

# 激光与光电子学进展

## 光通信中概率整形技术的研究现状和进展

刘翔<sup>1,2</sup>, 张教<sup>1,2\*</sup>, 朱敏<sup>1,2\*\*</sup>, 华炳昌<sup>2</sup>, 蔡沅成<sup>1,2</sup>, 雷明政<sup>2</sup>, 邹昱聪<sup>2</sup>, 李爱杰<sup>2</sup>

<sup>1</sup>东南大学移动通信国家重点实验室, 江苏 南京 210096;

<sup>2</sup>网络通信与安全紫金山实验室, 江苏 南京 211111

**摘要** 作为一种针对调制格式的优化技术,星座整形技术极大提高了传统编码调制方案的灵活性、非线性补偿和误码性能,具有能够在不增加系统发送功率、复杂性的前提下,获得高频谱效率和实现接近香农极限的信号传输等特性,在多个领域得到广泛的应用。本文介绍了国内外星座整形技术方案的研究现状和最新进展,特别是基于概率整形技术实现类型、方法、架构等层面,从多个角度着重分析了算术编码概率整形的基本原理、性能对比和相关应用,在不同的系统和场景下对比评估概率整形技术带来的增益,并总结了光通信中概率整形技术目前面临的问题及未来的发展趋势。

**关键词** 光通信; 概率整形; 编码调制; 高速光传输; 非线性补偿; 整形增益; 算术编码

中图分类号 TN913

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1100004

### Research Status and Progress of Probabilistic Shaping Techniques in Optical Communication

Liu Xiang<sup>1,2</sup>, Zhang Jiao<sup>1,2\*</sup>, Zhu Min<sup>1,2\*\*</sup>, Hua Bingchang<sup>2</sup>, Cai Yuancheng<sup>1,2</sup>, Lei Mingzheng<sup>2</sup>,  
Zou Yucong<sup>2</sup>, Li Aijie<sup>2</sup>

<sup>1</sup>National Mobile Communication Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, Jiangsu, China;

<sup>2</sup>Purple Mountain Laboratories, Nanjing 211111, Jiangsu, China

**Abstract** As one optimization technique for modulation format, constellation shaping technique greatly improves the flexibility, nonlinear compensation and error performance of traditional coding modulation scheme. It can achieve high spectral efficiency and signal transmission close to Shannon's limit without increasing the transmission power and complexity of the system, which has been widely used in many fields. The research status and the latest advances in the fields of constellation shaping technology schemes are introduced, especially the type, method, architecture and other aspects. The basic principle, performance comparison and related applications of probabilistic shaping with arithmetic coding are mainly discussed and the current problems and future trends of probabilistic shaping techniques are summarized.

**Key words** optical communications; probabilistic shaping; coded modulation; high-speed optical transmission; nonlinear compensation; shaping gain; arithmetic coding

## 1 引言

随着通信传输容量的不断增长和对高频谱效

率的需求,编码调制技术在光通信中得到了越来越广泛的研究。编码调制(CM)与前向纠错(FEC)相结合是实现高速率数据传输的关键技术。为了实

收稿日期: 2021-06-01; 修回日期: 2021-07-05; 录用日期: 2021-07-15

基金项目: 江苏省重点研发计划(BE2020012)、江苏省科技成果转化计划(BA2019026)

通信作者: \*jiaozhang@seu.edu.cn; \*\*minzhu@seu.edu.cn

现 CM, 研究者提出了不同的技术, 如多级编码 (MLC)<sup>[1-2]</sup>、比特交织 CM (BICM)<sup>[3-4]</sup>。高阶编码调制和复用技术提升了系统传输容量, 但牺牲了接收信号的灵敏度。此外, 光纤传输系统信道受非线性效应的影响, 且功率受限而无法达到很高的光信噪比。星座整形技术通过改变星座点的概率和位置, 将输入信号整形为近似的高斯分布, 从而提高频谱利用率, 逼近 1.53 dB (渐进损耗:  $\pi e/6$ ) 的整形间隙<sup>[5]</sup>。星座整形技术在光通信中得到广泛应用<sup>[6-7]</sup>, 对星座整形技术的研究, 综述国内外的研究现状, 分析其存在的问题及发展趋势显得尤为重要。

在 80 年代末和 90 年代初, 研究者提出多类星座整形技术来提高频谱利用率和逼近 1.53 dB 整形间隙。第一类思想是将均匀分布的输入比特转换为非均匀、类高斯分布的星座符号, 称为概率整形 (PS) 技术<sup>[8-9]</sup>。其中, 文献[10]称具有这种功能的结构称为分布匹配器 (DM), 其中包括球整形方法, 即从目标速率开始用一个球限定多维信号结构<sup>[8]</sup>。第二类思想是通过调整符号的几何分布, 构造一个类高斯的信号星座, 称为几何整形 (GS)<sup>[11-15]</sup>。其中, 文献[11-13]验证了 GS 也可以在一定程度上逼近信道容量, 实现了可达信息速率 (AIR) 的最大化; 文献[14-15]设计了基于 GS 的速率自适应编码调制, 并验证了在一定程度上性能优于 PS。第三类思想是将 PS 和 GS 技术的结合, 称为混合整形技术 (PS-GS)<sup>[16-22]</sup>。其中, 文献[16]通过 Huffman 以及旋转的方式得到 PS-GS 信号点, 并实验验证了该方案在性能提升上的可行性; 文献[17-21]实验验证了, 基于混合整形的信号性能优于 PS 以及传统的调制格式; 文献[22]引入成对优化算法 (PO) 对 PS 进行几何整形, 验证了能够进一步逼近香农容量极限。鉴于 GS 技术简单、灵活且易操作, 研究者们构造了各式各样的非等间隔的星座分布。在本文中, 主要对 PS 技术的发展和研究进行详细综述。德国慕尼黑工业大学先后提出串行架构的固定组成分布匹配器 (CCDM)<sup>[23]</sup>和概率幅度整形 (PAS)<sup>[24]</sup>方案, 奠定了基于算术编码 (AC) 方法实现 PS 技术的基础。前者因块长较短易遭受高速率损失以及串行算法编码处理带来一定延迟<sup>[25]</sup>, 后者能够提供低复杂度的技术实现, 降低系统速率的损失。美国诺基亚贝尔实验室并讨论了 PAS 架构中, 整形编码和 FEC 编码前后顺序的性能差别<sup>[26]</sup>。PAS 可以与低密度奇偶校验 (LDPC) 码<sup>[24, 27-28]</sup>、极性码<sup>[29-31]</sup>和卷积码等编

码技术相结合。PAS 技术在 AWGN 信道<sup>[24]</sup>、光纤信道<sup>[32-34]</sup>、无线信道<sup>[35-37]</sup>、和可见光 (VLC) 通信<sup>[38-40]</sup>等典型信道上很好地进行性能评估, PAS 技术的应用优势引起研究学者们的广泛关注。进一步地, 一种超高斯分布被提出, 比传统的类高斯分布具有更高的非线性容忍度<sup>[41]</sup>。为了匹配更优的目标分布、选择最优的整形器输出序列集、选择适用的优化算法, 进一步降低速率损失以及系统复杂性, 将是课题接下来研究的内容之一。为了验证概率整形技术在硬件上的友好实现, 诺基亚贝尔实验室等团队在 FPGA 上实现了速率自适应分布匹配和解匹配, 验证了实时性的可行性<sup>[42-43]</sup>。为了解决 CCDM、PAS 方案在中短块长度机制中速率损失的问题, 2016 年慕尼黑工业大学提出并行架构的乘积分布匹配 (PDM)<sup>[44-46]</sup>和多组成分布匹配 (MPDM)<sup>[47-50]</sup>整形方案。PDM 内部使用多个并行的二进制 DMs 来生成所需的目标分布, 可以实现低复杂度和高吞吐量。MPDM 允许处理更多不同的输出组成序列, 提升 DM 输出序列的组合特性, 输出比 CCDM、PAS 具有更低的速率损耗以及更低的复杂度和延迟。基于这种特有的并行架构以及技术优势, 2018 年北京邮电大学等团队展示了 PDM/MPDM 在多载波系统并行信道中的思想, 例如高速数字用户线 (VDSL)、正交频分复用 (OFDM)<sup>[51-54]</sup>等技术的融合提升了系统性能, 具有比单载波概率整形更灵活调节容量粒度的特点。通过在子载波之间共享低比特级的 DM, 能够显著提高功率效率, 降低速率损失和分布匹配器算法的复杂度。通常, 研究者提出的不同 DM 结构的性能和复杂性都随着块长度的增加而增加。为了进一步地降低系统的复杂度, 2020 年上海交通大学团队提出一种适用于概率整形高阶调制格式的多维分布匹配器 (MDDM) 方案<sup>[55-56]</sup>, 减少了一维调制格式下的非线性代价并且降低系统的复杂度。

基于 AC 的概率整形方法适用于灵活要求较高且阶数超高超大的概率整形, 复杂度、难度较高。此外, 归纳了另两种较简单、成本低、适用于较低阶 QAM 以及长距离的点对点传输的概率整形方法。固定符号级标签整形方法<sup>[57]</sup>, 其原理为将外圈的星座点以一定的概率和规则映射到靠近星座原点的星座点上并发送传输, 多个标签可能映射到同一个信号点 (多对一映射), 导致信号发射功率不等<sup>[58-59]</sup>。在此基础上, 2018 年北京邮电大学、美国富士通实

实验室、华为等机构提出星座点分区(SP)的思想,减小了欧氏距离和降低误码率<sup>[60-62]</sup>;2020年南京信息工程大学刘博等应用标签的概率整形的方法<sup>[63]</sup>,并引入模拟退火优化算法来收敛最优的概率分布<sup>[64]</sup>。此方法操作灵活、可实现大传输容量、低功率发射的信号传输。但在逼近香农极限 1.53 dB 整形间隙的颗粒度较大。另一种为设计非均匀信号(NS)映射的方法,一种高斯信道的最优非均匀信号设计的思想最先在 20 世纪 90 年代被提出<sup>[65]</sup>,通过将信号点设计成接近最优分布性能的非均匀码字,映射到星座上,获得最终的整形增益( $\pi e/6$  或 1.53 dB)。这种设计非均匀信号概率整形(NS-PS)的思想被证明是简单、可靠的实现方案。基于 NS-PS 思想,2019 年北京邮电大学等团队提出一种基于 Huffman 编码设计非均匀信号的方法,在相同信噪比的情况下获得更好的性能<sup>[66]</sup>。2020 年上海交通大学团队提出一种基于并行二分法(BS)设计非均匀信号的方案<sup>[67]</sup>。基于等分的 BS 概率整形方案(BS-PS)可以减少串行操作的数量,为块长较长序列提供了更有效的实现结构。NS-PS 方法可以与 LDPC 编码<sup>[68-70]</sup>、OFDM 等技术相结合,降低系统误码率,提高系统的整体性能。基于以上概率整形技术实现的三种不同方法,引入传输速率、速率损失、AIR,包括广义互信息/标准化的广义互信息(GMI/NGMI)等不同的性能参数作为系统评估指标。PS 因其对均匀信号的整形增益和细粒度速率自适应性被广泛应用于相干传输中,在强度调制-直接检测(IM-DD)中,文献[71]验证了在没有光放大器的情况下,PS 技术应用于 IM-DD 系统的有效性。

此外,从其他角度还有对概率整形方案技术进行优化的方案。简要列出如下,枚举球面整形(ESS)和壳映射(SM)是典型的球面整形算法<sup>[35]</sup>。一种近似最优球面概率整形结构实现方法被提出,利用 Huffman 树和基于查找表的二值映射<sup>[72]</sup>的方式等。圣安娜高等学校引入了分层分布匹配(HiDM)的方法,利用分层查找表(LUTs)实现非均匀分布<sup>[73]</sup>等。对它们的详细分析不在本综述的范围之内。

本文系统回顾了星座整形技术实现的相关研究成果与最新进展,对现存问题以及今后的研究方向提出了建议。第二章主要综述了星座整形技术的形成思想、基本原理,以及从不同角度对整形技术进行分类并引入模型与性能参数。第三章主要

综述了概率整形技术实现方案,从结构、维度以及适用层面对概率整形方案进行性能分析;此外,归纳总结了另两类概率整形技术实现方法,分析其基本原理并引入典型的实现方案。第四章综述了近几年概率整形技术在不同传输系统场景中的应用,并分别分析了不同场景下,国内外主流研究团队在相关研究方向上解决的问题以及面临的挑战。第五章归纳总结了概率整形技术亟待解决的问题以及进一步的发展方向。

## 2 概率整形技术的研究进展

香农作为信息论的创始人,提出运用概率论和数理统计的方法研究通信系统。信息论主要解决了通信理论的两个基本问题:临界数据压缩的值(熵  $H$ )和临界通信速率的值(信道容量  $C$ )。逼近通信系统的信道容量是通信科研工作者的目标,采用概率整形技术能够有效的提高信号的传输容量,实现逼近 1.53 dB(渐进损耗:  $\pi e/6$ )整形间隙的信号传输。此外,概率整形为信噪比受限系统提供了无与伦比的灵活性,而不增加系统的复杂性。可以在不需要增加发送功率的前提下,获得高频谱效率和高传输容量,这正是概率整形的优势所在。

### 2.1 整形间隙(1.53 dB)

在信息论中,AWGN 信道下,当输入信号  $X$  为服从均值为 0 的高斯分布时,信道输出信号  $X$  的熵  $H(X)$  可以达到其最大值,即

$$H(X) \leq \lg \sqrt{2\pi e(P + \sigma^2)}, \quad (1)$$

式中:  $P$  为输入功率;  $\sigma$  为 AWGN 的标准差。

假设  $X_{\text{uni}}$  和  $X_{\text{Gauss}}$  为两个均值为 0, 方差分别为  $P_{\text{uni}}$  和  $P_{\text{Gauss}}$  的连续随机变量。其中,  $X_{\text{uni}}$  在  $[-m, m]$  上均匀分布, 而  $P_{\text{Gauss}}$  服从高斯分布。根据信息论中的信息熵公式可知:

$$H(X_{\text{uni}}) = \lg(2m) = \lg \sqrt{12P_{\text{uni}}}, \quad (2)$$

$$H(X_{\text{Gauss}}) = \lg \sqrt{2\pi e P_{\text{Gauss}}}, \quad (3)$$

$$\frac{P_{\text{uni}}}{P_{\text{Gauss}}} = \frac{\pi e}{6}, \quad (4)$$

$$10 \lg \frac{\pi e}{6} = 1.53 \text{ dB}. \quad (5)$$

1.53 dB 为整形增益上限,也称为整形间隙。从图 1 中也可以看到,实验值和理论计算值一致。整形增益定义为系统达到相同性能时所节省的信噪比。

总而言之,概率整形是通过在发送端引入一定的冗余,每个星座点具有不同的概率。将发送端的

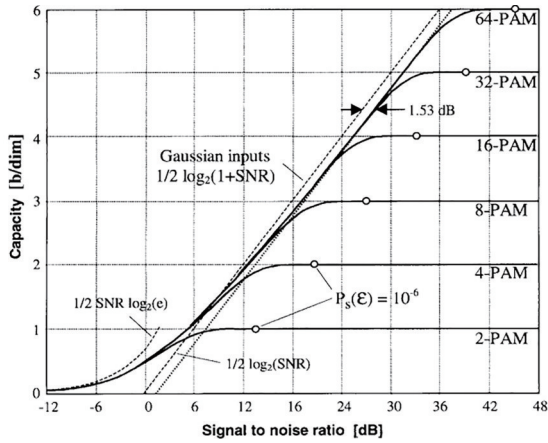


图 1 高斯输入和等概  $M$ -PAM 输入下的理想 AWGN 信道容量<sup>[5]</sup>

Fig. 1 Capacity of the ideal AWGN channel with Gaussian inputs and with equiprobable  $M$ -PAM inputs<sup>[5]</sup>

概率分布从均匀分布变为类高斯分布,此时能提高系统的可达信息速率,使系统接近甚至达到其最大信息量,即信道容量。

### 2.2 概率整形的基本原理

概率整形主要原理是将星座外圈的星座点以一定的概率和规则映射到靠近星座圆点的星座点

上并发送传输。在实际通信系统中,发射的信号幅值取值不可能是连续的,只能是类似于  $M$ -QAM 离散幅值信号,若要逼近香农容量,就要使得输出的  $M$ -QAM 信号符合高斯分布。均匀分布的 16QAM 与 PS-16QAM 的星座原理如图 2 所示,圆点的大小表示该星座点的概率大小,不同颜色的圆点代表不同概率的星座点。图 2(a)显示内圈和第二圈的距离是 1.748,而第二圈和外圈的距离只有 1.08,这就导致了最外圈成为误码的多发区。如图 2(b)所示,概率整形增大了 16QAM 内圈 4 个星座点出现的概率,减小了外圈 4 个星座点出现的概率。增大了误码性能好的星座点,减小了误码性能差的星座点出现的概率,这是概率整形降低误码率的原因之一。另一方面,平均功率相等的条件下,需要对概率整形 16QAM 的星座图进行扩大,这就意味着星座点之间的欧氏距离得到提高,容错性增强。在相同的信噪比之下由于欧氏距离的增大,误码率会降低。这是概率整形提高误码性能的第二个原因。

图 3 给出了 PS-16QAM 星座概率整形原理的示意图。传输 PS-16QAM 信号的同相分量和正

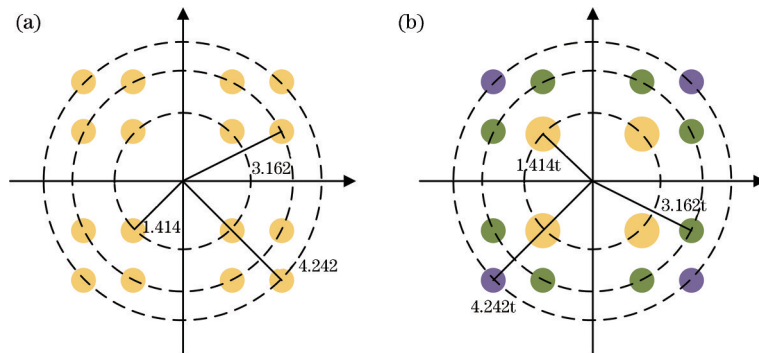


图 2 16QAM 概率整形。(a) 16QAM; (b) PS-16QAM

Fig. 2 16QAM probabilistic shaping. (a) 16QAM; (b) PS-16QAM

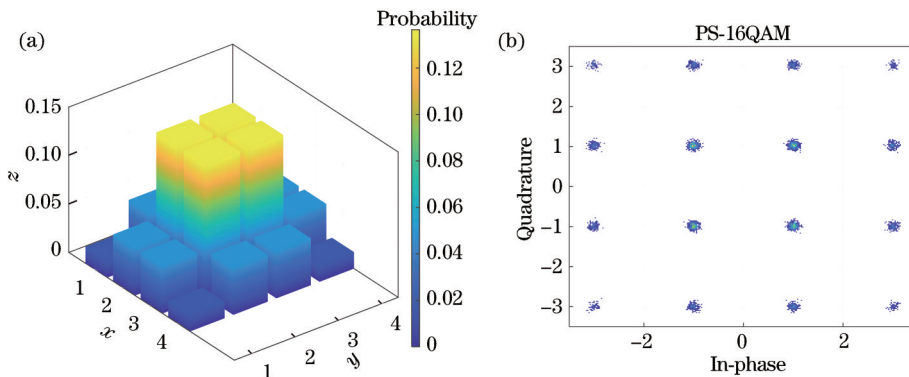


图 3 PS-16QAM 概率整形示意图。(a) 概率分布; (b) 信号星座点

Fig. 3 Schematic diagram of PS-16QAM probabilistic shaping. (a) Probability distribution; (b) signal constellation

分量,每个分量信号的分布均服从麦克斯韦-玻尔兹曼(MB)分布,得到具有非等概率分布的信号点。其中用柱状图的高低表示该点概率值的大小,如图 3(a)所示,能量较低的星座内点比能量较高的星座外点发射概率更高,图 3(b)为经过概率整形后得到的星座点信号。因而能够降低系统的发射功率,并且能够抵抗系统非线性的干扰,改善整个系统的误码率,进一步提高系统的灵活性。

### 2.3 概率整形的技术实现

在星座整形技术的背景下,从实现类型、方法、架构等层面回顾概率整形的实现技术。图 4 展示了星座整形技术实现的基本框架,包括实现方法、实施方案、相关结合技术以及参数指标,在引言中,阐述了概率整形的研究背景和发展现状。从实现星座整形技术的类型可以划分为 GS、PS 以及 PS-PS,本文着重对难度、复杂度相对较大的 PS 技术方案

进行拓展研究。从 PS 技术的实现方法进行研究,最直接也是最通用的方法,即通过添加分布匹配器以及解匹配器的算术编码的方式。从实现概率整形技术的方法可以分为添加分布匹配器的算术编码、添加固定符号级的标签映射、设计非均匀信号映射星座点。主要方案将在第三章中详细讨论和分析。在具体的实施方案中,从概率整形实现架构上可以进一步划分。基于算术编码的实现方案中,主要包括串行架构的 CCDM、PAS 和并行结构的 PDM、MPDM 和 MDDM 等;基于符号级标签映射的实现方案中,主要包括多对一、外层到内层以及添加标签的分区映射等结构;基于设计非均匀信号映射的实现方案中,主要包括 Huffman、二分法等不同的结构设计。为了进一步能够提升系统性能,研究了概率整形方案可以结合的技术和优化方法。其中,包括 LDPC、Polar、BCH 编码等,以及需要考虑的优化指标参数。

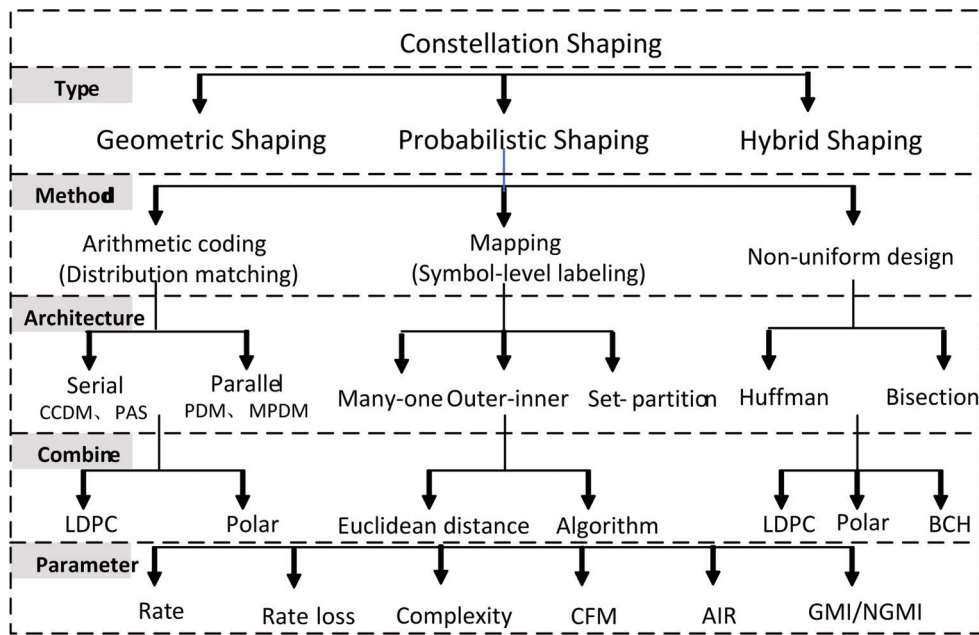


图 4 概率整形技术实现的基本框架

Fig. 4 Basic framework of probabilistic shaping technology

### 2.4 模型与性能参数

通过文献调研综述了系统模型相应的符号和性能参数如图 5<sup>[74-76]</sup>所示。在本文中,用粗体符号表示向量。在发射端,源信号  $S \in \{0, 1\}^{k_s}$  均匀分布且独立。经过 PS 编码器转换成整形信号  $A' \in \{0, 1\}^{n_s}$ 。每个箭头上的圆圈表示块长度的转换,例如  $\{0, 1\}^{n_s} \rightarrow \{0, 1\}^k$ 。系统 FEC 编码应用于有效信息位  $A \in \{0, 1\}^k$  的 PS,由此产生编码位

$B_c \in \{0, 1\}^n$ ,  $(n, k)$  为 FEC 码字长度和每个 FEC 码字的信息位数。然后,编码位序列  $B_c$  被解复用映射成  $m$  个并行的位支流(位通道)  $B = B_1 \dots B_m \in \{0, 1\}^m$ ,用于符号映射到  $X$ 。从传输信道接收到的符号  $Y$  被解映射到比特支路并解码。解码器共同处理  $L = L_1 \dots L_m \in \{0, 1\}^m$  所有位,被多路复用成单一的序列  $L_c$  并译码。将其译码为  $\hat{A} \in \{0, 1\}^k$  以恢复整形比特。当使用概率整形时,

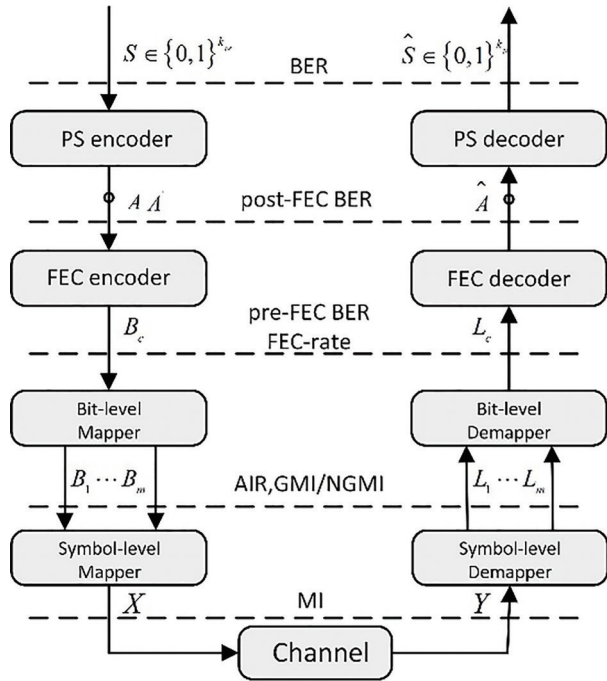


图 5 系统符号和性能参数指标<sup>[74-76]</sup>

Fig. 5 System symbols and performance indicators<sup>[74-76]</sup>

PS 解码执行  $\hat{A}' \in \{0, 1\}^{k_m}$ 。最后,源信号被恢复为  $\hat{S} \in \{0, 1\}^{k_w}$ 。

本文主要研究二进制软判决 FEC(SD-FEC)的比特交织编码调制,由于其实现复杂度低、设计简单而得到广泛的应用。系统传输性能可以使用可达信息速率(AIRs)进行评估,它反映系统使用的编码调制方法,所能达到的最大信息速率,它给出了理想 FEC 性能下数据速率的指标<sup>[77-79]</sup>。还应该考虑

AIR 和系统吞吐量(信息速率)之间的差距,以及它是如何受到非理想 FEC 性能的限制。AIR 是评价系统性能指标的设计参数,其中包括 MI 和 GMI/NGMI( $NGMI \in [0, 1]$ ),GMI 量化了 BICM-AWGN 信道中每个发送符号的最大信息位数,一旦 GMI 被估计,通过归一化就可以得到每个传输符号最大信息比特数即 NGMI。通过对 AWGN 信道的大量模拟,证明了 NGMI 适合作为可靠的 SD-FEC 阈值,解决了 BICM 体系结构因调制格式不同可能具有不同阈值的问题<sup>[80-81]</sup>。

### 3 概率整形方案的研究进展

#### 3.1 算术编码分布匹配器

##### 3.1.1 分布匹配器

Schulte 等<sup>[23]</sup>提出实用、可逆的、f2f 编码的分布匹配器(DM)。如图 6(a)所示,在通信系统中添加算术编码分布匹配器和分布解匹配器的概率整形技术实现方法。分布匹配器的基本原理可以描述为,DM 可在编码之前实现“外编码”,使得编码映射后的各个 QAM 符号出现的概率服从 MB 分布,可以调整整形因子得到具有期望分布的输出符号。用归一化信息散度或相对熵  $D(\tilde{A}||A)$  来测量匹配器输出分布与期望分布之间的距离<sup>[82]</sup>。解匹配器执行逆操作并从输出符号中恢复输入信号。DM 可在信号编码(FEC 编码等)之前实现“外编码”,从而使得编码映射后的各个 QAM 符号出现的概率服从类高斯分布,图 6(b)为简易示意图。

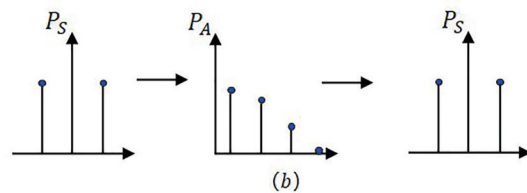
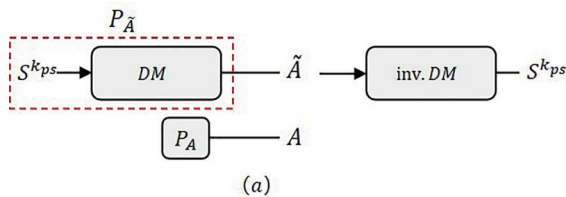


图 6 CCDM 实现框图<sup>[23]</sup>。(a)原理框图;(b)示意图

Fig. 6 CCDM implementation block diagram<sup>[23]</sup>. (a) Principle block diagram; (b) schematic drawings

在 2.2 节已经介绍过,概率整形的原理是通过增大内圈星座点出现的概率,减小外圈星座点出现的概率来实现的。在 PS-QAM 中,星座点的概率分布函数最常用的是根据离散 MB 分布和自由参数  $v$  设定的,MB 分布公式为

$$P_X(x) = \frac{\exp[-v(\text{Re}(x)^2 + \text{Im}(x)^2)]}{\sum_{x \in X} \exp[-v(\text{Re}(x)^2 + \text{Im}(x)^2)]}, \quad (6)$$

式中: $v(0 \leq v \leq 1)$  表示为整形因子,可以代表概率

整形的程度。当  $v = 0$  时,概率分布为均匀分布;当  $v > 0$  时,星座点具有非均匀概率分布。随着  $v$  的增加,星座内圈的点比外圈的点有更高的概率,如图 7 所示。

信道输入和输出之间的 GMI 依赖于整形因子  $v$  和信噪比(SNR),在各信噪比下设定恒定整形因子的效果,如图 8 所示。从图 8 可以看出,在信噪比给定的情况下,存在一个最优  $v$  使 AWGN 信道上的

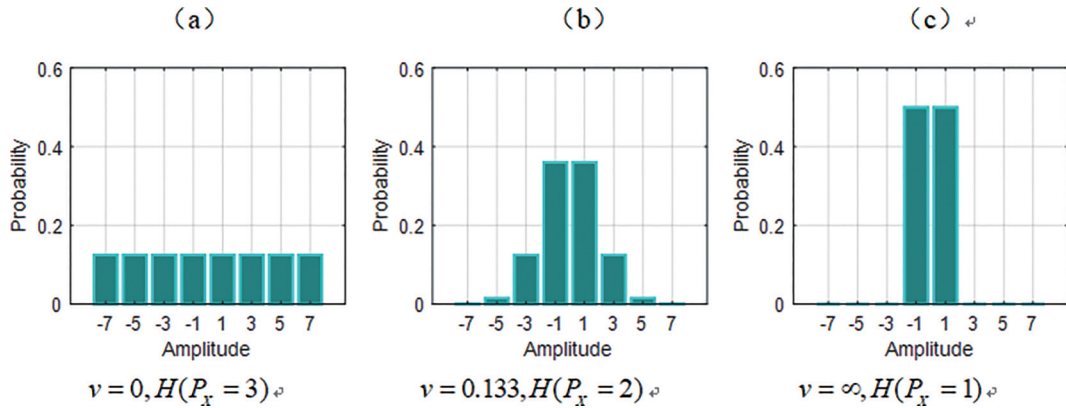


图 7 三种参数值  $v$  下的 PS-8ASK

Fig. 7 PS-8ASK with three parameter values  $v$

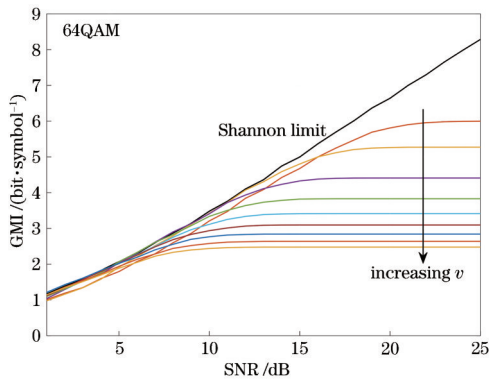


图 8 改变整形因子  $v$  对发射和接收符号 GMI 的影响

Fig. 8 Effect of changing shaping factor  $v$  on GMI of transmitted and received symbols

GMI 达到最大值。因此,后续工作可以在每个信噪比下选择最优的整形因子  $v$ ,通过引入优化算法找到给定 SNR 下最优的整形因子,进一步缩小与香农极限的 1.53 dB 整形间隙。

### 3.1.2 算术编码概率整形方案对比

#### 1) 结构层面

对于 PS 技术的实现,相继提出了不同的方案,其中,PAS 方案在光通信领域得到了显著的关注。PAS 采用独立的结构进行编码和整形,分别进行优化,减少了在 PS 实现中出现的突发错误和整形失真等问题。图 9(a) 给出了 PAS 发射器的通用实现框图,PAS 将 PS 和 FEC 编码相结合实现概率整形编码调制<sup>[24]</sup>。PAS 可以通过调节输入分布和传输功率来实现速率的自适应,降低速率损失。但是,串行结构的 PS 方案 (CCDM、PAS) 不仅在块长较短时易遭受高速率损失,而且串行算法编码处理也会带来一定的延迟<sup>[25]</sup>。对于高吞吐量的应用程序,需要高效的 DM 编码。此外,固定到固定长度的 DM 需要较大的块长度才能正常工作,在较短的块

长度下带来一定的速率损失。在许多实际设置中,数据链路通过多载波进行传输,如 OFDM、离散多频 (DMT) 以及多天线收发器等。在这种情况下,应用当前的 DM 算法具有一定挑战性,因为比特加载技术序列划分为几个短块长,每个短块长具有单独的星座大小和分布,这可能会导致显著的速率损失和较大的复杂度。为了应对 PAS 存在的问题和面临的挑战,图 9(b) 给出了并行架构的 PDM 整形方案。其关键特点是在不同支路之间共享低比特级的 DMs,显著提高了功率效率<sup>[44-45]</sup>。通过并行化结构实现概率整形技术促进了高吞吐量的应用,并减少了短块长度的速率损失。此外,这种并行使用二进制 DMs 的体系结构,降低了系统的复杂性。用于 PAS 的 PDM 方案能够接近 OFDM 等多载波传输方案的注水极限,这使得并行架构的概率整形方案特别适合较大星座和高吞吐量。传统的分配匹配器是均匀分布比特序列到幅度整形的  $f_2f$  可逆映射,所有的输出序列具有相同的输出组成  $C$ 。图 9(c) 为多组成分布匹配器方案,在并行架构 PDM 的基础上,MPDM 的每个 DMs 输出组成序列  $C_i$  并不一定是目标组成  $C$ 。但是,可以实现平均的目标分布  $P_A$ <sup>[49]</sup>,或者等价地具有输出组成  $C$ 。MPDM 允许选择更多的输出组成,可以通过选择最优的组合获得比 CCDM、PAS 更低的速率损失,同时,并行架构大大降低了系统的复杂度和延迟。

#### 2) 维度层面

CCDM、PAS 和 PDM 都被提出用于在一维符号上实现 PS,其中 PDM 对短块表现出更低的复杂度和更好的性能。在 PDM 中,一个符号级 DM 可以由多个位级 DMs 组成,其概率分布结果与最优概率分布 MB 之间存在差距,导致性能损失。基于图 9(c) 的结构,进一步给出了一种基于并行位级

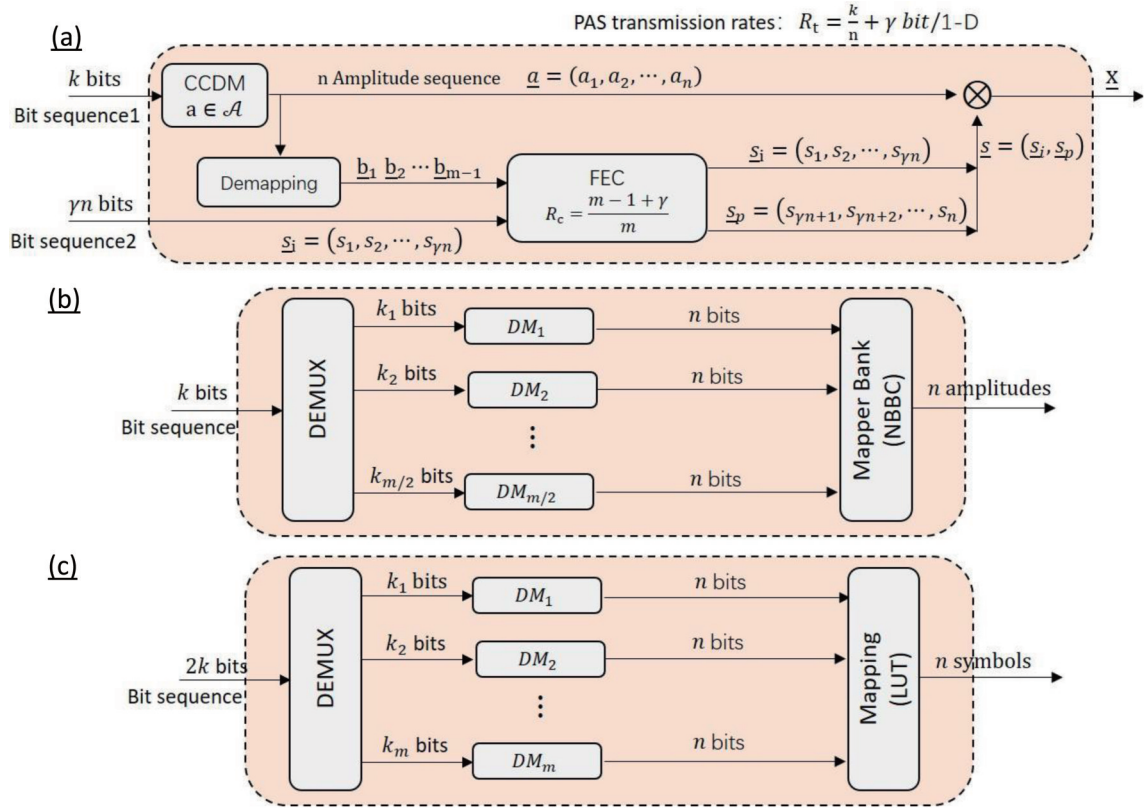


图 9 算术编码概率整形方案。(a) PAS 方案<sup>[24]</sup>; (b) PDM/MPDM 方案<sup>[49]</sup>; (c) 2D-DM 方案<sup>[56]</sup>

Fig. 9 Arithmetic coding probabilistic shaping scheme. (a) PAS scheme<sup>[24]</sup>; (b) PDM /MPDM scheme<sup>[49]</sup>; (c) 2D-DM scheme<sup>[56]</sup>

DMs 结构的二维符号的 MDDM 概率整形方案<sup>[56]</sup>。对比图 9(a)和图 9(c)可知,PDM(1D)和 2D-DM 所需要的位级 DMs 数量相同,因此它们具有相同的复杂度。在 2D-DM 中,每个位级 DM 的输入位长分配可以在更高维度上进行优化,从而使概率分布更接近 MB 分布。因此,2D-DM 可以获得比 PDM 更好的性能。进一步地,考虑同样的模式可以扩展到更高的维度,这可能会对系统性能有一定的提升。注意到,2D-DM 符号的概率分布不仅取决于每个位级 DMs 的二进制分布,而且取决于每个符号的映射函数。在 PDM 中,使用自然二进制编码(NBBC)来实现映射。然而,由于 NBBC 不能得到多维符号幂次上的递减概率分布,所以不是 MDDM 的最好选择。

通过使用查找表(LUT)的方式来实现映射,特别的,对每个位级 DM 和 LUT 的二进制概率分布进行联合优化,实现最低的功耗,以获得最优性能。这个优化过程可以进行离线处理,不会带来额外的复杂性,寻找最优的 LUT 优化映射分布,也是接下来需要研究的主要内容。

### 3) 适用层面

通过从结构层面、维度层面分析算术编码概率整形技术方案的分析,总结了不同概率整形技术实现方案的特征和不足之处,如表 1 所示。并行结构的 PS 技术实现方案相比串行结构的 PS 技术实现方案,复杂度更低、具有更低的速率损失以及能够渐进逼近最优概率分布。但是,并行结构的 PS 技

表 1 算术编码概率整形方案特征和不足之处对比

Table 1 Comparison of characteristics and shortcomings of AC probabilistic shaping scheme

AC shaping scheme	Ref.	Characteristic	Shortcoming
Serial structure	CCDDM [23]	Lower complexity, asymptotically optimal	High latency, rate loss
	PAS [24]	Rate adaption, lower BER	High complexity, rate loss
Parallel structure	PDM [44]	High throughput, lower complexity	A gap to the MB distribution
	MPDM [49]	Flexible output composition, lower rate loss	High hardware requirements
	MDDM [56]	Approaching MB, multi-dimensional	High hardware requirements



术实现方案对硬件实现要求较高,对算术编码分布匹配器的实现具有一定挑战性。随着通信需求的不断增长,和对低复杂度、低延时、低误码率(BER)以及高速率的要求,并行架构在未来概率整形方案发展中是一个优选的结构。此外,图 10 显示了不同算术编码 PS 技术实现方案对五种性能参数指标的

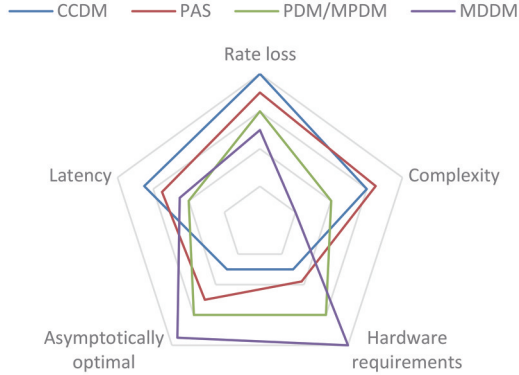


图 10 算术编码概率整形方案指标影响程度

Fig. 10 Influence degree of arithmetic coding probabilistic shaping scheme index

影响程度。可以看出,不同算术编码概率整形方案对不同性能参数指标的影响长度不同。在实际的系统中,可以根据实际需求选择合适的方案。

### 3.1.3 参数量化

在 PAS 技术背景下,对不同算术编码概率整形方案进一步理解和参数设定。在 PAS 中,分布匹配模块以可逆的方式将一部分信息串 kbit 映射为  $n$  个振幅整形序列  $a = (a_1, a_1, \dots, a_n)$ 。其中,幅度整形模块可以采用 CCDM、PDM/MPDM、MDDM 等实现。产生  $n$  个振幅后,振幅  $a$  的二进制标签  $b_1 b_2 \dots b_{m-1}$  和附加的  $\gamma n$  位信息串  $s_i = (s_1, s_2, \dots, s_{\gamma n})$  被送入速率为  $(m-1+\gamma)/m$  的系统 FEC 编码器。编码器产生  $(1-\gamma)n$  个奇偶校验位  $s_p = (s_{\gamma n+1}, s_{\gamma n+2}, \dots, s_n)$ 。附加的数据位  $s_i$  和奇偶校验位  $s_p$  作为振幅  $a$  的符号位  $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ 。最后,整形信号  $x = s \otimes a$  通过信道进行传输。得到 PAS 的总传输速率为  $R_t = k/n + \gamma$ 。系统采用概率整形和 FEC 完全分离的方案,具有高灵活性。表 2 中给出了信号在一维、二维和  $N$  维下,不同信号方案产生的整形编码速率  $R_{ps}$ 、系统 FEC 编码速率  $R_{fec}$ 、频谱效率  $\eta$ 。保持 FEC 编码不变,可以通过调整输入分配和传输功率来实现速率自适应,使其传输速率与信噪比相适应。未来的研究工作应集中在短块长度和多输入多输出信道的速率匹配调制。

表 2 PAS 相关参数速率

Table 2 PAS related parameter rate

Signal	$R_{ps}$	$R_{fec}$	$\eta = mR_{ps}R_{fec}$
$2^m$ -ASK	$\frac{R_{dm} \cdot (m-1) + \gamma}{m-1+\gamma}$	$\frac{m-1+\gamma}{m}$	$R_{dm} \cdot (m-1) + \gamma$
$2^m$ -QAM	$\frac{R_{dm} \cdot (m-2) + 2\gamma}{m-2+2\gamma}$	$\frac{m-2+2\gamma}{m}$	$R_{dm} \cdot (m-2) + 2\gamma$
$2^m$ -ND	$\frac{R_{dm} \cdot (m-N) + N\gamma}{m-N+N\gamma}$	$\frac{m-N+N\gamma}{m}$	$R_{dm} \cdot (m-N) + N\gamma$

### 3.1.4 性能指标

本节研究了在概率整形体系结构中的性能。其中,主要指标有:传输速率  $R_c$ 、固定块长度  $n$  下的有限长度速率损耗  $R_{loss}$ 、比特度量判决(BMD)下的可达信息速率  $R_{AIR DM}$ 、GMI/NGMI、误帧率(FER)和 BER 等。图 11 以一种清晰的方式说明了主要算术编码 PS 技术方案指标的计算方法。首先,目标分布  $P_A$  是固定的,针对特定的 SNR,将符号  $A$  集合优化成类高斯分布。然后,将  $P_A$  量化成  $P_{\tilde{A}}$ ,得到输出目标组成  $C_{typ} = nP_{\tilde{A}}$  ( $n$  为输出符号数)。其中,量化准则是缩小  $P_A$  和  $P_{\tilde{A}}$  之间的 Kullback-Leibler 散度,最小化  $D(P_A || P_{\tilde{A}})$ 。接下来,对输入比特长度  $k_{dm}$

进行优化。对于 CCDM,  $k = \left\lceil \log_2 \left| \Gamma_{P_{\tilde{A}}}^{n_{\tilde{A}}} \right| \right\rceil$ , 其中  $\Gamma_{P_{\tilde{A}}}^{n_{\tilde{A}}}$  为  $P_{\tilde{A}}$  类型的集合。对于非固定组成的 DM,如 MPDM,输入比特位长度  $k_{dm}$  取决于所有组成成分的可寻址位。特别的,对于 Sphere 方案,因为目标分布或组成不明确,量化方法不同。对于每个  $n$ ,找到最小的能量  $E$ ,满足  $2^{k_{sphere}} \leq |A^*|$ 。然后,计算概率分布  $P_{\tilde{A}}$ ,获得传输速率  $R_c$ 。对于有限长度的块长,可以得到速率损失  $R_{loss} = H(\tilde{A}) - k/n$ 。最后,数值研究了有限块块长范围内 CCDM、MPDM、Sphere 等方案的信息速率。注意到,对于  $n \rightarrow \infty$ ,  $R_{AIR DM} = R_{BMD} - R_{loss}$  获得渐进最优整形结构。尽管有限长

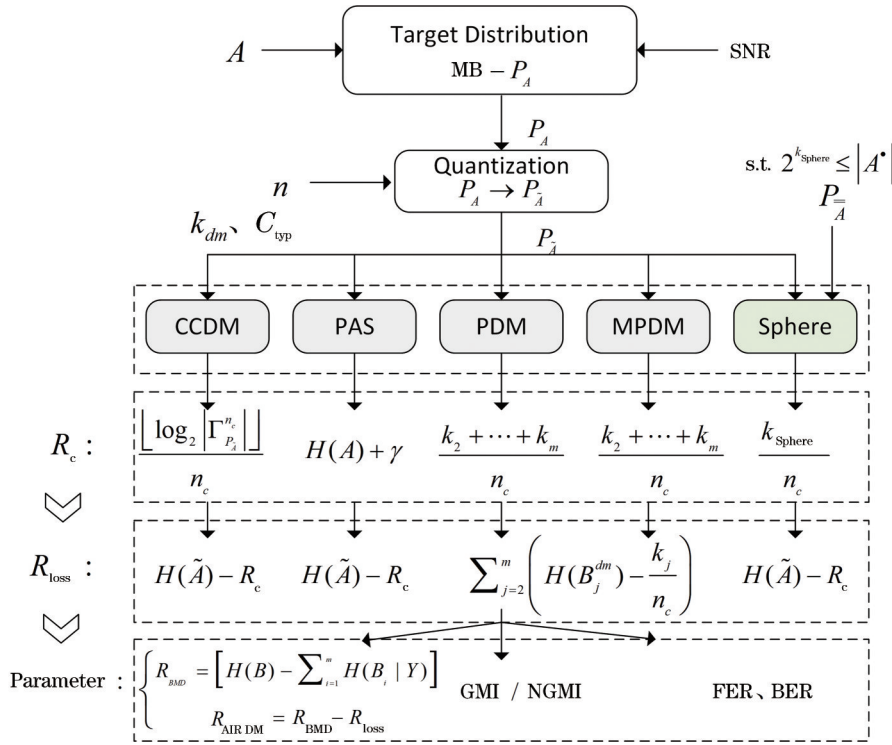


图 11 算术编码 PS 性能参数指标对比

Fig. 11 Arithmetic coding PS performance parameter index comparison

度信息速率在严格意义上不是一个可达的信息速率,但它可用于光纤信道比较 CCDM、MPDM 等的性能,其中衡量 AIR 的度量指标可以为 GMI/NGMI。针对涉及的性能指标包括 FER/BER,通过对其优化涉及进一步提升系统的整体性能。

1) 整形增益

表 3 中,显示了与均匀分布输入相比,输入  $X^{\alpha}$  的整形增益。随着速率和星座大小的增加,整形增

益不断增加并接近  $10 \lg \frac{\pi}{6} \approx 1.53 \text{ dB}$ 。可以看出,对于 64-ASK 和每通道 5 bit 的速率,整形增益为 1.33 dB。因此,为了提供更细粒度的整形增益,可以通过增加星座大小和调节速率来实现。但是,系统的复杂性也会随着增加,实现难度受到挑战。在未来的工作中,应对比不同的方法,提出一种高效的编码调制方案,结合概率整形技术来解决粗粒度问题和消除整形间隙。

表 3 均匀分布 ASK 和概率整形与信道容量 C 之间的整形间隙

Table 3 Gaps of uniform ASK and PS to capacity C

Constellation	Rate / bit	Capacity C SNR / dB	Uniform SNR / dB	Gap / dB	$X^{\alpha}$ SNR / dB	Gap / dB	Shaping gain / dB
4-ASK	1	4.7712	5.1181	0.3469	4.8180	0.0468	0.3001
8-ASK	2	11.7609	12.6187	0.8578	11.8425	0.0816	0.7762
16-ASK	3	17.9934	19.1681	1.1747	18.0910	0.0976	1.0771
32-ASK	4	24.0654	25.4140	1.3486	24.1706	0.1052	1.2434
64-ASK	5	30.0988	31.5384	1.4396	30.2078	0.1090	1.3306

2) 速率损失

考虑目标分布  $P_A = [0.438, 0.321, 0.173, 0.068]$ , 熵  $H(A) = 1.7495$ ,  $n = [54, 168, 216]$ 。对于  $n = 216$ , 与  $P_A$  信息散度最小的  $n$  类型分布为  $P_{\bar{A}} = [0.440, 0.320, 0.171, 0.069]$ , 熵  $H(\tilde{A}) = 1.7490$ 。相应的输出组成  $C_{\text{typ}} = n \cdot P_{\bar{A}} = [95, 69, 37, 15]$ ,

CCDM 的速率损失  $R_{\text{loss}} = 1.7490 - 1.6991 = 0.0499$ 。由于 MPDM 的组成集的平均为  $C_{\text{typ}}$ , 所以平均分布  $P_{\bar{A}}$ 、熵  $H(\tilde{A})$  和平均符号能量  $E$  与 CCDM 的相同, MPDM 的速率损失  $R_{\text{loss}} = 1.7490 - 1.7315 = 0.0175$ 。满足  $E$  最小, Sphere 相应的平均分布为  $P_{\bar{A}} = [0.439, 0.322, 0.172, 0.067]$ , 其熵

$H(\bar{A})=1.7459$ , 其速率损失可以获得  $R_{\text{loss}} = 1.7459 - 1.7315 = 0.0133$ 。表 4 中给出了 CCDM/PAS、MPDM 和 Sphere 的输入长度  $k$ 、速率  $k/n$ 、熵  $H(\tilde{A})/H(\bar{A})$  和速率损失  $R_{\text{loss}}$ 。可以看到 MPDM 能够处理比 CCDM 更大的序列集, 导致输入长度增加 7 bit。由于相应的平均分布是相同的, 反映在速率损失的减少。在相同的输入长度  $k$ , Sphere 采用一组平均能量较小的序列, 也会导致速率损失的减小。可以观察到 MPDM 和 Sphere 在速率损失上明显优于 CCDM/PAS。此外, 在非常短的块长度上, Sphere 采用更有效的信号空间使速率损失降低的尤其明显。在接下来的研究中, 可以考虑将并行结构的 MPDM 应用在 Sphere 整形方案中, 在约束信号能量的同时, 可以灵活选择输出组成序列。两种方式的结合不仅能够降低系统的复杂度, 速率损失

表 4 不同块长度  $n$  下的速率损失

Table 4 Rate loss under different block length  $n$

Architecture	$k$	$k/n$	$H(\tilde{A})/H(\bar{A})$	$R_{\text{loss}}$
CCDM/PAS	367	1.6991	1.7490	0.0499
	367	2.2378	2.3132	0.0754
	367	6.7963	6.9523	0.1560
MPDM	374	1.7315	1.7490	0.0175
	374	2.2262	2.2727	0.0465
	374	6.9259	6.9913	0.0654
Sphere	374	1.7315	1.7459	0.0133
	374	2.2262	2.2496	0.0234
	374	6.9259	6.9684	0.0425

也能降到最低。

### 3) AIR/FER

在块长度  $n = 216$ , 8-ASK 调制信号下, CCDM、MPDM 以及 Sphere 的 AIR 与 SNR 函数的关系曲线如图 12(a) 所示。其中, 香农容量和均匀 8-ASK 的 GMI 测量值作为参考方案。可以观察到, MPDM 和 Sphere 缩小了大部分的整形间隙。此外, 插图显示, 在速率为 2.25 bit/1D, MPDM 和 Sphere 的 SNR 比均匀信号大约高 0.72 dB。注意到, 这个速率对应参数  $\gamma = R - k/n = 0.5$ 。因此, 对于 PAS 方案,  $R_c = 5/6$ 。在这个速率下, 使用最优 MB 分布可以获得的最大可能信噪比增益为 0.83 dB, 造成 0.11 dB 的剩余间隙是由于整形架构有限块长特性造成的。由于 MPDM 和 Sphere 对信号空间的高效利用, 它们的 SNR 比 CCDM 高出约 0.23 dB。在图 12(b) 中, 可以看出, 在速率为 4 bit/2D 和 4.5 bit/2D,  $R_{\text{FER}} = 10^{-3}$  时 MPDM、Sphere 的性能相似, 需要比均匀信号分别少 1.1 dB 和 0.9 dB 的 SNR 才能实现。并且, 它们比 CCDM 的能效分别高 0.22 dB 和 0.23 dB。最后, 注意到, MPDM 和 Sphere 对信号空间的高效利用带来了一定的整形增益。但是, 在对  $n$  值进行选择时, 还需要考虑实现算法所需要的存储量、计算复杂度和延迟等问题。在本节中主要针对算法整形方案提升的性能研究, 而与硬件实现相关的方面, 如吞吐量、时钟频率、复杂度以及延迟等方面, 不在本文的讨论范围之内。

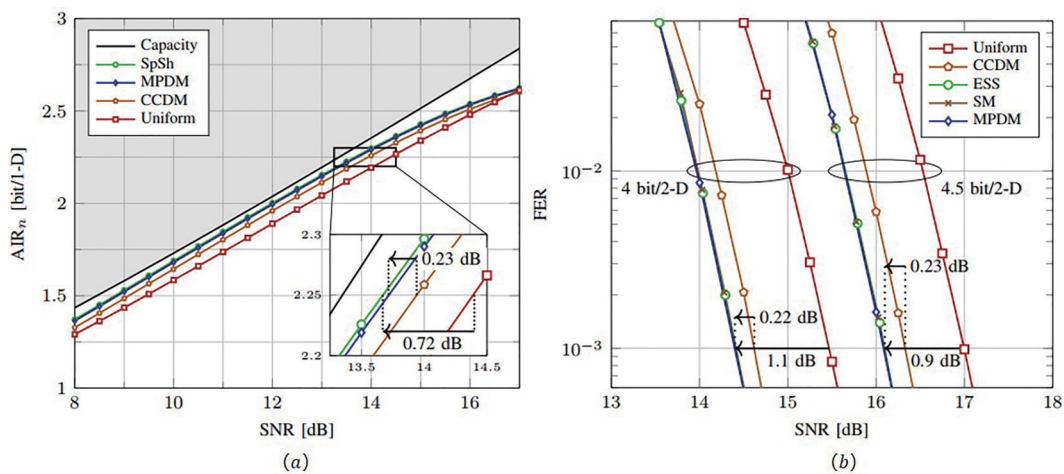


图 12 性能曲线<sup>[28]</sup>。(a) AIR 与 SNR; (b) FER 与 SNR

Fig. 12 Performance chart<sup>[28]</sup>. (a) AIR and SNR; (b) FER and SNR

### 3.2 固定符号级标签

基于固定符号级标签的概率整形, 简单方便,

成本低。在较低阶 QAM 以及长距离点对点传输中, 被证明是一种高效、实用的整形方法。本节举

例两种常见的实现固定符号级标签概率整形方案,并与传统的信号点均匀分布的方案进行性能相比,通过添加固定符号级标签调整星座点内各信号点的分布,增加了内部低能量信号点的概率,降低了发送信号的平均功率,扩大了信道容量,从而提高系统的误码性能。

### 3.2.1 固定符号级标签概率整形方案

实现固定符号级标签概率整形方案的方法主要有两种,分别为外层向内层映射和分区映射的方式。图 13(a)为通过对外层星座点添加标签,以一定的概率和规则从外层向内层或从外圈向内圈完成映射的示意图。16QAM 看成三圈的信号点分布,最外圈的信号点以  $x_1 : x_2$  的比率分别映射到内圈上,次外圈则以  $x_3$  的比率映射到最内圈上。此外,为了获得自适应调制的最优分布,需要选择合

适的  $x_1, x_2, x_3$  的值。可以采用机器学习来获得最优分配,保证整个系统传输性能的最优化。此类方法是目前一种具有低复杂度、高灵活性的方案,可用于改善光纤通信系统的传输性能。图 13(b)显示了将 16QAM 星座图划分为两部分,得到互为镜像或共轭的两个 8QAM。可以看出,在相同的平均功率下,分区后的 8QAM 的邻近星座点之间的欧氏距离要大于 16QAM。可以设置两组不同的偏振态,进一步消除了组件的干扰,提升信号的可靠性和有效性。通过添加标签 0 和 1 来区分虚线两侧的信号点,仅使用能量最低的两个中心星座点,极度整形后可以获得 1 bit/symbol 的最低熵。并且证明了在熵小于 QPSK 的情况下,分区的  $m$ QAM 通过 PS 可以获得比传统方案更好的性能增益,实现超长距离传输。

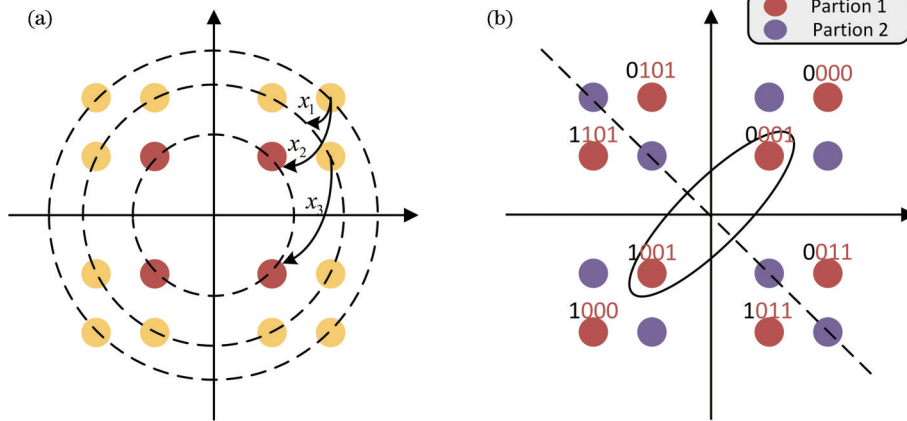


图 13 固定符号级标签整形方案。(a) 外层向内层映射方案<sup>[64]</sup>; (b) 分区映射方案<sup>[60-61]</sup>  
 Fig. 13 Symbol-level labeling PS scheme. (a) Outer maps to the inner layer<sup>[64]</sup>; (b) set partition<sup>[60-61]</sup>

### 3.2.2 性能指标

在固定符号级标签概率整形方法的基础上,提出了不同的概率整形结构。通过星座设计,即改变星座点的位置以及概率分布,得到优化后的星座图。除了第三章提到的相关参数指标对系统进行系统评估,本章节引入平均功率  $P$ 、星座品质因数 (CFM) 对优化后的星座图进一步分析。

#### 1) 平均功率

以 16QAM, 欧氏距离  $d=2$ 、整形因子  $v=0.2$ ,  $H(x)=3.3061$  bit/symbol 为例,计算其平均功率。常规 16QAM 信号的分布是均匀的,其平均相对功率计算得出  $P_1=10$ 。PS-16QAM 信号的概率分布随着概率分布因子的变化而变化,并计算出 PS-16QAM 信号的平均相对功率为  $P_2=4.688$ 。降低外圈功率大的信号点出现的概率,可以得出 PS-16QAM 的平均相对功率低于常规的 16QAM,从而

节省了系统的发射功率,降低成本。若要使得常规 16QAM 与 PS-16QAM 具有可比性,在发射功率一定的情况下,星座图扩大,则星座点之间的欧氏距离增大,容错性得到提升,因而可以降低系统的误码率。此外,可以通过机器学习优化外层向内层不同的映射比例,灵活改变传输速率,在接收端得到灵活的接入速率,获得系统的最优化。

#### 2) CFM

CFM 表示星座的总增益,即  $G_{CFM}(C)=G_{CFM0} \times \gamma_c(\Delta) \times \gamma_s(R)$ ,  $G_{CFM0}$  表示未整形星座点的初始增益,  $\gamma_c(\Delta)$ 、 $\gamma_s(R)$  分别为编码增益和整形增益。以添加符号标签“00”、“10”、“01”, 16-9CAP 菱形信号点整形映射为例,如图 14 所示,图 14(a)为均匀分布的 16CAP 信号进行整形得到图 14(c)非均匀分布的 PS-9CAP 星座图,图 14(b)给出了固定符号级标签

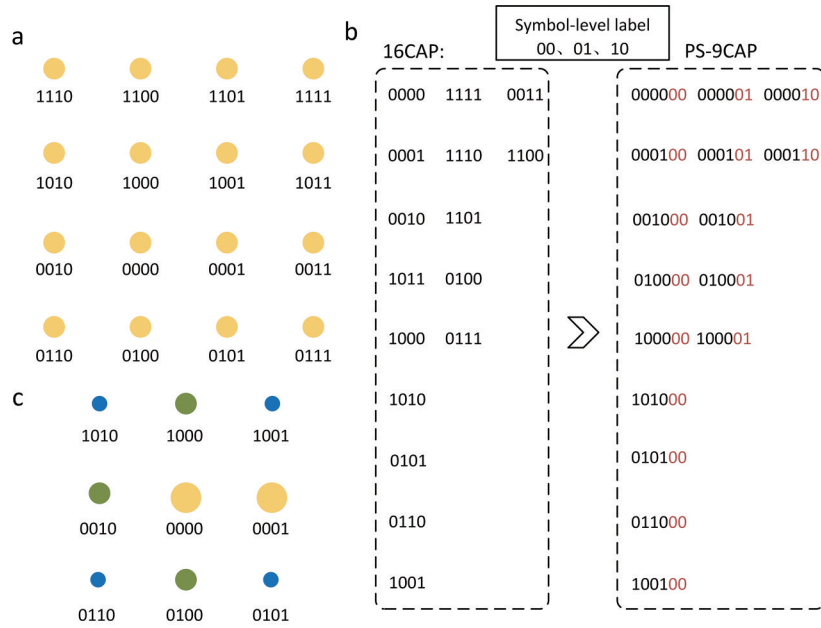


图 14 基于符号级标签的概率整形方法示意图<sup>[9]</sup>

Fig. 14 Schematic of probabilistic shaping based on symbol-level labeling<sup>[9]</sup>

的整形方法。通过分析 CFM 可以推导出常规星座和菱形星座的总体增益, 表示为

$$G_{CFM}(C_{new})/G_{CFM}(C_{old}) = (\gamma_{c,new}/\gamma_{c,old}) \times (\gamma_{s,new}/\gamma_{s,old}) \approx 1.35 \approx 1.3 \text{ dB} > 1 \quad (7)$$

可以看出, 通过优化符号标签和星座结构可以获得良好的增益性能, 降低系统输出的误码率和增强传输系统的鲁棒性。基于符号级标签的概率整形和不同结构的星座调制的优势是显著的, 因此, 在进一步的研究工作中应考虑在发射端将这两种方法结合在一起。

### 3.3 非均匀信号设计

在传统的数据传输方案中, 给定星座中每个信号点传输的等概率性, 星座的大小设定为  $2^n$ 。为了提高系统的传输速率, 光纤通信正从单一的低阶调制向高阶、更复杂的调制格式发展。但是, 简单地增加调制阶数会降低系统的可靠性, 增加设备的复杂

性, 不利于节约成本。前两章提到的概率整形技术是目前最主流的信号整形方法, 但实现分布式匹配的算法复杂度较高。此外, 以往的研究探讨了非均匀信号概率分布星座点的设计思想, 利用前缀码的不等长编码特性, 通过编码或一定规则的方式来设计成类高斯分布的非均匀信号, 被证明是一种简单、可靠的方法。此种方法不仅能够降低平均比特率、缩短与香农极限的差距, 也可以获得更好的误码率性能。此外, 该种模式复杂性很低, 并且符号到星座点的映射很容易通过查找表来执行。接下来综述两种典型的非均匀信号设计方式。

#### 3.3.1 Huffman 编码设计非均匀信号

图 15(a) 为最常见的 Huffman 编码设计 12QAM 非均匀信号示意图, 采用树形图得到不同概率分布、不等长度的码字, 然后将得到的非均匀信号映射到星座点进行传输。可以看出, 不同层数代表不同的

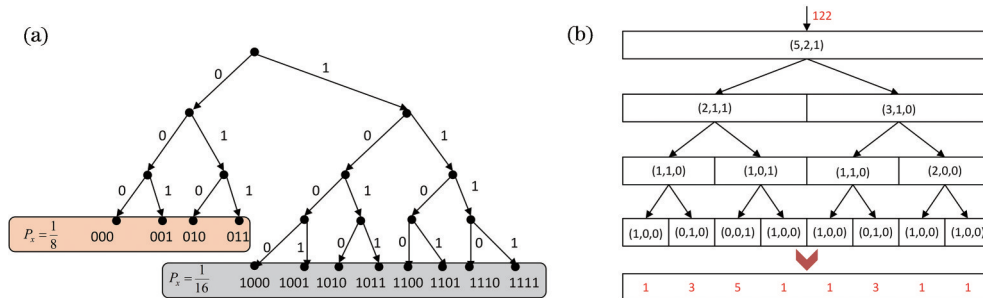


图 15 非均匀信号设计的整形方案。(a) Huffman 编码<sup>[66]</sup>; (b) 二分法<sup>[67]</sup>

Fig. 15 Non-uniform signal designed for PS scheme. (a) Huffman code<sup>[66]</sup>; (b) bisection-based<sup>[67]</sup>

概率,可以根据系统需求选择不同的层数和星座点大小。图中选择两层结构,每个符号可以携带 3 bit 或 4 bit,其中,选择 3 bits 的符号的概率为 0.125,选择 4 bit 符号的概率为 0.0625,符号概率的总和为 1。这种方法不仅可以与几何整形结合进行星座结构优化和使用块交织器进行信号映射等,也可以与内外编码结合来提高系统性能,例如内编码 LDPC、Polar 等,外编码 BCH 等。级联码利用内码的优点,具有编码增益大、误码率低的优点。通过这种设计,使最小欧氏距离最大化,总平均功率最小,这将大大减少传输过程中信号的干扰。基于此,未来的研究工作将研究不同码字对误码率性能的影响以及与其他阶数的几何和概率混合整形的结合。

### 3.3.2 二分法设计非均匀信号

图 15b 为基于二分法设计非均匀信号的并行架构示意图。每个长度为  $k$  的输入比特序列可以唯一地由一个整数  $U (0 \leq U \leq 2^k - 1)$  表示,在基于二分法等分的架构下,序列长度为  $n$  的组合被分成长度为  $n/2$  的两部分。输入的整数  $U$  可以被分为两个数字,每一个都被用作下一层对应组合的输入。以输出幅值序列长度为 8,组成为 (5, 2, 1) 为例。输入比特序列为 1111010,对应输入整数为  $U = 122$ 。遵循对应规则,根据查找表找到每个组合的子组合和相应的排列数,具体的组合和排列数见图所示。最后,得到的输出符号序列为 13511311。该方法在不牺牲性能的前提下,减少串行操作的数量。这种并行架构更适合实现块较长的概率整形,对进一步的研究提供了一个可供参考的结构。

## 4 概率整形技术实验验证

调研了近三年概率整形技术在不同传输系统中的应用,也被证明了 PS 技术在不同场景中对性能提升的必要性。其中,主要场景包括光纤传输系统、光载无线(ROF)系统以及可见光通信传输系统等。接下来,分别主要对三种应用场景主要研究团队和相关研究方向进行叙述。

### 4.1 光纤传输系统

随着视频会议、云计算以及物联网等新兴业务的快速发展,光纤通信容量的需求呈爆发式增长。光纤通信具有大容量、高速率、抗电磁干扰等特点。但同时存在一些问题,如光电转换器件带宽有限、光纤色散以及非线性效应等。这些因素会导致信号劣化,影响整体性能,并且随着通信速率的不断

提升,这些问题愈发严重。因此,研究人员提出了各种手段来解决这些问题,如利用先进的调制格式来提高频谱效率,以及在发射机和接收机添加一系列的算法,补偿信号受到的各种损伤。概率整形技术被灵活应用在光纤传输系统中,对提升系统容量、改善误码性能等都有促进作用,可以降低平均发射功率,有效适应噪声等因素带来的损伤。此外,在理论研究中,通常假设各系统模块都是理想的,然而实际光纤通信系统受各方面因素影响,呈现为一个带宽受限的系统,因此有必要研究在带宽受限条件下概率整形能够带来的性能改善效果。

在本节中,调研了基于 PS 技术的光纤传输系统。表 5 中列举出了主要的研究团队,以便说明 PS 技术在光纤传输系统中对系统误码性能以及带宽容忍度都有提升作用。其中,亚利桑那大学等团队<sup>[19]</sup>介绍并比较了适用于光通信系统的整形方案,并实验验证了 PS-32QAM 信号在较长的传输距离下提供了优越的性能。北京邮电大学团队<sup>[29]</sup>提出了一种基于多对一映射的短程互连 Polar 编码的概率整形 PAM8 传输系统,并在 10 GHz 直接调制激光器的短程光互连上进行了实验验证。在背靠背(BTB)和 2 km 的 SSMF 传输时分别获得 1.2 dB 和 0.8 dB 的整形增益( $BER = 10^{-3}$ )。慕尼黑工业大学<sup>[33]</sup>在 B2B 实验中研究了 PS-16QAM 和 64QAM,实验验证了比均匀输入分布高达 0.8 dB 的灵敏度增益,显示了与 AWGN 模拟的良好匹配。华中科技大学<sup>[34]</sup>提出一种利用预编码技术的噪声均衡效应的均衡算法,并实验验证了在 NGMI 约束下,PS-QAM 在衰落信道的实际数据速率优于传统方案。复旦大学团队<sup>[71]</sup>提出在带宽受限的 IM-DD 系统中 PS-32QAM 和 GS-32QAM 的应用,实验验证了 32QAM DMT 信号传输 1 km(SSMF)在 IM/DD 系统净数据速率为 108.29 Gb/s。华侨大学<sup>[83]</sup>提出并实验验证了一种采用 LDPC 编码 PS-PAM8 信号的传输系统,实验结果表明,与传统信号相比,采用 PS-PAM8 可以显著提高接收机的功率灵敏度和系统光纤非线性效应容忍。华为技术有限公司和中国电信北京研究院<sup>[84]</sup>首次提出在部署智能核心网络中使用概率整形实时 200 Gb/s 相干收发器的演示,实验验证了,通过智能控制,可以在收发器级别上实现性能和功耗之间的权衡,以提高未来智能光网络的网络能量效率和恢复能力。以上表明了基于概率整形技术的光纤传输系统在提升系统误码

表 5 PS 技术应用在光纤传输系统主要研究

Table 5 Research of PS technology in optical fiber transmission system

Optical fiber transmission system					
Ref.	Institution	Signal	Distance /km	Rate	Characteristic
[19]	University of Arizona	8/16/32QAM	100	12.5 Gbaud	Superior performance
[29]	Beijing University of Posts and Telecommunications	PAM8	2	28 Gb/s	Low complexity and improve BER
[33]	Technical University of Munich	16/64QAM	B2B	—	Higher sensitivity gains and close to the gap to capacity
[34]	Huazhong University of Science and Technology	256QAM	75	50.2 Gb/s	Superior net data rate and suitable for multicarrier systems
[71]	Fudan University	32QAM	1	108.29 Gb/s	Better receiver sensitivity gain
[83]	Huaqiao University	PAM8	20	16.8 Gbaud	Fewer PS redundancy
[84]	Huawei Technologies/China Telecom Beijing Research Institute	16QAM	1142	200 Gb/s	Real-time and improve performance, energy-efficiency

性能以及带宽容忍度等方面得到了充分证明。在光纤传输系统,实现友好的 PS 技术方案以及优化 GMI 性能的 PS/GS 整形方案将成为未来研究的重点。

#### 4.2 光载无线传输系统

随着互联网行业的快速发展和无线终端用户数量的不断增加,无线业务的流量需求也随之急剧增加。可以预见,对无线连接速度的需求将超过 100 Gbit/s,甚至在未来几十年接近 Tbit/s,不能满足未来通信的宽频带需求。以支持高数据速率和相当可行的无线距离的实际应用,特别是太赫兹领域。最近,有许多关于延长 THz 无线系统传输距离的建议。为了满足大容量,高速率的无线通信需求,星座概率整形可以有效提高频谱效率,适合大数据数据传输,有效节省发送功率,逼近香农极限。

一些研究团队提出并实验验证了使用具有 PS 技术的传输系统,能够推动太赫兹无线射频技术向超高速无线应用又迈进了一步,并成为超越 5G 时代融合光纤无线接入网络的重要组成部分。

在本节中,调研了基于 PS 技术的 ROF 传输系统。表 6 中列举出了主要的研究团队,以便说明 PS 技术在 ROF 系统中的应用被认为是实现超高数据速率,提升系统性能的有效途径。其中,浙江大学等团队<sup>[51]</sup>提出了一个单通道太赫兹 ROF 系统的实验演示,工作在 350 GHz,通过使用 PS-16QAM-OFDM 的调制信号以及先进的数字信号处理在 10 km 的光纤和 20 m 的无线传输上实现超过 100 Gb/s 的传输速率。这项工作推动了太赫兹无线射频技术向超高速室内无线应用又迈进了一步,并成为超越 5G 时代融合光纤无线接入网络的重要组成部分。

表 6 PS 技术在 ROF 传输系统中的研究

Table 6 Research of PS technology in ROF transmission system

ROF transmission system					
Ref.	Institution	Signal	Distance /m	Rate /( $\text{Gb}\cdot\text{s}^{-1}$ )	Characteristic
[51]	Zhejiang University	16QAM-OFDM	20	>100	Ultrahigh data rate
[54]	Hunan University	64QAM	0.5	1.81	Flexibility and small capacity granularity
[85]	Fudan University	512QAM, 128QAM	1	208.4	Increase the maximal AIR
[86]	Beijing University of Posts and Telecommunications	16QAM	40	12.144	BER performance, higher bit rate
[87]	University of Antioquia	8/16QAM	—	10	Better performance, longer transmission distance
[88]	Georgia Institute of Technology	16QAM-OFDM	4	25.9	First experimental demonstration

湖南大学<sup>[54]</sup>提出的 64QAM-OFDM 调制信号在 W 波段的 ROF 系统中进行了实验验证,该系统在 20 km 单模光纤和 0.5 m 的自由空间进行传输。实验验证表明,在误码率为  $10^{-4}$  时,与均匀的 64QAM 相比,系统的灵敏度有 1.07 dB 的整形增益。演示了一种 W 波段光子辅助毫米波通信系统,在 1 m 的无线链路上成功传输具有 92.5 GHz 的 PS-512QAM 和 PS-128QAM 混合的 30 Gbaud 的 OFDM 毫米波信号<sup>[85]</sup>。北京邮电大学和上海交通大学等团队<sup>[86]</sup>验证了一个 mmWave 外差相干检测的 ROF 系统,在 16QAM 调制的光纤传输系统中对 PS 进行了 40 m 无线传输的实验验证。首次通过实验证明了 PS 偏振复用 16QAM 在外差相干检测光子矢量毫米波信号产生系统中的可行性,并且 PS-16QAM 方案比传统方案有更好的误码率性能。国外相关研究机构等<sup>[87]</sup>针对基于 PS 的 8/16QAM/OFDM-ROF 系统进行一系列研究等。佐治亚理工学院等<sup>[88]</sup>介绍了一种 85 GHz 毫米波信号在 W 波段光纤和 mmWave 融合系统中的应用,这是预均衡和 PS 技术应用于光纤和毫米波融合系统的首次实验证明。实验证明了采用该方法,经过 4 m 无线传输和 25 km 标准单模光纤后,BER 达到  $4.4 \times 10^{-3}$ 。此外,国防科技大学等<sup>[89]</sup>提出一种基于概率整形的卫星通信系统传输方案。以 16QAM 为例,建立了 K $\alpha$  波段 1 Gbaud 的 ROF 实验系统。实验结果表明,PS-16QAM 信号在误码率方面优于传统的 16QAM,其性能接近均匀 8QAM 方案。在 ROF 传输系统,研究更高效的 PS/GS 方案实现超高速数据传输将成为未来研究的重点。

#### 4.3 可见光通信传输系统

近年来,随着对更高数据吞吐量的巨大需求,替代无线通信技术被考虑,以缓解基于射频传统技术的压力。基于发光二极管(LED)的可见光通信是一种新兴的无线光通信技术,具有频谱宽、低延迟以及抗电磁干扰等优点,是一种可行的选择。在

可见光信道中,VLC 系统为带宽受限系统,极大地限制了其传输速率。尽管采用多载波调制技术可以有效地提高 VLC 系统的传输速率,但这与 VLC 系统的香农极限仍有较大差距。结合概率整形技术,每个子载波根据其 SNR 的不同确定其对应的最优概率分布,可以显著提升 VLC 系统的 AIR,逼近 VLC 系统的香农容量。概率整形被认为是有效的手段解决存在的问题,在 VLC 传输系统中发挥了至关重要的作用。

在本节,调研了基于 PS 技术在 VLC 场景下的传输系统,如表 7 所示,验证了概率整形技术在 VLC 系统中的应用被认为是实现提高传输范围和容量的有效途径,其中 Tx 和 Rx 分别表示发送和接收端所用的材质。北京邮电大学团队<sup>[40]</sup>提出一种 VLC 通信的概率整形 PAM4 演示,实验在 2 MHz 带宽的 LED 和 1.2 m 无线光信道上进行。采用概率整形技术,实现了较低的误码率和发射功率。华中科技大学团队<sup>[90]</sup>提出了在 VLC 系统中使用 PS 技术的 OFDM 实验演示。采用 PS 方案的 OFDM 技术,在 1 m 的自由空间中实现 204.1 Mb/s 的 AIR 信息容量传输。上海理工大学团队<sup>[91]</sup>提出基于正交循环矩阵变换与编码技术结合的 MIMO-OFDM 的 VLC 通信系统,与传统的熵加载方案相比,反馈开销和系统复杂性都大大降低。台湾大学和复旦大学团队<sup>[92]</sup>以 450 nm 氮化镓激光二极管为实验器件,实现了一种高数据速率 VLC 通信系统,在 1.2 m 室内自由空间传输中可实现的信息速率为 10.23 Gb/s,使用概率整形位加载方案,最大限度地提高频谱效率。上海复旦大学团队<sup>[93]</sup>通过仿真和实验研究了非线性水下 VLC 信道的概率整形优化 QAM 阶数问题,验证了 PS-256QAM 信号经过 1.2 m 的非线性水下 VLC 链路后,性能优于 80.57% 的 PS-128QAM 信号。在国内外研究人员的努力下,VLC 的应用取得了一系列显著的成果。然而,在各个方面仍然存在着重大挑战。为了实现 VLC 系统的智

表 7 PS 在 VLC 传输系统中的研究

Table 7 Research of PS technology in VLC transmission system

VLC transmission system					
Ref.	Tx	Rx	Signal	Rate	Institution
[40]	LED	PD	PAM4	2 Gb/s	Beijing University of Posts and Telecommunications
[90]	LED	PD	256QAM	204.1 Mb/s	Huazhong University of Science and Technology
[91]	LED	PD	64QAM	50.75 Mb/s	University of Shanghai for Science and Technology
[92]	LD	APD	DMT	10.23 Gb/s	National Taiwan University/Fudan University
[93]	LED	PIN	16QAM	1.70 Gb/s	Fudan University



能化,需要引入机器学习算法进行更多的研究去弥补概率整形技术的弊端。此外,也有很多高校和研究机构对概率整形在不同场景传输系统中的应用进行了大量的研究和实验验证。研究性能较好的分布匹配器、更高容量以及有效的 PS/GS 方案、较低误码率的传输系统将成为未来研究的重点。

## 5 结束语

未来的光通信面临着大容量、高速率、高复杂度等挑战,为了应对这些挑战,急需开发新的算法、器件以及系统架构。在概率整形技术的应用方面,还有很多问题有待解决:1) 基于 AC 概率整形技术,其计算复杂度、系统延时较高;2) 面对超大星座尺度的信号传输,实现有效压缩并提升系统的传输性能技术有待完善;3) MB 分布只是在 AWGN 信道下适配的概率分布,由于光纤非线性效应的影响,MB 分布不一定适配该信道;4) 固定符号级标签映射整形技术带来的整形间隙颗粒度较大,逼近香农容限技术有待提高。5) 针对光纤的非线性效应问题,从星座设计以及 DSP 算法入手,进一步探索有效的解决方案。基于以上存在的问题且概率整形缺乏智能化、自适应化,引入人工智能算法,并给出以下优点:1) 在没有对信道模型做出任何假设的情况下,从训练序列中学习星座的分布,找到适配不同信道的最优解;2) 实现速率、概率和几何整形最优分布的自适应调节;3) 易于扩展到更高阶、更高维的星座整形。机器学习优化概率整形的发展方向:1) 基于机器学习的概率整形和几何整形的联合优化;2) 为了应对超大容量的通信需求,对超大星座尺寸的 QAM 信号进行概率整形,以实现超高阶 QAM 的传输。由于实验条件限制,将机器学习技术引入优化概率整形实现超大星座尺度的有效压缩并提升系统的传输性能;3) 基于机器学习的概率整形参数的优化,保证系统性能的最优化。随着硬件设备的逐渐成熟,概率整形技术应用系统的深入研究有望进一步推动此技术的发展,并逐步实现超高速、高性能,智能化信号传输。

## 参 考 文 献

- [1] Imai H, Hirakawa S. A new multilevel coding method using error-correcting codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1977, 23(3): 371-377.
- [2] Wachsmann U, Fischer R F H, Huber J B.

Multilevel codes: theoretical concepts and practical design rules[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, 45(5): 1361-1391.

- [3] Martinez A, Fabregas A Gi, Caire G, et al. Bit-interleaved coded modulation revisited: a mismatched decoding perspective[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(6): 2756-2765.
- [4] Caire G, Taricco G, Biglieri E. Bit-interleaved coded modulation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(3): 927-946.
- [5] Forney G D, Ungerboeck G. Modulation and coding for linear Gaussian channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(6): 2384-2415.
- [6] 张帆. 高速光纤传输技术进展(特邀)[J]. 光通信研究, 2017(6): 2-11, 27.  
Zhang F. Advances in high-speed optical fiber transmission technology(invited)[J]. Optical Communication Research, 2017(6): 2-11, 27.
- [7] 林志颖, 杨彦甫, 向前, 等. 相干光通信中概率整形信号的偏振解复用算法[J]. 光学学报, 2021, 41(6): 0606002.  
Lin Z Y, Yang Y F, Xiang Q, et al. Polarization demultiplexing algorithm for probabilistically shaped signals in coherent optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(6): 0606002.
- [8] Laroia R, Farvardin N, Tretter S A. On optimal shaping of multidimensional constellations[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1994, 40(4): 1044-1056.
- [9] 刘博, 姜蕾, 毛雅亚, 等. 概率整形编码调制技术[J]. 南京信息工程大学学报(自然科学版), 2020, 12(1):10.  
Liu B, Jiang L, Mao Y Y, et al. Probabilistic shaping coded modulation technology [J]. Journal of Nanjing University of Information Technology (Natural Science Edition), 2020, 12(1):10.
- [10] Böcherer G, Mathar R. Matching dyadic distributions to channels[C]//2011 Data Compression Conference, March 29-31, 2011, Snowbird, UT, USA. New York: IEEE Press, 2011: 23-32.
- [11] Steiner F, Boecherer G. Comparison of geometric and probabilistic shaping with application to ATSC 3.0[C]. SCC 2017; 11th International ITG Conference on Systems, Communications and Coding, February 6-9, 2017, Hamburg, Germany. London: VDE, 2017.
- [12] Sun F W, van Tilborg H C A. Approaching capacity by equiprobable signaling on the Gaussian channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1993, 39

- (5): 1714-1716.
- [13] Boutros J J, Erez U, Wotterghem J V, et al. Geometric shaping: low-density coding of Gaussian-like constellations[C]//2018 IEEE Information Theory Workshop, November 25-29, 2018, Guangzhou, China. New York: IEEE Press, 2018: 18419789.
- [14] Chen B, Okonkwo C, Lavery D, et al. Geometrically-shaped 64-point constellations via achievable information rates[C]//2018 20th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), July 1-5, 2018, Bucharest, Romania. New York: IEEE Press, 2018: 18130683.
- [15] Chen B, Okonkwo C, Hafermann H, et al. Increasing achievable information rates via geometric shaping[C]//2018 European Conference on Optical Communication (ECOC), September 23-27, 2018, Rome, Italy. New York: IEEE Press, 2018: 18265302.
- [16] Lv R, Zhang Q, Xin X, et al. A constellation shaped 11-QAM signaling scheme based on geometric and probabilistic shaping[J]. *Optics Communications*, 2019, 452: 450-456.
- [17] Song X M, Zhang Q, Xin X J, et al. Non-uniform QAM OFDM modulation system based on probabilistic shaping and geometric shaping[J]. *Proceedings of SPIE*, 2019, 11209: 112093G.
- [18] Lü R, Zhang Q, Xin X J, et al. A constellation shaped 11-QAM signaling scheme based on geometric and probabilistic shaping[J]. *Optics Communications*, 2019, 452: 450-456.
- [19] Qu Z, Djordjevic I B. On the probabilistic shaping and geometric shaping in optical communication systems[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 21454-21464.
- [20] Qu Z, Djordjevic I B. Hybrid probabilistic-geometric shaping in optical communication systems[C]//2018 IEEE Photonics Conference, September 30-October 4, 2018, Reston, VA, USA. New York: IEEE Press, 2018: 18249044.
- [21] Zhang S L, Qu Z, Yaman F, et al. Flex-rate transmission using hybrid probabilistic and geometric shaped 32QAM[C]. 2018 Optical Fiber Communications Conference and Exposition (OFC), March 11-15, 2018, San Diego, CA, USA. New York: IEEE Press, 2018: 17856262.
- [22] Zhang S, Yaman F, Mateo E, et al. A generalized pairwise optimization for designing multi-dimensional modulation formats[C]//2017 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC). IEEE, 2017: 1-3.
- [23] Schulte P, Böcherer G. Constant composition distribution matching[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, 62(1): 430-434.
- [24] Böcherer G, Steiner F, Schulte P. Bandwidth efficient and rate-matched low-density parity-check coded modulation[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2015, 63(12): 4651-4665.
- [25] Ramabadran T V. A coding scheme for m-out-of-n codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1990, 38(8): 1156-1163.
- [26] Cho J, Winzer P J. Probabilistic constellation shaping for optical fiber communications[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2019, 37(6): 1590-1607.
- [27] Steiner F, Böcherer G, Liva G. Bit-metric decoding of non-binary LDPC codes with probabilistic amplitude shaping[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(11): 2210-2213.
- [28] Gültekin Y C, Fehenberger T, Alvarado A, et al. Probabilistic shaping for finite blocklengths: distribution matching and sphere shaping[J]. *Entropy*, 2020, 22(5): 581.
- [29] Zhou H H, Li Y, Jia X S, et al. Polar coded probabilistic shaping PAM8 based on many-to-one mapping for short-reach optical interconnection[J]. *Optics Express*, 2021, 29(7): 10209-10220.
- [30] Fang J F, Bi M H, Xiao S L, et al. Polar coded probabilistic amplitude shaping for the free space optical atmospheric turbulence channel[J]. *Optics Express*, 2020, 28(22): 33208-33219.
- [31] Matsumine T, Koike-Akino T, Millar D S, et al. Polar-coded modulation for joint channel coding and probabilistic shaping[C]//2019 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), March 3-7, 2019, San Diego, CA, USA. New York: IEEE Press, 2019: 18618542.
- [32] Buchali F, Steiner F, Böcherer G, et al. Rate adaptation and reach increase by probabilistically shaped 64-QAM: an experimental demonstration[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2016, 34(7): 1599-1609.
- [33] Fehenberger T, Lavery D, Maher R, et al. Sensitivity gains by mismatched probabilistic shaping for optical communication systems[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2016, 28(7): 786-789.
- [34] Chen X, Chen Y Z, Tang M, et al. Uniform entropy loading for precoded DMT systems in fading optical channel[C]//2018 Asia Communications and Photonics Conference (ACP), October 26-29, 2018, Hangzhou,

- China. New York: IEEE Press, 2018: 18382463.
- [35] Gültekin Y C, van Houtum W J, Koppelaar A G C, et al. Enumerative sphere shaping for wireless communications with short packets[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2020, 19(2): 1098-1112.
- [36] Li X Y, Yu J J, Zhao L, et al. 132-Gb/s photonics-aided single-carrier wireless terahertz-wave signal transmission at 450 GHz enabled by 64QAM modulation and probabilistic shaping[C]//2019 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), March 3-7, 2019, San Diego, CA, USA. New York: IEEE Press, 2019: 18618516.
- [37] Li X Y, Yu J J, Zhao L, et al. 1-Tb/s millimeter-wave signal wireless delivery at D-band[J]. Journal of Lightwave Technology, 2019, 37(1): 196-204.
- [38] Zou P, Hu F C, Li G Q, et al. Optimized QAM order with probabilistic shaping for the nonlinear underwater VLC channel[C]//2020 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), March 8-12, 2020, San Diego, CA, USA. New York: IEEE Press, 2020: 19592069.
- [39] Gutema T Z, Haas H, Popoola W O. OFDM based visible light communication with probabilistic shaping [C]//LIOT'20: Proceedings of the Workshop on Light Up the IoT, September 21, 2020, London, UK. New York: ACM Press, 2020: 1-5.
- [40] Wu D S, Zhang M, Li Z, et al. Demonstration of probabilistic shaping PAM4 for visible light communications[C]//2018 23rd Opto-Electronics and Communications Conference (OECC), July 2-6, 2018, Jeju, Korea (South). New York: IEEE Press, 2018: 18739087.
- [41] Tehrani M N, Torbatian M, Sun H, et al. A novel nonlinearity tolerant super-Gaussian distribution for probabilistically shaped modulation[C]//2018 European Conference on Optical Communication (ECOC), September 23-27, 2018, Rome, Italy. New York: IEEE Press, 2018: 18265159.
- [42] Yoshida T, Binkai M, Koshikawa S, et al. FPGA implementation of distribution matching and dematching [C]//45th European Conference on Optical Communication (ECOC 2019), Dublin, Ireland. London: Institution of Engineering and Technology, 2019: 1-4.
- [43] Yu Q Y, Corteselli S, Cho J. FPGA implementation of rate-adaptable prefix-free code distribution matching for probabilistic constellation shaping[J]. Journal of Lightwave Technology, 2021, 39(4): 1072-1080.
- [44] Böcherer G, Schulte P, Steiner F. High throughput probabilistic shaping with product distribution matching [EB/OL]. (2017-02-24) [2021-05-04]. <https://arxiv.org/abs/1702.07510>.
- [45] Steiner F, Schulte P, Bocherer G. Approaching waterfilling capacity of parallel channels by higher order modulation and probabilistic amplitude shaping [C]//2018 52nd Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS), March 21-23, 2018, Princeton, NJ, USA. New York: IEEE Press, 2018: 17788533.
- [46] Pikus M, Xu W. Bit-level probabilistically shaped coded modulation[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(9): 1929-1932.
- [47] Millar D S, Fehenberger T, Koike-Akino T, et al. Distribution matching for high spectral efficiency optical communication with multiset partitions[J]. Journal of Lightwave Technology, 2019, 37(2): 517-523.
- [48] Fehenberger T, Millar D S, Koike-Akino T, et al. Parallel-amplitude architecture and subset ranking for fast distribution matching[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(4): 1981-1990.
- [49] Fehenberger T, Millar D S, Koike-Akino T, et al. Multiset-partition distribution matching[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 67(3): 1885-1893.
- [50] Fehenberger T, Millar D S, Koike-Akino T, et al. Partition-based probabilistic shaping for fiber-optic communication systems[C]//Optical Fiber Communication Conference (OFC) 2019, March 3-7, 2019, San Diego, California. Washington, D.C.: OSA, 2019: M4B.3.
- [51] Wang S W, Lu Z J, Li W, et al. 26.8-m THz wireless transmission of probabilistic shaping 16-QAM-OFDM signals[J]. APL Photonics, 2020, 5(5): 056105.
- [52] Hong X J, Fei C, Zhang G W, et al. Probabilistically shaped 256-QAM-OFDM transmission in underwater wireless optical communication system[C]//2019 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), March 3-7, 2019, San Diego, CA, USA. New York: IEEE Press, 2019: 18618779.
- [53] Chen H, Yang T, Wang L Q, et al. Phase uniformly distributed circular MQAM combined with probabilistic shaping for PM-CO-OFDM systems in satellite-to-ground optical communications[J]. IEEE

- Photonics Journal, 2019, 11(6): 19178310.
- [54] Wu K Q, He J, Zhou Z H, et al. Probabilistic amplitude shaping for a 64-QAM OFDM W-band RoF system[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2019, 31(13): 1076-1079.
- [55] Guo Q, Peng W R, Cui Y, et al. Multi-dimensional probabilistic shaping for higher fibre nonlinearity tolerance[C]//45th European Conference on Optical Communication (ECOC 2019), September 22-26, 2019, Dublin, Ireland. London: Institution of Engineering and Technology, 2019.
- [56] Fu M, Liu Q Y, Zeng X B, et al. Multi-dimensional distribution matching for probabilistically shaped high order modulation format[C]//2020 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), March 8-12, 2020, San Diego, CA, USA. New York: IEEE Press, 2020: 19591869.
- [57] Xu X, Liu B, Wu X Y, et al. A robust probabilistic shaping PON based on symbol-level labeling and rhombus-shaped modulation[J]. Optics Express, 2018, 26(20): 26576-26589.
- [58] Dan F, Qi L, Bai B M, et al. Gallager mapping based constellation shaping for LDPC-coded modulation systems[C]//2015 International Workshop on High Mobility Wireless Communications (HMWC), October 21-23, 2015, Xi'an, China. New York: IEEE Press, 2015: 116-120.
- [59] Boecherer G. Optimal non-uniform mapping for probabilistic shaping[C]//SCC 2013; 9th International ITG Conference on Systems, Communication and Coding, January 21-24, 2013, Munich, Germany. London: VDE, 2013.
- [60] Kim I, Vassilieva O, Palacharla P, et al. Probabilistic shaping of set-partition mQAM[C]//2019 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), March 3-7, 2019, San Diego, CA, USA. New York: IEEE Press, 2019: 18618436.
- [61] Liu X, Zhang Q, Xin X J, et al. A probabilistic shaping 12-QAM scheme based on set-partitioned two-polarization[J]. Proceedings of SPIE, 2019, 11209: 112092O.
- [62] Peng W R, Zhu Y J, Li A, et al. Gray-encoded set-partition 8QAM for per-wavelength 200-Gb/s application[C]//Optical Fiber Communication Conference, March 11-15, 2018, San Diego, California. Washington, D.C.: OSA, 2018: W2A.42.
- [63] Wu X, Liu B, Zhang L, et al. A probabilistic shaping method based on intrinsic bit-level labeling and asymmetric polygon modulation for optical interconnects[J]. Optics Communications, 2019, 444: 68-73.
- [64] Han S, Liu B, Mao Y, et al. Self-adaptive probabilistically shaped star-carrier-less amplitude/phase passive optical network based on simulated annealing algorithm[J]. Optical Engineering, 2019, 58(2): 026101.
- [65] Khandani A K. Shaping multi-dimensional signal spaces[M]. Montréal: McGill University, 1992.
- [66] Ren J X, Liu B, Zhang L J, et al. Nonuniform QAM GFDM RoF system based on probabilistic shaping with Huffman code[C]//2018 Asia Communications and Photonics Conference (ACP), October 26-29, 2018, Hangzhou, China. New York: IEEE Press, 2018: 18382492.
- [67] Fu M F, Liu Q Y, Zeng X B, et al. Parallel bisection-based distribution matching for probabilistic shaping[C]. 2020 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), March 8-12, 2020, San Diego, CA, USA. New York: IEEE Press, 2020: 19592172.
- [68] Qu Z, Lin C, Liu T, et al. Experimental study of nonlinearity tolerant modulation formats based on LDPC coded non-uniform signaling[C]//2017 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC). IEEE, 2017: 1-3.
- [69] Liu T, Lin C, Djordjevic I B. Advanced GF ( $3^2$ ) nonbinary LDPC coded modulation with non-uniform 9-QAM outperforming star 8-QAM[J]. Optics express, 2016, 24(13): 13866-13874.
- [70] Lin C, Zou D, Liu T, et al. Capacity achieving nonbinary LDPC coded non-uniform shaping modulation for adaptive optical communications[J]. Optics express, 2016, 24(16): 18095-18104.
- [71] Ding J, Zhang J, Wei Y, et al. Comparison of Geometrically Shaped 32-QAM and Probabilistically Shaped 32-QAM in a Bandwidth-Limited IM-DD System[J]. Journal of Lightwave Technology, 2020, 38(16): 4352-4358.
- [72] Millar D S, Fehenberger T, Yoshida T, et al. Huffman coded sphere shaping with short length and reduced complexity[C]//45th European Conference on Optical Communication (ECOC 2019), September 22-26, 2019, Dublin, Ireland. London: IET, 2019.
- [73] Civelli S, Secondini M. Hierarchical distribution matching for probabilistic amplitude shaping[J]. Entropy, 2020, 22(9): 958.

- [74] Yoshida T, Karlsson M, Agrell E. Hierarchical distribution matching for probabilistically shaped coded modulation[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2019, 37(6): 1579-1589.
- [75] Yoshida T, Alvarado A, Karlsson M, et al. Post-FEC BER benchmarking for bit-interleaved coded modulation with probabilistic shaping[EB/OL]. (2019-11-05) [2021-05-07]. <https://arxiv.org/abs/1911.01585>.
- [76] Yoshida T, Karlsson M, Agrell E. Performance metrics for systems with soft-decision FEC and probabilistic shaping[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2017, 29(23): 2111-2114.
- [77] Gültekin Y C, Alvarado A, Willems F M J. Achievable information rates for probabilistic amplitude shaping: an alternative approach via random signaling arguments[J]. *Entropy*, 2020, 22(7): 762.
- [78] Semrau D, Xu T H, Shevchenko N A, et al. Achievable information rates estimates in optically amplified transmission systems using nonlinearity compensation and probabilistic shaping[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(1): 121-124.
- [79] Renner J, Fehenberger T, Yankov M P, et al. Experimental comparison of probabilistic shaping methods for unrepeated fiber transmission[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2017, 35(22): 4871-4879.
- [80] Cho J, Schmalen L, Winzer P J. Normalized generalized mutual information as a forward error correction threshold for probabilistically shaped QAM [C]//2017 European Conference on Optical Communication (ECOC), September 17-21, 2017, Gothenburg, Sweden. New York: IEEE Press, 2017: 17733572.
- [81] Zhang S L. On the use of GMI to compare advanced modulation formats[C]//Optical Fiber Communication Conference, March 19-23, 2017, Los Angeles, California. Washington, D.C.: OSA, 2017: M3C.6.
- [82] Böcherer G, Geiger B C. Optimal quantization for distribution synthesis[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, 62(11): 6162-6172.
- [83] Zhao X, Chen Y F, He H L, et al. LDPC-coded probabilistic shaping PAM8 employing a novel bit-weighted distribution matching in WDM-PON[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2020, 38(17): 4641-4647.
- [84] Li J J, Zhang A X, Zhang C L, et al. Field trial of probabilistic-shaping-programmable real-time 200-Gb/s coherent transceivers in an intelligent core optical network[C]//2018 Asia Communications and Photonics Conference (ACP), October 26-29, 2018, Hangzhou, China. New York: IEEE Press, 2018: 18382600.
- [85] Wang K H, Zhao L, Yu J J. 200 Gbit/s photonics-aided MMW PS-OFDM signals transmission at W-band enabled by hybrid time-frequency domain equalization[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2021, 39(10): 3137-3144.
- [86] Yue Z Q, Zhang Q, Xin X J, et al. RoF system of GFDM and OFDM based on geometric shaping 16QAM[J]. *Proceedings of SPIE*, 2020, 11455: 114556A.
- [87] Fernandez E A, Torres J J G, Soto A M C, et al. Digital pre-distortion in QAM formats based on adaptive complex multipliers[C]//2016 8th IEEE Latin-American Conference on Communications, November 15-17, 2016, Medellin, Colombia. New York: IEEE Press, 2016: 16599650.
- [88] Zhao L, Zhang R, Zhou W, et al. Probabilistic shaping with pre-equalization in W-band MM-wave communication system with heterodyne coherent detection[J]. *Optical Fiber Technology*, 2021, 61: 102345.
- [89] Zhang W, Sheng X, Wang X S, et al. A satellite communication system transmission scheme based on probabilistic shaping[J]. *China Communications*, 2019, 16(10): 226-233.
- [90] Xie C, Chen Z, Fu S, et al. Achievable information rate enhancement of visible light communication using probabilistically shaped OFDM modulation[J]. *Optics express*, 2018, 26(1): 367-375.
- [91] Guo X, Zhao H, Wang W. Entropy Loading Design for the MIMO-OFDM Visible Light Communication System Using the OCT Precoding Technique[J]. *Advances in Condensed Matter Physics*, 2020.
- [92] Li G Q, Hu F C, Zou P, et al. Beyond 10 Gbps 450-nm GaN laser diode based visible light communication system utilizing probabilistic shaping bit loading scheme[C]//2020 12th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP), July 20-22, 2020, Porto, Portugal. New York: IEEE Press, 2020: 20136753.
- [93] Zou P, Li G Q, Hu F C, et al. Probabilistic shaping based superposed coded modulation in single receiver multiple-input-multiple-output visible light communication system[C]//2020 Asia Communications and Photonics Conference (ACP) and International Conference on Information Photonics and Optical Communications (IPOC), October 24-27, 2020, Beijing, China. New York: IEEE Press, 2020: 20529307.