

# 基于射影不变量的多点坐标匹配方法

华岑<sup>1</sup>, 傅晓<sup>1\*</sup>, 段发阶<sup>1</sup>, 张聪<sup>1</sup>, 闫明<sup>2</sup>, 杜睿<sup>1</sup>

<sup>1</sup>天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072;

<sup>2</sup>天津电子信息职业技术学院, 天津 300072

**摘要** 正交分光测量系统在动态位姿测量场景中有重要应用,待测目标的特征点坐标快速、有效匹配是系统实现动态测量的关键,传统坐标匹配方法存在速度慢、动态误差大等问题。提出一种基于射影不变量的多点坐标匹配方法,依据正交分光测量系统的成像特性,将射影变换中的交比不变量和顺序性作为坐标匹配的约束条件,设计了一种共线多点的合作靶标,完成图像坐标和物点的匹配,讨论并解决了测量过程中可能出现的坐标重叠情况。实验结果显示:所提方法单帧的坐标匹配时间最多为 3 ms;随着被测目标运动速度的增加,与位姿解算方法 optimal solution to perspective- $n$ -point problem(OPnP)结合的旋转矩阵误差不超过  $6^\circ$ ,平移向量误差不超过 2%。

**关键词** 机器视觉; 单目视觉; 位姿测量; 交比不变; 正交柱面成像

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1015001

## Coordinate Matching of Multiple Points Based on Constant Cross Ratio

Hua Cen<sup>1</sup>, Fu Xiao<sup>1\*</sup>, Duan Fajie<sup>1</sup>, Zhang Cong<sup>1</sup>, Yan Ming<sup>2</sup>, Du Rui<sup>1</sup>

<sup>1</sup>State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

<sup>2</sup>Tianjin Electronic Information College, Tianjin 300072, China

**Abstract** Orthogonal beam splitting imaging system has essential applications in dynamic pose measurement. Fast and effective matching of the feature points' coordinates of the target to be tested is the key to achieving dynamic measurement. Traditional coordinate matching methods have problems, such as slow speed and large dynamic error. Therefore, this study proposes multiple points' coordinate matching algorithm based on the cross-ratio invariability among feature points. According to the imaging feature of the orthogonal beam splitting imaging system, considering the cross-ratio invariabilities and sequence in projective transformation as constraints for coordinate matching, a collinear multi-point cooperative target was designed to complete the matching of image coordinates and object points. The possible overlap of coordinates during pose measurement was also discussed. The experimental results show that the coordinate matching time for per frame of the proposed method is only 3 ms. The error of the rotation matrix of the proposed method combined with optimal solution to the perspective- $n$ -point problem method does not exceed  $6^\circ$ , furthermore, the error of the translation vector does not exceed 1.4%, which can be applied in rapid pose measurement.

**Key words** machine vision; monocular vision; pose measurement; cross ratio invariability; orthogonal cylindrical imaging

收稿日期: 2021-03-19; 修回日期: 2021-05-12; 录用日期: 2021-05-18

基金项目: 国家重点研发计划(2020YFB2010800)、国家自然科学基金(61905175, 51775377, 61971307)、国家科技重大专项(2017-V-0009)、霍英东教育基金会资助项目(171055)、中国博士后科学基金(2020M680878)、广东省重点研发计划(2020B0404030001)、天津市科技计划(20YDTPJC01660)、中国航发四川燃气涡轮研究院外委课题(GJCZ-2020-0040, GJCZ-2020-0041)

通信作者: \*fuxiao215@tju.edu.cn

## 1 引言

空间目标的位姿测量是机器人研究、精密机械装配、汽车制造等领域<sup>[1]</sup>的重要研究方向。单目视觉位姿测量因具有结构简单、测量视场大、实时性强等特点,被广泛应用于空间交会对接、设备自动检测<sup>[2]</sup>等航空航天领域。在单目视觉位姿测量系统中,通常在物体表面设置特征点,通过解算特征点之间的位置关系获取位姿<sup>[3]</sup>。当使用面阵 CCD 作为系统成像传感器时,会带来有效像素比例低、图像数据处理速度慢、精度较低等问题<sup>[4]</sup>。正交分光位姿测量系统<sup>[5]</sup>将面阵 CCD 替换为由分光棱镜、柱面镜组、线阵 CCD 构成的组合,成像光路分为两路,通过柱面镜组在两个方向上对成像坐标进行压缩,由正交放置的两个线阵 CCD 分别获取单方向的图像坐标,克服了使用面阵 CCD 的测量系统的缺点。

基于合作目标的位姿测量方法通常需要设置多个特征点<sup>[6]</sup>,因此实现多点坐标的匹配,即建立成像面上的像点和物空间的对应物点之间的对应关系,是进行位姿解算、实现位姿测量的前提。在单目视觉位姿测量系统中,通常通过合作靶标上的编码图样信息完成点坐标之间的匹配,包括基于圆环的编码和基于圆形的编码。吕耀宇<sup>[7]</sup>使用四个外圆直径相同、内圆形直径不同的圆环作为编码图样,将提取的内外圆面积之比不同的环形中心作为具有区别的特征点,以此完成坐标匹配。张琪<sup>[8]</sup>使用面积不同的圆形作为定位点和方位点,根据方位点相较于对应定位点的不同关系进行编码,从而完成匹配。由于正交分光位姿测量系统采用线阵 CCD 作为图像传感器,二维图像特征无法在成像中体现,因此基于二维成像编码信息的设计方式无法被应用。同时,

在正交分光位姿测量系统中,二维图像信息被压缩为两路无对应关系的一维图像信息。针对这一问题,目前多数系统采用的是特征点循环点亮的方式<sup>[9-10]</sup>,即循环点亮特征点以避免在同时刻出现多个成像点。循环点亮的方式将循环周期时间内测量的坐标值用于解算瞬时位姿,存在时序上的差异,当用于测量物体的快速运动位姿时,动态误差较大。刘海庆<sup>[11]</sup>提出一种基于扩展卡尔曼预测的多目标坐标跟踪方法,该方法在初始状态通过循环点亮完成初始匹配,在后续状态中基于扩展卡尔曼滤波对点的当前坐标进行预测,最后利用最邻域搜索原则实现多目标物点、像点之间的匹配识别。由于每一帧的预测结果都与前一帧紧密相关,一旦匹配出现错误,将会造成后续跟踪永久性失败。

本文提出了一种基于交比不变定理的多点坐标匹配方法。设计了一种由共线多点和线外一点构成的多点合作靶标,将共线特征点在透视投影前后的交比不变量作为匹配条件,采用二分查找法搜寻线外点坐标,并利用共线点的顺序性完成线上点的坐标匹配。最后,根据 optimal solution to perspective- $n$ -point problem (OPnP)<sup>[12]</sup>的高精度、高稳健性,将它作为解析方法进行位姿解算。

## 2 正交分光系统的位姿测量系统

传统单目位姿测量系统多采用面阵 CCD 作为视觉传感器获取图像坐标 $(u, v)$ ,面阵 CCD 像元总数多,帧幅率受到限制,且分辨率较低。线阵 CCD 能够很好地克服这些问题,为了能够实现高速度、高精度测量,正交分光系统将面阵成像传感器替换为由分光棱镜、柱面镜组、线阵 CCD 构成的组合<sup>[4-5]</sup>,系统光路成像图如图 1 所示。

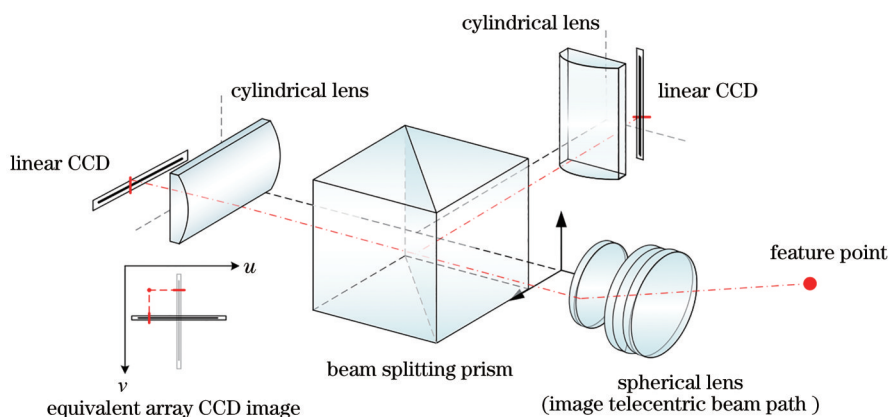


图 1 所提系统光路成像示意图

Fig. 1 Schematic of optical path imaging of the proposed system

特征点经像方远心光路后,成像主光线平行于主光轴,光线经分光棱镜分为透射和反射两路。系统采用母线正交的柱面镜聚集两路光线,形成垂直于柱面镜母线方向的线状像,线阵 CCD 平行于该路的柱面镜母线方向放置,可以获得图像坐标系下的  $u$ 、 $v$  方向坐标。等效面阵成像图如图 1 左下角所示。

柱面镜对光线的聚集作用在坐标上产生的效果,相当于像点坐标在成像面的  $u$ 、 $v$  方向上的投影结

果,两个线阵 CCD 分别获取两个方向的坐标,如图 2(a)所示。当出现多个点同时成像时,由于  $u$ 、 $v$  方向坐标独立获得,相互之间不存在对应关系的约束,在完成对应  $u$ 、 $v$  坐标值的匹配、点与其对应坐标的匹配时,会发生误匹配的情况,如图 2(b)所示。 $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点经过正交分光位姿成像系统成像在  $u$ 、 $v$  方向,匹配结果可以有多组,正确匹配结果即坐标交汇到圆点位置,错误匹配结果即坐标交汇到叉号位置。

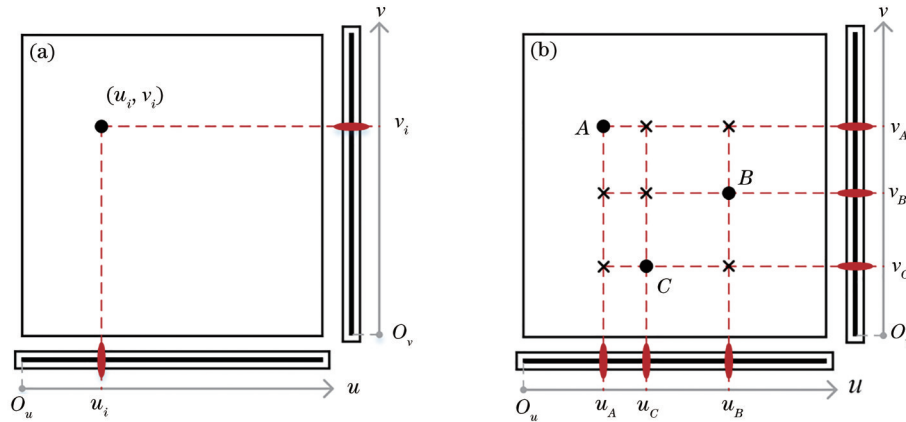


图 2 成像等效图。(a)单点成像等效图;(b)多点成像等效图

Fig. 2 Equivalent imaging diagrams. (a) Equivalent imaging diagram of single point; (b) equivalent imaging diagram of multiple points

在目前基于特征点的位姿解算研究中,对于特征点数目不同情况下的解的情况已经有相对明确的结论。在合作目标上有 6 个以上异面特征点或有 4 个以上共面特征点时,可以获得唯一解<sup>[13]</sup>。应当保证至少获取 4 点共面非共线的特征点图像坐标,才能进行后续的位姿解算。

由于正交分光测量系统的成像特性,成像坐标易发生误匹配的情况,而特征点的自身信息,包括大小和亮度,在不同的环境、角度和成像距离下都会发生变化,很难用于编码。因此要想完成两个独立方向的坐标间以及物点与图像坐标间的匹配,需要选择合适的匹配要素和布局进行靶标设计。本文的合作靶标中,将共线点的点列交比值作为匹配要素,通过  $n$  个共线点和一个线外点的靶标布局完成坐标匹配。

### 3 基于交比不变定理的多点坐标匹配

#### 3.1 透视投影中的交比不变定理

射影不变量是指在射影前后保持不变的量。交比是最基本的射影不变量,也是最重要的射影性质<sup>[14]</sup>,一般由共线的四个点定义。交比可以指点列

交比,也可以指线束交比。

点列指一条直线上所有点的集合,处于同一直线  $L$  上的四点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  即为同一个点列的点。它们的交比定义为  $AC/BC$  与  $AD/BD$  的比,记为  $C_r(A, B, C, D)$ ,其中  $A$ 、 $B$  两点称为基点,  $C$ 、 $D$  两点称为分点。

$$C_r(A, B, C, D) = \frac{AC/BC}{AD/BD} \quad (1)$$

其中任意字母的两两组合表示两点间的距离。点列交比在射影前后保持不变,直线  $L$  上的四点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  经过射影变换后映射到直线  $L'$  上的  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$ ,如图 3(a)所示,它们之间的关系为

$$C_r(A, B, C, D) = C_r(A', B', C', D') \quad (2)$$

线束指过同一点的所有直线的集合。如图 3(b)所示,线外点  $O$  和直线上四点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  构成四条直线,记为  $l_1, l_2, l_3, l_4$ ,这四条直线即为共点线束,其交比记为  $(l_1 l_2, l_3 l_4)$ ,在射影变换前后,线束交比值保持不变,交比值为

$$(l_1 l_2, l_3 l_4) = \frac{\sin(l_1 l_3) \sin(l_2 l_4)}{\sin(l_1 l_4) \sin(l_2 l_3)} \quad (3)$$

式中:  $(l_i l_j)$  表示把直线  $l_i$  转到  $l_j$  的有向角。

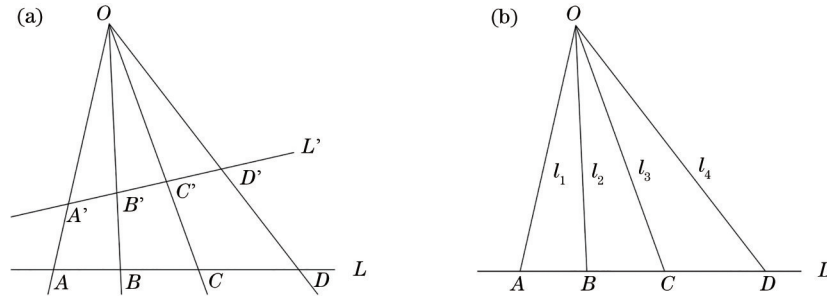


图 3 交比不变示意图。(a)点列间的射影变换;(b)线束间的射影变换

Fig. 3 Principle of cross-ratio invariability. (a) Projective transformation among point range; (b) projective transformation among wiring harness

### 3.2 合作靶标设计

在位姿解算方法中,随着点数的增加,位姿解算精度提高。为了提高解算精度,设计合作靶标时应考虑到扩展至  $n$  点的情况。首先介绍共面五点的合作靶标设计,而后再将共面五点扩展至多点,以提高位姿解算精度。

设计的合作靶标如图 4(a)所示。靶标由处于同一直线上的 4 个点  $A_1, A_2, A_3, A_4$  和直线上方的一个点  $B$  组成,且它们在靶标上的坐标值已知。由于在射影变换前后存在共线点列交比不变定理,因此处于同一直线上的点  $A_1, A_2, A_3, A_4$  的交比值在射影变换前后为定值,记为  $C_r$ ,即

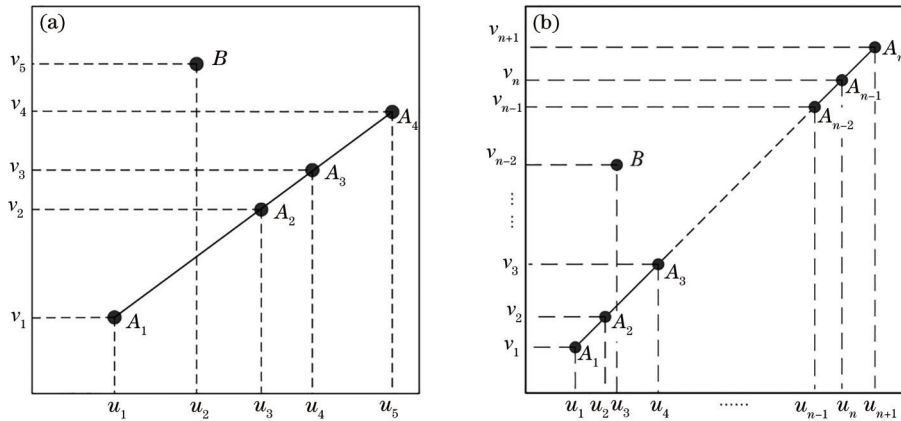


图 4 合作靶标设计。(a)共面五点;(b)共面多点

Fig. 4 Cooperative target design. (a) Coplanar five points; (b) coplanar multiple points

$$C_r = C_r(A_1, A_2, A_3, A_4) = \frac{A_1 A_3 / A_2 A_3}{A_1 A_4 / A_2 A_4} \quad (4)$$

直线经射影变换后依然为直线<sup>[15]</sup>,共线点经射影变换后依然处于同一直线。因此  $u, v$  成像方向上线阵 CCD 获取的点的坐标值也满足交比不变定理,且与点的交比值相同,即

$$\begin{cases} C_r(u_{A_1}, u_{A_2}, u_{A_3}, u_{A_4}) = \frac{(u_{A_3} - u_{A_1}) / (u_{A_3} - u_{A_2})}{(u_{A_4} - u_{A_1}) / (u_{A_4} - u_{A_2})} = C_r \\ C_r(v_{A_1}, v_{A_2}, v_{A_3}, v_{A_4}) = \frac{(v_{A_3} - v_{A_1}) / (v_{A_3} - v_{A_2})}{(v_{A_4} - v_{A_1}) / (v_{A_4} - v_{A_2})} = C_r \end{cases} \quad (5)$$

合作靶标经正交分光位姿测量系统成像后获得两组独立的坐标值,记为  $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$  和  $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ ,这其中包含线外点的坐标值。对于其中的任意一组坐标,必存在其中四点的组合顺序对应于共线四点的坐标,因此遍历这样组合的交比值可以完成匹配。

为了实现多点合作靶标设计,提高位姿解算的精度,将共线四点扩展至共线  $n$  点,如图 4(b)所示。靶标由处于同一直线上的  $n$  个点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  ( $n \geq 4$ ) 和直线上方的一个点  $B$  组成,且其在靶标上的坐标值已知。与前述情况类似,坐标值与点的二维坐标满足交比不变定理,即

$$\begin{cases} C_r(u_{A_i}, u_{A_{i+1}}, u_{A_{i+2}}, u_{A_{i+3}}) = \frac{(u_{A_{i+2}} - u_{A_i}) / (u_{A_{i+2}} - u_{A_{i+1}})}{(u_{A_{i+3}} - u_{A_i}) / (u_{A_{i+3}} - u_{A_{i+1}})} = \frac{A_i A_{i+2} / A_{i+1} A_{i+2}}{A_i A_{i+3} / A_{i+1} A_{i+3}} = C_{ri} \\ C_r(v_{A_i}, v_{A_{i+1}}, v_{A_{i+2}}, v_{A_{i+3}}) = \frac{(v_{A_{i+2}} - v_{A_i}) / (v_{A_{i+2}} - v_{A_{i+1}})}{(v_{A_{i+3}} - v_{A_i}) / (v_{A_{i+3}} - v_{A_{i+1}})} = C_{ri}, (i = 1, 2, 3, \dots, n - 3) \end{cases} \quad (6)$$

合作靶标经正分光位姿测量系统成像后获得两组独立的坐标值,记为 $(u_1, u_2, \dots, u_n, u_{n+1})$ 和 $(v_1, v_2, \dots, v_n, v_{n+1})$ ,这其中包含线外点的坐标值。由于射影变换前后具有顺序性,在获取的任意一组坐标中只要将线外点的坐标查找出来,剩余点的坐标可直接与直线上点实现一一对应。为了能够快速查找出线外点的坐标,采用二分查找的思想。

### 3.3 基于交比不变定理的坐标匹配

共面五点的合作靶标中坐标匹配流程较为简单。由于 $u, v$ 两个方向的坐标具有等效性,因此在这里只讨论在单一 $u$ 方向的坐标匹配,对于 $v$ 方向可同理进行。在获取的坐标 $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$ 中任意选择一个坐标视为线外点 $B$ 的坐标,剩余坐标由于具有顺序性依次对应于共线四点的坐标,这样的组合共有 $C_5^1 = 5$ 种可能。计算组合中被认为是共线四

点的交比值,记为 $C_{ri}$ ,等于 $C_r$ 的组合即认为是对应于线上四点的组合,由此完成坐标的匹配。

对于共面多点的靶标而言,由于共线点数为 $n$ ,为了能够快速查找出线外点的坐标,采用二分查找的思想,具体流程如下,流程图如图5所示。

记已知靶标直线上的第 $i$ 个点的交比值为 $C_{ri}$ ,而线阵CCD获取的单方向坐标中第 $j$ 个坐标的交比值为 $c_{rj}$ 。

首先,对于已经获取到的 $n+1$ 个坐标,取 $k_1 = 1, k_2 = n+1, k = [(k_2 - k_1 - 2) / 2] - k_1 + 1$ (其中 $[x]$ 表示不超过 $x$ 的最大整数),即从可计算交比值的最中心的坐标开始,计算该坐标的交比值 $c_{rk}$ ,并与已知直线上第 $k$ 个点的交比值 $C_{rk}$ 进行比较。当 $C_{rk} = c_{rk}$ ,表明线外点 $B$ 点的坐标 $u_B$ 在 $u_{k+3}$ 之后,则 $k_1 = k+3, k_2 = k_2$ ;当 $C_{rk} \neq c_{rk}$ ,表明线外点 $B$ 点的坐标 $u_B$ 在 $u_{k+3}$ 之前,则 $k_1 = k_1, k_2 = k+3$ 。

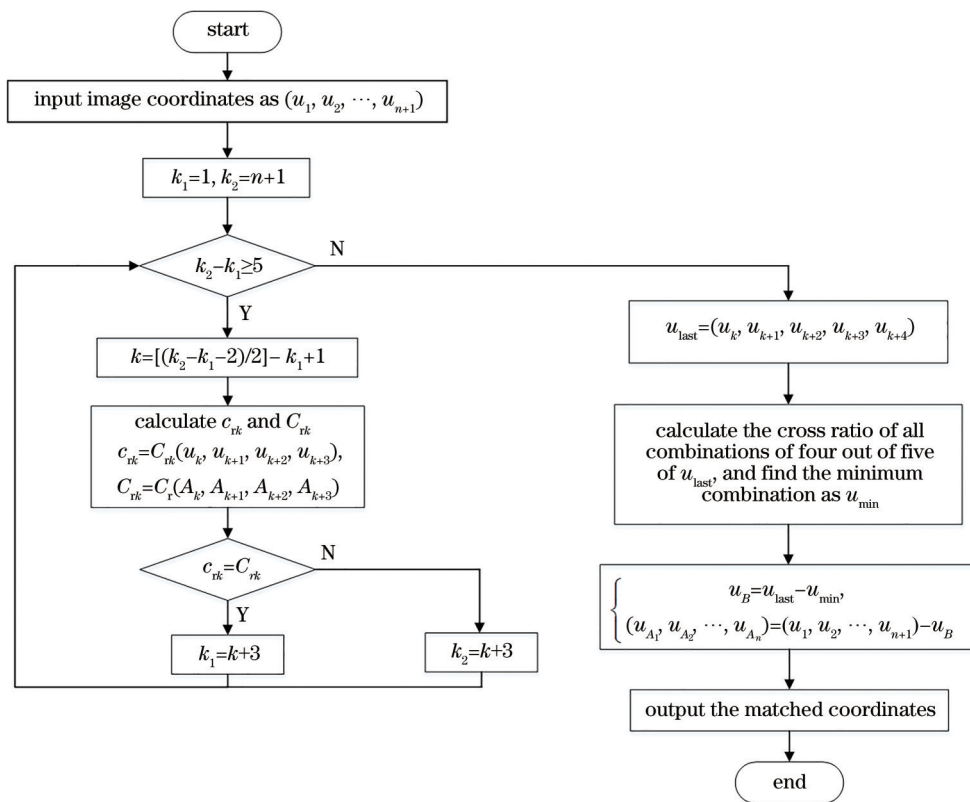


图5 基于交比不变的坐标匹配算法流程

Fig. 5 Flowchart of coordinate matching algorithm based cross ratio invariability

假定在第一步判断后,结果为  $C_{rk} \neq c_{rk}$ ,那么线外点  $B$  点的坐标  $u_B$  可能出现的范围从  $u_1 \sim u_n$  缩小到了  $u_1 \sim u_{k+3}$ 。取  $k_2 = k + 3$ ,选取可计算交比值的最中心的坐标,  $k = [(k_2 - k_1 - 2) / 2] - k_1 + 1$ ,再判断  $c_{rk}$  与  $C_{rk}$  的大小。

按照这样的方式不断取当前考察的坐标范围内的中心坐标进行判断,将线外点坐标出现的范围不断缩小,直至范围内的坐标数目小于等于五个,即  $k_2 - k_1 \leq 5$ 。当最终收缩的坐标数目刚好等于五个时,线外点坐标一定存在于这五个坐标中。如果最终收缩的坐标数目小于五个,选择当前范围内的第一个坐标及其之后的五个连续坐标作为最终考察的坐标范围,线外点坐标一定存在于这五个坐标中。

对于最终考察的五个坐标  $(u_k, u_{k+1}, u_{k+2}, u_{k+3}, u_{k+4})$ ,采用与前述共面五点合作靶标坐标匹配方法相同的方法即可从这五个坐标中找出线外点的坐标,其中用于判断的交比值为  $C_{rk}$ 。

### 3.4 点重叠情况的判定与解决

在靶标上的多个特征点随着物体运动的过程中,会出现某一个或几个特征点成像于线阵 CCD 后发生光斑重叠的现象。在光斑重叠的瞬间,重叠方向的线阵 CCD 只能获得少于所需数目的坐标,当无法确定重叠数据实际值的时候,会影响到多点匹配的结果。

#### 1) 共线点发生重叠

如图 6 所示,在合作靶标随被测物体的姿态变化而变化的过程中,会出现共线点在某一方向上的成像坐标重叠的情况。即在发生重叠的方向线阵 CCD 只采集到两个坐标,在另一个方向采集到  $n + 1$  个坐标。

在正常采集坐标的方向上,依然可以用点坐标的交比值匹配线外点和线上点的单方向坐标。在重叠方向上,坐标交叠后无法利用交比值判断点与坐标的对应关系,存在两种可能,如图 6(a)、(b) 所示。线外点和直线上的点之间存在位置关系的约束 ( $\angle A_i B A_{i+1}$  为正角),因此对于当前的两种可能可以进行位置关系的判断,即通过判断  $\angle A_i B A_{i+1}$  是否为正角来确定  $u$  方向的坐标。正确的坐标匹配应为图 6(a),即

$$\begin{cases} u_B = u_1 \\ u_{A_1} = u_{A_2} = \dots = u_{A_n} = u_2 \end{cases} \quad (7)$$

#### 2) 线外点与线上某点坐标重叠

在被测物体姿态变化的瞬间存在线外点  $B$  与线上某点在某一线阵 CCD 成像方向上发生成像坐标重叠的情况。即在发生重叠方向的线阵 CCD 只采集到  $n$  个坐标,在另一个方向的线阵 CCD 采集到  $n + 1$  个坐标。

与前述情况类似,在正常采集坐标的方向上依然可以用点坐标的交比值来判断线外点和线上点的单方向坐标。但在另一个方向,  $n$  个坐标即对应共线  $n$  点的坐标。由此,可以首先完成线上  $n$  点的坐标匹配,但此时仍无法区分  $B$  点的坐标。可能的情况存在  $n$  种,即  $B$  点的重叠方向坐标为  $A_i$  的坐标,如图 7 所示。对于存在的有限  $n$  种可能,可以采用线束交比不变的条件进行验证,即计算  $B$  点和线上任意四点  $A_i, A_{i+1}, A_{i+2}, A_{i+3}$  之间的线束交比值,再对该种情况下的计算值与合作靶标上的已知值进行比较,从而确定正确的  $B$  点沿  $u$  方向的坐标,即最接近已知值情况下的坐标即为  $B$  点沿  $v$  方向的坐标。由此完成  $B$  点坐标的匹配。

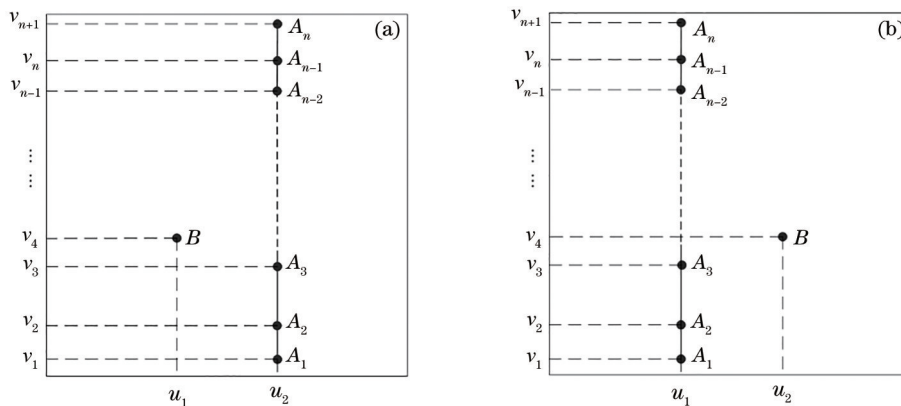


图 6 共线点坐标重叠

Fig. 6 Overlapping of collinear points' coordinates

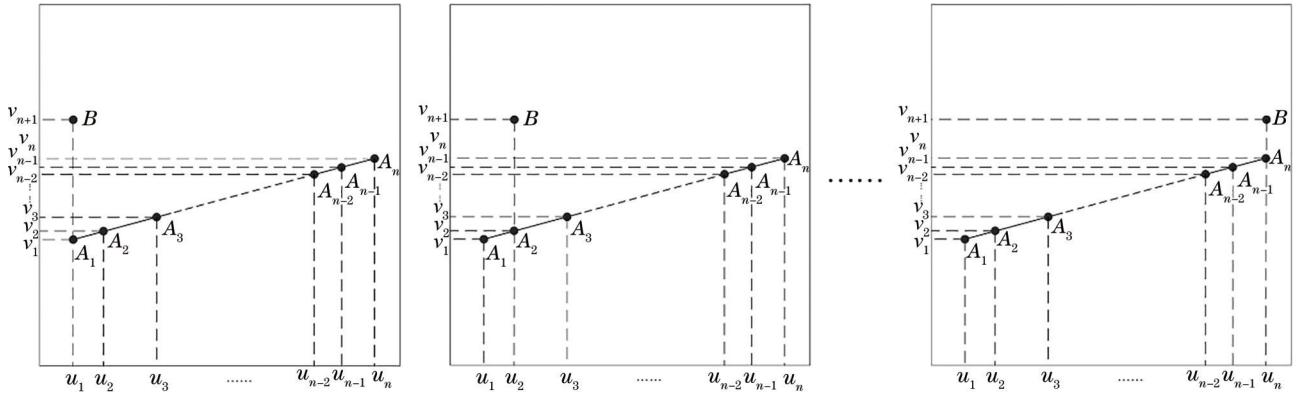


图 7 n 种可能的重叠情况

Fig. 7 n possible cases of coordinate overlapping

### 3.5 坐标匹配流程

总结上述讨论,系统获取两组图像坐标后的匹配流程如下。假设当前可能发生重叠的方向为  $u$  方向,记采集到的两路图像坐标分别为  $(u_1, u_2, \dots, u_p)$  和  $(v_1, v_2, \dots, v_n, v_{n+1})$ 。

1) 首先根据交比不变定理完成无重叠方向的坐标匹配,得到匹配完的  $v_B$  和  $(v_{A_1}, v_{A_2}, \dots, v_{A_n})$ 。再根据  $u$  方向坐标个数,当  $p=n+1$  时,跳转至步骤 2); 当  $p=2$  时,跳转至步骤 3); 当  $p=n$  时,跳转至步骤 4)。

2) 根据交比不变定理完成  $u$  方向的坐标匹配,得到匹配完的  $u_B$  和  $(u_{A_1}, u_{A_2}, \dots, u_{A_n})$ 。

3) 依据 3.4 节的第一种重叠情况讨论,通过判断  $\angle A_i B A_{i+1}$  角度的正负,  $u$  方向坐标的正负,来确定  $u$  方向坐标。

4) 依据 3.4 节的第二种重叠情况讨论,  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  对应于共线  $n$  点,由此得到  $(u_{A_1}, u_{A_2}, \dots, u_{A_n})$ ; 通过计算线上组合的交比值之和,来确定  $u_B$ 。

综上,基于不同坐标获取情况进行判断并解决的总体流程如图 8 所示。

## 4 实验结果及分析

为了验证所提多点匹配算法的正确性和有效性,建立 Matlab 仿真实验系统,模拟计算位姿估计过程。实验平台为 Intel(R) Core(TM) i7-6500U CPU,主频为 2.5 GHz,内存大小为 8 GB;软件平台为 Win10 64 位操作系统, Matlab R2014b。

仿真中选择的默认参数有:分辨率为  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$ ,相机的等效焦距为  $800 \text{ pixel}$ ,成像中心在像面正中心。 $n$  个共线点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n (n \geq 4)$

随机分布在  $[-2, 2] \times [-2, 2]$  的平面内的某一直线上,直线的斜率和截距随机生成,线外点  $B$  的坐标随机分布在该平面的直线上方。仿真实验每次产生三个欧拉角,生成对应的旋转矩阵  $\mathbf{R}$ ,在  $[-0.5, 0.5] \times [-0.5, 0.5] \times [4, 8]$  的范围内随机产生平移向量  $\mathbf{T}$ ,以生成的姿态量为相机位姿的真实值,即记为  $\mathbf{R}_{\text{true}}$  和  $\mathbf{T}_{\text{true}}$ 。在参考点投影在图像上后获得的图像坐标上加入期望为 0、标准差为  $\sigma=1$  的高斯噪声。

在随机生成的姿态参数条件下,出现特殊重叠情况的可能是较低的,如图 9 所示。按已知的参数生成线上  $n$  个共线点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n (n \geq 4)$  和线外点  $B$ ,并进行坐标重叠的判定。结合图像处理算法,目前的图像传感器多可以提取亚像素级别的坐标,因此判定生成的线外点  $B$  点与线上任意一点重合的条件为小于等于  $0.1 \text{ pixel}$ 。对于两个方向的图像坐标,在点数小于 60 时,出现重叠的可能性低,始终小于  $4.5\%$ 。

针对可能出现的重叠情况,3.4 节给出了相应的解决办法,在此验证其有效性,即生成符合重叠情况的合作靶标特征点坐标,并进行坐标匹配。为了能够模拟图像坐标的重叠性,在此生成标志点在相机坐标系下的坐标,通过射影变换得到对应的图像坐标。首先,生成  $n$  个共线点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n (n \geq 4)$ ,分布在摄像机坐标系  $[-2, 2] \times [-2, 2] \times 2$  的平面内直线上,直线斜率为 0 以模拟经射影变换后共线点坐标重叠,线外点  $B$  的坐标随机分布在该平面的直线右方;然后,生成  $n$  个共线点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n (n \geq 4)$ ,随机分布在  $[-2, 2] \times [-2, 2] \times 2$  的平面内的某一直线上,直线的斜率和截距随机生成,线外点  $B$  的坐标随机分布在该平面的直线上方,且横坐标与共线点中的任意一点相同,以模拟

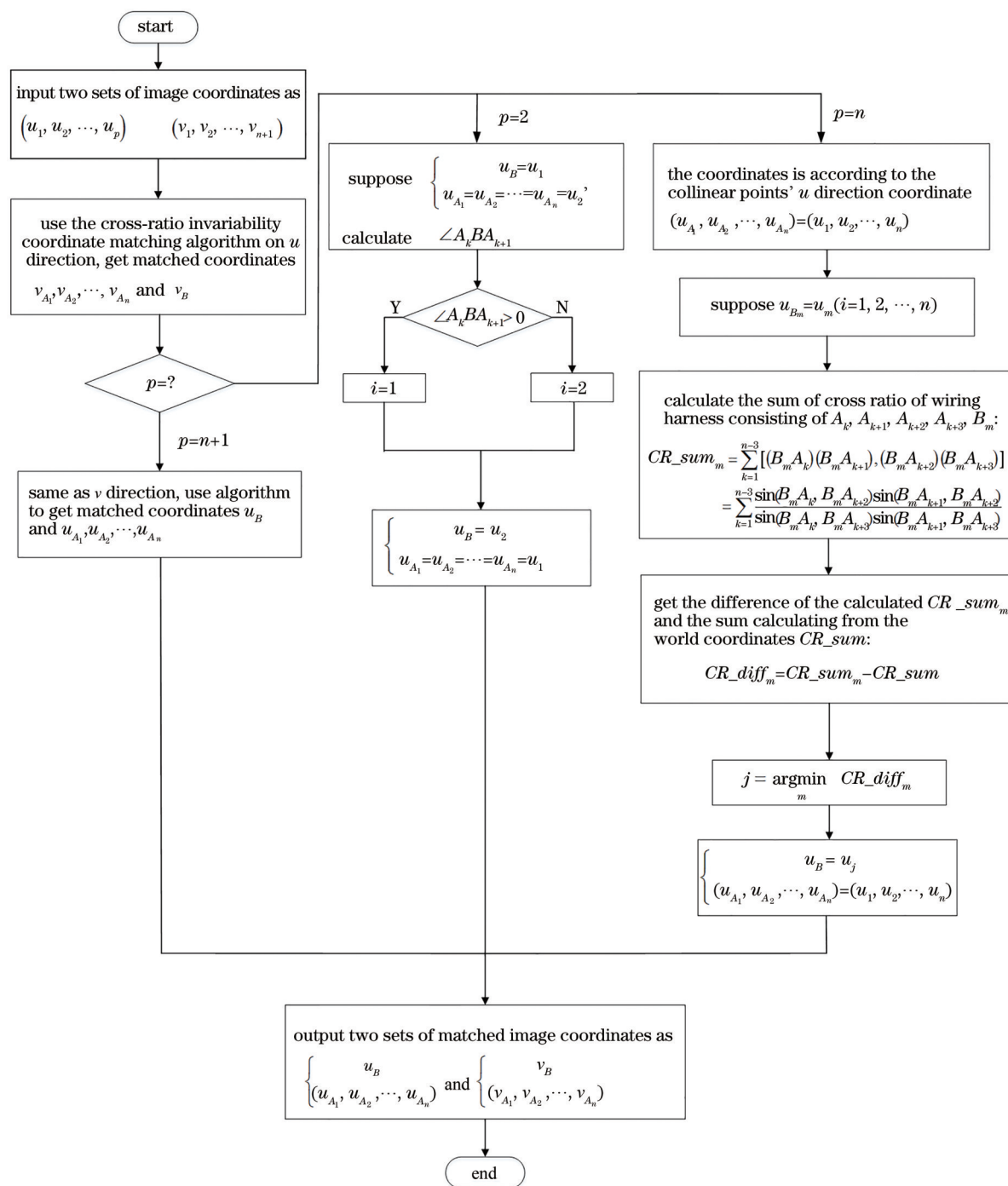


图 8 匹配流程图

Fig. 8 Matching flow chart

线外点与线上一点的重叠情况。分别根据 3.4 节的方法对这两种生成的图像数据进行验证, 匹配结果的正确率如图 10 所示。根据仿真结果可知: 在共线点重叠情况下, 由于匹配过程和标准较为简单, 匹配正确率始终为 100%; 在线外点和线上某点重叠情况下, 随着点数的增加, 共线点分布较为密集, 匹配正确率随之降低, 但在点数少于 60 时, 匹配正确

率始终高于 94%。

为了验证所提匹配算法的快速性, 与传统循环点亮的方法进行比较。将仿真生成的所有单向图像坐标按照从小到大的顺序进行排列, 以仿真线阵 CCD 获取的图像坐标, 使用所提多点匹配算法对两方向顺序图像坐标进行坐标匹配。共线参考点数目范围为 [4, 60], 变化步长为 8, 对于每个参考点



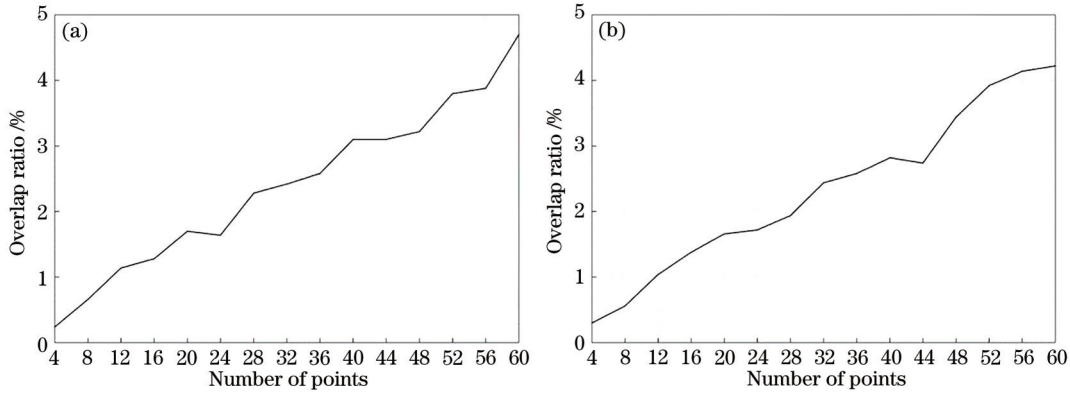


图9 重叠情况发生概率。(a)  $u$  方向; (b)  $v$  方向

Fig. 9 Overlap ratio along two directions. (a)  $u$  direction; (b)  $v$  direction

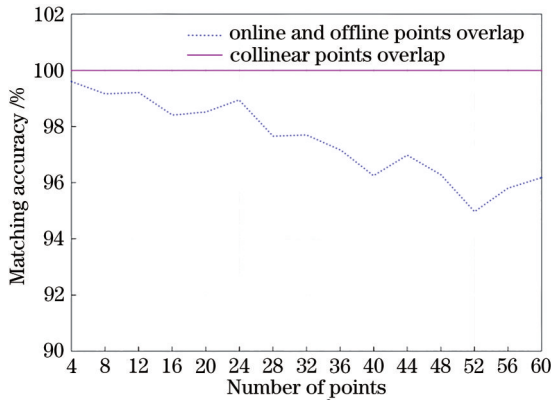


图10 重叠情况的匹配正确率

Fig. 10 Matching accuracy under overlap situation

目进行 500 次独立实验,求取计算时间的平均值。

在传统循环点亮方法的时间计算中,以常用的线阵 CCD 图像传感器 TCD1209D 为例,其最佳像素输出频率为 1 MHz,每帧图像包含 2048 个像素,因此最佳输出帧频为 500 Hz。为了满足奈奎斯特采样定律,作为测量目标的速度至多为 250 Hz,当测量位姿采用的合作目标点为  $n$  个时, $n$  个目标点循环一个周期的时间至少为  $4n$  ms。坐标匹配时间比较如表 1 所示,可以看到所提基于交比不变定理的坐标匹配方法的处理时间很短,为 1.7~3.1 ms,匹配时间远小于传统循环点亮方法所需的循环时间。

为了验证所提匹配算法在动态测量场景下的正确性,与传统循环点亮方法进行比较,对完成匹配后的图像坐标使用 OPnP 位姿解算方法获取解算后的位姿参数 ( $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$ )。假设物体进行速度为  $v_1$  ( $^\circ$ )/s 和  $v_2$  mm/s 的运动,记匹配过程所需时间为  $t$ ,在完成匹配和解算后物体的位姿参数为

$$\mathbf{R}_{\text{now}} = \mathbf{R}_{\text{true}} + \text{rodrigues}(v_1 t, 0, 0), \quad (8)$$

表1 匹配时间比较

Table 1 Matching time comparison

Number of points	Time of coordinate matching based on cross-ratio invariability / ms	Time of circular lighting method / ms
	4	1.75
12	1.85	48
20	2.05	80
28	2.28	112
36	2.64	144
44	2.63	176
52	2.84	208
60	3.08	240

$$\mathbf{T}_{\text{now}} = \mathbf{T}_{\text{true}} + \begin{bmatrix} v_2 t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

定义实验结果的旋转矩阵误差和平移向量误差为

$$e_{\text{rot}} = \max_{k=1}^3 [\arccos(\mathbf{r}_{k,\text{now}}^T \mathbf{r}_k) \times 180/\pi], \quad (10)$$

$$t_{\text{true}} = \|\mathbf{t}_{\text{now}} - \mathbf{t}\| / \|\mathbf{t}\| \times 100, \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{r}_{k,\text{now}}$  和  $\mathbf{r}_k$  分别是  $\mathbf{R}_{\text{now}}$  和  $\mathbf{R}$  的第  $k$  列。在运动速度变化范围为  $0 \sim 50$  ( $^\circ$ )/s 和  $0 \sim 50$  mm/s 的条件下,分别计算动态旋转矩阵误差和平移向量误差,其中共线参考点数目范围为  $[4, 52]$ ,变化步长为 16,每个参考点数目进行 500 次独立实验,对误差求取平均值。所得结果如图 11 所示。随着物体运动速度的增加,所提匹配方法的测量误差变化较小,平均旋转矩阵误差不超过  $6^\circ$ ,平均平移向量误差不超过 2%。与循环点亮的测量方式相比,在被测目标运动速度较快情况下,所提方法在测量精度上的优势明显。

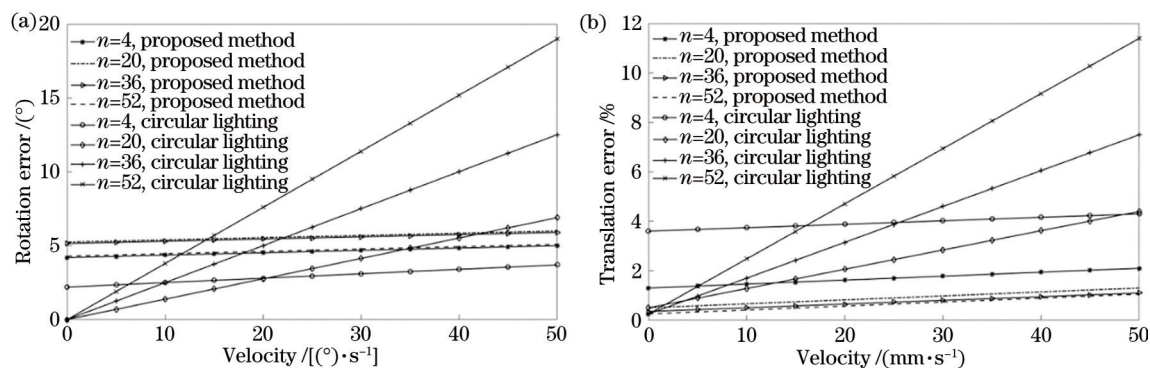


图 11 运动速度变化时的位姿解算误差。(a)平均旋转矩阵误差;(b)平均平移向量误差

Fig. 11 Pose estimation error when motion speed changes. (a) Mean rotation error; (b) mean translation error

## 5 结 论

根据正交位姿成像系统自身的成像特性,提出了一种基于交比不变的多点坐标匹配方法。将射影变换中的交比不变值和顺序性作为坐标匹配的约束条件,对两个独立获取正交方向坐标的线阵 CCD 所采集到的坐标数据进行匹配,并完成图像坐标与目标点的匹配。实验结果表明:所提方法单帧的坐标匹配时间最多为 3 ms;随着被测目标运动速度的增加,与 OPnP 方法结合的旋转矩阵误差不超过 6°,平移向量误差不超过 2%,能够满足正交分光系统进行快速位姿测量的需求。

## 参 考 文 献

- [1] 赵丽科. 单目视觉的刚体运动目标位姿测量方法研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2018.  
Zhao L K. Research on measurement method of rigid object position and orientation based on monocular vision[D]. Wuhan: Wuhan University, 2018.
- [2] 王向军, 曹雨, 周凯. 二维合作目标的单相机空间位姿测量方法[J]. 光学精密工程, 2017, 25(1): 274-280.  
Wang X J, Cao Y, Zhou K. Methods of monocular pose measurement based on planar objects[J]. Optics and Precision Engineering, 2017, 25(1): 274-280.
- [3] 王中宇, 李亚茹, 郝仁杰, 等. 基于点特征的单目视觉位姿测量算法[J]. 红外与激光工程, 2019, 48(5): 0517002.  
Wang Z Y, Li Y R, Hao R J, et al. Monocular vision pose measurement algorithm based on points feature[J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(5): 0517002.
- [4] 刘昕彤. 正交分光成像位姿测量系统设计[D]. 天津: 天津大学, 2016.  
Liu X T. Design of the pose measurement system

based on the orthogonal beam splitting imaging configuration[D]. Tianjin: Tianjin University, 2016.

- [5] 杨茜. 正交分光位姿传感器设计[D]. 天津: 天津大学, 2014.  
Yang Q. The design of the orthogonally-splitting-imaging pose sensor[D]. Tianjin: Tianjin University, 2014.
- [6] 吴福朝, 胡占义. 摄像机未标定的 P5P 问题研究[J]. 计算机学报, 2001, 24(11): 1321-1326.  
Wu F C, Hu Z Y. A note on the P5P problem with an uncalibrated camera[J]. Chinese Journal of Computers, 2001, 24(11): 1321-1326.
- [7] 吕耀宇. 空间合作目标单目视觉位姿测量技术研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2018.  
Lü Y Y. Research on mono-vision pose measurement for space cooperative target[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2018.
- [8] 张琪. 基于平面编码靶标位姿测量方法的研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2020.  
Zhang Q. Research on pose measurement method based on planar coding target[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2020.
- [9] 吴剑. 三维高精度光学定位技术及其临床应用[D]. 北京: 清华大学, 2004.  
Wu J. Three-dimensional high precise optical positioning technique and its clinical application[D]. Beijing: Tsinghua University, 2004.
- [10] 艾莉莉. 基于线阵 CCD 的空间目标外姿态测量关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2009.  
Ai L L. Study of the key technologies of the exterior attitude measurement for spatial object based on linear CCD[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2009.
- [11] 刘海庆. 正交柱面成像式动态坐标测量方法研究

- [D]. 天津: 天津大学, 2016.
- Liu H Q. Research on dynamic coordinate measurement method based on orthogonal cylindrical imaging[D]. Tianjin: Tianjin University, 2016.
- [12] Zheng Y Q, Kuang Y B, Sugimoto S, et al. Revisiting the PnP problem: a fast, general and optimal solution[C]//2013 IEEE International Conference on Computer Vision, December 1-8, 2013, Sydney, NSW, Australia. New York: IEEE Press, 2013: 2344-2351.
- [13] 朱帆, 于芳苏, 吴易明, 等. P4P法相机姿态标定精度分析[J]. 光学学报, 2018, 38(11): 1115005.
- Zhu F, Yu F S, Wu Y M, et al. Analysis of attitude calibration precision of P4P camera[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(11): 1115005.
- [14] 黄晋英, 宋国浩, 兰艳亭, 等. 交比不变的 Camshift 跟踪方法[J]. 光学精密工程, 2016, 24(4): 945-953.
- Huang J Y, Song G H, Lan Y T, et al. Camshift tracking based on constant cross ratio[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(4): 945-953.
- [15] Devernay F, Faugeras O. Straight lines have to be straight: automatic calibration and removal of distortion from scenes of structured environments [M]. New York: Springer-Verlag, 2008.