

全局与局部匹配相结合的局部化变形测量 数字图像相关方法

王学滨^{1,2*}, 余斌², 董伟², 周超², 张强²

¹辽宁工程技术大学计算力学研究所, 辽宁 阜新 123000;

²辽宁工程技术大学力学与工程学院, 辽宁 阜新 123000

摘要 数字图像相关(digital image correlation, DIC)方法是一种物体变形的非接触式测量方法, 包括局部 DIC 方法和全局 DIC 方法。局部 DIC 方法未考虑变形协调导致局部化变形测量结果存在一定的误差, 而全局 DIC 方法充分考虑了变形协调, 但测量效率不高。为此, 对于测量局部化出现后的变形, 提出了一种全局与局部匹配相结合的局部化变形测量 DIC 方法。首先, 利用局部 DIC 方法测量物体表面的变形并确定全局 DIC 方法的计算区域; 然后, 利用全局 DIC 方法测量该区域的变形, 并以该测量结果更新局部 DIC 方法的测量结果。通过虚拟剪切带形成的数值实验和土样的双轴压缩实验, 对比了局部 DIC 方法、亚像素初值的九节点全局 DIC 方法和提出方法的测量结果。研究发现, 当尺寸合适时, 提出方法在增加少量测量耗时的情况下可保证局部化变形测量精度, 测得的剪切带内最大剪切应变的最大值比局部 DIC 方法的更大。相较于局部 DIC 方法, 提出方法和亚像素初值的九节点全局 DIC 方法更适于测量局部化出现后的变形, 且提出方法在测量效率方面更具优势。

关键词 图像处理; 数字图像相关方法; 测量; 局部化变形; 单元; 子区; 剪切带

中图分类号 O348.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1012001

Digital Image Correlation Method Based on Combination of Element Matching and Subset Matching for Localized Deformation Measurements

Wang Xuebin^{1,2*}, Yu Bin², Dong Wei², Zhou Chao², Zhang Qiang²

¹*Institute of Computational Mechanics, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, Liaoning, China;*

²*School of Mechanics & Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, Liaoning, China*

Abstract The digital image correlation (DIC) method is a non-contact deformation measurement method, including the subset-DIC method and the global-DIC method. The subset-DIC method cannot consider the deformation compatibility, which leads to some errors in the localized deformation measurement results. The global-DIC method can fully consider the deformation compatibility, but it has a lower measurement efficiency than that of the subset-DIC method. A DIC method is proposed based on a combination of element matching and subset matching for localized deformation measurements. For deformation measurements beyond strain localization, the results of the subset-DIC method are used to determine the computational zones of the global-DIC method, and deformations of these zones are obtained by using the global-DIC method, then the results of the subset-DIC method are updated. A numerical experiment on the formation of a fictitious shear band and physical experiments of clay specimens in biaxial compression are carried out, and the measurement results of the subset-DIC method, the nine-node global-DIC method with subpixel initial values and the proposed method are compared. Results show that the proposed method

收稿日期: 2021-03-05; 修回日期: 2021-04-17; 录用日期: 2021-06-02

基金项目: 国家自然科学基金(52074142)

通信作者: *wxbbb@263.net

can ensure the accuracy of localized deformation measurements with a few increases in time for an appropriate size. The maximum value of the maximum shear strain of the proposed method is higher than that of the subset-DIC method at the center of the shear band. Therefore, the proposed method and the nine-node global-DIC method with subpixel initial values are more suitable for deformation measurements beyond strain localization than the subset-DIC method, and the proposed method has more advantages in measurement efficiency than those of the nine-node global-DIC method with subpixel initial values.

Key words image processing; digital image correlation method; measurement; localized deformation; element; subset; shear band

1 引言

数字图像相关(digital image correlation, DIC)方法^[1-2]具有非接触、全场测量和操作简单等特点^[3-5]。DIC方法包括局部DIC方法和全局DIC方法。利用局部DIC方法对子区进行匹配,可以获得子区中心点(测点)的位移^[6]。局部DIC方法的非局部化变形测量精度很高^[7-8],但未考虑变形协调,其局部化变形(具有明显位移梯度的变形^[9])测量结果存在一定的误差;同时,由于局部化变形很复杂,在采用不同阶次的形函数描述目标子区的变形时,会不可避免地出现欠匹配或过匹配问题,从而引入系统误差或随机误差^[10]。利用充分考虑变形协调的全局DIC方法对计算区域进行整体匹配,可以一次性获得所有点的位移。

Sun等^[11]提出的全局DIC方法逐渐被关注。Wittevrongel等^[12]发展了一种自适应全局DIC方法,在必要时使用高阶单元描述高梯度位移场。Kleinendorst等^[13]发展了一种基于有理B样条形函数和自适应优化算法的全局DIC方法,该方法比常规的全局DIC方法更少依赖用户输入,同时能保持有限的自由度以实现病态问题的最佳正则化。杜鉴昕等^[14]提出了一种基于Hermite单元的正则化全局DIC方法,该方法适于处理裂纹尖端的复杂高梯度变形。王显等^[15]将八节点等参元位移表征模式引入全局DIC方法中,发展了Q8-DIC方法,该方法能够被用于测量二次曲线边界。Wang等^[16]将时间连续性引入全局DIC方法中,发展了考虑时/空连续性的DIC方法。Wang等^[17]通过将局部DIC方法的测量结果作为全局DIC方法的迭代初值以保证迭代的收敛性,提出了一种改进的全局DIC方法,该方法较常规的全局DIC方法具有更高的测量精度和效率,以单轴拉伸铝合金试样的均匀变形为例探讨了该方法的适用性,但未探讨该方法对于局部

化变形测量的适用性。

在很多实际工况下,物体会同时发生非局部化变形和局部化变形。考虑到局部DIC方法的局部化变形测量精度和全局DIC方法的测量效率,对于测量局部化出现后的变形,为了同时确保较高的测量精度和效率,本文提出了一种与文献[17]方法有区别的全局与局部匹配相结合的局部化变形测量DIC方法:首先,利用局部DIC方法测量物体表面的变形并确定全局DIC方法的计算区域;然后,利用全局DIC方法测量该区域的变形,并以该测量结果更新局部DIC方法的测量结果。通过虚拟剪切带形成的数值实验和土样的双轴压缩实验,对比了局部DIC方法、亚像素初值的九节点全局DIC方法和提出方法的测量结果,以验证提出方法的有效性。

2 DIC方法的基本原理

2.1 局部DIC方法的基本原理

局部DIC方法的基本原理如图1所示。在参考图像上,以任一测点 $P(x_0, y_0)$ 为中心,选择 $(2M+1) \times (2M+1)$ 的子区,其中 M 为正整数,通过相关运算找到该测点在目标图像上的坐标 $P'(x'_0, y'_0)$ 。

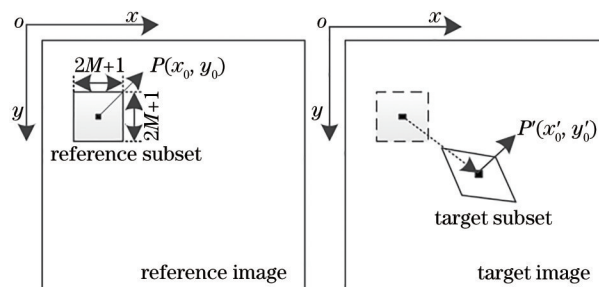


图1 局部DIC方法原理图

Fig. 1 Schematic of subset-DIC method

若参考子区的灰度为 f ,目标子区的灰度为 g ,则参考子区和目标子区的相关系数 C_{ZNCC} ^[18]可以表示为

$$C_{ZNCC} = \frac{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y) - \bar{f}][g(x', y') - \bar{g}]}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y) - \bar{f}]^2 \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y') - \bar{g}]^2}}, \quad (1)$$

式中： \bar{f} 和 \bar{g} 分别表示参考子区和目标子区的灰度均值； $x'=x+u+u_x\Delta x+u_y\Delta y$ ， $y'=y+v+v_x\Delta x+v_y\Delta y$ ，其中， u 和 v 分别为参考子区中心点的水平位移和垂直位移， Δx 和 Δy 分别为点 (x, y) 相对于参考子区中心点的水平偏移量和垂直偏移量， u_x 、 u_y 、 v_x 和 v_y 分别为 u 和 v 在 x 方向和 y 方向的梯度。

2.2 全局 DIC 方法的基本原理

基于九节点等参元位移表征模式的全局 DIC 方法^[15](九节点全局 DIC 方法)的基本原理如图 2 所示。将计算区域(AOI)划分为若干个互不相交的九节点四边形单元,通过相关运算找到所有单元在变形后的图像上的位置。

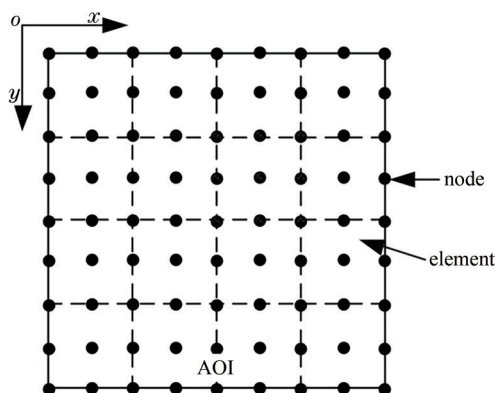


图 2 九节点全局 DIC 方法原理图

Fig. 2 Schematic of nine-node global-DIC method

局部 DIC 方法的子区可能有重合部分,而以 AOI 边缘的测点为中心的子区会包含 AOI 之外的区域。因此,用 F 、 G 分别表示单元变形前、后的灰度,以便与子区的灰度区分开。这里,采用最小平方距离相关函数 C_{SSD} 寻找 AOI 变形后的位置:

$$C_{SSD} = \sum_{h=1}^H \sum_{\Omega_h} [F(x, y) - G(\tilde{x}, \tilde{y})]^2, \quad (2)$$

式中： Ω_h ($h=1, 2, \dots, H$) 为 AOI 内的第 h 个单元, H 为 AOI 内单元的数量； \tilde{x} 、 \tilde{y} 分别为点 (x, y) 在变形后 Ω_h 内的坐标, $\tilde{x}=x+u$, $\tilde{y}=y+v$ 。

等参元内任意一点的位移均可以通过该点在局部坐标系 $\xi O \eta$ 中的坐标、单元的形函数和节点位移来表示。这样,九节点等参元内任意一点 (x, y) 的 u 和 v 可表示为

$$u = \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta) u_i, \\ v = \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta) v_i, \quad (3)$$

式中： (ξ, η) 为点 (x, y) 在 $\xi O \eta$ 中的坐标； u_i 、 v_i 分别为该单元第 i 个节点的水平位移和垂直位移； N_i 为该单元的形函数。

3 全局与局部匹配相结合的 DIC 方法

对于局部化出现后的变形,提出了一种全局与局部匹配相结合的局部化变形测量 DIC 方法,以改善局部 DIC 方法的局部化变形测量精度和全局 DIC 方法的测量效率。该方法的基本原理如图 3 所示。

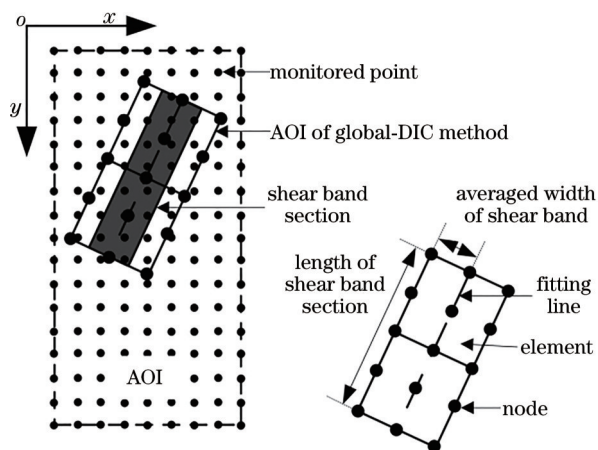


图 3 全局与局部匹配相结合的局部化变形测量 DIC 方法原理图

Fig. 3 Schematic of DIC method based on combination of element matching and subset matching for localized deformation measurements

具体过程如下:

1) 利用局部 DIC 方法计算 AOI 的位移场,并对位移场进行最小一乘拟合^[19]以获得最大剪切应变 γ_{\max} 场。

2) 根据 γ_{\max} 场中的应变高值区域选取全局 DIC 方法的 AOI。对于单条剪切带情形,对剪切带内应变高值点的位置进行线性拟合以确定剪切带区段的位置和长度,进而确定全局 DIC 方法的计算区域

的位置和长度。通过背景值法^[20]确定剪切带各处宽度。利用局部 DIC 方法测得的剪切带宽度通常被高估。因此,为了使全局 DIC 方法的 AOI 能够包含剪切带,对于其宽度,取两倍剪切带平均宽度。这样,即可确定以拟合直线为中心线的宽为两倍剪切带平均宽度、长为剪切带区段长度的全局 DIC 方法的 AOI。对于简单的多条剪切带情形,例如,平行或相距较远的剪切带等,可以将其当做单条剪切带处理。对于复杂的多条剪切带情形,例如相互交叉的剪切带等,需要选定包含所有剪切带的区域作为全局 DIC 方法的 AOI。

3) 利用全局 DIC 方法获得全局 DIC 方法的 AOI 的位移场。对全局 DIC 方法的 AOI 进行单元划分,并利用整像素初值(基于粒子群优化的整像素 DIC 方法^[21]的位移测量结果)的九节点全局 DIC 方法获得位移场。

4 局部化变形测量及结果分析

4.1 虚拟剪切带变形测量及结果分析

众所周知,模拟散斑图具有良好的图像可控特征,经常被用来检验 DIC 方法的测量精度。根据 Zhou 等^[22]的方法制作模拟散斑图(图 4(a)),其尺寸为 500 pixel×700 pixel,散斑数量为 11500 个,散斑半径为 3 pixel,并建立如图所示的 xoy 坐标系。以图 4(a)为参考图像,根据塑性梯度理论^[23]和仿射变换制作含水平虚拟剪切带的图像(图 4(b))。水平虚拟剪切带内部水平位移 $u(y)$ 可被表示为

$$u(y) = \bar{\gamma}_p \left(y - y_m + l \sin \frac{y - y_m}{l} \right), \quad (4)$$

式中: $\bar{\gamma}_p$ 为平均塑性剪切应变, $\bar{\gamma}_p = 0.2$; y_m 为剪切带中心的法向坐标, $y_m = 350$ pixel; y 为剪切带内任一点的法向坐标, $y = 320 \sim 380$ pixel; l 为内部长度, $l = w/2\pi$, w 为剪切带宽度, $w = 60$ pixel。

利用局部 DIC 方法和提出方法测量了图 4(a) 到图 4(b) 的变形, AOI 如图 4(a) 所示。局部 DIC 方法的子区尺寸分别为 21 pixel×21 pixel 和 41 pixel×41 pixel, 测点间隔为 1 pixel, 位于剪切带内(包括剪切带边界上)的测点数量为 61 个。提出方法的单元尺寸与局部 DIC 方法的子区尺寸保持一致, 以下统称尺寸。

分别对提出方法和局部 DIC 方法的相同 y 坐标的位移和位移误差取平均, 得到了水平位移均值 u_0 和误差均值 u_{e0} 、垂直位移均值 v_0 和误差均值 v_{e0} 。

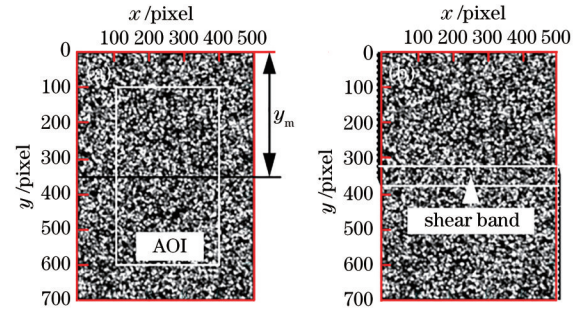


图 4 模拟散斑图。(a)参考图像;(b)含水平虚拟剪切带的图像

Fig. 4 Simulated speckle images. (a) Reference image; (b) image containing a horizontal fictitious shear band

图 5 和图 6 给出了不同尺寸时两种方法的位移均值和位移误差均值分布。图 5(a)和图 5(b)、图 6(a)和图 6(b)还给出了各位移理论值的分布。表 1 给出了不同尺寸时剪切带内两种方法的水平位移均值误差限 δ_u 和垂直位移均值误差限 δ_v 。

由图 5 和图 6 可以发现:1) 在剪切带外,两种方法的 u_0 和 v_0 都接近理论值, u_{e0} 和 v_{e0} 都几乎为 0。2) 在剪切带内,两种方法的 u_0 的整体趋势与理论值相同,且随着尺寸的增大,两种方法的 u_{e0} 都有所增大;提出方法的 v_0 接近理论值, v_{e0} 几乎为 0,且局部 DIC 方法的 v_0 和 v_{e0} 的绝对值都大于提出方法的,这表明在一定程度上提出方法在剪切带内的位移测量优于局部 DIC 方法。

由表 1 可以发现,在剪切带内,随着尺寸的增大,对于局部 DIC 方法, δ_u 和 δ_v 一直增大;对于提出方法, δ_u 先减小后增大, δ_v 在一定范围内小幅度变化。应当指出,当尺寸为 21 pixel×21 pixel 时,提出方法的 δ_u 取最小值;除了尺寸为 11 pixel×11 pixel 时局部 DIC 方法的 δ_u 之外,局部 DIC 方法的 δ_u 和 δ_v 都大于提出方法的,例如,当尺寸为 31 pixel×31 pixel 时,提出方法的 δ_u 和 δ_v 分别为 0.6270 pixel 和 0.0055 pixel,局部 DIC 方法的 δ_u 和 δ_v 分别为 0.9071 pixel 和 0.0465 pixel,前者的 δ_u 和 δ_v 分别只有后者的 69.12% 和 11.83%。

另外,借鉴文献[17]的思路(将局部 DIC 方法的位移测量结果作为全局 DIC 方法的迭代初值),实现了亚像素初值的九节点全局 DIC 方法,并测量了图 4(a)到图 4(b)的变形,测量结果已在图 5、图 6 和表 1 中呈现。可以发现,在剪切带内,当尺寸合适时,该方法的测量结果优于局部 DIC 方法的,且与提出方法的较为接近,但与之也存在一定的差别。

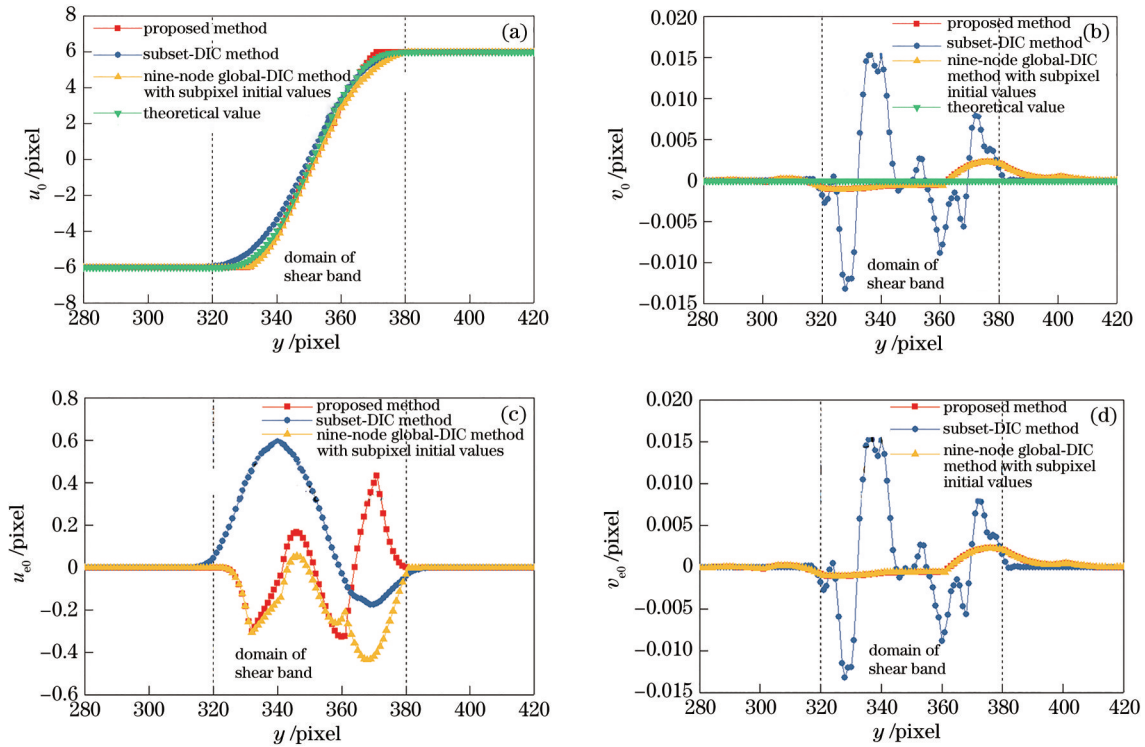


图 5 尺寸为 21 pixel×21 pixel 时三种方法的位移均值和位移误差均值分布。(a) u_0 ; (b) v_0 ; (c) u_{e0} ; (d) v_{e0}
 Fig. 5 Distributions of averaged displacements and displacement errors of three kinds of methods when size is 21 pixel×21 pixel.

(a) u_0 ; (b) v_0 ; (c) u_{e0} ; (d) v_{e0}

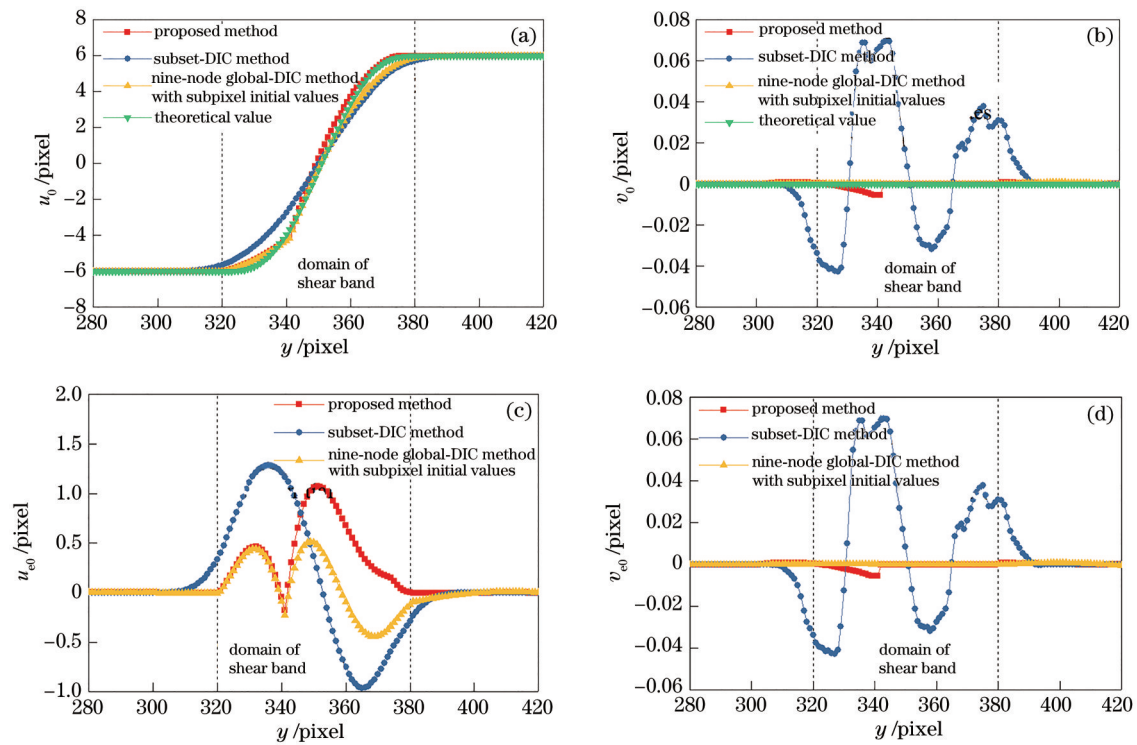


图 6 尺寸为 41 pixel×41 pixel 时三种方法的位移均值和位移误差均值分布。(a) u_0 ; (b) v_0 ; (c) u_{e0} ; (d) v_{e0}
 Fig. 6 Distributions of averaged displacements and displacement errors of three kinds of methods when size is 41 pixel×41 pixel.

(a) u_0 ; (b) v_0 ; (c) u_{e0} ; (d) v_{e0}

表 1 尺寸对三种方法的 δ_u 和 δ_v 的影响Table 1 Effects of sizes on δ_u and δ_v of three kinds of methods

| Size of elements or subsets | Proposed method | | Subset-DIC method | | Nine-node global-DIC method with subpixel initial values | |
|-----------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|----------------------------------------------------------|-------------------|
| | δ_u /pixel | δ_v /pixel | δ_u /pixel | δ_v /pixel | δ_u /pixel | δ_v /pixel |
| 11 pixel×11 pixel | 0.4625 | 0.0005 | 0.4174 | 0.0115 | 0.7890 | 0.0105 |
| 21 pixel×21 pixel | 0.4341 | 0.0023 | 0.5931 | 0.0153 | 1.0065 | 0.0157 |
| 31 pixel×31 pixel | 0.6270 | 0.0055 | 0.9071 | 0.0465 | 1.2472 | 0.0454 |
| 41 pixel×41 pixel | 1.0735 | 0.0005 | 1.2854 | 0.0698 | 1.5767 | 0.0699 |

例如,当尺寸为 21 pixel×21 pixel 时,局部 DIC 方法的 δ_u 和 δ_v 分别为 0.5931 pixel 和 0.0153 pixel,提出方法的分别为 0.4341 pixel 和 0.0023 pixel,亚像素初值的九节点全局 DIC 方法的分别为 1.0065 pixel 和 0.0157 pixel。这是由于 DIC 方法的迭代过程是相关系数的非线性优化过程,赋予的迭代初值不同,得到的结果可能不同。将表 1 中 δ_u 最小时对应的尺寸作为各自的最优尺寸。当尺寸取最优时,提出方法(尺寸取 21 pixel×21 pixel)、局部 DIC 方法(尺寸取 11 pixel×11 pixel)和亚像素初值的九节点全局 DIC 方法(尺寸取 11 pixel×11 pixel)的测量耗时分别为 29.2、20.1、37.6 min。这表明,对于局部化出现后的变形,相较于局部 DIC 方法,利用提出方法进行测量,在增加少量测量耗时的情况下可保证局部化变形测量精度;利用亚像素初值的九节点全局 DIC 方法进行测量,需要增加一定耗时以保证 AOI 变形测量精度。

以上结果表明,在剪切带外,三种方法都具有很高的位移测量精度;在剪切带内,当尺寸合适时,相较于局部 DIC 方法,提出方法和亚像素初值的九节点全局 DIC 方法更适于位移测量,且提出方法在测量效率方面更具优势。

4.2 双轴压缩土样局部化变形测量及结果分析

实验用土取自辽宁省阜新市郊区,为高液限黏土。采用浇注法制备了 56 个土样,并在土样的一个最大且平整度较好的表面喷涂散斑。将土样置于自制的平面应变模型加载装置^[24]中,通过压力试验机在纵向进行加载,利用气囊施加侧压。利用 CCD 相机对喷涂了散斑的土样表面进行连续拍摄,拍摄速度为 8 frame/s,分辨率为 1824 pixel×1368 pixel。在实验完成后,利用提出方法和局部 DIC 方法进行测量。

众所周知,在剪切带出现之后,纵向应变越大,局部化变形越明显。以某一典型土样 C1-2(加载速度为 2.5 mm/min,侧压为 0.1 MPa)为例,测量从加

载开始到剪切带出现之后某一典型时刻(纵向应变为 0.037)的 γ_{\max} 。图 7 给出了该土样加载前和该典型时刻的图像。提出方法和局部 DIC 方法的参数如下:子区尺寸取 11 pixel×11 pixel,测点间隔取 5 pixel,共 151 行×77 列测点;提出方法中的单元尺寸取 21 pixel×21 pixel。AOI 如图 7(a) 所示,其尺寸为 750 pixel×380 pixel。局部 DIC 方法和提出方法的测量耗时分别为 28.9、31.6 min,后者比前者仅增加 2.7 min。

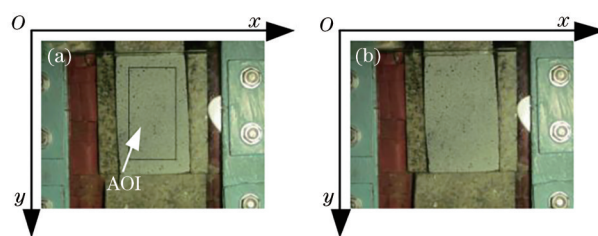


图 7 土样的图像。(a)加载前;(b)某一典型时刻

Fig. 7 Images of clay specimen. (a) Initial loading stage; (b) typical moment during loading process

图 8 给出了两种方法的 γ_{\max} 。由此可以发现,提出方法的剪切带比局部 DIC 方法的更清晰,且提出方法的剪切带内 γ_{\max} 的最大值比局部 DIC 方法的大。

为了定量分析两种方法的测量结果,监测了垂直于剪切带的多条测线上的 γ_{\max} 。测线 A_1 、 A_2 、 B_1 和 B_2 的位置如图 8 所示。图 9 给出了各测线上的 γ_{\max} 分布。由此可以发现,在同一条测线上,相较于局部 DIC 方法,提出方法的剪切带内 γ_{\max} 的最大值更大。例如,在测线 A_1 上,提出方法的 γ_{\max} 为 0.265,局部 DIC 方法的 γ_{\max} 为 0.179;在测线 B_1 上,提出方法的 γ_{\max} 为 0.185,局部 DIC 方法的 γ_{\max} 为 0.122。

另外,亚像素初值的九节点全局 DIC 方法(尺寸取 21 pixel×21 pixel)的测量结果也在图 9 中呈现。可以发现,在同一条测线上,该方法的 γ_{\max} 变化

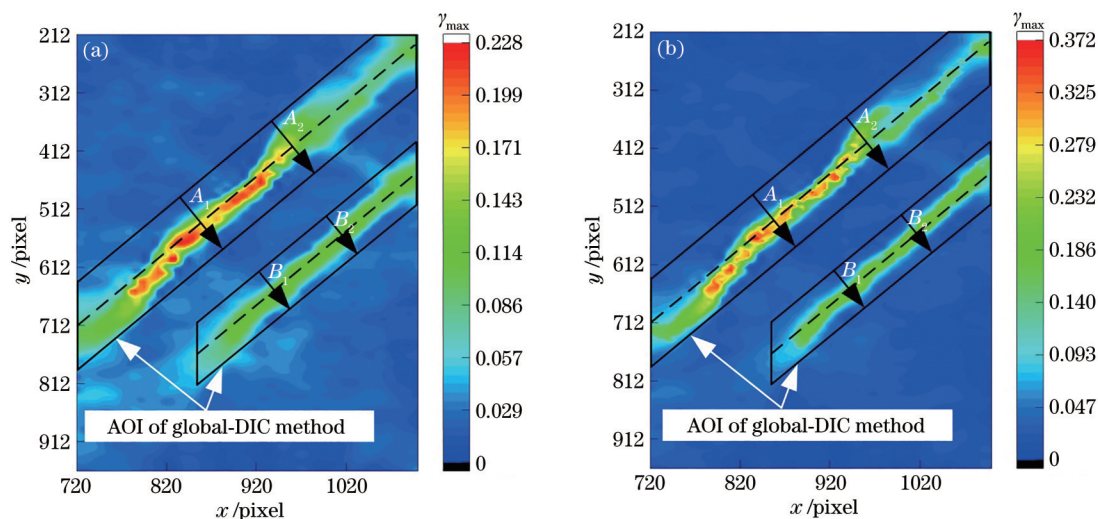


图 8 两种方法的 γ_{\max} 。(a)局部 DIC 方法;(b)提出方法

Fig. 8 γ_{\max} of two kinds of methods. (a) Subset-DIC method; (b) proposed method

趋势与提出方法的十分接近,但测量耗时为 49.1 min,比局部 DIC 方法的和提出方法的分别多 20.2、17.5 min。

根据分析,局部 DIC 方法的剪切带中心附近的 γ_{\max} 小于理论解^[25-26],而目前的结果表明,局部 DIC

方法的剪切带中心附近的 γ_{\max} 小于提出方法的,这在一定程度上说明了提出方法比局部 DIC 方法更适于局部化出现后的变形测量。

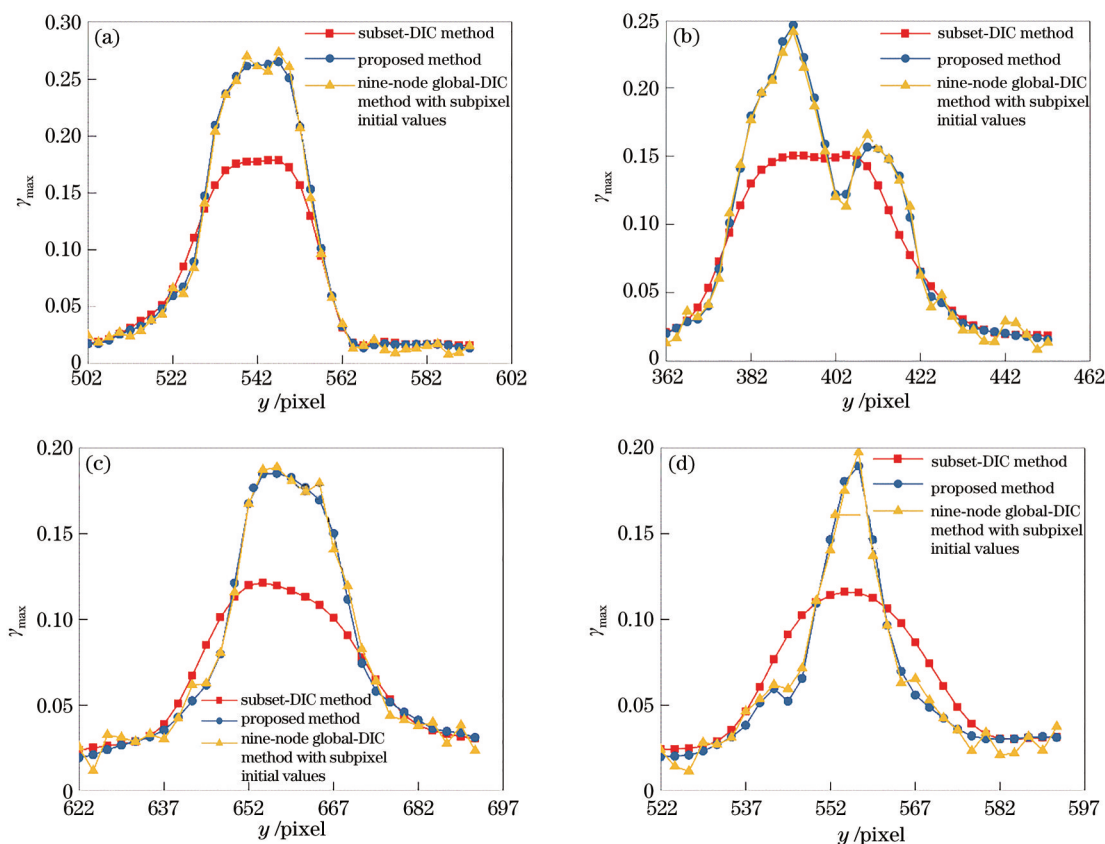


图 9 各测线上的 γ_{\max} 分布。(a) A_1 ; (b) A_2 ; (c) B_1 ; (d) B_2

Fig. 9 Distributions of γ_{\max} at each monitored line. (a) A_1 ; (b) A_2 ; (c) B_1 ; (d) B_2

5 结 论

对于局部化出现后的变形,为了改善局部DIC方法的测量精度和全局DIC方法的测量效率,提出了一种全局与局部匹配相结合的局部化变形测量DIC方法。虚拟剪切带形成的数值实验和土样的双轴压缩实验结果表明,当尺寸合适时,提出方法在增加少量测量耗时的情况下可保证局部化变形测量精度,测得的剪切带内最大剪切应变的最大值更大。提出方法和亚像素初值的九节点全局DIC方法均优于局部DIC方法,且提出方法在测量效率方面更具优势。

参 考 文 献

- [1] Yamaguchi I. A laser-speckle strain gauge[J]. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1981, 14(11): 1270-1273.
- [2] Peters W H, Ranson W F. Digital imaging techniques in experimental stress analysis[J]. *Optical Engineering*, 1982, 21: 427-431.
- [3] 朱飞鹏, 陆润之, 白鹏翔, 等. 双反射镜成像用于二维数字图像相关应变精度提升[J]. *光学学报*, 2019, 39(12): 1212002.
Zhu F P, Lu R Z, Bai P X, et al. Enhancement of strain measurement accuracy of two-dimensional digital image correlation based on dual-reflector imaging [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(12): 1212002.
- [4] 王凡, 赵亮, 吴晓东, 等. 基于CT及数字图像相关法的混凝土变形场测量分析[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(20): 200401.
Wang F, Zhao L, Wu X D, et al. Measurement and analysis of concrete deformation field based on CT and digital image correlation method[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(20): 200401.
- [5] 叶沛, 张梅, 马万龙, 等. 用于数字图像相关位移测量的一种改进爬山算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(2): 021506.
Ye P, Zhang M, Ma W L, et al. Improved climbing algorithm for digital image correlation displacement measurements[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(2): 021506.
- [6] 王莹, 沈岨, 夏瀚笙, 等. 数字图像相关法中一种动态应变子区选择算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(9): 091001.
Wang Y, Shen H, Xia H S, et al. An dynamic strain subset selection algorithm in digital image correlation method[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(9): 091001.
- [7] 潘兵, 谢惠民. 数字图像相关中基于位移场局部最小二乘拟合的全场应变测量[J]. *光学学报*, 2007, 27(11): 1980-1986.
Pan B, Xie H M. Full-field strain measurement based on least-square fitting of local displacement for digital image correlation method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(11): 1980-1986.
- [8] Pan B, Asundi A, Xie H, et al. Digital image correlation using iterative least squares and pointwise least squares for displacement field and strain field measurements[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2009, 47(7-8): 865-874.
- [9] 徐松林, 吴文. 岩土材料局部化变形分岔分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(20): 3430-3438.
Xu S L, Wu W. Bifurcation analysis on deformation localization of geomaterial[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(20): 3430-3438.
- [10] 王博, 俞立平, 潘兵. 数字图像相关方法中匹配及过匹配形函数的误差分析[J]. *实验力学*, 2016, 31(3): 291-298.
Wang B, Yu L P, Pan B. On the error analysis of matched and overmatched shape function in digital image correlation method[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2016, 31(3): 291-298.
- [11] Sun Y F, Pang J H L, Wong C K, et al. Finite element formulation for a digital image correlation method[J]. *Applied Optics*, 2005, 44(34): 7357-7363.
- [12] Wittevrongel L, Lava P, Lomov S V, et al. A self adaptive global digital image correlation algorithm[J]. *Experimental Mechanics*, 2015, 55(2): 361-378.
- [13] Kleinendorst S M, Hoefnagels J P M, Verhoosel C V, et al. On the use of adaptive refinement in isogeometric digital image correlation[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2015, 104(10): 944-962.
- [14] 杜鉴昕, 赵加清, 王海涛, 等. 一种针对裂尖变形场测量的正则化全局DIC方法[J]. *光学学报*, 2020, 40(11): 1112001.
Du J X, Zhao J Q, Wang H T, et al. Regularized global digital image correlation method for crack tip deformation field measurement[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(11): 1112001.
- [15] 王显. 考虑时/空连续性的数字图像相关方法及其应用[D]. 北京: 北京理工大学, 2014.
Wang X. Spatio-temporal continuum digital image correlation method and its applications[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2014.
- [16] Wang X, Liu X J, Zhu H B, et al. Spatial-temporal

- subset based digital image correlation considering the temporal continuity of deformation[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2017, 90: 247-253.
- [17] Wang B, Pan B, Lubineau G. Some practical considerations in finite element-based digital image correlation[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2015, 73: 22-32.
- [18] 宋海鹏. 数字图像相关方法及其在材料损伤破坏实验中的应用[D]. 天津: 天津大学, 2013.
Song H P. Digital image correlation method and experimental investigation on damage and failure of material[D]. Tianjin: Tianjin University, 2013.
- [19] 王学滨, 董伟, 杨梅, 等. 基于最小一乘拟合的非均匀应变的数字图像相关测量[J]. *光学学报*, 2020, 40(3): 0312001.
Wang X B, Dong W, Yang M, et al. Inhomogeneous strain measurement based on least absolute deviation fitting for digital image correlation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(3): 0312001.
- [20] 王学滨, 董伟, 侯文腾, 等. 基于背景值及数字图像相关方法的土样剪切带宽度测量[J]. *西北农林科技大学学报(自然科学版)*, 2018, 46(12): 147-154.
Wang X B, Dong W, Hou W T, et al. Measurement of shear band widths of clay specimen based on background value method and digital image correlation method[J]. *Journal of Northwest A & F University (Natural Science Edition)*, 2018, 46(12): 147-154.
- [21] 杜亚志, 王学滨. 基于粒子群算法的整像素数字图像相关方法[J]. *计算机工程与应用*, 2012, 48(6): 200-204, 228.
Du Y Z, Wang X B. Digital image correlation method based on particle swarm optimization algorithm without subpixel interpolation[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2012, 48(6): 200-204, 228.
- [22] Zhou P, Goodson K E. Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/speckle correlation[J]. *Optical Engineering*, 2001, 40: 1613-1620.
- [23] 王学滨, 潘一山, 马瑾. 剪切带内部应变(率)分析及基于能量准则的失稳判据[J]. *工程力学*, 2003, 20(2): 111-115.
Wang X B, Pan Y S, Ma J. Analysis of strain and strain rate in shear band and its instability based on energy criterion[J]. *Engineering Mechanics*, 2003, 20(2): 111-115.
- [24] 王学滨, 田锋, 董伟, 等. 平面应变条件下含孔洞土样受内压作用的变形破坏过程[J]. *土木与环境工程学报(中英文)*, 2019, 41(6): 27-35.
Wang X B, Tian F, Dong W, et al. Experimental measurements of deformation and failure processes of plane strain clay specimens with holes and subjected to internal pressures[J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2019, 41(6): 27-35.
- [25] 王学滨, 杜亚志, 潘一山. 考虑一阶和二阶位移梯度的数字图像相关方法在剪切带测量中的比较[J]. *工程力学*, 2013, 30(7): 282-287.
Wang X B, Du Y Z, Pan Y S. A comparison of DIC methods considering the first- and second-order displacement gradients in shear band measurements[J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(7): 282-287.
- [26] 徐小海, 苏勇, 蔡玉龙, 等. 数字图像相关法测量局域变形场中形函数和模板尺寸的影响[J]. *力学学报*, 2015, 47(5): 848-862.
Xu X H, Su Y, Cai Y L, et al. Influence of shape functions and template size in digital image correlation method for highly inhomogeneous deformations[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(5): 848-862.