第 59 卷 第 11 期/2022 年 6 月/激光与光电子学进展 研究论文

激光与光电子学进展

两比特海森堡自旋链体系中几何量子失协在非马尔可夫环境下的演化

艾则孜姑丽·阿不都克热木，白慧婷，阿依尼沙·牙生，迪丽达尔·海依提江，阿拉帕提·阿不力米提，艾合买提·阿不力孜*

新疆师范大学物理与电子工程学院，新疆 乌鲁木齐 830054

摘要 利用量子态扩散方法，研究了在非马尔可夫环境下海森堡XXZ自旋模型中几何量子失协(GQD)的演化特性。分析了环境关联参数γ、xy平面上的耦合常数J_{xy}、z方向上的耦合常数J_z、外加磁场B以及Dzyaloshinskii-Moriya(DM)相互作用对GQD动力学演化特性的影响。结果表明：γ越短，即环境的非马尔可夫效应越明显，越有利于有效提高系统的GQD；选取的初始态不同，J_{xy}和J_z对GQD起到的作用也不同；在非马尔可夫环境下，适当地增大B可提高GQD，而DM相互作用的引入会导致GQD衰减振荡。值得一提的是：可以从无纠缠初态系统有效地诱导出GQD。

关键词 量子光学；开放量子系统；非马尔可夫环境；量子态扩散方法；几何量子失协

中图分类号 O431.2 **文献标志码** A **DOI**：10.3788/LOP202259.1127002

Evolution of Geometric Quantum Discord of Two-Bit Heisenberg Spin Chain System in Non-Markovian Environment

Azizigul Abdikirim, Bai Huiting, Aynisa Yasen, Dildar Hitjan, Arapat Ablimit, Ahmad Abliz*

School of Physics and Electronic Engineering, Xinjiang Normal University, Urumchi 830054, *Xinjiang, China*

Abstract The evolution properties of geometric quantum discord (GQD) of the Heisenberg XXZ spin model in a non-Markovian environment are studied using the quantum state diffusion method. The influences of environmental correlation parameters γ, coupling constants in the xy plane J_{xy}, coupling constants in the z direction J_z, applied magnetic field B and Dzyaloshinskii-Moriya (DM) interactions on the GQD dynamics are analyzed. The results show that the shorter the γ is, the more obvious the non-Markovian characteristics of the environment are, the better it is to effectively improve the GQD; J_{xy} and J_z have different effects on the GQD when different initial states are selected; in the non-Markovian environment, increasing the magnetic field B can improve the GQD, while the DM interaction will lead to decaying oscillations of the GQD. It is worth mentioning that the GQD can be effectively induced from the entanglement-free initial state system.

Key words quantum optics; open quantum systems; non-Markovian environment; quantum state diffusion method; geometric quantum discord

收稿日期：2021-05-14；**修回日期**：2021-06-28；**录用日期**：2021-07-18

基金项目：国家自然科学基金地区科学基金(11864042)

通信作者：*aahmad@126.com

1 引　　言

量子信息的起源可以追溯到爱因斯坦等[1]提出的Einstein-Podolsky-Rosen(EPR)佯谬。人们在讨论EPR佯谬时引入了量子纠缠[2]的概念,量子纠缠作为量子信息处理和量子计算的重要物理资源,在量子隐形传态[3]、量子纠错[4]、量子密钥分配[5]等方面起着不可估量的作用。随着量子纠缠的深入研究,科学家们发现量子纠缠只是量子关联的一种特殊形式,还存在一些非纠缠的量子关联。为了更加全面地描述这种非纠缠类量子关联,2001年Olliver和Zurek[6]引入了量子失协的概念,量子失协比量子纠缠更能刻画量子系统中所包含的关联,并且量子失协在实验和理论上都展现了比量子纠缠更大的优势。但是在量子失协计算中对经典关联的计算通常需要引进一套完备的测量基,并对所有的测量基进行优化。因此,量子失协的计算非常困难,为克服这一困难,2010年Dakić等[7-8]提出了几何量子失协(GQD)的概念,从而大大简化了量子失协最优化测量的复杂性,GQD从此被广泛应用于度量两体量子关联。

在现实中,量子系统与其环境之间相互作用引起量子退相干,阻碍量子信息处理过程的实现。如何描述开放量子系统的动力学演化过程,生成、保持或恢复量子相干性是量子信息技术从理论走向实际应用的关键[9]。一般在研究开放量子系统的动力学特征时,依照量子系统与环境相互作用的特点,可以把其动力学演化过程分为马尔可夫和非马尔可夫两种基本过程。对于马尔可夫过程,体系的部分能量和信息只能单向地流入到环境,而不会反作用于体系,这必将导致体系量子特性的不可逆消失。然而,在非马尔可夫过程中环境表现出记忆效应,即从系统流到环境中的能量或者信息会部分被反馈给系统,从而使得系统现在的状态演化依赖于其历史。越来越多的研究成果表明:量子非马尔可夫过程较马尔可夫过程在量子通信与量子处理任务中具有更多的优越性,包括:制备稳定的量子纠缠态,提高量子通信质量等[10-14],因而得到了普遍关注。固态体系虽具有良好的可操控性和可扩展性等优点,但由于其环境自由度过多、与环境耦合很强等原因无法长时间保持相干性,甚至可能会出现“纠缠猝死”现象[15-16]。然而,另一方面,这种强耦合恰恰就是符合非马尔可夫过程的一种情形。因此,可否利用环境记忆效应生成或恢复固态体系的量子相干性或量子关联成为人们关注的一个重点问题。

目前人们对描述非马尔可夫动力学的方法开展了广泛且深入的研究,并提出了很多有效的方法,如:关联投影超算符方法[17]、后马尔可夫(post-Markovian)主方程方法[18]和非马尔可夫量子曲线处理[19]等。其中,1997年Diósi等[20-21]提出的非马尔可夫量子态扩散(QSD)方法,作为一个数值处理随机纯态的方法,不仅能用来精确地研究非马尔可夫过程带来的奇异性质,还能够极大地提高计算效率。用此方法可以分析开放量子系统的随机动力学特征、系统的耗散、仿真算法的消相干及其稳定性等[22-26]。近年来,赵新宇等[27]研究二能级原子与一个共同玻色库强耦合的模型,发现如果环境记忆时间选择恰当,非马尔可夫噪声可以诱导出较大的量子纠缠。但是,利用QSD方法对非马尔可夫环境下GQD的研究尚未报道。

本文介绍了两量子比特海森堡XXZ自旋链模型并利用QSD方程推导出非马尔可夫主方程,并且给出了各种量子关联的定义。然后基于非马尔可夫主方程,讨论了与玻色库相互作用的海森堡XXZ自旋链模型中GQD随时间的演化特性,并给出该模型中生成和调控GQD的最佳参数。

2 基本原理

2.1 模型

一个与环境相互作用的开放体系总哈密顿量可写为($\hbar=1$)

$$\boldsymbol{H}_{\text{tot}}=\boldsymbol{H}_{\text{sys}}+\boldsymbol{H}_{\text{env}}+\boldsymbol{H}_{\text{int}},\tag{1}$$

式中,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}_{\text{sys}}=&\,\omega_A\boldsymbol{\sigma}_z^A+\omega_B\boldsymbol{\sigma}_z^B+J_{xy}\left(\boldsymbol{\sigma}_+^A\boldsymbol{\sigma}_-^B+\boldsymbol{\sigma}_-^A\boldsymbol{\sigma}_+^B\right)+\\&J_z\boldsymbol{\sigma}_z^A\boldsymbol{\sigma}_z^B+\boldsymbol{B}\left(\boldsymbol{\sigma}_z^A+\boldsymbol{\sigma}_z^B\right)+\boldsymbol{D}_z\left(\boldsymbol{\sigma}_x^A\boldsymbol{\sigma}_y^B-\boldsymbol{\sigma}_y^A\boldsymbol{\sigma}_x^B\right)\end{aligned}$$

是本文讨论的两比特海森堡自旋链系统哈密顿量,海森堡自旋链模型作为既简单且具有实际意义的固态物理体系普遍应用于量子信息处理的各个领域[28]。海森堡模型从自旋耦合相互作用的方向上可分为XY、XXZ、XYZ等不同模型。当$J_x=J_y\neq J_z$时,称各向同性的海森堡XXZ自旋链模型。本文中系统初始态$\left|\varphi\right\rangle$考虑的是两量子比特纠缠态,因此,整个系统可以叫两量子比特海森堡XXZ自旋链体系。这里,ω_A和ω_B是两个相互作用自旋的跃迁频率;$\boldsymbol{\sigma}_x,\boldsymbol{\sigma}_y,\boldsymbol{\sigma}_z$是2×2的泡利矩阵;$\boldsymbol{\sigma}_\pm=\left(\boldsymbol{\sigma}_x\pm \mathrm{i}\boldsymbol{\sigma}_y\right)/2$是升降算符;$J_{xy}$是$xy$平面上的耦合常

数；J_z、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{D}_z$分别表示z方向上的耦合常数、外加磁场、Dzyaloshinskii-Moriya（DM）相互作用。

$$\boldsymbol{H}_{\text{env}}=\sum\omega_j\boldsymbol{b}_j^{\dagger}\boldsymbol{b}_j\text{和}$$
$$\boldsymbol{H}_{\text{int}}=\sum_j\left(g_j\boldsymbol{b}_j^{\dagger}\boldsymbol{L}+g_j^*\boldsymbol{b}_j\boldsymbol{L}^{\dagger}\right)\tag{2}$$

分别代表的是一个玻色库和相互作用的哈密顿量。式中：$\boldsymbol{L}=\kappa_A\boldsymbol{\sigma}_-^A+\kappa_B\boldsymbol{\sigma}_-^B$是系统的耗散耦合算符，其中$\kappa_A$和$\kappa_B$是描述两个自旋的耦合常数；$\boldsymbol{b}_j\left(\boldsymbol{b}_j^{\dagger}\right)$是环境的产生、湮灭算符；$g_j$是系统与环境的耦合常数。

2.2 QSD 方程

在非马尔可夫环境下两个二能级原子与玻色库相互作用，其动力学演化可用以下 QSD 方程来描述[29-31]：

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{\psi}_t=-\mathrm{i}\boldsymbol{H}_{\text{sys}}\boldsymbol{\psi}_t+\boldsymbol{L}z_t^*\boldsymbol{\psi}_t-\boldsymbol{L}^{\dagger}\int_0^t\mathrm{d}s\alpha(t,s)\frac{\delta\boldsymbol{\psi}_t}{\delta z_s^*},\tag{3}$$

式中：$\alpha(t,s)=\sum_j\left|g_j\right|^2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_j(t,s)}$是环境关联时间；$z_t^*=-\mathrm{i}\sum_j g_jz_j^*\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_jt}$是环境噪声函数。为计算方便，式(3)积分中的泛函导数用$\boldsymbol{O}$算符来代替，即

$$\frac{\delta\boldsymbol{\psi}_t\left(z^*\right)}{\delta z_s^*}=\boldsymbol{O}\left(t,s,z^*\right)\boldsymbol{\psi}_t\left(z^*\right)。\tag{4}$$

根据以上拟设推导出$\boldsymbol{O}$算符微分方程，即

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{O}\left(t,s,z^*\right)=\left[-\mathrm{i}\boldsymbol{H}_{\text{sys}}+\boldsymbol{L}z_t^*-\boldsymbol{L}^{\dagger}\bar{\boldsymbol{O}}\left(t,z^*\right),\boldsymbol{O}\left(t,s\right)\right]-\boldsymbol{L}^{\dagger}\frac{\delta}{\delta z_s^*}\bar{\boldsymbol{O}}\left(t,z^*\right),\tag{5}$$

式中$\bar{\boldsymbol{O}}\left(t,z^*\right)=\int_0^t\mathrm{d}s\alpha(t,s)\boldsymbol{O}\left(t,s,z^*\right)$、初始态设为$\boldsymbol{O}\left(t,s=t,z^*\right)=\boldsymbol{L}$，$\boldsymbol{O}$算符与噪声有关。为简单起见，用 Ornstein-Uhlenbeck（O-U）过程描述环境关联函数$\alpha(t,s)=\frac{\gamma}{2}\mathrm{e}^{-\gamma|t-s|}$，其中$1/\gamma$是环境关联时间，根据文献[27]可知改变参数$\gamma$可以描述环境的记忆效应。当$\gamma\to\infty$，O-U 噪声关联函数过渡到马尔可夫情况，即$\alpha(t,s)\to\delta(t-s)$。相反地，当$\gamma$较小时，环境表现出记忆特性，系统就处在非马尔可夫状态。对于两量子比特模型，$\boldsymbol{O}$算符包含两个噪声项，即零阶噪声项和一阶噪声项[32]：

$$\boldsymbol{O}\left(t,s,z^*\right)=\boldsymbol{O}_0(t,s)+\int_0^t\mathrm{d}s_1z_{s_1}^*\boldsymbol{O}_1\left(t,s,s_1\right)。\tag{6}$$

此时的非马尔可夫主方程可推导出如下形式：

$$\frac{\partial\rho_t}{\partial t}=-\mathrm{i}\left[\boldsymbol{H}_{\text{sys}},\boldsymbol{\rho}_t\right]+\left\{\boldsymbol{L},\boldsymbol{M}\left[\boldsymbol{P}_t\bar{\boldsymbol{O}}^{\dagger}\left(t,z^*\right)\right]\right\}+\left\{\boldsymbol{M}\left[\bar{\boldsymbol{O}}\left(t,z^*\right)\boldsymbol{P}_t\right],\boldsymbol{L}^{\dagger}\right\},\tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{\rho}_t=\left\{\left|\boldsymbol{\psi}_{z^*}(t)\right\rangle\left\langle\boldsymbol{\psi}_{z^*}(t)\right|=\boldsymbol{M}\left[\boldsymbol{P}_t\right]\right\}$；$\boldsymbol{M}\left[\boldsymbol{P}_t\right]$是约化密度矩阵取系综平均，描述系统动力学演化。根据文献[27,32]得出的相关结论，当噪声较小时，与式(7)中的一阶噪声相关的算子$\boldsymbol{O}_1\left(t,s,s_1\right)$变得不那么重要，一阶噪声项对最后的数据计算结果几乎没有影响。因而零阶近似主方程可写为

$$\frac{\partial\rho_t}{\partial t}=-\mathrm{i}\left[\boldsymbol{H}_{\text{sys}},\boldsymbol{\rho}_t\right]+\left\{\boldsymbol{L},\boldsymbol{M}\left[\boldsymbol{P}_t\bar{\boldsymbol{O}}^{\dagger}{}_{(0)}\left(t,z^*\right)\right]\right\}+\left\{\boldsymbol{M}\left[\bar{\boldsymbol{O}}_{(0)}\left(t,z^*\right)\boldsymbol{P}_t\right],\boldsymbol{L}^{\dagger}\right\}。\tag{8}$$

2.3 GQD 的定义

任何两量子比特系统的密度矩阵$\boldsymbol{\rho}_{AB}$在布洛赫（Bloch）表象中可以表示为

$$\boldsymbol{\rho}_{AB}=\frac{1}{4}\left[\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{I}+\sum_{i=1}^3\left(\boldsymbol{a}_i\boldsymbol{\sigma}_i\otimes\boldsymbol{I}+\boldsymbol{b}_i\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{\sigma}_i\right)+\sum_{i,j=1}^3\boldsymbol{T}_{ij}\boldsymbol{\sigma}_i\otimes\boldsymbol{\sigma}_j\right],\tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{I}$表示单位矩阵；$\boldsymbol{\sigma}_i\left(i=x,y,z\right)$为泡利矩阵；$\boldsymbol{a}_i=\mathrm{tr}\boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{\sigma}_i\otimes\boldsymbol{I}\right)$; $\mathbf{b}_i=\mathrm{tr}\boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{\sigma}_i\right)$; $\boldsymbol{T}_{ij}=\mathrm{tr}\boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{\sigma}_i\otimes\boldsymbol{\sigma}_j\right)$，那么对应的 GQD 定义为

$$\boldsymbol{D}\left(\boldsymbol{\rho}\right)=\frac{1}{4}\left(\left\|\boldsymbol{a}^2\right\|+\left\|\boldsymbol{T}^2\right\|-\boldsymbol{K}_{\max}\right),\tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{a}=\left(a_1,a_2,a_3\right)^t$为列向量；$\|\boldsymbol{a}\|^2=\sum_{i=1}^3\boldsymbol{a}_i^2$；$\|\boldsymbol{T}\|^2=tr\left(\boldsymbol{T}^t\boldsymbol{T}\right)$是个矩阵；$\boldsymbol{K}_{\max}$为矩阵$\boldsymbol{aa}^t+\boldsymbol{T}^t\boldsymbol{T}$的最大本征值，上标$t$表示对矢量或者矩阵进行转置。

利用 GQD 进行量子度量时，需要考虑 GQD 与负性（$\boldsymbol{N}$）之间的关系，即$\frac{m}{m-1}\boldsymbol{D}\geqslant\frac{\boldsymbol{N}^2}{(m-1)^2}=\frac{\left[\sum_{\lambda_i<0}\lambda_i\left(\boldsymbol{\rho}^{T_A}\right)\right]^2}{(m-1)^2}$。若迹范数为单调的，那么对应的 GQD 可以满足关系式$\boldsymbol{D}\geqslant\boldsymbol{N}$，其中$\boldsymbol{N}\left(\boldsymbol{\rho}\right)=\left\|\boldsymbol{\rho}^{T_A}\right\|_{(1)}-1$[33]。对于上述关系，研究者们也报道了如何判别 GQD 与负性之间的关系。文献[34]证实了对于$2\otimes2$的量子态满足上述关系，并且说明了对于$2\otimes n$（n大于 2）量子态，不满足上述关系，因此导致 GQD 的增加。后来，文献[35]比较且举例证明了对于不同量子态的 GQD 与负性之间的关系，对于

$m\otimes m$ 量子态，可以满足 GQD 与负性的关系。本文考虑的密度矩阵是 $4\otimes 4$ 的最大纠缠态，因此可以利用希尔伯特-施密特规范距离下的 GQD 进行测量。

3　数值结果与分析

在这一节，将利用 QSD 方法得到的非马尔可夫主方程式(8)及 GQD 的定义式(10)，进行数值计算并分析不同参数对 GQD 的影响。

首先，分析环境非马尔可夫性，即环境关联参数 γ 对 GQD 的影响。图 1(a)中，当初始态为最大纠缠态时，给出了不同的环境关联参数 γ 作用下 GQD 的演化。很明显，环境关联参数 γ 越短，GQD 的值不仅可以被提高，而且 GQD 衰减过程变慢。从图 1(b)可以看出，当初始态为可分离态时，环境总可以诱导出量子关联。更具意义的是，非马尔可夫性越强，环境诱导出的 GQD 就越大，而且最终达到一个有限的稳定值。以上结果说明的是非马尔可夫记忆效应对两量子比特系统的反馈作用，即信息从玻色库返回到系统而引起的 GQD 突增。因此以下的计算过程中，把环境关联参数 γ 取为 0.1。

图 2 给出了 xy 平面上的耦合常数 J_{xy} 取不同值时，GQD 随时间的演化。从图 2(a)中可以看出，当初始态为最大纠缠态 $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|10\rangle)$ 时，在非马尔可夫环境下，J_{xy} 的增大可以有效提高 GQD，说明 J_{xy} 对 GQD 起到积极作用。相反地，从图 2(b)可以

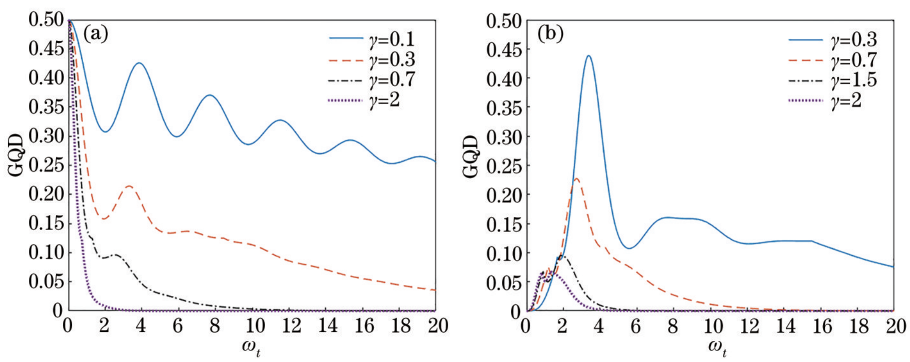

图 1　环境噪声的不同记忆时间对 GQD 的影响。(a)初始态 $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|10\rangle)$；(b)初始态 $\psi_0(t)=|00\rangle$。其余参数均为 $\omega_A=\omega_B=0.5$，$\kappa_A=\kappa_B=1$，$J_z=0.1$，$J_{xy}=0.7$

Fig. 1　Effect of different memory time of environmental noise on GQD. (a) Initial state $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|10\rangle)$; (b) initial state $\psi_0(t)=|00\rangle$. Other parameters: $\omega_A=\omega_B=0.5$, $\kappa_A=\kappa_B=1$, $J_z=0.1$, $J_{xy}=0.7$

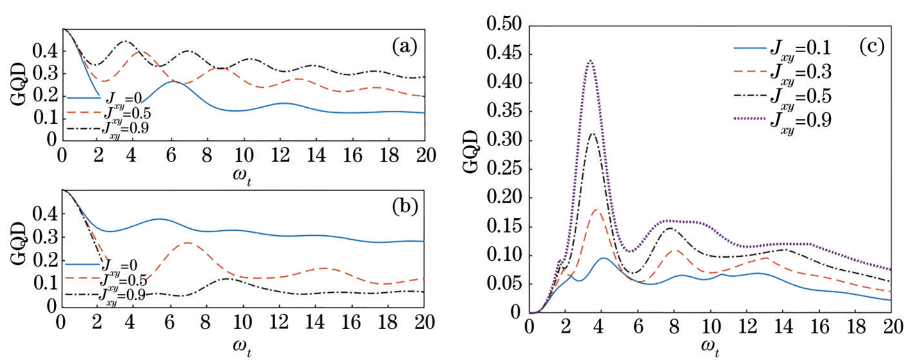

图 2　在非马尔可夫环境下，xy 平面上的系统耦合常数 J_{xy} 与 GQD 的关系曲线。(a)初始态 $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|10\rangle)$；(b)初始态 $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle)$；(c)初始态 $\psi_0(t)=|00\rangle$。其余参数均为 $\omega_A=\omega_B=0.5$，$\kappa_A=\kappa_B=1$，$J_z=0.1$，$\gamma=0.1$

Fig. 2　Relationship between coupling constants J_{xy} in xy-plane and GQD in non-Markovian environment. (a) Initial state $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|10\rangle)$; (b) initial state $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle)$; (c) initial state $\psi_0(t)=|00\rangle$. Other parameters: $\omega_A=\omega_B=0.5$, $\kappa_A=\kappa_B=1$, $J_z=0.1$, $\gamma=0.1$

看出，当初始态为$\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle)$时，随着$J_{xy}$的增大GQD随之减小，削弱了环境非马尔可夫特性对GQD的积极作用。图2(c)中考虑了初始态为可分离态的情况，J_{xy}的引入引起GQD的生成，J_{xy}增大引起GQD的峰值几乎接近最大值。

接着，还考虑了z方向的耦合常数J_z对GQD演化特性的影响，如图3所示。从图3(a)中可以看出，在非马尔可夫环境下，当初始态为最大纠缠态$\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|10\rangle)$时，GQD随着$J_z$的增大而减小。然而，在图3(b)中当初始态为$\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle)$时，$J_z$对GQD的影响从消极变为积极。图3(c)中，当初始态为可分离态$\psi_0(t)=|00\rangle$时，随着J_z取值的增大，GQD随之增大。

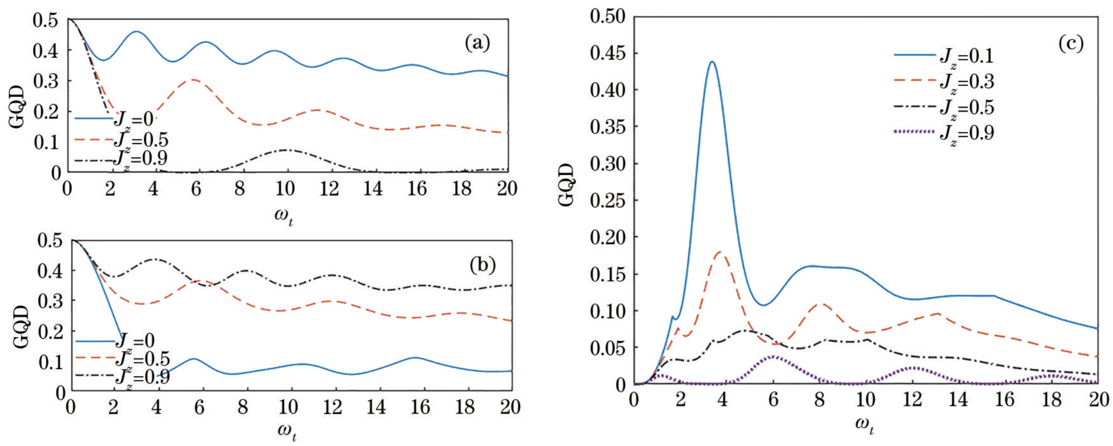

图3　在非马尔可夫环境下，z平面上的系统耦合常数J_z与GQD的关系曲线。(a)初始态$\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|10\rangle)$；(b)初始态$\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle)$；(c)初始态$\psi_0(t)=|00\rangle$。其余参数均为$\omega_A=\omega_B=0.5$，$\kappa_A=\kappa_B=1$，$J_{xy}=0.7$，$\gamma=0.1$

Fig. 3　Relationship between coupling constants J_z in z-plane and GQD in non-Markovian environment. (a) Initial state $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|10\rangle)$; (b) initial state $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle)$; (c) initial state $\psi_0(t)=|00\rangle$. Other parameters: $\omega_A=\omega_B=0.5$, $\kappa_A=\kappa_B=1$, $J_{xy}=0.7$, $\gamma=0.1$

为了更清楚地描述环境非马尔可夫性对量子关联的影响，图4给出了不同初始态下GQD随环境关联参数及时间的三维演化图。从图4中可以发现，对于可分离的初始态，非马尔可夫性对GQD的影响再次更明确地显示出来。

最后，分别讨论在非马尔可夫环境下外加磁场及DM相互作用取不同值时，GQD随时间的演化。从图5(a)可见，当初始值为最大纠缠态时，随着外加磁场(B_z)的增大GQD几乎接近最大值，并且长时间保持趋于最大值的演化状态。从而得出，加入外加磁场可以提高GQD。图5(b)给出了在非马尔可夫环境下沿z方向上的DM相互作用(D_z)取不同值时，GQD随时间的演化图像。可以发现DM相互作用取值为零时，GQD随时间几乎周期性振荡，在有些特殊点上还可以达到最大值。当引入DM相互作用后，GQD开始随时间快速振荡。

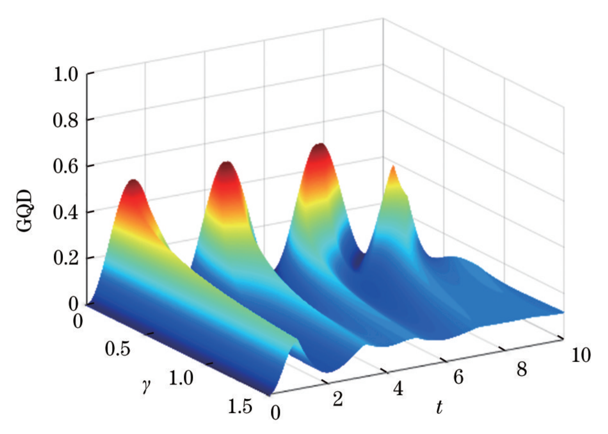

图4　GQD随环境记忆时间和时间的变化三维图，初始态$\psi_0(t)=|00\rangle$，$\omega_A=\omega_B=0.5$，$\kappa_A=\kappa_B=1$，$J_z=0.1$，$J_{xy}=0.7$

Fig. 4　Three-dimensional plot of GQD with environmental memory time and time. Initial state $\psi_0(t)=|00\rangle$, $\omega_A=\omega_B=0.5$, $\kappa_A=\kappa_B=1$, $J_z=0.1$, $J_{xy}=0.7$

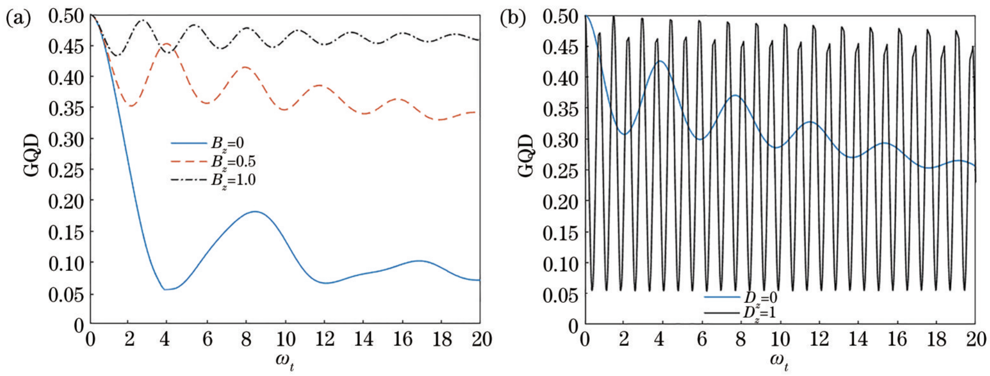

图 5 在非马尔可夫环境下，外加磁场与 DM 相互作用对 GQD 的影响。(a)初始态 $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle)$，$D=0$；(b)初始态 $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|10\rangle)$，$B=0$。其余参数均为 $\omega_A=\omega_B=0.5$，$\kappa_A=\kappa_B=1$，$J_{xy}=0.7$，$J_z=0.1$，$\gamma=0.1$

Fig. 5 Effects of magnetic field and DM interaction on GQD in non-Markovian environment. (a) Initial state $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle)$, $D=0$; (b) initial state $\psi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|10\rangle)$, $B=0$. Other parameters: $\omega_A=\omega_B=0.5$, $\kappa_A=\kappa_B=1$, $J_{xy}=0.7$, $J_z=0.1$, $\gamma=0.1$

4 结 论

利用 QSD 方法研究了与玻色库强耦合的两比特海森堡 XXZ 自旋链模型的 GQD 演化特性，并详细分析了环境关联参数 γ、z 轴上的耦合常数 J_z、xy 平面的耦合常数 J_{xy}、外加磁场与 DM 相互作用对 GQD 动力学演化的影响。结果表明，环境的记忆效应有助于提高 GQD。特别是初始态为可分离态时，GQD 在演化的初始阶段可以从零突增至较大的有限值，即非马尔可夫特性可以诱导出 GQD。此外，选择合适的初始态，在非马尔可夫环境下两比特间耦合常数与外加磁场的提高对 GQD 随时间的演化起到了积极作用。

参 考 文 献

[1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete[J]. Physical Review, 1935, 47, 777.

[2] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, et al. Quantum entanglement[J]. Reviews of Modern Physics, 2009, 81(2): 865-942.

[3] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. Physical Review Letters, 1993, 70(13): 1895-1899.

[4] Bennett C H, Wiesner S J. Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states[J]. Physical Review Letters, 1992, 69(20): 2881-2884.

[5] Ekert A K. Quantum cryptography based on Bell's theorem[J]. Physical Review Letters, 1991, 67(6): 661-663.

[6] Ollivier H, Zurek W H. Introducing quantum discord [J]. Physical Review Letters, 2001, 88(1): 017901.

[7] Dakić B, Vedral V, Brukner Č. Necessary and sufficient condition for nonzero quantum discord[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(19): 190502.

[8] Dakić B, Lipp Y O, Ma X S, et al. Quantum discord as resource for remote state preparation[J]. Nature Physics, 2012, 8(9): 666-670.

[9] Yu T, Eberly J H. Finite-time disentanglement via spontaneous emission[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(14): 140404.

[10] Huelga S F, Rivas Á, Plenio M B. Non-Markovianity-assisted steady state entanglement[J]. Physical Review Letters, 2012, 108(16): 160402.

[11] Vasile R, Olivares S, Paris M G A, et al. Continuous-variable quantum key distribution in non-Markovian channels[J]. Physical Review A, 2011, 83(4): 042321.

[12] Laine E M, Breuer H P, Piilo J. Nonlocal memory effects allow perfect teleportation with mixed states [J]. Scientific Reports, 2014, 4: 4620.

[13] Chin A W, Huelga S F, Plenio M B. Quantum metrology in non-Markovian environments[J]. Physical Review Letters, 2012, 109(23): 233601.

[14] Deffner S, Lutz E. Quantum speed limit for non-Markovian dynamics[J]. Physical Review Letters, 2013, 111(1): 010402.

[15] Hu B L, Paz J P, Zhang Y. Quantum Brownian motion in a general environment: exact master equation with nonlocal dissipation and colored noise [J]. Physical Review. D, Particles and Fields, 1992, 45(8): 2843-2861.

[16] Lambropoulos P, Nikolopoulos G M, Nielsen T R, et al. Fundamental quantum optics in structured reservoirs[J]. Reports on Progress in Physics, 2000, 63(4): 455-503.

[17] Breuer H P, Petruccione F. The theory of open quantum systems[M]. Oxford: Oxford University Press, 2007.

[18] Shabani A, Lidar D A. Completely positive post-Markovian master equation via a measurement approach [J]. Physical Review A, 2005, 71(2): 020101.

[19] Jack M M. Non-Markovian quantum trajectories[D]. Auckland: University of Auckland, 1999.

[20] Diósi L, Strunz W T. The non-Markovian stochastic Schrödinger equation for open systems[J]. Physics Letters A, 1997, 235(6): 569-573.

[21] Diósi L. Summary of discussion on the normal D-region[J]. Journal of Physics A General Physics, 1998, 31(31): 9842-9845.

[22] Zhirov O V, Shepelyansky D L. Dissipative decoherence in the Grover algorithm[J]. The European Physical Journal D, 2006, 38(2): 405-408.

[23] Ye B, Xu W B, Gu B J. Robust quantum computation of the quantum kicked Harper model and dissipative decoherence[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(2): 689-695.

[24] 杨帆, 阿拉帕提·阿不力米提, 艾合买提·阿不力孜. 非马尔可夫环境下Dzyaloshinskii-Moriya相互作用和非均匀磁场对自旋系统的纠缠影响[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(7): 0727003.
Yang F, Ablimit A, Abliz A. Influences of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and inhomogeneous magnetic field on entanglement of spin system in non-Markov environment[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(7): 0727003.

[25] 阿拉帕提·阿不力米提, 杨帆, 迪丽达尔·海依提江, 等. 非马尔可夫玻色库对单个三能级原子量子隐形传态的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(21): 2127002.
Arapat A, Dildar H, Yang F, et al. Influence of non-Markovian bosonic environment on the quantum teleportation of a single three-level atom[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(21): 2127002.

[26] Shu W C, Zhao X Y, Jing J, et al. Uhrig dynamical control of a three-level system via non-Markovian quantum state diffusion[J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2013, 46 (17): 175504.

[27] Zhao X Y, Jing J, Corn B, et al. Dynamics of interacting qubits coupled to a common bath: non-Markovian quantum state diffusion approach[J]. Physical Review A, 2011, 84(3): 5200-5212.

[28] 罗丹丹, 慕琦雄, 黄燕霞. 外磁场下Dzyaloshinskii-Moriya相互作用对海森堡XYZ链热纠缠的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(1): 0127001.
Luo D D, Mu Q X, Huang Y X. Effect of Dzyaloshinskii-Moriya interaction on thermal entanglement of Heisenberg XYZ chains under external magnetic field[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(1): 0127001.

[29] Diósi L, Gisin N, Strunz W T. Non-Markovian quantum state diffusion[J]. Chemical Physics, 1998, 58(3): 1699-1712.

[30] Diósi L, Gisin N, Strunz W T. Quantum approach to coupling classical and quantum dynamics[J]. Physical Review A, 2000, 61(2): 022108.

[31] Strunz W T, Yu T. Convolutionless Non-Markovian master equations and quantum trajectories: Brownian motion revisited[J]. Physical Review A, 2004, 69(5): 052115.

[32] Jing J, Zhao X Y, You J Q, et al. Many-body quantum trajectories of non-Markovian open systems [J]. Physical Review A, 2013, 88(5): 052122.

[33] Rana S, Parashar P. Comment on "Witnessed entanglement and the geometric measure of quantum discord"[J]. Physical Review A, 2013, 87(1): 016301.

[34] Girolami D, Adesso G. Interplay between computable measures of entanglement and other quantum correlations[J]. Physical Review A, 2011, 84(5): 052110.

[35] Bag P, Dey S, Osaka H. Comparing geometric discord and negativity for bipartite states[J]. Physics Letters A, 2019, 383(33): 125973.