

基于图像匹配点全局拓扑分布的内点率提升算法

魏若岩^{1*}, 王俊峰¹, 朱晓庆²

¹河北经贸大学信息技术学院, 河北 石家庄 050061;

²北京工业大学信息学部, 北京 100124

摘要 针对在高外点率情况下的图像匹配模型估计问题, 提出了一种基于匹配点全局拓扑分布特征的内点率提升算法, 仅通过匹配点在图像中的拓扑分布特征即可滤除部分外点从而提高内点占比, 可应用于所有的图像匹配模型估计。该算法首先基于内点在图像中的几何拓扑分布将匹配类型分为同分布匹配和非同分布匹配, 并给出匹配模型, 然后在匹配模型基础上给出内点率提升模型, 最后给出用于将内点率提升算法与现有模型估计算法相结合的系列接口。实验中, 将提出算法与部分现有的模型估计算法相结合, 并对结合前与结合后的效果进行对比, 结果表明该算法可显著提高原匹配模型估计算法的内点率, 并可有效降低其运行成本。

关键词 图像处理; 拓扑分布; 内点率提升; 模型估计; 接口设计

中图分类号 TP391

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1010011

Inliers Ratio Promotion Algorithm Based on Global Topological Distribution of Image Matching Points

Wei Ruoyan^{1*}, Wang Junfeng¹, Zhu Xiaoqing²

¹College of Information Technology, Hebei University of Economics and Business, Shijiazhuang 050061, Hebei, China;

²Faculty of Information Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China

Abstract Aiming at the problem of image matching model estimation in the condition of high outliers ratio, an algorithm of inliers ratio promotion based on the global topological distribution of matching points is proposed. The algorithm can filter out some outliers only by the topological distribution characteristics of matching points and improve the inliers ratio, which can be applied to all the model estimation algorithms. First, matching types are divided into identical distribution and non-identical distribution based on the geometric topological distribution of inliers, and the matching model is given based on the two matching types. Second, the algorithm of inliers ratio promotion is given. Finally, series of interfaces are given to combine the proposed algorithm with the existing model estimation algorithm. In the experiment, some image matching model estimation algorithms are combined with the proposed algorithm. The experimental results show that the proposed method can significantly improve the inliers ratio and decrease the time consumption of the original model estimation algorithms after the combination with the proposed algorithm.

Key words image processing; topological distribution; inliers ratio promotion; model estimation; interface design

收稿日期: 2021-07-18; 修回日期: 2021-08-21; 录用日期: 2021-09-23

基金项目: 国家自然科学基金(61773027, 62103009)、河北省重点研发计划项目(17216108)、河北省自然科学基金(F2018207038)、河北省教育厅科研项目(QN2020186)、河北经贸大学重点项目(2021ZD08)

通信作者: *weiruoyan1984@163.com

1 引言

宽基线、视角差异、拍摄延时等因素使得图像间的匹配结果中存在一定数量的错匹配对(外点),会影响导航、定位、测量、三维重建的效果^[1-2]。因此,如何在匹配结果中找到正确匹配对(内点)就显得尤为关键^[3-4]。解决此类问题的方法称为匹配模型估计算法,按算法功能分为最优模型估计和多模型估计^[5]。最优模型估计是估计图像之间的最优模型,即单模型估计,代表算法是 Ransac^[6],该算法演化出了 M 估计法^[7]、Lmeds^[8]、Mlesac^[9]、Mapsac^[10]、Ransac-TDD^[11]、Ransac-SPRT^[12]、Ransac-Bailout^[13]、LO-Ransac^[14]、Optimal-Ransac^[15]、Magsac^[16]和 GC-Ransac^[17]等算法,但它们的问题是迭代次数随外点率呈指数级增长^[18],当内点率较低时,较难通过较少的迭代获得最佳匹配模型。为了有效降低迭代次数,Prosac 算法^[19]通过距离比(DR)^[20]选取关键点来提高内点率。Napsac 算法^[21]通过内点的局部聚集性提高内点率,衍生算法包括 Scramsac^[22]、GroupSAC^[23]及 GMS^[24]。Pnapsac^[25]和 SC-Ransac^[26]属于 Prosac 和 Napsac 的结合,它们兼具这两类算法的特点。USAC1.0^[27]、USAC2.0^[28]以及 VSAC^[29]综合了以上所述算法的特点,例如 USAC1.0 综合了 Prosac、LO-Ransac、Scramsac 等算法的特点,USAC2.0 综合了 GC-Ransac、Pnapsac 以及 Ransac-SPRT 等算法的特点,VSAC 综合了 Ransac-SPRT、GC-Ransac 以及 Magsac 等算法的特点,这些算法的确在一定程度上提高了算法的效果,包括运行速度、精度等,但是需要设定较多的参数^[29]。多模型估计是估计匹配图像间的多个模型。

Cavalli 等^[30]提出的 Adalam 算法,先用 DR 选取关键点,然后对每个关键点的局部区域进行 Ransac 以实现多模型估计。Sequential-Ransac 算法^[31]通过多次执行 Ransac 估计出多个图像平面,每次 Ransac 估计出一个模型,与该平面相关的匹配被去除,然后再次执行 Ransac。Yi 等^[32]基于图神经网络提出了 PointCN 算法,该算法对匹配点的上下文进行特征提取,再利用深度神经网络对匹配点的内点概率进行估计,从而达到外点过滤的目的。Zhang 等^[33]在 PointCN 算法的基础上提出了 OANET 算法,该算法取无序稀疏匹配点的局部上下文特征,并用 Order-Aware 过滤模块获取全局上下文特征。Zhao 等^[34]提出的 NMNET 算法先利用内点的局部聚集性特点对外点进行过滤,然后用图神经网络模型进行多模型估计。Sarlin 等^[35]提出了一种基于图神经网络的模型估计算法 SuperGlue,且采用注意力机制增强局部特征差异性。可看出 Adalam 算法基于 DR 选择关键点,PointCN、OANET、NMNET 以及 SuperGlue 算法用到图神经网络方法,本质上都是利用了内点局部聚集性的特点。由上述可知,当前多数算法通过 DR 或内点局部聚集性对外点进行过滤以达到内点率提升的目的,但是这两种方法均具有一定的局限性,本文详细阐述了其局限性并给出解决方案,提出了内点率提升算法及接口设计,并给出了对比实验,证明了提出方法的有效性。

2 问题和解决方案

图 1^[36]为序列图像,该序列图的视角呈现增加状态。图 2 为匹配图的 DR 直方图(m 表示匹配,例:1m2 表示第 1 张图和第 2 张图匹配),其中纵坐标为

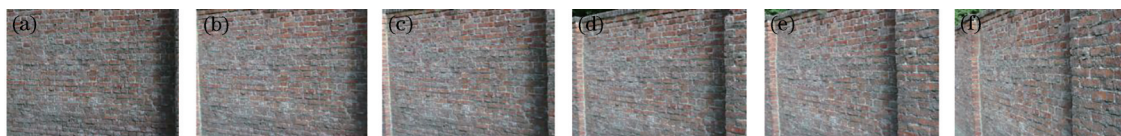


图 1 序列图像^[36]。(a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5; (f) 6

Fig. 1 Image sequence^[36]. (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5; (f) 6

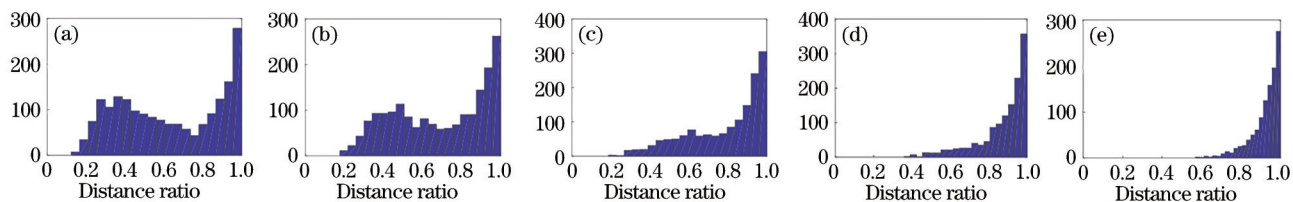


图 2 图 1 中匹配图像的 DR 直方图。(a) 1m2; (b) 1m3; (c) 1m4; (d) 1m5; (e) 1m6

Fig. 2 Histogram of DR in Fig1. (a) 1m2; (b) 1m3; (c) 1m4; (d) 1m5; (e) 1m6

不同 DR 的统计数,直方图随视角差异的增大逐渐趋于 1。所以在 大视角条件下较难通过 DR 提高内点率。图 3^[37]为缩放图像间的匹配图,其中图 3(a)为正确匹配对,图 3(b)为正确匹配点与错匹配点的分布,内点率为 5.1%,可见左图中近邻内点相距较远,右图近邻内点相距较近。图 4 是图 3 中近邻内点距离直方图(最近的 10 个内点),其中纵坐标为不同内点距离的统计数,图 4(a)的距离范围是 10~160 pixel,图 4(b)的距离范围是 2~30 pixel,且图 4(a)中内点的近邻区域大多为外点。基于内点局部聚集性的外点过滤方法的局部区域范围需要

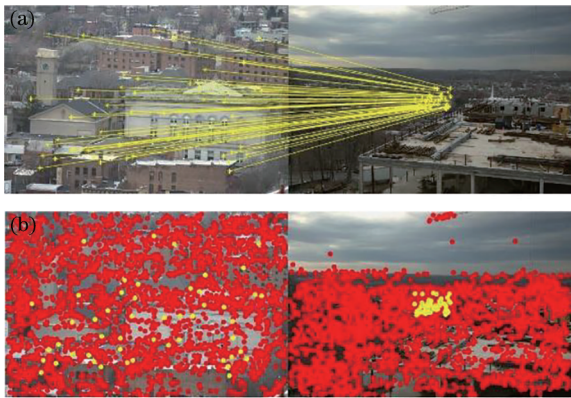


图 3 缩放图像间内外点关系示意图^[37]。(a)内点线对;(b)内点与外点在图像中的分布
Fig. 3 Inliers and outliers in image pairs with zoom^[37]. (a) Image pairs of inliers; (b) distributions of inliers and outliers

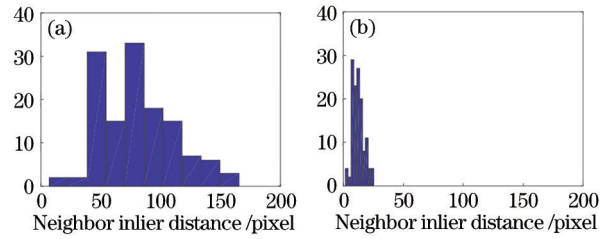


图 4 图 3 中近邻内点距离直方图。(a)图 3 左图;(b)图 3 右图
Fig. 4 Histogram of neighbor inlier distance in Fig. 3. (a) Left image in Fig. 3; (b) right image in Fig. 3

人工设定,所以当图像间的缩放关系非常明显时,该类算法较难找到有效的局部区域。

可见,目前的内点率提升方法易受到光照条件以及大视角差异的影响,为解决该问题,本文提出了一种基于图像匹配点全局拓扑分布特征的内点率提升算法,该算法有以下两个特征:1)并非只从一幅匹配图像中寻找内点聚集信息,而是综合考虑两幅匹配图像中匹配点的分布特点;2)考虑到可能存在的缩放问题,不是从局部区域寻找内点的聚集特征,而是从全局考虑。本文还给出了与现有模型估计算法相结合的接口模型。本文方法应用于各类图像匹配模型估计算法的前一阶段(如图 5 中灰底区域),可有效提升算法的时效性和内点查找精度。这里需指出的是该方法只适用于尺寸相近的图像匹配(这里的尺寸是指图像的长和宽,并非图像间的视角,视角是图像中场景的差异),若图像间尺寸相差较大,可用插值方法对图像的尺寸进行修正。

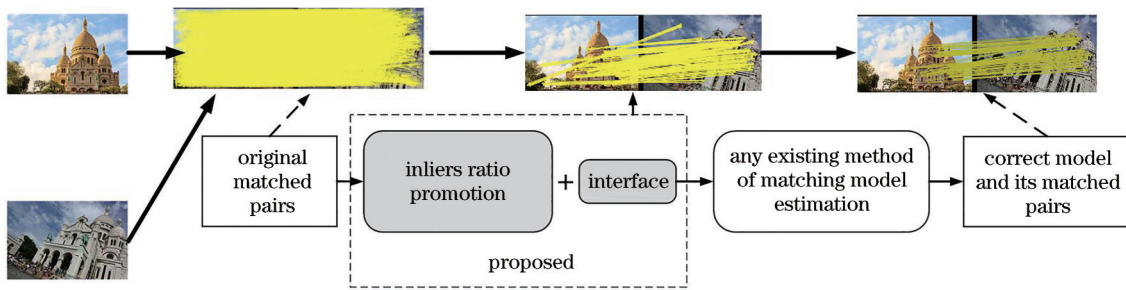


图 5 基于内点率提升的图像匹配模型估计流程图
Fig. 5 Flow chart of image matching model estimation based on inliers ratio promotion

3 内点率提升与接口设计

3.1 内点率提升算法

3.1.1 匹配模型和距离矩阵

令 $SP^L = \{sp_1^L, sp_2^L, \dots, sp_N^L\}$ 为左图匹配点, $SP^R = \{sp_1^R, sp_2^R, \dots, sp_N^R\}$ 为右图匹配点,两集合构成 N 对匹配点 $\{sp_i^L, sp_i^R\}, i = 1, 2, \dots, N$ 。令 S_T 为内点

集合,即当 $\{sp_i^L, sp_i^R\} \in S_T$ 时符合相应的距离误差关系式:

$$\left\{ \begin{aligned} &|[sp_i^R, 1]^T - H[sp_i^L, 1]^T| \leq T_H \\ &\frac{[sp_i^R, 1]^T F [sp_i^L, 1]^T}{(Fsp_i^L)_1^2 + (Fsp_i^L)_2^2 + (F^T sp_i^R)_1^2 + (F^T sp_i^R)_2^2} \leq T_F \end{aligned} \right. \quad (1)$$

式中: H 和 F 分别为匹配图像的单应性矩阵和基础

矩阵^[38]; T_H 和 T_F 为距离误差阈值, 一般取值为 3~10 pixel; Fsp_i^L 和 $F^T sp_i^R$ 均为基础矩阵(3行3列)与坐标点(z 轴方向为1)的乘积; $(Fsp_i^L)_1^2$ 和 $(Fsp_i^L)_2^2$ 分别是 Fsp_i^L 的第一个元素和第二个元素的平方, $(F^T sp_i^R)_1^2$ 和 $(F^T sp_i^R)_2^2$ 分别是 $F^T sp_i^R$ 的第一个元素和第二个元素的平方。根据匹配点又可得到距离矩阵 D^L 和 D^R :

$$D^L = \{d_{ij}^L\}_{N \times N}, d_{ij}^L = |sp_i^L - sp_j^L|, \quad (2)$$

$$D^R = \{d_{ij}^R\}_{N \times N}, d_{ij}^R = |sp_i^R - sp_j^R|, \quad (3)$$

式中: d_{ij}^L 为左图中 sp_i^L 与 sp_j^L 之间欧氏距离的绝对值; d_{ij}^R 为右图中 sp_i^R 与 sp_j^R 之间欧氏距离的绝对值。根据式(2)~(3)可知 D^L 和 D^R 的对角线均为零。

3.1.2 内外点距离和匹配类型

若 $d_{ij}^L = |sp_i^L - sp_j^L|$, $sp_i^L, sp_j^L \in S_T$, 或 $d_{ij}^R = |sp_i^R - sp_j^R|$, $sp_i^R, sp_j^R \in S_T$, 则 d_{ij}^L 或 d_{ij}^R 为内点距离; 若 sp_i^L 和 sp_j^L 不全属于 S_T , 或 sp_i^R 和 sp_j^R 不全属于 S_T , 则 d_{ij}^L 或 d_{ij}^R 为外点距离。令 $d_{ij}^L = |sp_i^L - sp_j^L|$ 为左图中任意的内点距离, 它们在右图中对应的内点距离是 $d_{ij}^R = |sp_i^R - sp_j^R|$, 其中 $i \neq j$, 则有 $d_{ij}^L = \alpha \times d_{ij}^R$, 若 $\alpha \in [0.9, 1.1]$, 两幅图像为同分布匹配, 否则为非同分布匹配, 如图 6 所示。

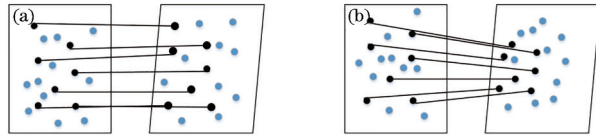


图 6 同分布匹配与非同分布匹配。(a)同分布; (b)非同分布

Fig. 6 Identical distribution (ID) and non-identical distribution (NID). (a) ID; (b) NID

3.1.3 基于匹配点全局拓扑分布的位置关系模型

令 $p_i, i = 1, 2, \dots, N$ 为其中一幅图像的 N 个匹配点, x 为图像中匹配点之间的距离, 即 $x = |p_k - p_l|, 1 \leq k \leq N, 1 \leq l \leq N, p(x)$ 为与 x 相等的距离占的比例, 即 $p(x) = \frac{m_x}{\sum_1^{C_N^2} 1}$, 其中 m_x 为距离是 x 的个数, C_N^2 为所有距离的总数, 当 x 的分布未知, 依据最大熵原则^[38], 可认为 x 服从正态分布, 即 $x \sim N(\mu, \delta^2)$, 其中 μ 和 δ^2 分别为距离的平均值和方差。令 d_{st} 和 d_{kl} 分别为内点和外点在其中一幅图像中的距离, 令 $d_{inlier} = \sum d_{st}/N_1, d_{outlier} = \sum d_{kl}/N_2, N_1$ 和 N_2 分别为图像中内点和外点距离的

数目, 匹配点距离在图像中可认为服从正态分布(如图 7 所示), 则 $\min(d_{st}) \approx \min(d_{kl}), \max(d_{st}) \leq \max(d_{kl})$, 因 d_{inlier} 和 $d_{outlier}$ 为内点距离和外点距离的平均值, 根据正态分布的对称性, 得到 $d_{outlier} - d_{inlier} \geq 0$ 。

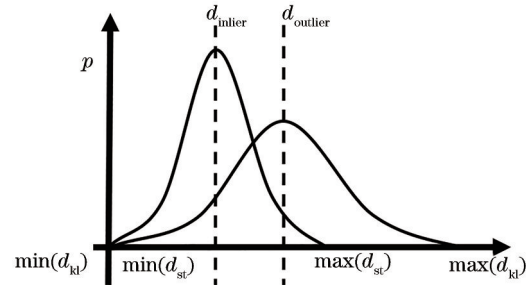


图 7 内外点距离的正态分布示意图

Fig. 7 Normal distribution of distance between inliers and outliers

定理 1: 若匹配点在图像中均匀分布, d_{st}^L 为左图中任意的内点距离, d_{st}^R 为 d_{st}^L 在右图中对应的内点距离, d_{kl}^L 为左图中任意的内点距离, d_{kl}^R 为 d_{kl}^L 在右图中的外点距离, 可得以下两个结论: 1) 当为同分布匹配时: $p(|d_{st}^L - d_{st}^R| < |d_{kl}^L - d_{kl}^R|) > 0.5$; 2) 当为非同分布匹配时: 若左图的内点比右图的内点分布集中, 则 $p(d_{st}^L < d_{kl}^L) \geq 0.5$, 若右图的内点比左图的内点分布集中, 则有 $p(d_{st}^R < d_{kl}^R) \geq 0.5$ 。

证明: 1) 对于同分布匹配, 由上文知 $d_{st}^L = \alpha \times d_{st}^R$, 且 $\alpha \in [0.9, 1.1]$, 令 d_{max} 为最大距离, $-|1 - \alpha|d_{max} \leq d_{st}^L - d_{st}^R \leq |1 - \alpha|d_{max}, -d_{max} \leq d_{kl}^L - d_{kl}^R \leq d_{max}$, 即 $|d_{st}^L - d_{st}^R| \leq |1 - \alpha|d_{max}, |d_{kl}^L - d_{kl}^R| \leq d_{max}, E(|d_{st}^L - d_{st}^R|) \leq E(|d_{kl}^L - d_{kl}^R|), p(|d_{st}^L - d_{st}^R| < |d_{kl}^L - d_{kl}^R|) < 0) = \Phi \left[\frac{E(|d_{kl}^L - d_{kl}^R|) - E(|d_{st}^L - d_{st}^R|)}{\sqrt{\delta_{st}^L + \delta_{kl}^L}} \right] \geq 0.5,$

$\delta_{st} = \sigma_{st}^L + \sigma_{st}^R, \delta_{kl} = \sigma_{kl}^L + \sigma_{kl}^R$, 其中 σ_{st}^L 和 σ_{st}^R 分别为左图和右图的内点距离的方差, σ_{kl}^L 和 σ_{kl}^R 分别为左图和右图的外点距离的方差。

2) 对于非同分布匹配, 若左图的内点比右图的内点分布集中, $d_{st}^L \sim N(d_{inlier}^L, g_{inlier}^L), d_{kl}^L \sim N(d_{outlier}^L, g_{outlier}^L)$, 其中 d_{inlier}^L 和 $d_{outlier}^L$ 为左图中的内点距离平均值和外点距离平均值, g_{inlier}^L 和 $g_{outlier}^L$ 分别为内点和外点的距离方差, 则 $p(d_{st}^L - d_{kl}^L < 0) = p\left(\frac{d_{st}^L - d_{kl}^L - (d_{inlier}^L - d_{outlier}^L)}{\sqrt{g_{inlier}^L + g_{outlier}^L}} < \frac{0 - (d_{inlier}^L - d_{outlier}^L)}{\sqrt{g_{inlier}^L + g_{outlier}^L}}\right) =$

$\Phi\left(\frac{d_{\text{outlier}}^L - d_{\text{inlier}}^L}{\sqrt{g_{\text{inlier}}^L + g_{\text{outlier}}^L}}\right)$, 因为 $d_{\text{outlier}}^L - d_{\text{inlier}}^L \geq 0$, 所以 $p(d_{\text{st}}^L < d_{\text{kl}}^L) \geq 0.5$ 。若右图的内点比左图的内点分布集中则同理有 $p(d_{\text{st}}^R < d_{\text{kl}}^R) \geq 0.5$ 。证毕。

由定理 1 知, 当图像间为同分布匹配时, 两个图像间内点的距离差有大于 50% 的概率小于外点, 所以建立两图像匹配点距离差模型 \mathbf{Z}_S , 如式(4)所示。 \mathbf{Z}_S 矩阵中值较高的点有较大可能是外点距离, 反之则有较大可能是内点距离; 当为非同分布匹配时, 单幅图像中内点与外点的分布差别较大, 内点间距离有大于 50% 的概率小于外点间的距离, 若左图的内点比右图的内点分布集中, 则建立模型 \mathbf{Z}_L , 如式(5)所示, 同理, 若右图的内点比左图的内点分布集中, 则建立模型 \mathbf{Z}_R 如式(6)所示。实际中匹配点的分布是未知的, 结合

式(4)~(6)建立匹配点距离关系模型 \mathbf{Z} , 如式(7)所示。由定理 1 可知在 \mathbf{Z} 中数值较小的点可能是内点, 反之则可能是外点。

$$\mathbf{Z}_S = |\mathbf{D}^L - \mathbf{D}^R|, \quad (4)$$

$$\mathbf{Z}_L = \mathbf{D}^L, \quad (5)$$

$$\mathbf{Z}_R = \mathbf{D}^R, \quad (6)$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_S + \mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_R. \quad (7)$$

3.1.4 算法流程

通过 \mathbf{Z} 过滤部分外点, 先求 \mathbf{Z} 的平均值 f , 大于 f 的为高值, 小于 f 的为低值, 求高值与低值的平均值 f_{high} 和 f_{low} , 若 $(f_{\text{high}} + f_{\text{low}})/2 > f$, 则高值点中聚集了大部分外点, 将 f 设置为阈值, 若 $(f_{\text{high}} + f_{\text{low}})/2 < f$, 则大部分内点集中在低值点中, 但是低值点中可能混入部分外点, 所以将 $(f_{\text{high}} + f_{\text{low}})/2$ 设置为阈值。具体步骤如表 1 所示。

表 1 内点率提升算法

Table 1 Algorithm of inliers ratio promotion

Input: N pairs of correspondences: $\{sp_i^L, sp_i^R\}, i = 1, 2, \dots, N$
Output: M pairs of correspondences after data filtering: $\{sp_i^L, sp_i^R\}, i = 1, 2, \dots, M$
Step1: Compute matrix \mathbf{Z} according to Eq. (7), the size of \mathbf{Z} is $N \times N$
Step2: Compute the sums of all columns in \mathbf{Z} , and get a data set $K = 255 - \{k_1, k_2, \dots, k_N\}$, where $k_j = \sum_{i=1}^N z_{ij}, j = 1, 2, \dots, N$
Step3: Reorder K in ascend, so, a new data set is gotten: $K' = \{k'_1, k'_2, \dots, k'_N\}$, in which $k'_j \leq k'_{j+1}$, and $j = 1, 2, \dots, N$
Step4: Compute the average value of $f: f = \sum_{j=1}^N k_j / N$, and then compute f_{high} and f_{low} , where, $f_{\text{low}} = \sum_{j=1}^{m'} k'_j / m'$, $\sum_{j=m'+1}^m k'_j / (m - m')$, and m' satisfies the expression: $k'_{m'} \leq f \leq k'_{m'+1}$
Step5: Obtain threshold $T: T = \begin{cases} f & \text{if } f < (f_{\text{low}} + f_{\text{high}})/2 \\ (f_{\text{low}} + f_{\text{high}})/2 & \text{if } f \geq (f_{\text{low}} + f_{\text{high}})/2 \end{cases}$
Step6: Obtain M pairs of correspondences after $\{sp_i^L, sp_i^R\}$, where i satisfies the expression: $k'_i \geq T$

3.2 接口算法

本文提出的内点率提升算法与图像匹配模型估计算法间还需要一个接口使得两个算法相融合, 如图 5 所示, 在引言中指出图像匹配模型估计算法按功能分为最优模型估计和多模型估计。但是根据算法原理又可分为抽样一致性类算法和图匹配类算法^[3], 两类算法的机理不同, 所以接口的设计也不同, 下面分别对这两类接口进行介绍。

3.2.1 抽样一致性类算法的接口设计

抽样一致性类算法通过每次抽取少量匹配对计算出模型, 然后将该模型回代到所有匹配对中统计适合该模型的匹配对数量, 最后将具有最多匹配对数量的模型定为最优模型, 该类算法包括:

Ransac、M 估计法、Lmeds、Mlesac、Magsac、Ransac-Tdd、Ransac-SPRT、Ransac-Bailout、LO-Ransac、Optimal-Ransac、Magsac、Prosac、Napsac、P-Napsac、SC-Ransac、Scramsac、GroupSAC、GMS、Sequential-Ransac 及 Adalam 等。

假设有 N 对匹配点: $S = \{sp_i^L, sp_i^R\}, i = 1, 2, \dots, N$, 经本文方法过滤后有 M 对匹配点 $S' = \{sp_i^L, sp_i^R\}, i = 1, 2, \dots, M, M < N$, 算法在迭代过程中从集合 S' 中抽取 m 对匹配点计算出模型(如果模型为基础矩阵, m 为 7 或 8; 若模型为单应性矩阵, m 为 4), 最后根据符合模型的内点数量确定最优或多个匹配模型。表 2 为基于本文内点率提升的抽样一致性类算法步骤, 其中步骤 1 为本文所提算法, 步骤 2~3(Step2~3)为接口。

表 2 基于提出的内点率提升的抽样一致性类算法

Table 2 Random sample consensus algorithm based on proposed inliers ratio promotion

Input: N pairs of correspondences: $S = \{sp_i^L, sp_i^R\}, i = 1, 2, \dots, N$; The number of iteration allowed: max itera; termination condition; the initial number of iteration: $i = 1$; number of the minimum samples that model can be calculated: $m, 4$ (homography), 7 or 8 (fundamental matrix)
Output: The optimal model or multi models, and its or their inliers
Step1: Obtain the data set S' , which contains M pairs of correspondences after data filtering as shown in Table 1: $S' = \{sp_i^L, sp_i^R\}, i = 1, 2, \dots, M$
Step2: $i = i + 1$, and sample m pairs of correspondences from S' , and obtain the current hypothesis Mo_i
Step3: Take Mo_i to S , and calculate the number of inliers which are fitted
Step4: Judge whether the hypothesis meets with the termination condition, and whether the current number of iteration meets with max itera, either satisfied, go to Step5 , otherwise, return to Step2
Step5: Obtain the optimal model or multi models and its or their inliers

3.2.2 图匹配类算法的接口设计

图匹配类算法的本质是通过匹配图像中匹配点拓扑分布的相似性对内点进行检测,因为检测到的内点可能属于不同的匹配模型,所以此类算法无法估计确切的匹配模型,这类算法包括:PointCN、OANET、NMNET 以及 SuperGlue 等。

本文方法在进行内点率提升的同时,必然会导致一些内点被误认为是外点而被滤除,所以在接口设计中要将被滤除的内点找回。引言中提到的基于图匹配类算法实质上是挖掘两幅图像中在空间分布上具有相似性的匹配点,该类方法能检测到内点,但是无法估计出具体的匹配模型,所以无法通过回代的方式找回被滤除的内点。为解决此问题,本文提出了一种基于近邻点同分布的内点寻回算法,如图 8 所示,图中实心点为已确定的内点,空心点 o^L 和 o^R 为一对待定匹配点,通过 K 近邻(KNN)算法在左图的点 o^L 周围确定 m 个近邻点 p_1^L, \dots, p_m^L ,它们在右图中对应的匹配点为 p_1^R, \dots, p_m^R ,然后分别计算 o^L 到 p_1^L, \dots, p_m^L 的 m 个距离 L_1^L, \dots, L_m^L 以及 o^R 到 p_1^R, \dots, p_m^R 的 m 个距离 L_1^R, \dots, L_m^R ,然后对这些距离归一化:

$$w_i^L = L_j^L / \sum_{j=1}^m L_j^L, w_i^R = L_j^R / \sum_{j=1}^m L_j^R. \quad (8)$$

为了有效鉴别待定匹配点,需要对不同的距离加以顺序上的描述,因为匹配图像间可能存在旋转和仿射变换,所以较难用近邻内点之间的位置关系对待匹配点进行描述,在这里提出了一种随机系数距离内积描述法,在 0 到 1 之间随机生成 m 个随机数 r_1, \dots, r_m ,令 r_i 分别与 w_i^L 相乘后求和得到待匹配点 o^L 的描述 d_{eso}^L ,同理,令 r_i 分别与 w_i^R 相乘后求和得到待匹配点 o^R 的描述 d_{eso}^R ,即

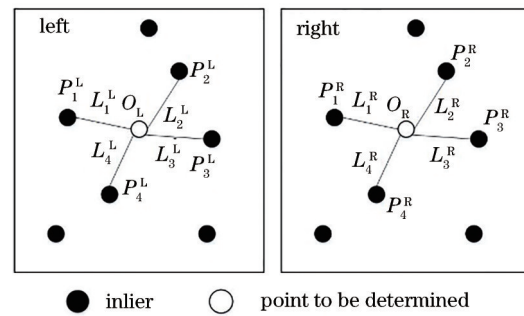


图 8 待定匹配点对与内点的位置关系

Fig. 8 Location relationship between undetermined image pairs and inliers

$$d_{eso}^L = \sum_{j=1}^m r_j w_j^L, d_{eso}^R = \sum_{j=1}^m r_j w_j^R, \quad (9)$$

计算 d_{eso}^L 与 d_{eso}^R 的误差绝对值 $d = |d_{eso}^L - d_{eso}^R|$,只要 d 小于等于阈值 T ,则匹配点 $\{o^L, o^R\}$ 为内点。表 3 为基于本文内点率提升的图匹配类算法步骤,步骤 3 (Step3)为接口。

3.3 时间复杂度分析

以 Ransac+ (提出算法与 Ransac 相结合) 举例。假设有 n 个匹配对,根据式(5)~(6)可知 Z_L 和 Z_R 的时间复杂度均为 $O(n^2/2)$,根据式(4)可知 Z_S 的时间复杂度为 $O(n)$,根据式(7)知 $Z = Z_S + Z_L + Z_R$ 时间复杂度为 $O(n)$,若过滤比例为 α ,令 $\varkappa = \log(1 - p) / \log(1 - \varepsilon^v)$,则抽样的时间复杂度为 $O[(1 - \alpha)n\varkappa]$, p 为置信概率, v 为抽取的匹配对数量, ε 为内点率,则基于提出方法的抽样一致性算法的时间复杂度为 $O[n^2 + 2n + (1 - \alpha)n\varkappa]$,可见主要的计算时间集中于 Z_L 和 Z_R ,若将 $\mu \times \mu$ (pixel) 合并为一个单位, Z_L 和 Z_R 的时间复杂度降为 $O[(n/\mu)^2/2]$,Ransac+ 的时间复杂度降到 $O[(n/\mu)^2 + 2n + (1 - \alpha)n\varkappa]$,Ransac 的时间复杂度为 $O(n\varkappa)$ 。令内点率 ε

表 3 基于提出的内点率提升的图匹配类算法

Table. 3 Graph matching algorithm based on proposed inliers ratio promotion

Input: N pairs of correspondences: $S = \{sp_i^L, sp_i^R\}, i = 1, 2, \dots, N$; threshold: T , which is user defined, the type value is 0.01; number of neighbors: m , which is user defined, and lies in the range from 4 to 6

Output: S_{inliers}

Step1: Obtain the data set S' , which contains M pairs of correspondences aftering data filtering as shown in Table 1: $S' = \{sp_i^L, sp_i^R\}, i = 1, 2, \dots, M$, and obtain $N - M$ pairs of correspondences which are filtered out: $O = \{o_i^L, o_i^R\}, i = 1, 2, \dots, N - M$

Step2: Obtain inliers set $S_{\text{inliers}} = \{sp_i^L, sp_i^R\}$ from S' with any graph method, such as NMNET, OANET, PointCN, and SuperGlue, $i = 1, 2, \dots, N_{\text{inliers}}$

Step3: For each pair of correspondence in set $O: \{o_i^L, o_i^R\}$:

- 1) Obtain the neighbor inliers set that contains m pairs of correspondence with the help of KNN: p_1^L, \dots, p_m^L and p_1^R, \dots, p_m^R , and calculate the distance from O to each point of the set: L_1^L, \dots, L_m^L and L_1^R, \dots, L_m^R ;
 - 2) Normalize the distances by Eq (8), calculate d_{eso}^L and d_{eso}^R by Eq (9);
 - 3) Judge whether $d = |d_{\text{eso}}^L - d_{\text{eso}}^R|$ is not lager than T , if satisfied, $S_{\text{inliers}} = S_{\text{inliers}} \cup \{o_i^L, o_i^R\}$, and $N_{\text{inliers}} = N_{\text{inliers}} + 1$
- End

的变化范围为 0.2~0.6, 内点率提升倍数的范围为 1~3, 若 α 为 0.5, v 取值为 4, μ 取值为 5, 迭代次数为 1000, 图 9 给出了基于提出方法的抽样一致性算法 (Ransac+) 与 Ransac 的时间复杂度对比, 可发现运行基于提出方法的抽样一致性算法所需时间明显低于 Ransac。

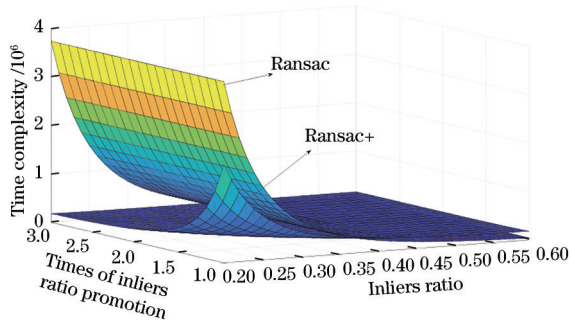


图 9 Ransac 和提出算法的时间复杂度对比

Fig. 9 Comparison of time complexity between Ransac and proposed algorithm

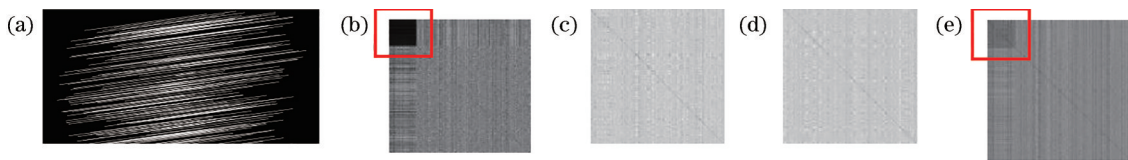


图 10 同分布匹配。(a) 两侧分布均匀; (b) Z_S ; (c) Z_L ; (d) Z_R ; (e) Z

Fig. 10 Identical distribution matching. (a) Evenly distributed on both images; (b) Z_S ; (c) Z_L ; (d) Z_R ; (e) Z

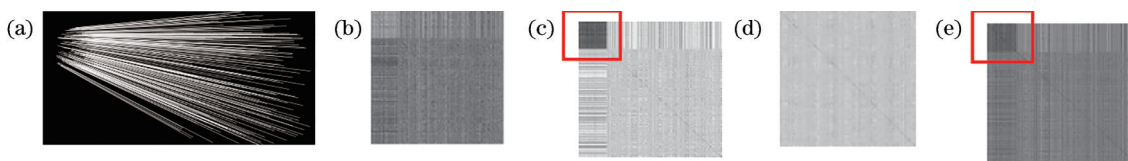


图 11 非同分布匹配。(a) 左集中右分散; (b) Z_S ; (c) Z_L ; (d) Z_R ; (e) Z

Fig. 11 Non-identical distribution matching. (a) Left centralization and right dispersion; (b) Z_S ; (c) Z_L ; (d) Z_R ; (e) Z

4 实验

本节分为两部分: 第一部分是基于模拟数据验证内点率提升模型; 第二部分是针对真实图像。实验中以单应性矩阵为匹配模型, 内点距离阈值设定为 10 pixel, 其他算法中需要人工设定的参数均采用原文献给出的默认值, 实验平台是 Matlab 2017a, 计算机处理器是 Corei5, 运行内存是 4G。

4.1 基于模拟数据的内点率提升实验

模拟了 2215 组数据, 每组均按照不同的匹配模型进行数据模拟, 为了接近真实情况, 每个匹配对设置均值为 3 的噪声。选取其中 3 组数据, 每组有 1000 对匹配点, 只有前 200 个为正确匹配点, 如图 10~12 所示。图 10 为同分布匹配, 图 11~12 为非同分布匹配, 内点率均为 20%。图 10~12 的 (b) 为 Z_S , (c) 和 (d) 分别为 Z_L 和 Z_R , (e) 为 Z 。从图 10 看出由于前 200 个为正确匹配点, 图 10(b) 左上角,

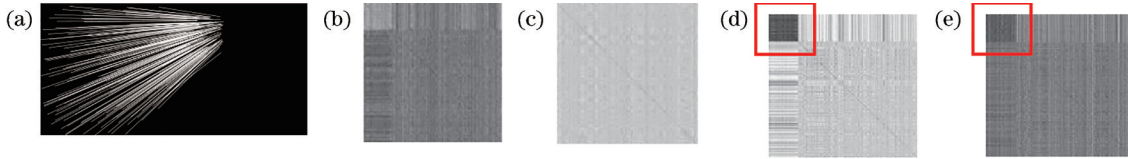


图 12 非同分布匹配。(a)左分散右集中; (b) Z_S ; (c) Z_L ; (d) Z_R ; (e) Z

Fig. 12 Non-identical distributions matching. (a) Left dispersion and right centralization; (b) Z_S ; (c) Z_L ; (d) Z_R ; (e) Z

即 $[1-200] \times [1-200]$ 区域的像素值较低, 所以对于同分布匹配, Z_S 中的低值点对应正确匹配点的可能性较大。图 11(c) 为 Z_L , 可看出 $[1-200] \times [1-200]$ 区域的值较其他区域低, 所以对于非同分布匹配, 若左图匹配点的分布密度大于右图, 则 Z_L 中的低值点有较大可能对应正确的匹配点。同理, 若右图中匹配点的密集程度大于左图, 则 Z_R 中的低值点有较大概率对应正确匹配点, 如图 12(d) 所示。实际中, 匹配点的真实分布是未知的, 则用式 (7) 得到矩阵 Z , 矩阵中的低值点有较大可能对应正确的匹配点。从图 10(e)~12(e) 中发现正确匹配点区域 $[1-200] \times [1-200]$ 的值的确较低, 从而印证定理 1。

图 13~14 为不同内点率的数据经过滤后得到

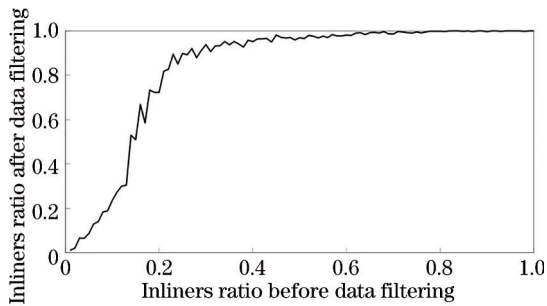


图 13 数据过滤后的内点率

Fig. 13 Inliers ratio after data filtering



图 15 真实图像。(a) Wall; (b) Graf1; (c) Graf2; (d) Book; (e) Boat1; (f) Boat2; (g) Valbonne; (h) Bonhall

Fig. 15 Real images. (a) Wall; (b) Graf1; (c) Graf2; (d) Book; (e) Boat1; (f) Boat2; (g) Valbonne; (h) Bonhall

图 16~17 给出了利用提出方法得到的匹配对数量与内点率的变化趋势图。可看出原有匹配对的数量均在 1000 以上, 而过滤后的匹配对数量均在 800 以下, 内点率有显著的提升, 原内点率在 20%~40% 的图像, 经提升后的内点率均达到了 80% 以上, 如 Wall、

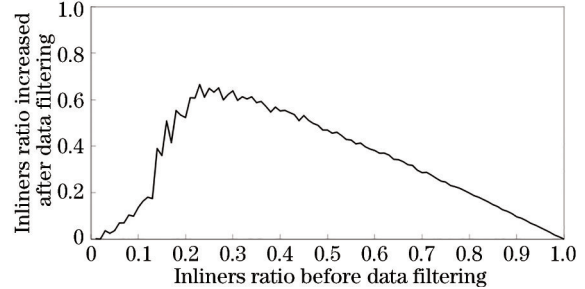


图 14 内点增长率

Fig. 14 Inliers growth rate

新的内点率 (图 13) 和内点增长率 (图 14), 可看出当原始数据的内点率从 0.4 开始, 过滤后的内点率即可接近 1, 当内点率在 0.2 和 0.3 之间时, 数据过滤后的内点增长率可达到最高值 0.7。

4.2 基于真实图像的内点率提升实验

4.2.1 与最优模型估计类算法结合

8 组真实图像^[37,39]如图 15 所示, 图像尺寸、内点率以及匹配对数量等信息在表 4 中给出, 它们的视角变化十分明显, 包括旋转、平移、仿射以及缩放变化等, 所有图像的内点率在 30% 以下, 部分图像的内点率在 10% 以下, 例如 Graf2 的内点率为 4.10%, Valbonne 的内点率为 8.09%。先验证内点率提升算法的效果, 然后与 9 个现有的抽样一致性算法相结合, 并讨论时效性和内点召回等方面的表现。

Book、Boat1; 原内点率在 10%~20% 的图像, 经提升后内点率介于 40%~80% 之间, 如 Graf1、Boat2 以及 Bonhall; 原内点率小于 10% 的图像, 经提升后内点率介于 20%~40% 之间, 如 Graf2 和 Valbonne, 所以提出方法在真实图像中能显著地提升内点率。

表 4 图像对信息

Table 4 Information of image pairs

Image	Wall	Graf1	Graf2	Book	Boat1	Boat2	Valbonne	Bonhall
Number of matched pairs	993	2415	2415	1539	3151	3151	1991	1802
Pixel	500×350	800×640	800×640	600×450	850×680	850×680	512×768	490×653
Inliers ratio /%	22.20	15.50	4.10	28.60	30.00	11.30	8.09	19.53

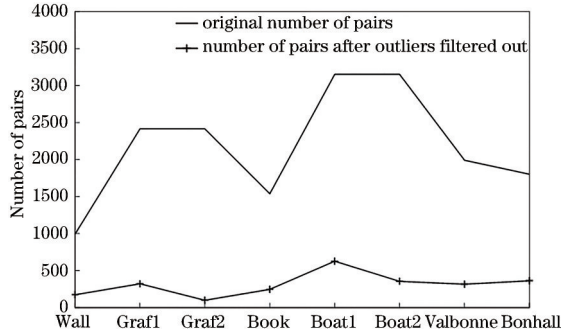


图 16 匹配对数量的变化

Fig. 16 Change of image pairs' number

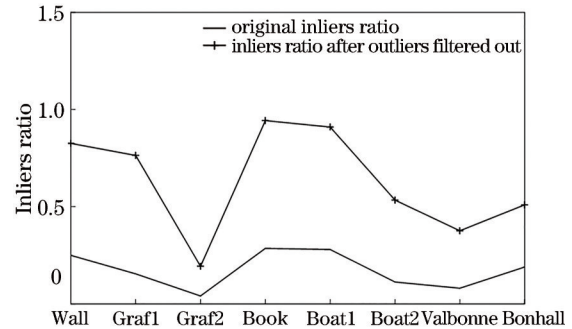


图 17 内点率的变化

Fig. 17 Change of inliers ratio

选取 9 个抽样一致性算法: Optimal-Ransac (OP)、Prosac (PRO)、Pnapsac (PN)、Scramsac (SCR)、SC-Ransac (SC)、Napsac (NAP)、Mapsac (MAP)、Mlesac (MLE)、Ransac-TDD(TDD), 与提出方法结合后分别用 OP+、PRO+、PN+、SCR+、SC+、NAP+、MAP+、MLE+、TDD+ 表示。实验中所有算法均运行 100 次, 每项指标取平均值。

表 5~6 给出了两组实验的对比, 表 5 是运行时间的对比, 可看出与提出方法结合后, 所有算法对于大部分图像所需时间明显优于原算法, 并且与匹配对的数量呈正相关, 每个算法运行时间的平均减少量介于 0.103~1.002 s 之间。表 6 是获得内点数的对比, 发现与提出方法结合后所有算法也均显著优于原算法。

表 5 运行时间对比

Table 5 Comparison of runtime

unit: s

	OP	PRO	PN	SCR	SC	NAP	MAP	MLE	TDD	OP	PRO	PN	SCR	SC	NAP	MAP	MLE	TDD
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Wall	0.43	0.54	0.68	0.78	0.71	0.96	0.91	0.82	0.64	0.22	0.29	0.71	0.54	0.65	0.69	0.62	0.54	0.55
Graf1	1.20	0.66	0.87	1.44	0.94	1.84	1.47	1.66	0.84	0.52	0.43	0.81	0.81	0.84	0.88	0.65	0.80	0.73
Graf2	3.60	0.85	0.57	0.97	0.60	1.49	1.34	1.15	0.79	1.41	0.63	0.72	0.72	0.68	0.76	0.74	0.68	0.72
Book	1.14	0.51	1.01	1.03	1.04	1.68	1.02	1.24	0.58	0.86	0.35	0.55	0.56	0.70	0.74	0.35	0.28	0.50
Boat1	0.74	0.56	1.02	1.83	1.21	2.43	1.87	1.91	0.81	0.71	0.48	0.66	0.92	0.82	0.98	0.61	0.75	0.79
Boat2	3.39	0.23	1.14	1.50	1.34	2.30	1.80	2.10	0.69	0.85	0.25	0.72	0.77	0.81	0.75	0.85	0.74	0.51
Valbonne	2.08	0.54	0.87	1.15	0.50	1.60	1.35	1.30	0.60	1.02	0.32	0.65	0.54	0.49	0.80	0.73	0.64	0.31
Bonhall	3.49	0.41	1.32	1.33	1.05	1.05	1.37	1.04	0.87	1.03	0.77	0.73	0.69	0.74	0.70	0.70	0.70	0.60

表 6 获得的内点数目对比

Table 6 Comparison of number of obtained inliers

	OP	PRO	PN	SCR	SC	NAP	MAP	MLE	TDD	OP	PRO	PN	SCR	SC	NAP	MAP	MLE	TDD
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Wall	210	190	221	225	223	174	160	150	34	220	229	223	227	225	224	230	233	226
Graf1	365	255	340	330	346	143	147	128	6	370	339	350	341	344	281	340	335	320
Graf2	81	22	51	36	53	20	19	19	6	99	65	79	67	82	51	65	69	36
Book	374	433	433	434	434	368	387	397	179	354	432	433	433	433	428	433	433	433
Boat1	891	958	959	957	958	558	933	937	364	945	958	958	956	958	887	958	957	958
Boat2	296	353	354	353	355	97	64	60	5	343	353	354	353	354	249	347	347	294
Valbonne	132	92	141	112	141	51	51	42	15	145	125	156	127	155	111	127	130	65
Bonhall	300	304	291	317	277	196	233	233	65	336	327	300	321	295	307	327	326	310

为进一步验证提出方法的有效性,将该方法与 Ransac 算法结合,用 Proposed+Ransac 表示,并与 Ransac、GMS+Ransac、Pnapsac、USAC2.0、GC-Ransac 以及 VSAC 等 6 个算法进行对比。选用 homogr 和 kusvod2 两组数据集^[37],两组数据集均有 16 组图像。所有图像组均运行 100 次,然后计算数据集的平均指标,指标包括“不同距离误差的内点召回率”和“不同运行时间的内点召回率”。图 18~19 为两个数据集的实验结果,当取不同的距离误差时,

Ranac 效果较差,其他算法接近,这说明当 Ranac 与提出方法以及 GMS 相结合后在内点的精度上均有显著提高,且与近年所提算法效果相当。对于不同的运行时间,Ransac 效果依旧较差,但是提出方法与 Ransac 结合后效果显著优于其他算法,这说明当提出方法与 Ransac 结合后,在降低匹配对数量的同时有效提高了内点率,从而达到了提高算法运行效率的目的,GMS+Ransac 与 USAC2.0 和 VSAC 的效果相当,但是均低于提出方法与 Ransac 结合后的效果。

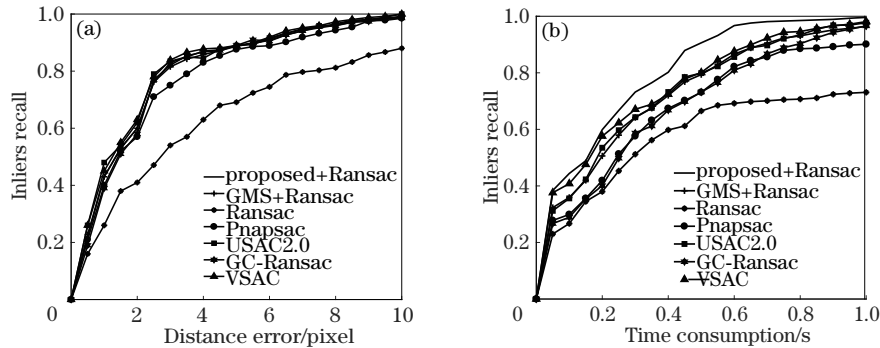


图 18 基于 homogr 数据集的对比结果。(a)不同距离误差的内点召回率;(b)不同运行时间的内点召回率
Fig. 18 Comparisons based on homogr data set. (a) Inliers recalls with different distance errors; (b) inliers recalls with different time consumption

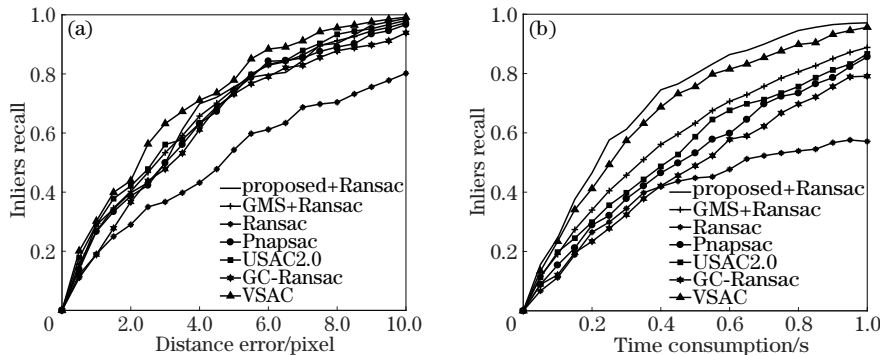


图 19 基于 kusvod2 数据集的对比结果。(a)不同距离误差的内点召回率;(b)不同运行时间的内点召回率
Fig. 19 Comparisons based on kusvod2 data set. (a) Inliers recalls with different distance errors; (b) inliers recalls with different time consumption

4.2.2 匹配点稀疏分布下的对比实验

为验证提出方法在匹配点分布稀疏情况下的效果,设置匹配点的数量从 100 到 500,以 50 为步长,选择图 15 中的 Wall、Graf1 以及 Valbonne,这 3 组图像均有较明显的视角差异,选取算法 Op-Ransac、Prosac、Pnapsac、Scramsac、SC-Ransac,以及 Napsac,提出方法与这些算法结合后分别命名为:Op-Ransac+、Prosac+、Pnapsac+、Scramsac+、SC-Ransac+,和 Napsac+,所有实验均进行 100 次,然后取平均值。图 20 为 6 个算法与提出方

法相结合前后的对比,从中可看出,对于 Wall 和 Graf1,当匹配点数量为 100~150 时,原方法与提出方法结合前后效果差异不明显,但是当匹配点数量大于 200 时,原方法与提出方法结合后的效果显著优于结合前的效果。对于 Valbonne,它与 Wall 和 Graf1 相比有明显的缩放差异,可发现当匹配点数量为 100 时原方法与提出方法结合后的效果已经显著优于结合前的效果。综上,当匹配点数量大于 200 时,可用提出方法对内点率进行提升。

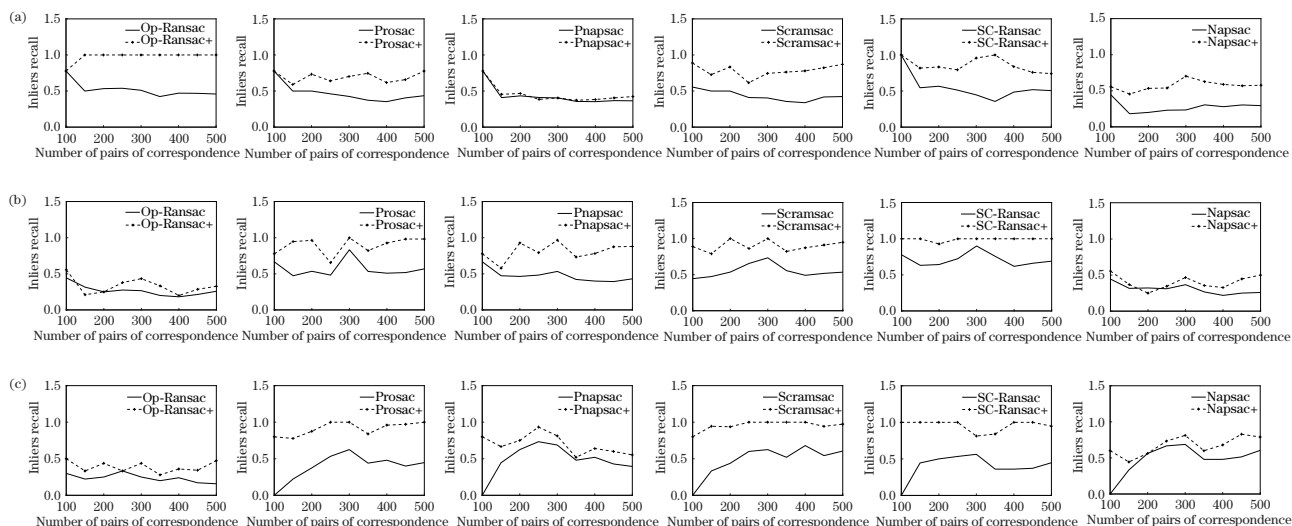


图 20 提出方法在匹配点不同稀疏程度下的内点召回率。(a) Wall; (b) Graf1; (c) Valbonne

Fig. 20 Inliers recalls of proposed method with different sparsity of matching points. (a) Wall; (b) Graf1; (c) Valbonne

4.2.3 与多模型估计类算法结合

选取 9 组有挑战性的真实图像,如图 21 所示,包括 Booksh、Leafs、Scene0722、Scene0758、Scene0743、Plant、Rotunda、Breads & Toys 以及 Saint Heart, 这些图像视角差异较大,其中 Booksh、Leafs、Plant 和 Rotunda 取自 kusvod2 数据集, Scene0722、Scene0758 以及 Scene0743 取自 SuperGlue 数据集^[35], Bread & Toys 取自 adelaidermf 数据集, Saint Heart 取自 CVPR2020 图像匹配挑战赛的公共数据集^[40]。选取 Sequential Ransac、Adalam、SuperGlue 以及 OANET 4 个多模型估计算法,将提出的内点率提升方法与这 4 个算法相结合,分别用 Sequential Ransac+、Adalam+、SuperGlue+ 以及 OANET+ 表示。实验中,所有算法均运行 100 次,然后每项指标取平均值。图 22~23 给出了 4 个多模型估计算法经内点率

提升前后的效果对比,比对指标包括得到的匹配对数量(因为图像匹配存在多模型,内点的数量无法准确估计出^[3],所以这里没有给出内点召回率的对比结果)、匹配对中的外点残留度,以及时间消耗。可看出,若这些算法未经过内点率提升,得到的匹配对数量差异较大,4 个算法在每幅图像中得到匹配对数量的差异在 33~177 之间,外点残留度的差异也较大,部分算法的外点残留度在 60% 以上,并且所需的时间消耗在 1~1.5 s 之间。算法经过提出的内点率提升后,4 个算法得到的匹配对数量比较接近,在每幅图像中得到匹配对数量的差异在 6~43 之间,除了 OANET+, 外点残留度均在 20% 以下,并且时间消耗显著降低,均在 1 s 以下,所以提出方法可有效提高内点率,且不影响检测到的内点数量。

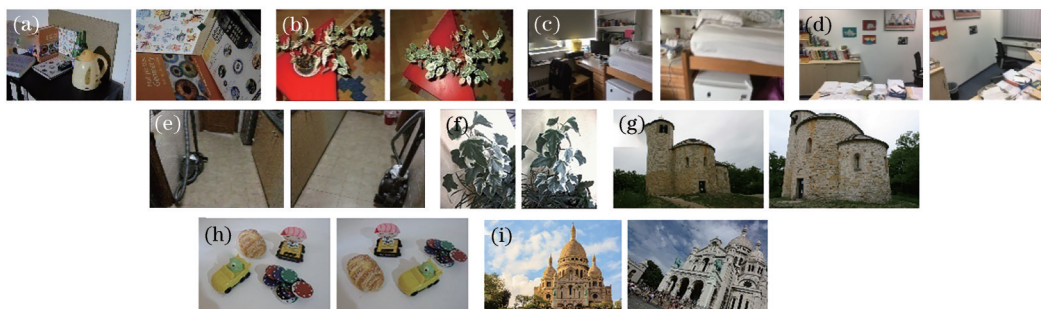


图 21 真实图像。(a) Booksh; (b) Leafs; (c) Scene0722; (d) Scene0758; (e) Scene0743; (f) Plant; (g) Rotunda; (h) Bread & Toys; (i) Saint Heart

Fig. 21 Real images. (a) Booksh; (b) Leafs; (c) Scene0722; (d) Scene0758; (e) Scene0743; (f) Plant; (g) Rotunda; (h) Bread & Toys; (i) Saint Heart

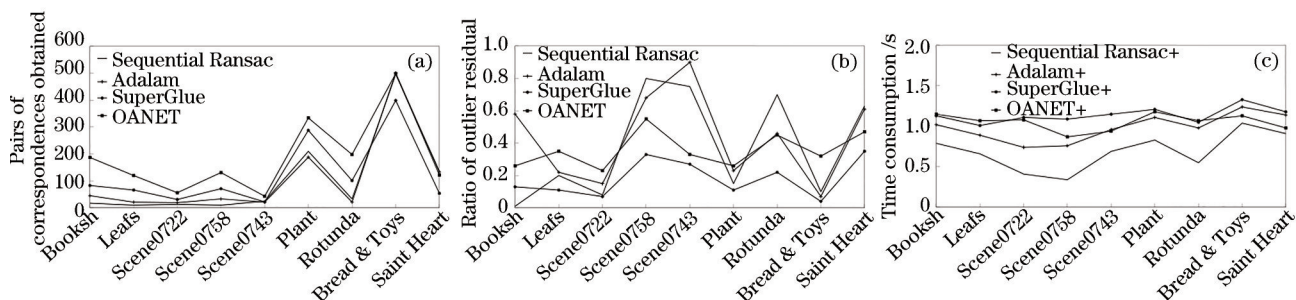


图 22 内点率提升前算法效果。(a)得到的匹配对数量;(b)外点残留度;(c)时间消耗

Fig. 22 Performance before inliers ratio promotion. (a) Number of pairs of correspondence obtained; (b) ratio of outlier residual; (c) time consumption

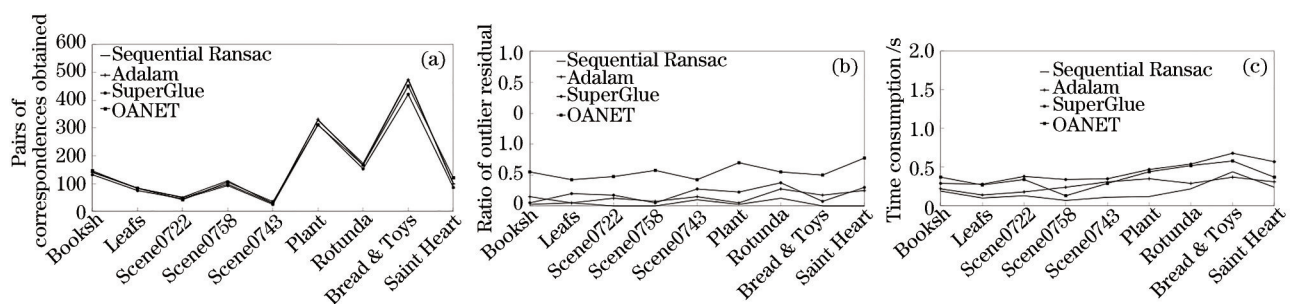


图 23 内点率提升后算法效果。(a)得到的匹配对数量;(b)外点残留度;(c)时间消耗

Fig. 23 Performance after inliers ratio promotion. (a) Number of pairs of correspondence obtained; (b) ratio of outlier residual; (c) time consumption

5 结 论

针对宽基线、大视角差异图像间的匹配问题,提出了一种基于匹配点几何拓扑分布的内点率提升算法,该算法仅通过匹配点在图像中的几何拓扑分布特征即可滤除部分外点从而提高内点的占比,同时还给出了相应的接口设计,可应用于所有的图像匹配模型算法。提出算法所涉及的所有假设和模型都给出了理论推导和证明,在实验中,分别用模拟数据和真实图像进行了验证,结果表明该方法可有效提升内点率,并且可以作为一个通用的模块与现有图像匹配模型估计算法相结合,可显著提高现有图像匹配模型估计算法的性能。

参 考 文 献

- [1] Kong B, Supančić J, Ramanan D, et al. Cross-domain image matching with deep feature maps[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2019, 127(11/12): 1738-1750.
- [2] 束安,裴浩东,段慧仙.空间非合作目标的三目立体视觉测量方法[J].*光学学报*, 2021, 41(6): 0615001. Shu A, Pei H D, Duan H X. Trinocular stereo visual measurement method for spatial non-cooperative target[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(6): 0615001.
- [3] Jang J, Jo Y, Shin M, et al. Camera orientation estimation using motion-based vanishing point detection for advanced driver-assistance systems[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2021, 22(10): 6286-6296.
- [4] 赵迪迪,李加慧,谭奋利,等.基于平滑约束和聚类分析的图像配准算法[J].*激光与光电子学进展*, 2021, 58(12): 0210010. Zhao D D, Li J H, Tan F L, et al. Image registration algorithm based on smoothness constraint and cluster analysis[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(12): 0210010.
- [5] Ma J Y, Zhao J, Tian J W, et al. Robust point matching via vector field consensus[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2014, 23(4): 1706-1721.
- [6] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. *Communications of the ACM*, 1981, 24(6): 381-395.
- [7] Torr P H S, Murray D W. The development and comparison of robust methods for estimating the fundamental matrix[J]. *International Journal of Computer*

- Vision, 1997, 24(3): 271-300.
- [8] Zhang Z Y. Determining the epipolar geometry and its uncertainty: a review[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1998, 27(2): 161-195.
- [9] Torr P H S, Zisserman A. MLESAC: a new robust estimator with application to estimating image geometry[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2000, 78(1): 138-156.
- [10] Torr P H S. Bayesian model estimation and selection for epipolar geometry and generic manifold fitting[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2002, 50(1): 35-61.
- [11] Matas J, Chum O. Randomized RANSAC with $T_{d,d}$ test[J]. *Image and Vision Computing*, 2004, 22(10): 837-842.
- [12] Matas J, Chum O. Randomized RANSAC with sequential probability ratio test[C]//Tenth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV'05) Volume 1, October 17-21, 2005, Beijing, China. New York: IEEE Press, 2005: 1727-1732.
- [13] Clipp B, Lim J, Frahm J M, et al. Parallel, real-time visual SLAM[C]//2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 18-22, 2010, Taipei, Taiwan, China. New York: IEEE Press, 2010: 3961-3968.
- [14] Chum O, Matas J, Kittler J. Locally optimized RANSAC[M]//Michaelis B, Krell G. *Pattern recognition. Lecture notes in computer science*. Heidelberg: Springer, 2003, 2781: 236-243.
- [15] Hast A, Nysjö J, Marchetti A. Optimal RANSAC: towards a repeatable algorithm for finding the optimal set[J]. *Journal of WSCG*, 2013, 21(1): 21-30.
- [16] Barath D, Matas J, Noskova J. MAGSAC: marginalizing sample consensus[C]//2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 15-20, 2019, Long Beach, CA, USA. New York: IEEE Press, 2019: 10189-10197.
- [17] Barath D, Matas J. Graph-cut RANSAC[C]//2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 18-22, 2018, Salt Lake City, USA: IEEE Press, 2018: 6733-6741.
- [18] Van Hung L, Vu H, Nguyen T T, et al. Acquiring qualified samples for RANSAC using geometrical constraints[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2018, 102: 58-66.
- [19] Chum O, Matas J. Matching with PROSAC-progressive sample consensus[C]//2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05), June 20-25, 2005, San Diego, CA, USA. New York: IEEE Press, 2005: 220-226.
- [20] Lowe D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2004, 60(2): 91-110.
- [21] Myatt D R, Torr P H S, Nasuto S J, et al. NAPSAC: high noise, high dimensional robust estimation-it's in the bag[C]//Proceedings of the British Machine Vision Conference 2002, September 2-5, 2002, Cardiff, UK. London: British Machine Vision Association, 2002: 458-467.
- [22] Sattler T, Leibe B, Kobbelt L. SCRAMSAC: improving RANSAC's efficiency with a spatial consistency filter[C]//2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision, September 29-October 2, 2009, Kyoto, Japan. New York: IEEE Press, 2009: 2090-2097.
- [23] Ni K, Jin H L, Dellaert F. GroupSAC: efficient consensus in the presence of groupings[C]//2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision, September 29-October 2, 2009, Kyoto. New York: IEEE Press, 2009: 2193-2200.
- [24] Bian J W, Lin W Y, Matsushita Y. GMS: grid-based motion statistics for fast, ultra-robust feature correspondence[C]//2017 IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition (CVPR), July 21-26, 2017, Honolulu, HI, USA. New York: IEEE Press, 2017: 17355528.
- [25] Barath D, Ivashechkin M, Matas J. Progressive NAPSAC: sampling from gradually growing neighborhoods [EB/OL]. (2019-06-05) [2021-06-04]. <https://arxiv.org/abs/1906.02295>.
- [26] Fotouhi M, Hekmatian H, Kashani-Nezhad M A, et al. SC-RANSAC: spatial consistency on RANSAC[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2019, 78(7): 9429-9461.
- [27] Raguram R, Chum O, Pollefeys M, et al. USAC: a universal framework for random sample consensus [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 35(8): 2022-2038.
- [28] Ivashechkin M, Barath D, Matas J. USACv20: robust essential, fundamental and homography matrix estimation[EB/OL]. (2021-04-11)[2021-05-04]. <https://arxiv.org/abs/2104.05044>.
- [29] Ivashechkin M, Barath D, Matas J. VSAC: efficient and accurate estimator for H and F[EB/OL]. (2021-06-18)[2021-06-22]. <https://arxiv.org/abs/2106.10240>.
- [30] Cavalli L, Larsson V, Oswald M R, et al.

- Handcrafted outlier detection revisited[M]//Vedaldi A, Bischof H, Brox T, et al. Computer vision-ECCV 2020. Lecture notes in computer science. Cham: Springer, 2020, 12364: 770-787.
- [31] Park Y H, Kwon O S. Multiple homographies estimation using a guided sequential RANSAC[J]. The Journal of the Korea Contents Association, 2010, 10(7): 10-22.
- [32] Yi K M, Trulls E, Ono Y, et al. Learning to find good correspondences[C]//2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 18-23, 2018, Salt Lake City, UT, USA. New York: IEEE Press, 2018: 2666-2674.
- [33] Zhang J H, Sun D W, Luo Z X, et al. Learning two-view correspondences and geometry using order-aware network[C]//2019 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV), 27 October-2 November, 2019, Korea, Seoul: IEEE Press, 2019: 5844-5853.
- [34] Zhao C, Cao Z G, Li C, et al. NM-net: mining reliable neighbors for robust feature correspondences [C]//2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 15-20, 2019, Long Beach, CA, USA. New York: IEEE Press, 2019: 215-224.
- [35] Sarlin P E, DeTone D, Malisiewicz T, et al. SuperGlue: learning feature matching with graph neural networks[C]//2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 13-19, 2020, Seattle, WA, USA. New York: IEEE Press, 2020: 4937-4946.
- [36] EB/OL]. [2021-07-07]. https://www.researchgate.net/figure/Example-images-of-Mikolajczyk-and-Schmidts-dataset-used-for-evaluation-brightness_fig4_282148017.
- [37] DATA: two-view geometry-Kusvod2[EB/OL]. [2020-09-27]. <http://cmp.felk.cvut.cz/data/geometry2view/>.
- [38] Sadr M, Torrilhon M, Gorji M H. Gaussian process regression for maximum entropy distribution[J]. Journal of Computational Physics, 2020, 418: 109644.
- [39] AdelaideRMF. CONSAC: robust multi-model fitting by conditional sample consensus[EB/OL]. [2020-09-27]. <https://github.com/fkluger/consac>.
- [40] Image matching challenge 2020[EB/OL]. [2020-08-31]. <https://vision.uvic.ca/imw-challenge/index.md>.