

# 激光与光电子学进展

## 径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束及其传输特性

张瑞, 刘欣格, 徐华锋\*

安徽理工大学力学与光电物理学院, 安徽 淮南 232001

**摘要** 近年来,携带扭曲相位的部分相干光束因其独特的性质受到广泛关注。引入一种同时携带扭曲相位和具有特殊空间关联结构的部分相干矢量光束,即径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束,推导了该光束通过  $ABCD$  光学系统后的交叉光谱密度矩阵元解析表达式,并研究了它的归一化光强分布、光谱相干度和光谱偏振度的演化特性。研究表明,当无扭曲相位时,径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束的光强由源平面的空心圆环轮廓逐渐演变成矩形平顶轮廓。相较而言,径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束所携带的扭曲相位不仅会引起光束光斑的旋转,还会引起传播过程中光束的相干度和偏振度的一系列变化。该研究结果为扭曲相位实现新型矢量结构光束的调控提供一定的理论指导,在光束整形、光学微操纵和自由空间光通信等领域有着潜在的应用。

**关键词** 相干光学与统计光学; 部分相干光束; 径向偏振; 扭曲相位; 传输特性

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1103001

### Radially Polarized Twisted Rectangular Multi-Gaussian Schell-Model Beam and Its Propagation Properties

Zhang Rui, Liu Xinge, Xu Huafeng\*

School of Mechanics and Photoelectric Physics, Anhui University of Science and Technology,  
Huainan 232001, Anhui, China

**Abstract** In recent years, the partially coherent beam carrying the twisted phase has received extensive attention due to its unique properties. A new partially coherent vector beam endowed with a twisted phase and a special spatial correlation structure is introduced, which is radially polarized twisted rectangular multi-Gaussian Schell-model beam. The cross-spectral density matrix elements of such beam passing through the  $ABCD$  optical system were derived, and the evolution properties, such as the normalized intensity distribution, the spectral degree of coherence (SDOC), and the spectral degree of polarization (SDOP) were investigated in detail. Numerical results show that the intensity distribution of the radially polarized rectangular multi-Gauss Schell-model beam without the twist phase gradually evolves from the hollow ring profile in the source plane into the rectangular flat-top profile in the focal plane. In comparison, the twisted phase carried by the radially polarized twisted rectangular multi-Gaussian Schell-model beam will not only induce the rotation of the beam spot, but also cause a series of changes in the SDOC and SDOP of the beam during the propagation process. The research results provide some theoretical guidance for the control of new vector structured beams with twisted phases, and have potential applications in beam shaping, optical micro-manipulation, and free space optical communications.

**Key words** coherence and statistical optics; partially coherent beam; radially polarization; twisted phase; propagation properties

收稿日期: 2021-04-29; 修回日期: 2021-05-31; 录用日期: 2021-07-13

基金项目: 安徽省自然科学基金(1808085QA10)、安徽省大学生创新创业训练计划项目(S202010361207)

通信作者: \*xhfeng716@126.com

## 1 引言

偏振性和空间相干性是光束的两个重要属性。根据偏振态,光束可以分为空间均匀偏振光束和空间非均匀偏振光束<sup>[1]</sup>。作为一类典型的非均匀偏振光束,径向偏振光表现出一些独特的聚焦和传输性质<sup>[2-9]</sup>,例如,径向偏振光束经过紧聚焦系统后会产生较强的轴向分量且在轴向上无能流密度<sup>[4]</sup>,因此在金属微粒的俘获方面具有明显优势<sup>[5-6]</sup>;在湍流大气传输过程中,径向偏振矢量光束的两个正交偏振分量受到的大气湍流影响可以相互抵消,使其闪烁指数降低,可以有效抑制大气湍流对光束传输质量的影响<sup>[7-8]</sup>;此外,在金属切割和加工方面,径向偏振光满足切割面光场分布轴对称的要求,其切割效率要比线偏振和圆偏振光高 1.5~2.0 倍,极大地拓宽了径向偏振光在激光加工上的应用前景<sup>[9-10]</sup>。

激光束具有高相干性,但大量研究表明,相较于完全相干光束,部分相干光束在许多方面都表现出优越性<sup>[11-16]</sup>,例如,部分相干光束在激光核聚变中可以用来克服散斑效应<sup>[12]</sup>;在激光大气通信中可以增加信噪比、降低比特误差率<sup>[14]</sup>;调控部分相干光束的空间相干度可以实现光束聚焦整形等<sup>[15]</sup>。然而以往人们对部分相干光束的研究仅局限于关联结构为高斯函数的分布形式。2007 年, Gori 等<sup>[17]</sup>基于交叉谱密度函数的非负正定性,从理论上提出了构建标量部分相干关联结构函数的充分条件,并迅速推广至矢量方面<sup>[18]</sup>。此后,学者们设计并产生了一系列具有特殊关联结构的部分相干光束的模型,发现调控光束的空间关联结构可以实现对光束传输特性的调制<sup>[19-23]</sup>,如厄密-高斯关联谢尔模光束在传输过程中展现出自分裂特性<sup>[21]</sup>;多高斯关联部分相干光束在远场展现出平顶光强分布<sup>[22]</sup>;非均匀拉盖尔-高斯关联光束在传输过程中展现出自聚焦和自偏移特性等<sup>[23]</sup>。因此,对光束空间关联结构的调制为光束性质调控提供了一种新的手段,从而使部分相干光束更好地应用在微粒操纵、粒子俘获、光通信等领域。

除了偏振和相干性,相位是光束的另一个重要属性。近年来,对光束的相位调控逐渐成为光场调控的一个热点。1993 年, Simon 等<sup>[24]</sup>提出扭曲相位的概念,与普通的二次相位不同,扭曲相位与空间的位置坐标相关联,且不能分离为两个独立一维坐

标参量的乘积。由于交叉谱密度函数的非负正定性,扭曲相位的强度受到光束横向相干宽度平方反比限制,不能在完全相干的极限情况下存在,因此扭曲相位只存在于部分相干光束中<sup>[24-25]</sup>。高斯-谢尔模光束作为经典的轴对称部分相干光束,是人们研究扭曲相位的首要选择。1994 年, Friberg 等<sup>[26]</sup>在实验中利用两组柱透镜组成的光学系统产生了扭曲高斯-谢尔模光束,并验证扭曲相位在传输过程中会诱导光束沿光轴扭曲旋转。Borghi 等<sup>[27-28]</sup>提出了一种通过模式分解判断具有轴对称的谢尔模关联的部分相干光束能否携带扭曲相位的方法,并给出了相应的判定条件。与此同时, Gori 等<sup>[29]</sup>提出了一种产生真正扭曲源而不受对称约束的方法,并以圆形和矩阵对称的非高斯扭曲源作为实例进行光束传输特性的分析。之后,人们陆续提出多种携带扭曲相位的特殊关联部分相干光束,比如矩形多高斯扭曲部分相干光束<sup>[30]</sup>、扭曲高斯-谢尔模阵列光束<sup>[31]</sup>、扭曲电磁高斯-谢尔模光束<sup>[32]</sup>、扭曲拉盖尔高斯-谢尔模光束<sup>[33]</sup>等等<sup>[34-38]</sup>。与传统的部分相干光束相比,扭曲部分相干光束具有很好的抗干扰自修复能力,在减少湍流引起的光强闪烁方面具有明显优势<sup>[35-36]</sup>。另外,扭曲部分相干光束在一定程度上可以克服经典的瑞利衍射分辨极限,极大地提高了光学成像分辨率<sup>[37]</sup>。

本文提出了一种同时携带扭曲相位和具有特殊空间关联结构的部分相干矢量光束,即径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束,推导了该光束通过 ABCD 光学系统后的交叉谱密度矩阵的解析表达式,并详细讨论了扭曲相位对归一化光强分布、光谱相干度和偏振度的影响。这项作为新型结构矢量光束的光场调控提供了理论参考,该研究结果在光束整形、微粒操纵、光学成像和自由空间光通信等领域具有潜在的应用价值。

## 2 径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束理论模型

基于相干和偏振的统一理论,在空间频率域中,部分相干矢量光束的二阶统计特性可以用交叉光谱密度矩阵  $\vec{W}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)$  来表征<sup>[38]</sup>。在源平面,交叉光谱密度矩阵可以表示为

$$\vec{W}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \langle \mathbf{E}_\alpha^*(\mathbf{r}_1, \omega) \mathbf{E}_\beta(\mathbf{r}_2, \omega) \rangle$$

$$(\alpha, \beta = x, y), \quad (1)$$

式中  $\mathbf{r}_1 \equiv (x_1, y_1)$  和  $\mathbf{r}_2 \equiv (x_2, y_2)$  代表光源处的两个

任意位置矢量;  $\mathbf{E}_x$  和  $\mathbf{E}_y$  分别为两个垂直于光束传播方向 ( $z$  轴) 的相互正交的电场分量; “\*” 表示复共轭; “ $\langle \rangle$ ” 表示系综平均值。为简便起见, 以下方程中未明确显示角频率  $\omega$ 。为了满足非负正定性, 部分相干光束的交叉光谱密度函数可用积分形式<sup>[18,39]</sup> 表示为

$$W_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int \mathbf{p}_{\alpha\beta}(\mathbf{v}) \mathbf{H}_\alpha^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}) \mathbf{H}_\beta(\mathbf{r}_2, \mathbf{v}) d^2\mathbf{v}, \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{p}_{\alpha\beta}(\mathbf{v})$  为非负函数;  $\mathbf{H}_\alpha(\mathbf{r}_1, \mathbf{v})$  和  $\mathbf{H}_\beta(\mathbf{r}_2, \mathbf{v})$  为两个任意的核心函数, 且选择不同的  $\mathbf{p}(\mathbf{v})$  和  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  可构建具有特定空间关联结构的部分相干矢量光束。

为了能够产生径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束, 对式(2)中的函数进行如下设置:

$$\mathbf{H}_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{\alpha}{w} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{4w^2}\right) \times \exp\left\{-\left[(u\mu_0 y + ix)v_x - (u\eta_0 x - iy)v_y\right]\right\}, \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$  是非相干光的位置坐标;  $u$  为扭曲因子;  $w$  为光束束腰宽度。同样地, 设置函数  $\mathbf{p}(\mathbf{v})$  为

$$\mathbf{p}(\mathbf{v}) = \frac{\sqrt{\mu_0 \eta_0}}{\pi C_1 C_2} \sum_{m_1=1}^{M_1} \binom{M_1}{m_1} (-1)^{m_1-1} \exp(-\mu_0 m_1 v_x^2) \times \sum_{m_2=1}^{M_2} \binom{M_2}{m_2} (-1)^{m_2-1} \exp(-\eta_0 m_2 v_y^2), \quad (4)$$

式中:  $\mu_0, \eta_0$  是具有长度平方的量纲, 均为正实数;

$\binom{M}{m}$  代表二项式系数,

$$C_j = \sum_{m_j=1}^{M_j} \binom{M_j}{m_j} \frac{(-1)^{m_j-1}}{\sqrt{m_j}}, \quad j = 1, 2. \quad (5)$$

将式(3)和式(4)代入式(2), 经计算后, 得到在源平面中两个空间位置  $\mathbf{r}_1$  和  $\mathbf{r}_2$  处的径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束的交叉光谱密度函数为

$$W_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\alpha_1 \beta_2}{w^2} \frac{1}{C_1} \sum_{m_1=1}^{M_1} \binom{M_1}{m_1} (-1)^{m_1-1} \frac{1}{C_2} \sum_{m_2=1}^{M_2} \binom{M_2}{m_2} \frac{(-1)^{m_2-1}}{\sqrt{m_2}} \times \exp\left[-d_y(y_1^2 + y_2^2) - q_y(y_1 - y_2)^2 - \frac{iu(x_1 + x_2)(y_1 - y_2)}{2m_2}\right] \times \exp\left[-d_x(x_1^2 + x_2^2) - q_x(x_1 - x_2)^2 - \frac{iu(x_1 - x_2)(y_1 + y_2)}{2m_1}\right], \quad (6)$$

式中

$$d_y = \frac{1}{4w^2} - \frac{\mu_0 u^2}{2m_1}, \quad d_x = \frac{1}{4w^2} - \frac{\eta_0 u^2}{2m_2}, \quad q_y = \frac{\mu_0 u^2}{4m_1} + \frac{1}{4m_2 \eta_0}, \quad q_x = \frac{\eta_0 u^2}{4m_2} + \frac{1}{4m_1 \mu_0}. \quad (7)$$

### 3 径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束通过 ABCD 光学系统的传输特性

本节推导径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束经过 ABCD 光学系统后其交叉光谱密度矩阵的解析表达式。在傍轴近似的有效性范围内, 部分相干光束通过 ABCD 光学系统的传播可通过下面的

广义 Collins 公式来处理<sup>[33,39]</sup>:

$$W_{\alpha\beta}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \frac{1}{(\lambda B)^2} \exp\left[-\frac{ikD}{2B}(\boldsymbol{\rho}_1^2 - \boldsymbol{\rho}_2^2)\right] \times \iint W_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \exp\left[-\frac{ikA}{2B}(\mathbf{r}_1^2 - \mathbf{r}_2^2)\right] \times \exp\left[\frac{ik}{B}(\mathbf{r}_1 \cdot \boldsymbol{\rho}_1 - \mathbf{r}_2 \cdot \boldsymbol{\rho}_2)\right] d^2\mathbf{r}_1 d^2\mathbf{r}_2, \quad (8)$$

式中:  $\boldsymbol{\rho}_1$  和  $\boldsymbol{\rho}_2$  是输出平面中的两个任意横向位置矢量;  $A, B, C, D$  是近轴光学系统传输矩阵的诸元素;  $k = 2\pi/\lambda$  是波数;  $\lambda$  是光束的波长。

将式(6)和式(7)代入式(8), 再对  $\mathbf{r}_1$  和  $\mathbf{r}_2$  进行一系列复杂的积分运算后, 可以得到

$$W_{xx} = \frac{1}{(\lambda B)^2 w^2} \exp\left[-\frac{ikD}{2B}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\right] \frac{1}{C_1} \sum_{m_1=1}^{M_1} \binom{M_1}{m_1} (-1)^{m_1-1} \frac{1}{C_2} \sum_{m_2=1}^{M_2} \binom{M_2}{m_2} \frac{(-1)^{m_2-1}}{\sqrt{m_2}} \times \frac{\pi^2}{\sqrt{N_{1y} N_{2y} \Pi_2 \Psi_2}} \frac{1}{4\Pi_2 \Psi_2} \exp\left(-\frac{k^2 \rho_{1y}^2}{4N_{1y} B^2} + \frac{s_3^2}{4N_{2y}} + \frac{g_2^2}{4\Pi_2} + \frac{g_3^2}{4\Psi_2}\right) \left(g_1 + \frac{g_1 g_3^2}{2\Psi_2} + g_2 g_3\right), \quad (9)$$

$$W_{yy} = \frac{1}{(\lambda B)^2 \omega^2} \exp\left[-\frac{ikD}{2B}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\right] \frac{1}{C_1} \sum_{m_1=1}^{M_1} \binom{M_1}{m_1} (-1)^{m_1-1} \frac{1}{C_2} \sum_{m_2=1}^{M_2} \binom{M_2}{m_2} \frac{(-1)^{m_2-1}}{\sqrt{m_2}} \times \frac{\pi^2}{\sqrt{N_{1x}N_{2x}\Pi_1\Psi_1}} \frac{1}{4\Pi_1\Psi_1} \exp\left(-\frac{k^2\rho_{1x}^2}{4N_{1x}B^2} + \frac{b_3^2}{4N_{2x}} + \frac{a_2^2}{4\Pi_1} + \frac{a_3^2}{4\Psi_1}\right) \left(a_1 + \frac{a_1a_3^2}{2\Psi_1} + a_2a_3\right), \quad (10)$$

$$W_{xy} = \frac{1}{(\lambda B)^2 \omega^2} \exp\left[-\frac{ikD}{2B}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\right] \frac{1}{C_1} \sum_{m_1=1}^{M_1} \binom{M_1}{m_1} (-1)^{m_1-1} \frac{1}{C_2} \sum_{m_2=1}^{M_2} \binom{M_2}{m_2} \frac{(-1)^{m_2-1}}{\sqrt{m_2}} \times \frac{\pi^2}{\sqrt{N_{1y}N_{2y}\Pi_2\Psi_2}} \frac{1}{4N_{2y}\Pi_2} \exp\left(\frac{g_3^2}{4\Psi_2} + \frac{g_2^2}{4\Pi_2} - \frac{k^2\rho_{1y}^2}{4N_{1y}B^2} + \frac{s_3^2}{4N_{2y}}\right) \times \left(\frac{s_2g_1}{2\Psi_2} + \frac{s_2g_1g_3^2}{4\Psi_2^2} + \frac{s_2g_2g_3}{2\Psi_2} + \frac{s_3g_1g_3}{2\Psi_2} + s_3g_2 + s_1 + \frac{s_1g_2^2}{2\Pi_2} + \frac{s_1g_1^2}{4\Pi_2\Psi_2} + \frac{s_1g_1^2g_3^2}{8\Pi_2\Psi_2^2} + \frac{s_1g_1g_2g_3}{2\Pi_2\Psi_2}\right), \quad (11)$$

$$W_{yx} = \frac{1}{(\lambda B)^2 \omega^2} \exp\left[-\frac{ikD}{2B}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\right] \frac{1}{C_1} \sum_{m_1=1}^{M_1} \binom{M_1}{m_1} (-1)^{m_1-1} \frac{1}{C_2} \sum_{m_2=1}^{M_2} \binom{M_2}{m_2} \frac{(-1)^{m_2-1}}{\sqrt{m_2}} \times \frac{1}{4N_{2x}\Pi_1} \frac{\pi^2}{\sqrt{N_{1x}N_{2x}\Pi_1\Psi_1}} \exp\left(-\frac{k^2\rho_{1x}^2}{4N_{1x}B^2} + \frac{b_3^2}{4N_{2x}} + \frac{a_2^2}{4\Pi_1} + \frac{a_3^2}{4\Psi_1}\right) \times \left(\frac{b_2a_1}{2\Psi_1} + \frac{b_2a_1a_3^2}{4\Psi_1^2} + \frac{b_2a_2a_3}{2\Psi_1} + \frac{b_3a_1a_3}{2\Psi_1} + b_3a_2 + b_1 + \frac{b_1a_2^2}{2\Pi_1} + \frac{b_1a_1a_2a_3}{2\Psi_1\Pi_1} + \frac{b_1a_1^2}{4\Pi_1\Psi_1} + \frac{b_1a_1^2a_3^2}{8\Pi_1\Psi_1^2}\right), \quad (12)$$

式中

$$N_{1x} = d_x + q_x + \frac{ikA}{2B}, N_{1y} = d_y + q_y + \frac{ikA}{2B}, N_{2x} = N_{1x}^* - \frac{q_x^2}{N_{1x}}, N_{2y} = N_{1y}^* - \frac{q_y^2}{N_{1y}}, \quad (13)$$

$$b_1 = u_2 - \frac{q_x u_1}{N_{1x}}, b_2 = u_1 - \frac{q_x u_2}{N_{1x}}, b_3 = -\frac{ik\rho_{2x}}{B} + \frac{ikq_x \rho_{1x}}{N_{1x}B}, u_1 = \frac{iu}{2m_1} - \frac{iu}{2m_2}, u_2 = \frac{iu}{2m_1} + \frac{iu}{2m_2}, \quad (14)$$

$$s_1 = -u_2 - \frac{q_y u_1}{N_{1y}}, s_2 = u_1 + \frac{q_y u_2}{N_{1y}}, s_3 = -\frac{ik\rho_{2y}}{B} + \frac{ikq_y \rho_{1y}}{N_{1y}B}, \quad (15)$$

$$\Pi_1 = N_{1y} - \frac{u_1^2}{4N_{1x}} - \frac{b_1^2}{4N_{2x}}, \Psi_1 = N_{1y}^* - \frac{u_2^2}{4N_{1x}} - \frac{b_2^2}{4N_{2x}} - \frac{a_1^2}{4\Pi_1}, \quad (16)$$

$$a_1 = \frac{u_1 u_2}{2N_{1x}} + \frac{b_1 b_2}{2N_{2x}} + 2q_y, a_2 = \frac{b_1 b_3}{2N_{2x}} - \frac{ik\rho_{1x} u_1}{2N_{1x}B} + \frac{ik\rho_{1y}}{B}, a_3 = \frac{b_2 b_3}{2N_{2x}} - \frac{ik\rho_{1x} u_2}{2N_{1x}B} - \frac{ik\rho_{2y}}{B} + \frac{a_1 a_2}{2\Pi_1}, \quad (17)$$

$$\Pi_2 = N_{1x} - \frac{u_1^2}{4N_{1y}} - \frac{s_1^2}{4N_{2y}}, \Psi_2 = N_{1x}^* - \frac{u_2^2}{4N_{1y}} - \frac{s_2^2}{4N_{2y}} - \frac{g_1^2}{4\Pi_2}, \quad (18)$$

$$g_1 = 2q_x + \frac{s_1 s_2}{2N_{2y}} - \frac{u_1 u_2}{2N_{1y}}, g_2 = \frac{ik\rho_{1x}}{B} + \frac{s_1 s_3}{2N_{2y}} - \frac{ik\rho_{1y} u_1}{2N_{1y}B}, g_3 = \frac{ik\rho_{1y} u_2}{2N_{1y}B} + \frac{s_2 s_3}{2N_{2y}} - \frac{ik\rho_{2x}}{B} + \frac{g_1 g_2}{2\Pi_2}. \quad (19)$$

通过使用式(9)~(12),在接受面处光束的光强  $I$  和偏振度  $P$  由以下表达式计算:

$$I(\rho) = \text{Tr}[\vec{W}(\rho, \rho)] = W_{xx}(\rho, \rho) + W_{yy}(\rho, \rho), \quad (20)$$

$$P(\rho) = \left[1 - \frac{4 \text{Det}[\vec{W}(\rho, \rho)]}{\{\text{Tr}[\vec{W}(\rho, \rho)]\}^2}\right]^{1/2}, \quad (21)$$

式中:  $\text{Det}$  表示交叉谱密度矩阵的行列式;  $\text{Tr}$  代表矩阵的迹。在任意横向平面  $z$  上的一对点  $\rho_1$  和  $\rho_2$  处的矢量光束的相干度分布函数为

$$\mu(\rho_1, \rho_2) = \frac{\text{Tr}[\vec{W}(\rho_1, \rho_2)]}{\{\text{Tr}[\vec{W}(\rho_1, \rho_1)]\text{Tr}[\vec{W}(\rho_2, \rho_2)]\}^{1/2}}. \quad (22)$$

### 4 数值模拟与分析

本节借助上一节推导得到的公式研究径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束的聚焦特性。考虑源光束通过一个焦距为  $f=300\text{ mm}$  的薄透镜后达到接收平面,源平面和输出平面(即接受平面  $z$ )之间的传递矩阵<sup>[40]</sup>可表示为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-z/f & z \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

为了方便计算,本文统一设置光束的相关参数为  $\lambda=632.8\text{ nm}$ ,  $w=0.5\text{ mm}$ ,  $\mu_0=\eta_0=0.05\text{ mm}^2$ ,  $M_1=M_2=M=5$ ,其他的参数在例图中具体设置。

图 1~3 显示了对于不同扭曲因子  $u$  和不同  $M$  值的径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束在不同传播距离  $z$  时归一化光强的演化情况。如图 1 所示,当不携带扭曲相位时 ( $u=0$ ),径向偏振矩形多高斯-谢尔模光束在接近源平面处的光强轮廓是暗空心圆环状,随着传输距离的增加,中心光强逐渐增强,最终在焦平面呈现矩形平顶轮廓。当光束携带

扭曲相位时(如图 2 所示),扭曲相位会使光强分量  $I_x$  和  $I_y$  沿顺时针旋转,直到在焦平面内旋转了  $\pi/2$  的角度。光束光斑由初始的空心圆环状逐渐演变成矩形的过程中,也将顺时针旋转相同的角度。此外,扭曲相位会促进光强演化为矩形轮廓,而且具有更好的保持能力。图 3 显示的是对于不同扭曲因子  $u$  和不同  $M$  值的径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束在相同传输距离 ( $z=0.95f$ ) 时的归一化光强分布。从图中可以看出,  $M=1$  时(即关联结构满足高斯分布)光束的光强呈现高斯形对称分布,且扭曲因子的改变对光束的光强轮廓没有明显的影响。当  $u$  和  $M$  值较低时,光束的矩形光强轮廓较小;而当  $u$  和增大  $M$  时,光束的光斑面积也越大;同时,扭曲相位的存在,使得光束更难被聚焦<sup>[41]</sup>,如图 3(b2、b3)所示,扭曲因子越大,光束的光斑平顶效果越不均匀。比较图 3 中第三列和第四列图,发现光束光斑的旋转方向由  $u$  的符号决定,当  $u>0$  时,光斑在传播过程中沿顺时针旋转;相反,  $u<0$  时,光斑沿逆时针旋转。

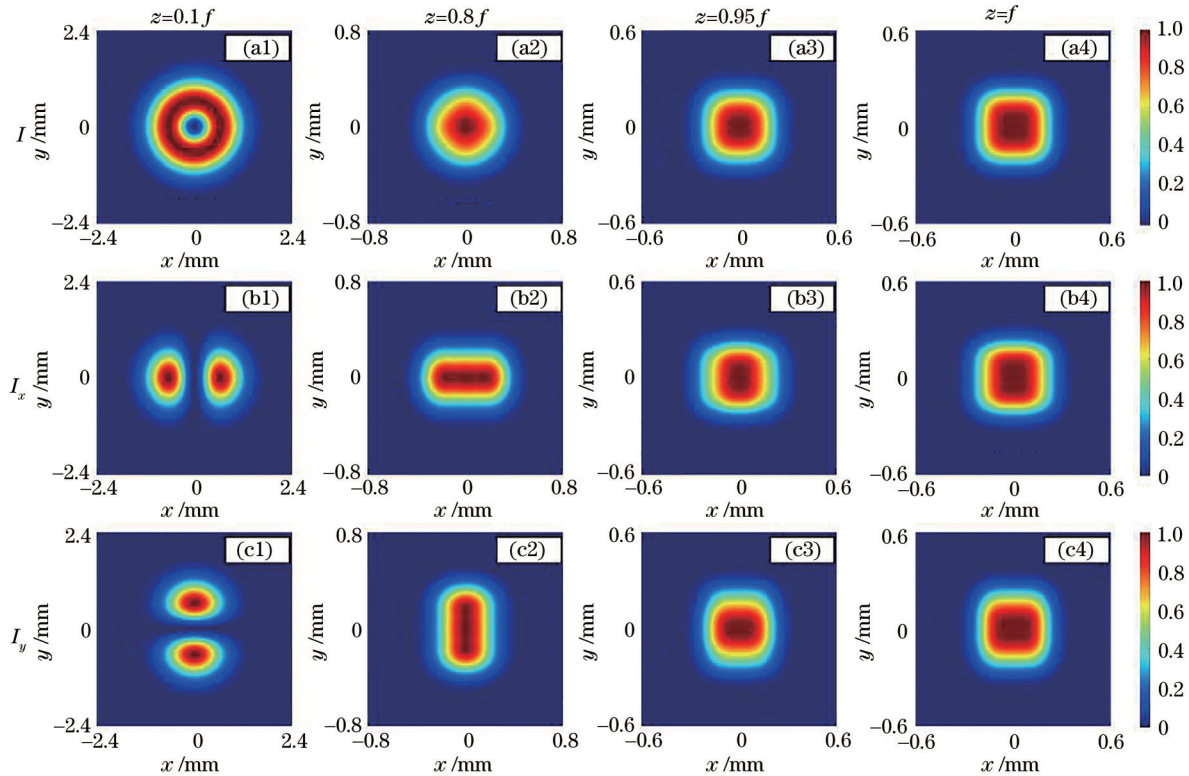


图 1 扭曲因子  $u=0$  时径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束的归一化光强分布  $I$  和其分量  $I_x$  和  $I_y$  的演化图  
Fig. 1 Normalized intensity distribution  $I$  and evolution diagram of components  $I_x$  and  $I_y$  of radially polarized twisted rectangular multi-Gaussian Schell-model beam with twist factor  $u=0$

图 4 给出的是具有不同扭曲相位  $u$  的径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束在聚焦过程中光

谱相干度的演化情况。从图中可以清楚看出,在源平面处光束相干度图谱由中心主峰和周围的叶

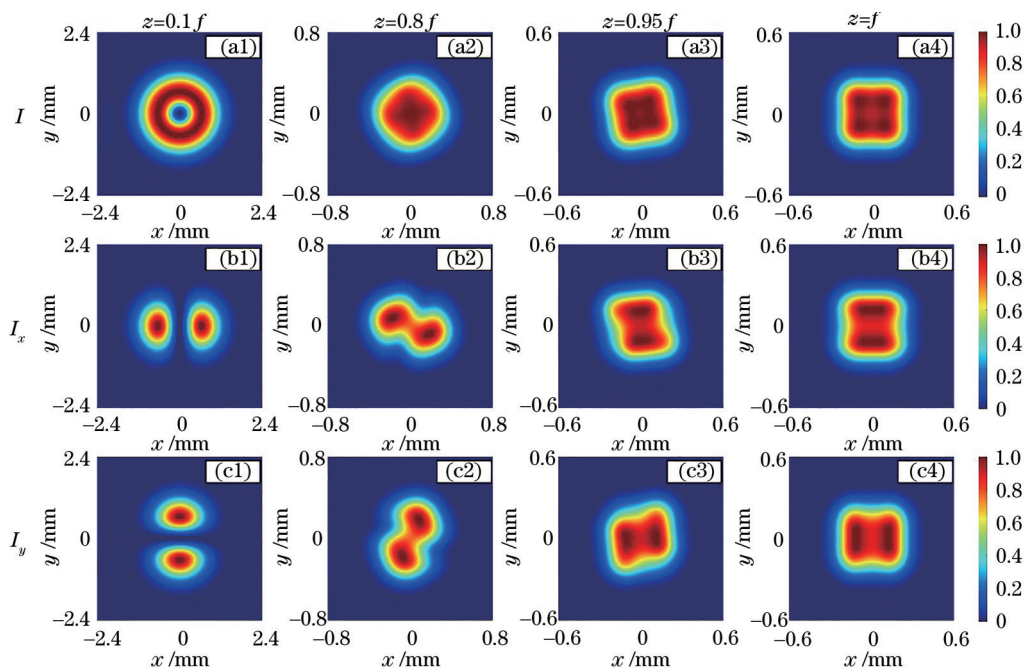


图 2 扭曲因子  $u = 1 \text{ mm}^{-2}$  时径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束的归一化光强分布  $I$  和其分量  $I_x$  和  $I_y$  的演化图

Fig. 2 Normalized intensity distribution  $I$  and evolution diagram of components  $I_x$  and  $I_y$  of a radially polarized twisted rectangular multi-Gaussian Schell-model beam with twist factor  $u = 1 \text{ mm}^{-2}$

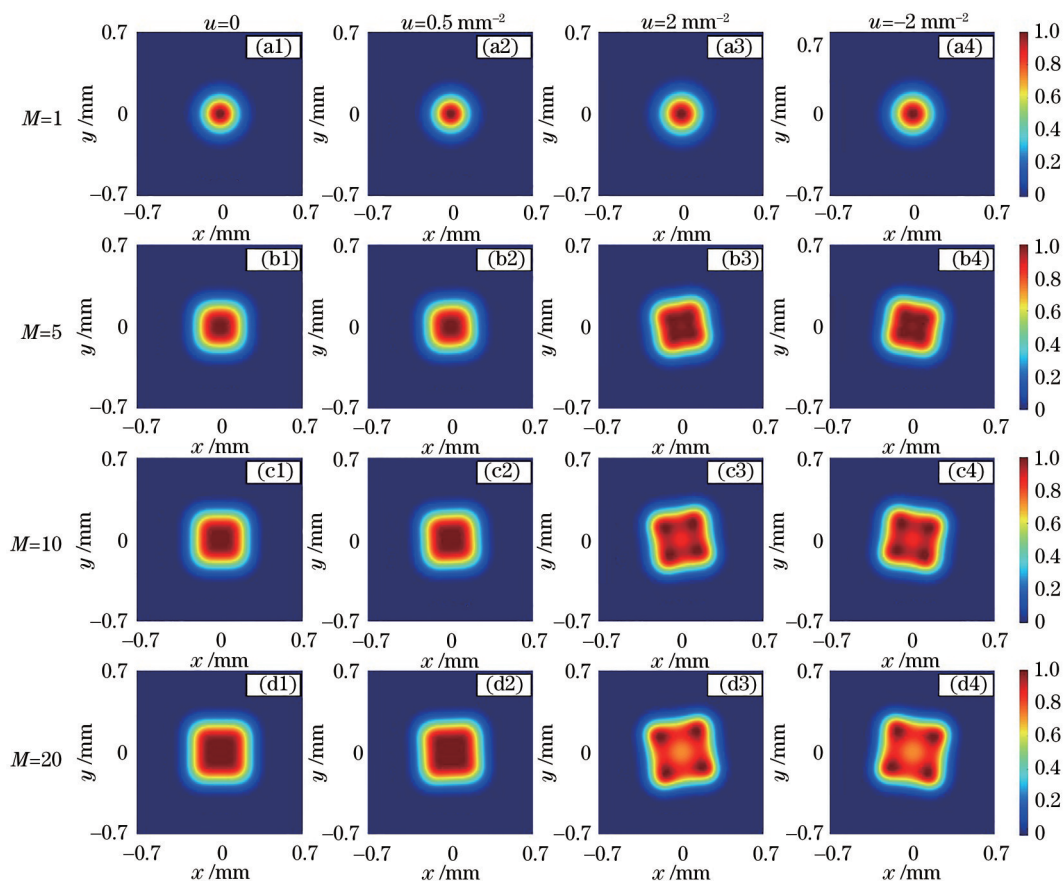


图 3 径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束在相同传播距离  $z = 0.95f$  下对于不同的  $M$  和  $u$  的归一化光强分布演化

Fig. 3 Normalized intensity distribution of radially polarization twisted rectangular multi-Gaussian Schell-model beam for different  $M$  and  $u$  at propagation distance  $z = 0.95f$

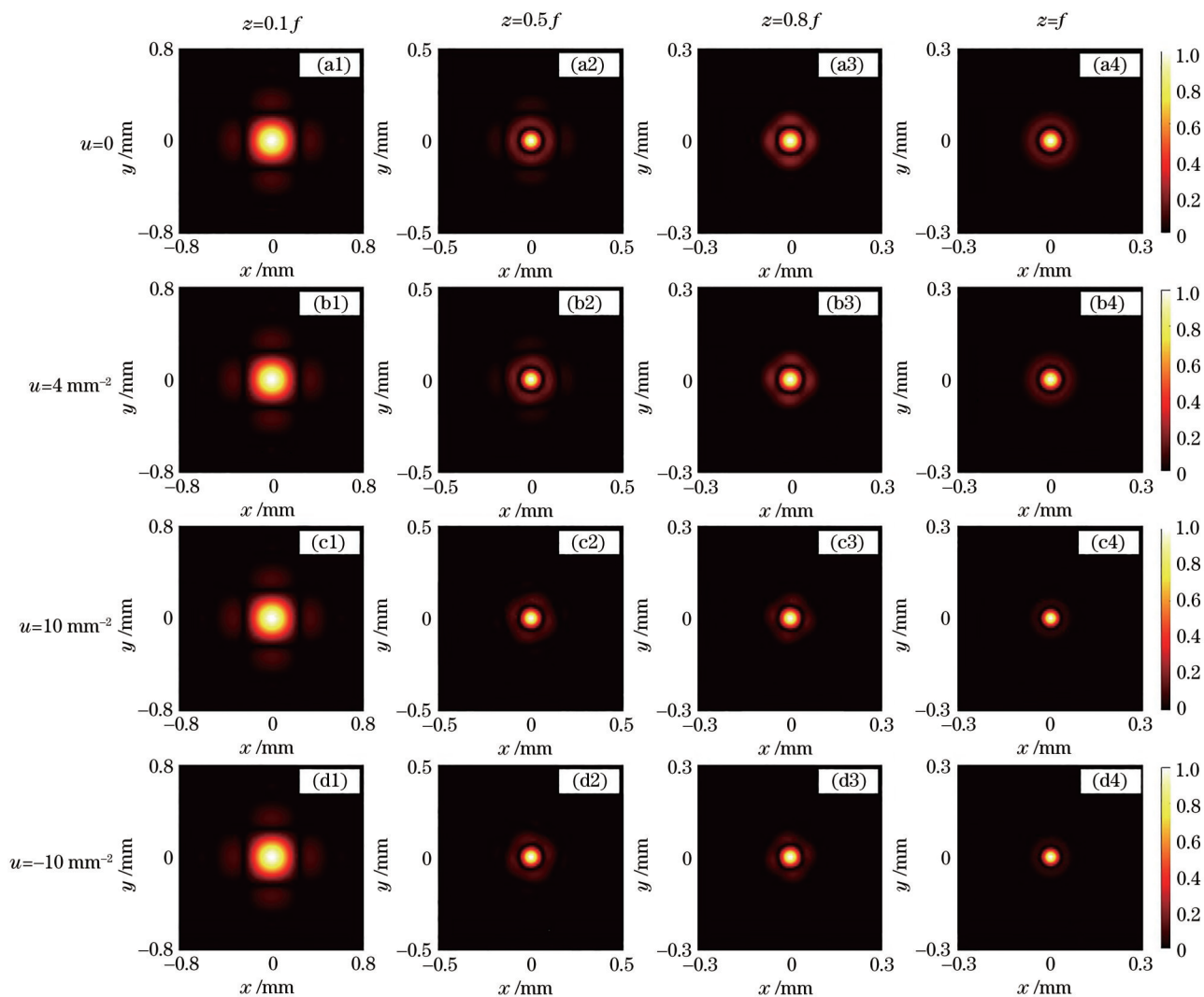


图 4 径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束在不同传播距离处的相干度

Fig. 4 Degree of coherence of radially polarization twisted rectangular multi-Gaussian Schell-model beam at different propagation distances

瓣组成,随着传输距离的增加,光束相干度图谱中的叶瓣逐渐消失,在焦点处演化成圆环形对称图案。此外,在光束传输过程中,扭曲相位将会诱导相干度图谱的旋转,而旋转方向由扭曲因子 $u$ 的正负决定(见图 4c 和 4d)。最后对比图 4(a4)~(d4)发现,扭曲因子对光束相干宽度也存在一定影响,在焦平面处扭曲因子越大,所对应的光束相干度宽度就越小。

图 5 所示为具有不同扭曲因子 $u$ 的径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束在聚焦过程中的光谱偏振度演化图谱。从图中可以看见,源平面处光束的偏振度图谱中心存在一个圆形偏振奇点,随着传输距离的增加,中心奇点沿轴扩散。当无扭曲相位(扭曲因子 $u=0$ )时,偏振度图谱始终为轴对称图

案;当携带扭曲相位(扭曲因子 $u \neq 0$ )时,随着传输距离的增加偏振度图谱演变为矩形轮廓,同时发生扭曲旋转,其旋转方向由扭曲因子 $u$ 的正负决定[(见图 5(c)和 5(d)]。与此同时,扭曲因子越大,偏振度图谱的扭曲旋转现象越明显。

## 5 结 论

介绍了一种具有扭曲相位和特殊关联结构的新型部分相干光束,即径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束,推导了该光束在 ABCD 光学系统中传输的交叉光谱密度函数,并详细讨论了其光强、相干度和偏振度的演化特性。结果表明, $u=0$ 时,径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束的光强在传播过程中由初始的暗空心分布逐渐演化成矩形平顶轮

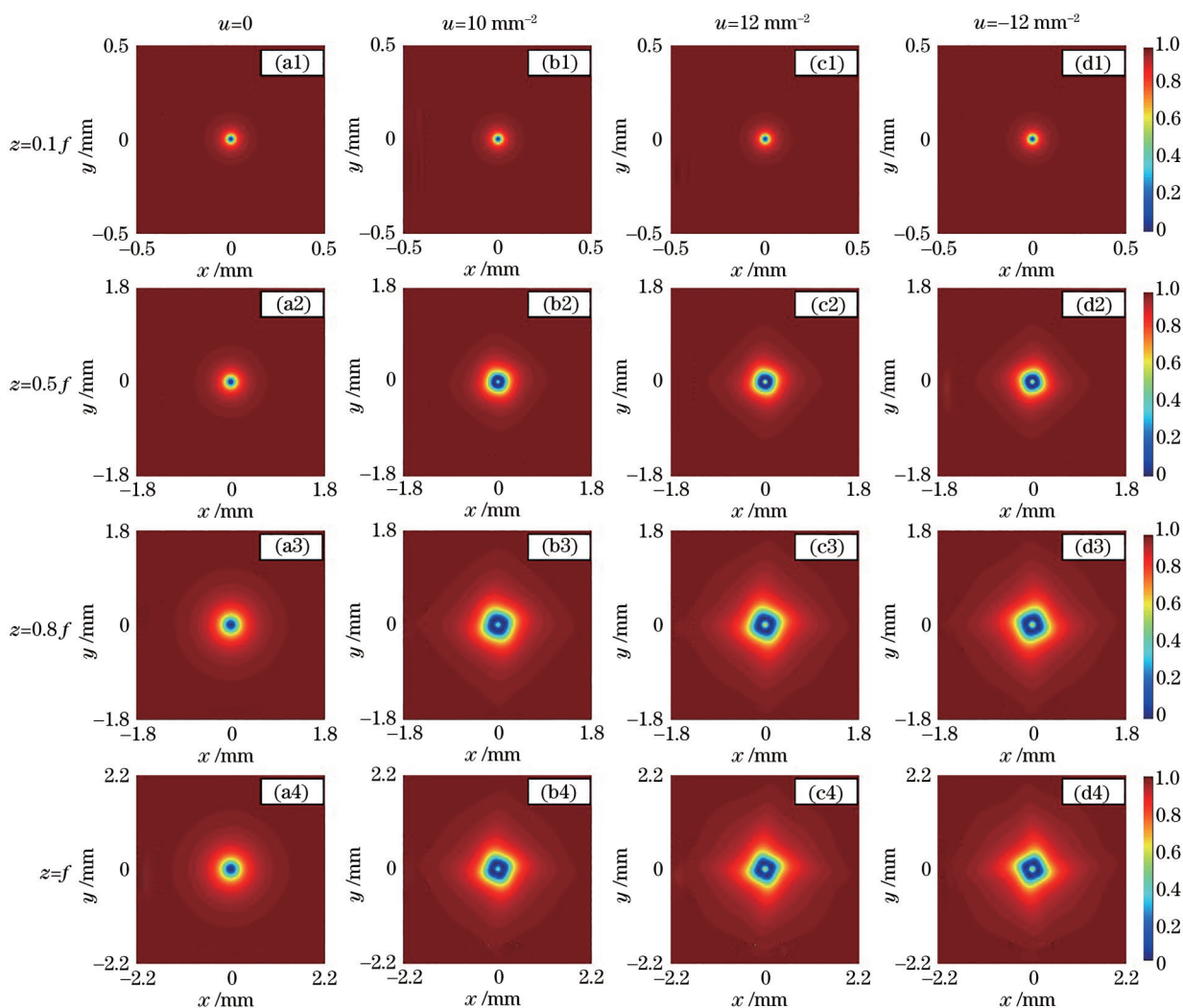


图5 径向偏振扭曲矩形多高斯-谢尔模光束对于不同 $u$ 值在传播过程中的偏振度分布

Fig. 5 Degree of polarization distribution of radially polarization twisted rectangular multi-Gauss Schell-model beam for different values of  $u$  during propagation

廓;  $u \neq 0$  时, 扭曲相位会促进光束归一化光强的演化, 并且当  $u$  和  $M$  较大时, 光束光斑显示的矩形轮廓面积更大。同时扭曲相位还会引起光束归一化光强、相干度和偏振度分布的扭曲旋转, 且旋转方向由扭曲因子的正负决定。此外, 相干度受到扭曲相位的影响, 焦平面处光束的相干宽度更小。该研究结果为探索新的扭曲部分相干光束提供了思路, 并对扭曲光束在微粒操纵、光学整形、光通信等领域的实际应用提供一定的参考价值。

### 参 考 文 献

[1] Zhan Q W. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2009, 1(1): 1-57.  
 [2] 陈顺意, 丁攀峰, 蒲继雄. 大气湍流中部分相干径向向

偏振光束的光斑及偏振度研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(9): 090101.

Chen S Y, Ding P F, Pu J X. Research on beam and degree of polarization of partially coherent radially polarized beam in turbulent atmosphere[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(9): 090101.

[3] Ping C C, Liang C H, Wang F, et al. Radially polarized multi-Gaussian Schell-model beam and its tight focusing properties[J]. *Optics Express*, 2017, 25(26): 32475-32490.  
 [4] Zhan Q W. Trapping metallic Rayleigh particles with radial polarization[J]. *Optics Express*, 2004, 12(15): 3377-3382.  
 [5] Huang L, Guo H L, Li J F, et al. Optical trapping of gold nanoparticles by cylindrical vector beam[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(10): 1694-1696.



- [6] Kozawa Y, Sato S. Optical trapping of micrometer-sized dielectric particles by cylindrical vector beams [J]. *Optics Express*, 2010, 18(10): 10828-10833.
- [7] Chen R, Dong Y M, Wang F, et al. Statistical properties of a cylindrical vector partially coherent beam in turbulent atmosphere[J]. *Applied Physics B*, 2013, 112(2): 247-259.
- [8] 张建强, 翟焱望, 付时尧, 等. 径向偏振矢量光束在大气湍流下的传输分析[J]. *光学学报*, 2020, 40(11): 1101001.  
Zhang J Q, Zhai Y W, Fu S Y, et al. Propagation properties of radially-polarized vector beams under a turbulent atmosphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(11): 1101001.
- [9] Niziev V G, Nesterov A V. Influence of beam polarization on laser cutting efficiency[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1999, 32(13): 1455-1461.
- [10] Meier M, Romano V, Feurer T. Material processing with pulsed radially and azimuthally polarized laser radiation[J]. *Applied Physics A*, 2007, 86(3): 329-334.
- [11] 韦宏艳, 闫玠霖, 贾鹏, 等. 聚焦贝塞尔光束在大气湍流中的螺旋相位谱[J]. *光学学报*, 2020, 40(24): 2401001.  
Wei H Y, Yan J L, Jia P, et al. Spiral phase spectrum of focused Bessel beams in atmospheric turbulence channel[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(24): 2401001.
- [12] Kato Y, Mima K, Miyanaga N, et al. Random phasing of high-power lasers for uniform target acceleration and plasma-instability suppression[J]. *Physical Review Letters*, 1984, 53(11): 1057-1060.
- [13] 王明军, 林姐姐. 拉盖尔-高斯光束在含拓扑绝缘体周期薄膜中的传输特性[J]. *中国激光*, 2020, 47(1): 0105003.  
Wang M J, Lin N N. Propagation characteristics of Laguerre-Gaussian beams in periodic films with topological insulators[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(1): 0105003.
- [14] Ricklin J C, Davidson F M. Atmospheric optical communication with a Gaussian Schell beam[J]. *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, Image Science, and Vision*, 2003, 20(5): 856-866.
- [15] 陈媛, 蒲继雄, 刘晓云. 部分相干光束的聚焦特性[J]. *中国激光*, 2006, 33(10): 1375-1378.  
Chen Y, Pu J X, Liu X Y. Focusing properties of the partially coherent beams[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2006, 33(10): 1375-1378.
- [16] 叶俏珺, 王先菊, 戴占海. 布儒斯特角入射的高斯光束传输特性研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(7): 0720001.  
Ye Q J, Wang X J, Dai Z H. Study on propagation characteristics of Gaussian beam incident at Brewster angle[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(7): 0720001.
- [17] Gori F, Santarsiero M. Devising genuine spatial correlation functions[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(24): 3531-3533.
- [18] Gori F, Ramírez-Sánchez V, Santarsiero M, et al. On genuine cross-spectral density matrices[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2009, 11(8): 085706.
- [19] Yuan Y S, Liu X L, Qu J, et al. Second-order statistical properties of a  $J_0$ -correlated Schell-model beam in a turbulent atmosphere[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2019, 224: 185-191.
- [20] 骆传凯, 卢芳, 尹晨旭, 等. 非Kolmogorov湍流下拉盖尔-高斯光束传输性能数值研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(12): 120101.  
Luo C K, Lu F, Yin C X, et al. Numerical study on transmission performance of Laguerre-Gaussian beam in non-Kolmogorov turbulence[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(12): 120101.
- [21] Chen Y H, Gu J X, Wang F, et al. Self-splitting properties of a Hermite-Gaussian correlated Schell-model beam[J]. *Physical Review A*, 2015, 91: 013823.
- [22] Zhang M H, Liu X L, Guo L N, et al. Partially coherent flat-topped beam generated by an axicon[J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(7): 1499-1458.
- [23] 余佳益, 陈亚红, 蔡阳健. 非均匀拉盖尔-高斯关联光束及其传输特性[J]. *物理学报*, 2016, 65(21): 214202.  
Yu J Y, Chen Y H, Cai Y J. Nonuniform Laguerre-Gaussian correlated beam and its propagation properties [J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(21): 214202.
- [24] Simon R, Mukunda N. Twisted Gaussian Schell-model beams[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1993, 10(1): 95-109.
- [25] Wan L P, Zhao D M. Controllable rotating Gaussian Schell-model beams[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(4): 735-738.
- [26] Friberg A T, Tervonen E, Turunen J. Interpretation and experimental demonstration of twisted Gaussian

- Schell-model beams[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1994, 11(6): 1818-1826.
- [27] Borghi R, Gori F, Guattari G, et al. Twisted Schell-model beams with axial symmetry[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(19): 4504-4507.
- [28] Borghi R. Twisting partially coherent light[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(8): 1627-1630.
- [29] Gori F, Santarsiero M. Devising genuine twisted cross-spectral densities[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(3): 595-598.
- [30] Mei Z R, Korotkova O. Random sources for rotating spectral densities[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(2): 255-258.
- [31] Wan L P, Zhao D M. Twisted Gaussian Schell-model array beams[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(15): 3554-3557.
- [32] Mei Z R, Korotkova O. Twisted EM beams with structured correlations[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(16): 3905-3908.
- [33] Peng X F, Liu L, Wang F, et al. Twisted Laguerre-Gaussian Schell-model beam and its orbital angular moment[J]. *Optics Express*, 2018, 26(26): 33956-33969.
- [34] Mao Y H, Mei Z R, Wang Y Y, et al. Radially polarized twisted Multi-Gaussian Schell-model beams and their statistical properties[J]. *Optics Communications*, 2020, 477: 126321.
- [35] 王静, 赵志国, 郭苗军, 等. 特殊关联阵列扭曲光束在大气湍流中的光强闪烁[J]. *光电子·激光*, 2020, 31(4): 426-433.
- Wang J, Zhao Z G, Guo M J, et al. Scintillations of special correlation twisted array beams in the atmospheric turbulence[J]. *Journal of Optoelectronics·Laser*, 2020, 31(4): 426-433.
- [36] Zhou Y J, Zhao D M. Propagation properties of a twisted rectangular multi-Gaussian Schell-model beam in free space and oceanic turbulence[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(30): 8978-8983.
- [37] Tong Z S, Korotkova O. Beyond the classical Rayleigh limit with twisted light[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(13): 2595-2597.
- [38] Wolf E. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams[J]. *Physics Letters A*, 2003, 312(5/6): 263-267.
- [39] Korotkova O. Random sources for rectangular far fields[J]. *Optics Letters*, 2013, 39(1): 64-67.
- [40] Cai Y J, Lin Q. Focusing properties of partially coherent twisted anisotropic Gaussian-Schell model beams[J]. *Optics Communications*, 2003, 215(4/5/6): 239-245.
- [41] Lin Q, Cai Y J. Tensor ABCD law for partially coherent twisted anisotropic Gaussian-Schell model beams[J]. *Optics Letters*, 2002, 27(4): 216-218.