \sqrt{-Q_s Q_p} \exp(-jk_0 d) \exp\left[jQ_s \frac{s^2}{\omega_{0s}^2} + jQ_p \frac{p^2}{\omega_{0p}^2}\right] \exp[-j\rho k_\rho \cos(\varphi - \varphi_i)] \exp(-j\beta_0 z),$$

$$\beta_0 = k_0 \cos \theta_i, k_\rho = k_0 \sin \theta_i, \quad (10)$$

式中, $\mathbf{u}_\rho, \mathbf{u}_\varphi$ 为圆柱坐标系 ρ 轴、 φ 轴的单位矢量。入射场^[16]可展开为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_i = \sum_n (a_{1n} \mathbf{m}_{1nk_\rho} + a_{2n} \mathbf{m}_{2nk_\rho} + b_{1n} \mathbf{n}_{1nk_\rho} + b_{2n} \mathbf{n}_{2nk_\rho}) \times \exp(-j\beta_0 z) \\ \mathbf{H}_i = \frac{-k_0}{j\omega\mu_0} \sum_n (a_{1n} \mathbf{n}_{1nk_\rho} + a_{2n} \mathbf{n}_{2nk_\rho} + b_{1n} \mathbf{m}_{1nk_\rho} + b_{2n} \mathbf{m}_{2nk_\rho}) \times \exp(-j\beta_0 z) \end{cases}, \quad (11)$$

式中, $n=0, 1, \dots$ 。对于入射波,核函数选为贝塞尔函数 $Z_n(k_\rho \rho) = J_n(k_\rho \rho)$, 单元矢量波函数可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{m}_{1nk_\rho} = -\frac{n}{\rho} J_n(k_\rho \rho) \sin n\varphi \mathbf{u}_\rho - \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_\rho \rho) \cos n\varphi \mathbf{u}_\varphi \\ \mathbf{m}_{2nk_\rho} = \frac{n}{\rho} J_n(k_\rho \rho) \cos n\varphi \mathbf{u}_\rho - \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_\rho \rho) \sin n\varphi \mathbf{u}_\varphi \\ \mathbf{n}_{1nk_\rho} = -\frac{j\beta_0}{k_0} \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_\rho \rho) \cos n\varphi \mathbf{u}_\rho + \frac{j\beta_0 n}{k_0 \rho} J_n(k_\rho \rho) \sin n\varphi \mathbf{u}_\varphi + \frac{k_\rho^2}{k_0} J_n(k_\rho \rho) \cos n\varphi \mathbf{u}_z \\ \mathbf{n}_{2nk_\rho} = -\frac{j\beta_0}{k_0} \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_\rho \rho) \sin n\varphi \mathbf{u}_\rho - \frac{j\beta_0 n}{k_0 \rho} J_n(k_\rho \rho) \cos n\varphi \mathbf{u}_\varphi + \frac{k_\rho^2}{k_0} J_n(k_\rho \rho) \sin n\varphi \mathbf{u}_z \end{cases}, \quad (12)$$

式中, β_0 为入射波矢量在 z 方向的分量, k_ρ 为入射波矢量在 ρ 方向的分量。分别用 $\mathbf{m}_{1nk_\rho}, \mathbf{m}_{2nk_\rho}, \mathbf{n}_{1nk_\rho}$ 和 \mathbf{n}_{2nk_ρ} 与式(11)进行内积,然后在圆柱体的整个表面上进行积分,并考虑三角函数的正交性,得到

$$a_{1n} \oint_S \mathbf{m}_{1nk_\rho} \cdot \mathbf{m}_{1nk_\rho} \times \exp(-j\beta_0 z) ds + a_{2n} \cdot 0 + b_{1n} \cdot 0 + b_{2n} \oint_S \mathbf{n}_{2nk_\rho} \cdot \mathbf{m}_{1nk_\rho} \times \exp(-j\beta_0 z) ds = \oint_S \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{m}_{1nk_\rho} ds, \quad (13)$$

$$a_{1n} \cdot 0 + a_{2n} \oint_S \mathbf{m}_{2nk_\rho} \cdot \mathbf{m}_{2nk_\rho} \times \exp(-j\beta_0 z) ds + b_{1n} \oint_S \mathbf{n}_{1nk_\rho} \cdot \mathbf{m}_{2nk_\rho} \times \exp(-j\beta_0 z) ds + b_{2n} \cdot 0 = \oint_S \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{m}_{2nk_\rho} ds, \quad (14)$$

$$a_{1n} \cdot 0 + a_{2n} \oint_S \mathbf{m}_{2nk_\rho} \cdot \mathbf{n}_{1nk_\rho} \times \exp(-j\beta_0 z) ds + b_{1n} \oint_S \mathbf{n}_{1nk_\rho} \cdot \mathbf{n}_{1nk_\rho} \times \exp(-j\beta_0 z) ds + b_{2n} \cdot 0 = \oint_S \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{n}_{1nk_\rho} ds, \quad (15)$$

$$a_{1n} \oint_S \mathbf{m}_{1nk_\rho} \cdot \mathbf{n}_{2nk_\rho} \times \exp(-j\beta_0 z) ds + a_{2n} \cdot 0 + b_{1n} \cdot 0 + b_{2n} \oint_S \mathbf{n}_{2nk_\rho} \cdot \mathbf{n}_{2nk_\rho} \times \exp(-j\beta_0 z) ds = \oint_S \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{n}_{2nk_\rho} ds. \quad (16)$$

在式(13)~式(16)中,闭合曲面积为二维积分,包含在圆柱体侧面上的积分和两个端面上的积分。根据式(11)将各向异性圆柱体的散射场表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_s = \sum_n (a_{1ns} \mathbf{m}_{1nk_\rho} + a_{2ns} \mathbf{m}_{2nk_\rho} + b_{1ns} \mathbf{n}_{1nk_\rho} + b_{2ns} \mathbf{n}_{2nk_\rho}) \times \exp(-j\beta z) \\ \mathbf{H}_s = \frac{-k_0}{j\omega\mu_0} \sum_n (a_{1ns} \mathbf{n}_{1nk_\rho} + a_{2ns} \mathbf{n}_{2nk_\rho} + b_{1ns} \mathbf{m}_{1nk_\rho} + b_{2ns} \mathbf{m}_{2nk_\rho}) \times \exp(-j\beta z) \end{cases}, \quad (17)$$

式中, β 为散射波矢在 z 方向的分量。圆柱体的内场可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_t = \sum_n (a_{1nt} \mathbf{m}_{1nk_\rho} + a_{2nt} \mathbf{m}_{2nk_\rho} + b_{1nt} \mathbf{n}_{1nk_\rho} + b_{2nt} \mathbf{n}_{2nk_\rho}) \times \exp(-j\beta_t z) \\ \mathbf{H}_t = \frac{-k_t}{j\omega\mu_0} \sum_n (a_{1nt} \mathbf{n}_{1nk_\rho} + a_{2nt} \mathbf{n}_{2nk_\rho} + b_{1nt} \mathbf{m}_{1nk_\rho} + b_{2nt} \mathbf{m}_{2nk_\rho}) \times \exp(-j\beta_t z) \end{cases}, \quad (18)$$

式中, $\beta_t = k_t \cos \theta, k_{\rho} = k_t \sin \theta, k_t = \omega \sqrt{\epsilon_{eq} \mu_{eq}}$ 为各向异性介质圆柱体内部波矢量的大小。在圆柱体边界面上电场和磁场的切向分量连续,从而得到适

用于计算机求解的线性方程组

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}, \quad (19)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial \rho} H_n^{(2)} \frac{j\beta n}{k_0 \rho_0} H_n^{(2)} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_{lp} \rho_0) & -\frac{j\beta n}{k_l \rho_0} J_n(k_{lp} \rho_0) & 0 \\ -\frac{\partial}{\partial \rho} H_n^{(2)} & 0 & 0 & -\frac{j\beta n}{k_0 \rho_0} H_n^{(2)} & \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_{lp} \rho_0) & 0 & \frac{j\beta n}{k_l \rho_0} J_n(k_{lp} \rho_0) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_\rho^2}{k_0} H_n^{(2)} & 0 & 0 & -\frac{k_{lp}^2}{k_l} J_n(k_{lp} \rho_0) \\ 0 & 0 & \frac{k_\rho^2}{k_0} H_n^{(2)} & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_{lp}^2}{k_l} J_n(k_{lp} \rho_0) \\ \frac{j\beta n}{\rho_0} H_n^{(2)} & 0 & 0 & -k_0 \frac{\partial}{\partial \rho} H_n^{(2)} & -\frac{j\beta n}{\rho_0} J_n(k_{lp} \rho_0) & 0 & k_l \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_{lp} \rho_0) \\ 0 & \frac{j\beta n}{\rho_0} H_n^{(2)} & k_0 \frac{\partial}{\partial \rho} H_n^{(2)} & 0 & 0 & -\frac{j\beta n}{\rho_0} J_n(k_{lp} \rho_0) - k_l \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_{lp} \rho_0) & 0 \\ 0 & k_\rho^2 H_n^{(2)} & 0 & 0 & 0 & -k_{lp}^2 J_n(k_{lp} \rho_0) & 0 \\ k_\rho^2 H_n^{(2)} & 0 & 0 & 0 & -k_{lp}^2 J_n(k_{lp} \rho_0) & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} a_{2n} \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_\rho \rho_0) - b_{1n} \frac{j\beta n}{k_0 \rho_0} J_n(k_\rho \rho_0) \\ a_{1n} \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_\rho \rho_0) + b_{2n} \frac{j\beta n}{k_0 \rho_0} J_n(k_\rho \rho_0) \\ -b_{2n} \frac{k_\rho^2}{k_0} J_n(k_\rho \rho_0) \\ -b_{1n} \frac{k_\rho^2}{k_0} J_n(k_\rho \rho_0) \\ -a_{1n} \frac{j\beta n}{\rho_0} J_n(k_\rho \rho_0) + b_{2n} k_0 \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_\rho \rho_0) \\ -a_{2n} \frac{j\beta n}{\rho_0} J_n(k_\rho \rho_0) - b_{1n} k_0 \frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_\rho \rho_0) \\ -a_{2n} k_\rho^2 J_n(k_\rho \rho_0) \\ -a_{1n} k_\rho^2 J_n(k_\rho \rho_0) \end{bmatrix},$$

$$X = [a_{1ns} \ a_{2ns} \ b_{1ns} \ b_{2ns} \ a_{1nt} \ a_{2nt} \ b_{1nt} \ b_{2nt}]^T = A^{-1} B. \quad (20)$$

在圆柱体表面上,有 $H_n^{(2)} = H_n^{(2)}(k_\rho \rho_0)$, $\beta = \beta_0 = \beta_l$, $H_n^{(2)}$ 为第二类汉克尔函数, β_i 为圆柱体内传波矢量在 z 轴的分量, ρ_0 为圆柱体的半径。将式(20)中的函数在 $\rho = \rho_0$ 处求导,可得到散射场的展开系数;将其代入散射场的表达式,经过整理运算得到柱坐标系中散射场的表达式,再利用柱坐标单位矢量与球坐标系的单位矢量关系得到球坐标系散射场的表达式。

2.3 有限长各向异性圆柱体的波束散射仿真结果

由上述分析可知,合理地求解各向异性圆柱体介质的电磁参数至关重要,而等效电磁参数又与圆柱体的内部电磁场有关。因此,先近似选择等效电

磁参数初值

$$\epsilon = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3}, \quad \mu = \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{3}, \quad (21)$$

将式(21)代入式(3),得到等效电磁参数。将等效电磁参数和前一次的等效介电常数求平均值后再代入式(20),得到圆柱体内部的近似电磁场。将该近似电磁场代入式(3)重复计算,从而得到典型双轴晶体的部分仿真结果。

图3为石膏晶体等效介电常数随迭代次数的变化曲线。仿真参数: $L = 2.5 \text{ m}$, $d = 3.5 \text{ m}$, 束腰宽度 $w_{0s} = 40\lambda$, $w_{0p} = 35\lambda$, 确保波束照射方向变化时一定能照射到圆柱体上。可以发现:当入射波束的方位参数 $\theta_0 = \varphi_0 = \pi/4$, 波长 $\lambda = 2.3066 \text{ m}$, 迭代次数大于6时,等效介电常数开始趋于稳态;随着圆柱体半径的增大,稳态的等效介电常数逐渐减小。电磁场初值以各向异性介质介电常数张量对角元素的算术平均值为基础确定,该平均值确定的电磁场小于各向异性介质内部正确的电磁场。随着迭代次数的增加,内部电磁场逐渐增大,并趋于稳态值。由式(3)得到

$$\epsilon_{eq} = \frac{\int_V \epsilon_1 |E_x|^2 + \epsilon_2 |E_y|^2 + \epsilon_3 |E_z|^2 dv}{\int_V |E|^2 dv}. \quad (22)$$

当电磁场增大时,式(22)中分子的增大速度总是大于总能量的增大速度,导致等效介电常数增大,进而导致圆柱体内部的电磁场减小,分子减小的速度大于分母减小的速度,等效介电常数减小,最终趋于稳态。仿真计算表明,当迭代次数为21次时,仿真得到的等效介电常数也趋于稳态值。

当圆柱体为有限长度时,散射场不仅和观测角

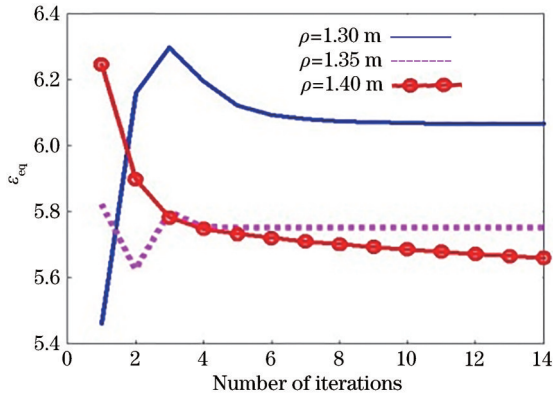


图 3 等效介电常数随迭代次数的变化曲线

Fig. 3 Variation curve of equivalent dielectric constant with iterations

度 φ 有关, 还和其与 z 轴的夹角 θ 有关, 可用微分散射宽度 $K(\theta, \varphi)$ 描述^[19,22]。表 1 为通过模型计算的石膏晶体等效介电常数, 其中, 迭代次数 $n = 7$ 。对比第 1 组和第 2 组数据发现, 当圆柱体的半径从 1.3 m 增加到 1.5 m 时, 等效介电常数逐渐减小。原因是目标越大, 目标从入射场中吸收的总电磁能量就越大, 某一方向上(以 x 方向为例)的电磁能量也逐渐增大, 但该方向上的电磁能量与总能量之比减小, ϵ_x 的权重系数也减小。对比第 2 组和第 3 组数据发现, 当圆柱体的半径从 1.5 m 增大到 1.6 m 时, 等效介电常数有所增大。原因是圆柱体内部电磁场从谐振态开始偏离, 导致吸收的电磁能量减小。对比第 4、第 5、第 6 组数据发现, 当圆柱体的长度从 2.5 m 增大到 2.7 m 时, 等效介电常数的变化十分微小, 表明圆柱体的长度对等效介电常数的影响不大。对比第 6 组和第 7 组数据发现, 波束照射距离

表 1 频率为 130 MHz 时石膏晶体的等效介电常数

Table 1 Equivalent permittivity of gypsum crystals at a frequency of 130 MHz

No.	w_{0x}/m	w_{0y}/m	$\theta_0/(^\circ)$	$\varphi_0/(^\circ)$	d/m	L/m	ρ/m	ϵ_{eq}
1	35λ	30λ	30	30	3.0	2.3	1.3	6.5417
2	35λ	30λ	30	30	3.0	2.3	1.5	5.3216
3	35λ	30λ	30	30	3.0	2.3	1.6	6.2775
4	35λ	30λ	30	30	3.0	2.5	1.3	6.5403
5	35λ	30λ	30	30	3.0	2.6	1.3	6.5379
6	35λ	30λ	30	30	3.0	2.7	1.3	6.5356
7	35λ	30λ	30	30	3.5	2.7	1.3	6.5358
8	35λ	30λ	30	45	3.5	2.7	1.3	6.5732
9	35λ	30λ	45	45	3.5	2.7	1.3	6.0928
10	35λ	35λ	45	45	3.5	2.7	1.3	6.0928
11	40λ	35λ	45	45	3.5	2.7	1.3	6.0805

对等效介电常数的影响也不大。对比第 7 组与第 8 组数据发现, 当入射方位角 φ_0 从 30° 增大到 45° 时, 等效介电常数有所增大。原因是电磁波在各向异性介质中传播时, 电磁波的传播特性主要由极化方向的介电常数决定^[22], 当方位角 φ_0 从 30° 增大到 45° 时, 入射波束的极化方向更趋向于 x 方向, 而石膏晶体在该方向的介电常数最大。对比第 8 组与第 9 组数据发现, 当方位角 θ_0 从 30° 增大到 45° 时, 等效介电常数减小。原因是入射波束更趋于垂直方向照射圆柱体, 使吸收的电磁能量增加。对比第 9、第 10、第 11 组数据发现: 当 y 方向的束腰宽度由 30λ 增大到 35λ 时, 等效介电常数几乎不变; 当 x 方向的束腰宽度由 35λ 增大到 40λ 时, 等效介电常数的变化也不大。原因是在束腰宽度远大于目标尺寸的情况下, 照射到目标上的波束可近似看作平面波, 较小的束腰宽度变化对照射到目标上入射波的影响较小。

图 4 为不同参数仿真得到的 $K(\theta, \varphi)$ 。从图 4(b) 可以发现, 当 $\theta = 90^\circ, \varphi = 180^\circ$ 时, $K(\theta, \varphi)$ 最大。文献[16]利用有限元法和解析法研究了介质圆柱体的电磁波散射, 结果表明, $\varphi = 180^\circ$ 时与对称轴垂直方向上的散射最强, 与本方法的仿真结果一致。由电偶极的电磁辐射理论可知, 各向异性圆柱体在波束照射下产生的散射电流主要在其对称轴平行的方向, 且散射随圆柱体半径的增大而增大。原因是在其他条件不变的情况下, 圆柱体半径的增大会导致圆柱体上的散射源增大。对比图 4(a) 和图 4(c) 可以发现, 在其他参数不变, 圆柱体的长度从 2.3 m 增加到 2.5 m 时, $K(\theta, \varphi)$ 的最大值略有减小, 但这种减小在工程应用上可以忽略。对比图 4(c) 和图 4(d) 可以发现, $K(\theta, \varphi)$ 的最大值差异不大。仿真计算中采用的电磁波长为 2.3066 m, 圆柱体处于近似谐振状态, 当圆柱体的长度稍微偏离波长时, 圆柱体仍然处于谐振状态, 但从入射波束中吸收的电磁能量增大, 导致散射能量减小。此外, 波束的照射距离 d 对散射的影响不大, 原因是散射特性的评价标准为散射能量与入射波能量的比, 目标为线性目标, 入射波束可近似看作平面波, 与照射距离无关。对比图 4(e) 和图 4(f) 可以发现, 当入射波束的照射角度 φ_0 从 30° 增加到 45° 时, 散射有所增强。原因是计算中采用的是石膏晶体 ($\epsilon_x = 9.9, \epsilon_y = 5.1, \epsilon_z = 4.6$), 当照射角 φ_0 增大时, 入射波束电场在 x 方向的极化分量增大, 导致产生散射场的辐射源增强。对比

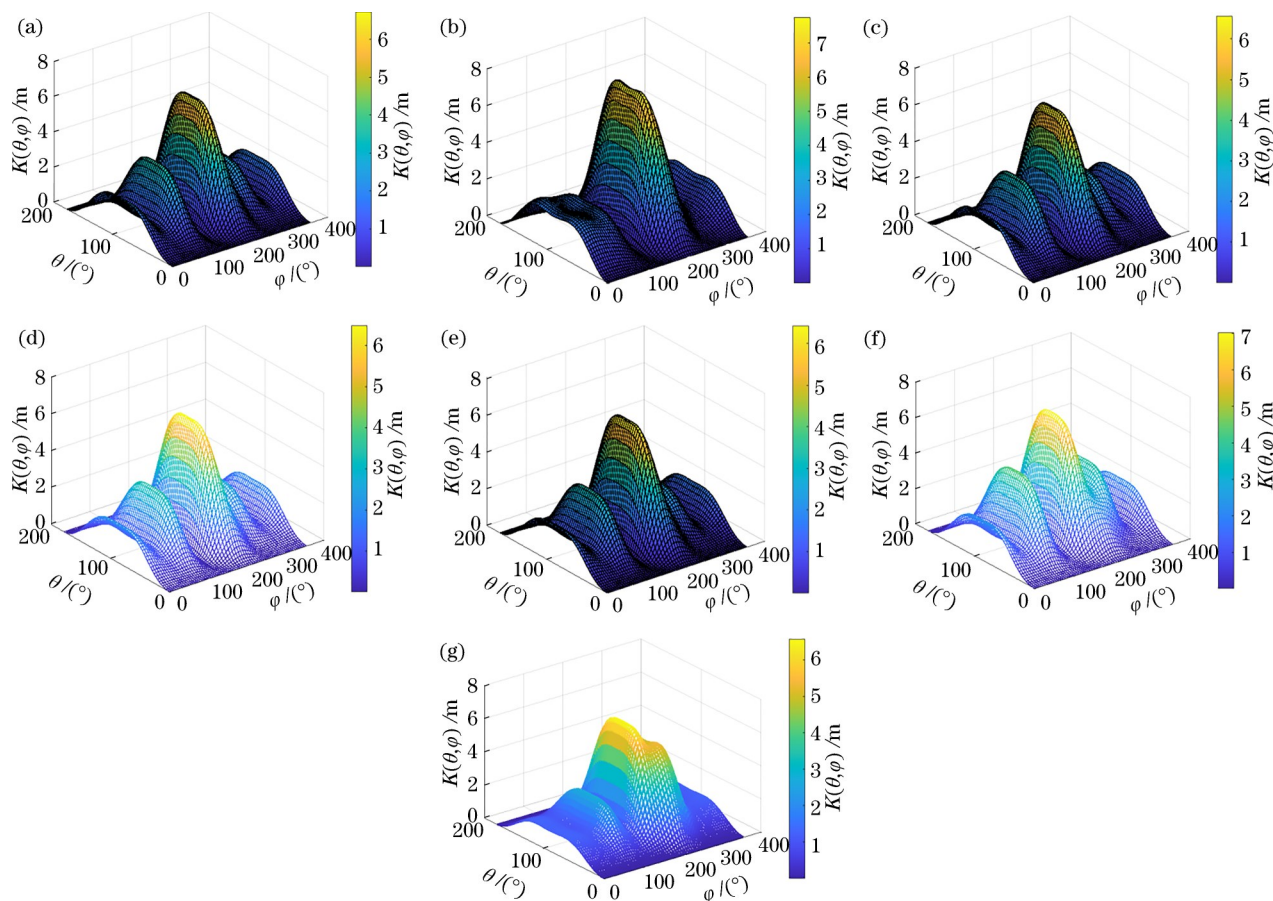


图4 不同参数下的仿真结果。(a)第1组;(b)第2组;(c)第4组;(d)第5组;(e)第7组;(f)第8组;(g)第9组

Fig. 4 Simulation results under different parameters. (a) No. 1; (b) No. 2; (c) No. 4; (d) No. 5; (e) No. 7; (f) No. 8; (g) No. 9

图4(g)与图4(f)可以发现,当入射角 θ_0 增大时,散射有所减弱。原因是入射波电场在半径方向的分量减小,在该方向引起的极化电流减小。数值计算结果表明,束腰宽度对散射特性的影响也不大。

3 结 论

研究了有限长各向异性圆柱体的电磁波束散射特性,基于各向异性介质中的电磁能量守恒定律,建立了将电磁各向异性介质等效为电磁各向同性介质的理论模型,并通过将各向异性介质退化为各向同性介质,验证了该模型的正确性。给出了获得等效介电常数方法的步骤,建立了波束任意极化、任意传播和照射距离的坐标系坐标与目标坐标系坐标的关系。选定各向异性圆柱体的尺寸和电磁波长计算了等效介电常数,结果表明,当迭代次数为6时,等效介电常数趋于稳定。以双轴晶体(石膏)为例,研究了有限长圆柱体的散射特性以及任意方向高斯波束入射的圆柱单元矢量波函数的展开式,获得了散射场、各向异性介质内场的解析

表达式。数值仿真结果表明,有限长圆柱体的半径、入射波束的传播方向对散射的影响较大,圆柱体的长度、波束的照射距离和束腰宽度等因素对散射的影响不大。该研究方法和将各向异性介质等效为各向同性介质模型的方法均具有通用性,下一步还将对各种电磁波束照射下其他形体各向异性介质目标的散射进行研究。

参 考 文 献

- [1] 武盼盼, 帕尔哈提江·吐尔孙, 热米莱·阿卜来提, 等. Au-Ag合金纳米球壳光吸收和后向散射特性的优化[J]. 光学学报, 2021, 41(11): 1129001.
Wu P P, Tuersun P, Abulaiti R, et al. Optimization of light absorption and backscattering characteristics of Au-Ag alloy nanoshells[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(11): 1129001.
- [2] 张涛, 张乐. 一种基于多尺度特征融合的目标检测算法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(2): 0215003.
Zhang T, Zhang L. Multiscale feature fusion-based object detection algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(2): 0215003.

- [3] 赫立群, 段锦, 张肃, 等. 激光在海雾环境中偏振传输特性仿真研究[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(3): 0329001.
He L Q, Duan J, Zhang S, et al. Simulation of polarization transmission characteristics of laser in sea fog environment[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(3): 0329001.
- [4] Stout B, Nevière M, Popov E. T matrix of the homogeneous anisotropic sphere: applications to orientation-averaged resonant scattering[J]. Journal of the Optical Society of America. A, Optics, Image Science, and Vision, 2007, 24(4): 1120-1130.
- [5] 李正军, 吴振森, 屈檀, 等. 单轴各向异性球对任意方向入射平面波的散射[J]. 电波科学学报, 2014, 29(4): 668-672.
Li Z J, Wu Z S, Qu T, et al. Arbitrary direction incident plane wave scattering by a uniaxial anisotropic sphere[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2014, 29(4): 668-672.
- [6] Xu X B, Yi Z, Li X B, et al. Discrete dipole approximation simulation of the surface plasmon resonance of core/shell nanostructure and the study of resonance cavity effect[J]. The Journal of Physical Chemistry C, 2012, 116(45): 24046-24053.
- [7] Wong K L, Chen H T. Electromagnetic scattering by a uniaxially anisotropic sphere[J]. IEE Proceedings H Microwaves, Antennas and Propagation, 1992, 139(4): 314-318.
- [8] Qiu C W, Li L W, Yeo T S, et al. Scattering by rotationally symmetric anisotropic spheres: potential formulation and parametric studies[J]. Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2007, 75(2): 026609.
- [9] Stout B, Nevière M, Popov E. Mie scattering by an anisotropic object. Part I. Homogeneous sphere[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2006, 23(5): 1111-1123.
- [10] Stout B, Nevière M, Popov E. Mie scattering by an anisotropic object. Part II. Arbitrary-shaped object: differential theory[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2006, 23(5): 1124-1134.
- [11] 程筱军, 耿友林. 两层旋电介质球电磁散射的球矢量波函数解[J]. 电波科学学报, 2014, 29(3): 509-514.
Cheng X J, Geng Y L. Spherical vector wave function solution to a plane wave scattering by two concentric gyrotropic anisotropic spheres[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2014, 29(3): 509-514.
- [12] Wei R. Contributions to the electromagnetic wave theory of bounded homogeneous anisotropic media [J]. Physical Review E, 1993, 47(1): 664-673.
- [13] Geng Y L, Wu X B, Li L W, et al. Mie scattering by a uniaxial anisotropic sphere[J]. Physical Review E, 2004, 70(5): 056609.
- [14] de Mattheais P, Lang R H. Microwave scattering models for cylindrical vegetation components[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2005, 55: 307-333.
- [15] Jin Y W, Gao D L, Gao L. Plasmonic resonant light scattering by a cylinder with radial anisotropy[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2010, 106: 335-347.
- [16] 杨利霞, 谢应涛, 孔娃, 等. 斜入射分层线性各向异性等离子体电磁散射时域有限差分方法分析[J]. 物理学报, 2010, 59(9): 6089-6095.
Yang L X, Xie Y T, Kong W, et al. A novel finite-difference time-domain scheme for electromagnetic scattering by stratified anisotropic plasma under oblique incidence condition[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(9): 6089-6095.
- [17] Yu W H, Mittra R. A conformal finite difference time domain technique for modeling curved dielectric surfaces[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2001, 11(1): 25-27.
- [18] Wang J, Yin W Y, Liu P G, et al. High-order interface treatment techniques for modeling curved dielectric objects[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2010, 58(9): 2946-2953.
- [19] 鲁述, 徐鹏根. 电磁场边值问题解析方法[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2005.
Lu S, Xu P G. Analytical method for boundary value problem of electromagnetic field[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2005.
- [20] 李海英. 复杂粒子体系对波束的散射及其应用[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2009.
Li H Y. Scattering properties and applications of complex particle systems illuminated by shaped beam [D]. Xi'an: Xidian University, 2009.
- [21] 李瑾, 冯晓毅. 基于各向异性粒子介电常数张量重构的散射特性研究[J]. 装备环境工程, 2017, 14(12): 88-92.
Li J, Feng X Y. Scattering characteristics based on reconstruction of permittivity tensor for anisotropic particle[J]. Equipment Environmental Engineering, 2017, 14(12): 88-92.
- [22] 王一平, 陈达章, 刘鹏程. 工程电动力学[M]. 2版. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2007.
Wang Y P, Chen D Z, Liu P C. Electrodynamics in engineering[M]. 2nd ed. Xi'an: Xidian University Press, 2007.