

# 基于聚分类图信号的稀疏恢复算法

李岚<sup>1\*</sup>, 魏伟<sup>1</sup>, 景明利<sup>2</sup>, 蒲莎莎<sup>1</sup>

<sup>1</sup>西安石油大学理学院, 陕西 西安 710065;

<sup>2</sup>西安石油大学电子工程学院, 陕西 西安 710065

**摘要** 图信号处理是解决不规则的数据最有效的方法之一, 为此研究了基于聚分类图信号的稀疏恢复算法, 针对复杂不规则的阵列信号, 对相似性大的信号原子进行聚类分块, 构造图信号空间结构, 使用图滤波器设计相应的基于图信号的聚分类块匹配追踪算法。为了验证所提算法的有效性, 与 5 种算法进行了对比实验, 仿真实验表明: 在相同采样率下, 所提算法运行时间远小于其他主流算法, 同时, 在较小采样率下, 所提算法具有较高的峰值信噪比。

**关键词** 图像处理; 图信号; 图滤波; 阵列信号; 聚类

中图分类号 TN911.7

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP202259.1010008

## A Sparse Restoration Algorithm Based on Clustered Class Graph Signals

Li Lan<sup>1\*</sup>, Wei Wei<sup>1</sup>, Jing Mingli<sup>2</sup>, Pu Shasha<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Science, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, Shaanxi, China;

<sup>2</sup>School of Electronic Engineering, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, Shaanxi, China

**Abstract** Graph signal processing is one of the most effective methods to solve irregular data. For this reason, a sparse recovery algorithm based on clustered class graph signals is studied. For complex and irregular array signals, the similar signal atoms are clustered and divided into blocks, the spatial structure of the graph signal is constructed, and the corresponding clustered blocks orthogonal matching pursuit based on graph signal algorithm is designed by using graph filter. In order to verify the effectiveness of the proposed algorithm, a comparative experiment with five algorithms is carried out. Simulation experiments show that the running time of the proposed algorithm is much shorter than other mainstream algorithms under the same sampling rate, and at the same time, the proposed algorithm has a higher peak signal-to-noise ratio at a smaller sampling rate.

**Key words** image processing; graph signal; graph filtering; array signals; cluster

## 1 引言

信号采样是将抽象的世界转换为数字化世界的必要手段, 信号的采样需满足香农采样定律<sup>[1]</sup>, 该定律要求采样数大于数据最高频率的两倍, 采样数据量巨大, 导致后期数据量的计算时间增加, 成本上升。2006 年 Donoho<sup>[2]</sup>提出压缩感知理论: 根据数

据的先验条件, 数据的采样率可远远低于香农采样定理要求的频率, 同时可保证信号准确恢复。如今在数据大爆炸的时代, 互联网中传输的数据、个人云端中所存储的数据以及当前利用机器学习理论处理数据集所获得的参数, 都可视为复杂不规则的信号。如果不考虑信号之间的相干性, 将信号按照原始方法采样、存储、传输, 则时间复杂度和时间成

收稿日期: 2021-04-01; 修回日期: 2021-04-29; 录用日期: 2021-05-31

基金项目: 陕西省自然科学基金研究计划(2021JM-399)、西安石油大学研究生创新与实践能力的培养项目(YCS20112024)

通信作者: \*lanli@xsyu.edu.cn

本随之增加。针对复杂不规则的阵列信号, Baron 等<sup>[3]</sup>提出了分布式压缩感知理论, 与压缩感知理论不同, 该理论考虑了某些特殊信号之间的结构性, 已知分布式传感器所采样的阵列信号, 根据信号之间的相关程度, 可分解成公共部分和特殊部分, 以便于对数据进行压缩。分布式压缩感知相比传统压缩感知理论, 所需要的测量数更少, 大大降低了计算的复杂度。特殊结构信号的模型在图像去噪<sup>[4-6]</sup>和图像融合<sup>[7-8]</sup>、雷达测距<sup>[9-10]</sup>、光学成像<sup>[11-15]</sup>、遥感图像<sup>[16-18]</sup>、核磁共振<sup>[19-20]</sup>方面都有着广泛的应用。

分布式压缩感知中的三种基本模型结构过于局限, 恢复原始信号时, 只能对于信号中的每一列元素用正交匹配(OMP)<sup>[21]</sup>算法或者基追踪(BP)算法<sup>[22]</sup>进行恢复。对于某些不规则的多维度信号, 无法满足分布式压缩感知的基本模型, 使得信号无法压缩, 难以处理。基于图论的信号处理可将复杂的、不规则的信号结构以一定的图结构去开发信号之间的相干性, 该框架通过一个连通图对底层结构进行建模, 实现从经典离散信号处理到图信号处理。图信号处理方式有基于图的滤波<sup>[23]</sup>、图上的采样和插值<sup>[24]</sup>以及图信号恢复<sup>[25]</sup>等。文献<sup>[26]</sup>描述了多传感器网络中的压缩感知, 新颖之处在于运用图论中的拉普拉斯矩阵进行信号的插值恢复, 文献<sup>[27]</sup>中基于图信号处理手段, 采集了电网中符合特征的负荷数据, 降低了硬件的成本。对于采集不规则的阵列信号, 文献<sup>[28]</sup>中提出用聚类的方法训练字典。基于上述启发, 本文提出了基于聚分类图信号的稀疏恢复算法, 根据图信号利用拉普拉斯矩阵构造图滤波, 并对多维度测量信号进行聚类分块处理, 根据块的个数, 设计新的恢复算法——基于图信号的聚分类块匹配追踪算法(CBOMP), 该算法以少量的信号恢复原始的不规则结构的多维度信号。仿真实验通过对比在不同采样率下各个算法的峰值信噪比(PSNR)和运行时间, 可以看出本文算法的优势, 并研究了分块阈值即分块数量对重构信号质量的影响。

## 2 聚分类理论和图论分析

### 2.1 压缩感知理论

已知压缩感知中的一维向量问题,

$$\mathbf{y} = \Phi \boldsymbol{\theta}, \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{y}$  是已知的测量向量;  $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times N} (M \ll N)$  是一个已知的测量矩阵, 根据已知的测量值求解未知的

稀疏系数  $\boldsymbol{\theta}$ , 由于测量值的维度远远小于恢复值, 此问题为欠定问题, 恢复原始值的唯一性无法保证。由于原始  $\boldsymbol{\theta}$  满足  $k$  稀疏,  $\mathbf{y}$  与测量矩阵  $\Phi$  满足文献<sup>[25]</sup>中的定理 1, 则求  $\boldsymbol{\theta}$  的值可以转化为求解  $l_0$  范数问题,

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min \|\boldsymbol{\theta}\|_0, \quad \text{s.t. } \mathbf{y} = \Phi \boldsymbol{\theta}, \quad (2)$$

式中:  $\|\cdot\|_0$  是原始值的 0 范数, 代表着  $\boldsymbol{\theta}$  中的非零元素的个数。在文献<sup>[22]</sup>中, 精确恢复  $k$  稀疏需满足

$$M = O \left[ k \lg \left( \frac{N}{k} \right) \right].$$

常见的信号并不是  $k$  稀疏的, 往往需要在一个稀疏基上进行投影,

$$x_i = \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\varphi}_j^T \boldsymbol{\theta}, \quad (3)$$

式中:  $\boldsymbol{\theta}$  表示在稀疏基  $\Psi$  上的稀疏值;  $\Psi = [\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_N]$  表示稀疏字典;  $\boldsymbol{\varphi}_i, \boldsymbol{\varphi}_j (i \neq j)$  为任意两原子相互正交。当稀疏矩阵  $\Psi$  和测量矩阵  $\Phi$  满足不相关性时, 可以将原始非稀疏的值进行压缩采样,

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} = \Phi \Psi \boldsymbol{\theta} = \mathbf{A} \boldsymbol{\theta}, \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{A}$  是传感矩阵。通过上述处理, 原始值得到了压缩。

由于模型中的 0 范数, 是一个 NP 难题, 随着维度的增加, 计算复杂度增大, 需满足路由信息协议(RIP)条件, 才可进行恢复。

对于某类特定的信号, 存在多维度问题,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \boldsymbol{\Theta}, \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}^1, \mathbf{y}^2, \dots, \mathbf{y}^N]$  表示测量向量其中  $\mathbf{y}^i \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ ,  $N$  是测量向量的列数;  $\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{\theta}^1, \boldsymbol{\theta}^2, \dots, \boldsymbol{\theta}^N]$  表示稀疏系数, 当  $N=1$  时, 多维度向量模型变为单维度向量模型。将式(2)推广至多维情况可得,

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}} = \arg \min \|\boldsymbol{\Theta}\|_{2,0}, \quad \text{s.t. } \mathbf{Y} = \mathbf{A} \boldsymbol{\Theta}. \quad (6)$$

### 2.2 图信号聚分类理论

图信号是结构化数据的一种方式, 每个顶点都包含着信号的信息。给定一个图  $G=(V, \alpha)$ , 图信号中的节点表示测量信号的每一列值,  $V$  表示节点集合即  $V=\{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ ,  $\alpha$  表示节点之间边的集合  $\alpha \subseteq V \times V$ 。

多维度的信号处理可根据信号之间的距离对多维度进行分块处理, 信号之间的距离  $D_{\text{is}}(\cdot)$  表示为

$$D_{is}(y^i, y^j) = \|y^i - y^j\|_2, \quad (7)$$

式中： $y^i$ 和 $y^j$ 分别表示两个不同的测量向量。若 $D_{is}(y^i, y^j) < \epsilon$ ，则可将 $y^i$ 和 $y^j$ 聚为一类，否则不做聚类处理。阈值 $\epsilon$ 的大小决定两信号是否聚为一类，即若信号之间的距离小于阈值，则归为同一子块，否则不做聚类处理。式(7)定义的距离根据 $e_{ij} = \frac{1}{D_{is}(y^i, y^j)}$ 构成权值，即可得到邻接矩阵，该矩阵表示定点之间的连接关系，如果顶点 $v_i$ 和 $v_j$ 之间有连

接，则表示 $(v_i, v_j)$ 组成了一条边 $(v_i, v_j) \in \alpha$ ，那么对应的邻接矩阵的元素 $E_{ij} = 1$ ，否则 $E_{ij} = 0$ 。

$$E = \begin{cases} 1, & e_{ij} \geq \frac{1}{\epsilon}, \\ 0, & \text{others} \end{cases}, \quad (8)$$

根据(8)式得出邻接矩阵 $E \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ，邻接矩阵中对角线元素为0，且是对称矩阵。

基于上述理论，将信号聚类分块后以图信号的形式表示并得到图的节点和邻接矩阵。

测量值分块策略如下，

$$Y = \begin{bmatrix} \underbrace{y^{11}, y^{12}, \dots, y^{1c_1}}_{y[1]}, \dots, \underbrace{y^{i1}, y^{i2}, \dots, y^{ic_i}}_{y[i]}, \dots, \underbrace{y^{p1}, \dots, y^{pc_p}}_{y[p]} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

式中： $y^{i1}, y^{i2}, \dots, y^{ic_i}$ 部分为第 $i$ 块 $y[i]$ ，以此类推 $y^{p1}, \dots, y^{pc_p}$ 为第 $p$ 块。列数为 $N$ 的 $y$ 向量子块 $y[i]$ 对应块的指标集为 $I_c = \{c_1, c_2, \dots, c_p\}$ ，其中 $N = \sum_{i=1}^p c_i$ 。根据分块的原理可构造一个聚类图结构。

图1为一组随机数据集聚类分块的案例，根据式(7)、(8)可进行聚分类处理，得出图1中的聚类。根据阈值设置可将数据集分为三类，在图中以不同形状的点表示，并计算了相应类别的质心数值。

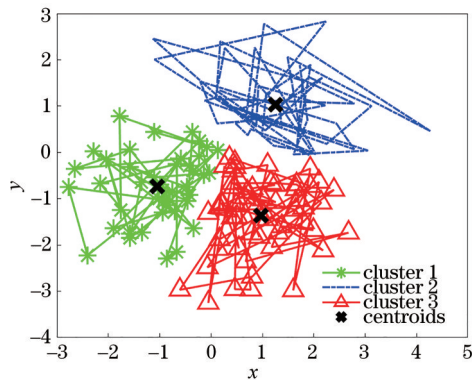


图1 基于图信号的三种聚分类

Fig. 1 Three types of clustering based on graph signals

图1中不同形状的各个点表示不同的聚类类别，即 $y[1]$ 、 $y[2]$ 和 $y[3]$ ，同一类型中的连线结构即为聚类后的块结构，即向量子块 $y[1] = y^{11}, y^{12}, \dots, y^{1c_1}$ ，不同类型块结构中的点不做连接，如 $y^{12}$ 和 $y^{pc_p}$ 不在同一子块不做连接，即权值小，可忽略为0。

式(8)中的 $\epsilon$ 为分块的阈值，度矩阵 $D$ 为各个节点的权值相加对应于对角线元素，即 $d_{11}$ 为 $v_1$ 节点所在第1块所包含原子的个数。

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & d_m \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中：对角线元素 $d_m$ 为节点 $v_n$ 在第 $p$ 块中节点相邻的个数，即同一块中原子的个数，矩阵 $D$ 中非对角元素均为0。使用邻接矩阵和度矩阵可得到拉普拉斯矩阵：

$$L = D - E. \quad (11)$$

定义 $1^{[29]}: x_{out} = Hx_{in}$ ， $H$ 可看作一个线性系统，信号 $x_{in} \in \mathbb{C}^N$ 输入后，其输出为 $x_{out}$ ，则 $H$ 也称为图滤波器。

根据拉普拉斯矩阵设计图滤波器，基于图结构的聚分类算法需要构造满足要求的图滤波器，通过减小滤波器中的互相干系数，设计出的图滤波器恢复信号的质量好、准确度高，图滤波器由测量矩阵和拉普拉斯矩阵相乘得出，拉普拉斯矩阵由聚类后的图结构邻接矩阵和度矩阵构成；选择性能较好的图滤波器，能够提高信号重构质量。

关于构造图滤波，已知拉普拉斯矩阵 $L \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 和测量矩阵 $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times N}$ ，由拉普拉斯矩阵和测量矩阵构成初始的图滤波：

$$H = \Phi L. \quad (12)$$

$$\text{定义互相干系数 } \mu(H) = \max_{i \neq j} \left\{ \frac{\|h_i^T h_j\|}{\|h_i\| \cdot \|h_j\|} \right\},$$

其中 $h_i$ 和 $h_j$ 分别为图滤波器 $H$ 中的 $i$ 列和 $j$ 列。对其图滤波器单位化处理得到 $\tilde{H}$ ，构造Gram矩阵：

$$G = \tilde{H}^T \tilde{H}. \quad (13)$$

矩阵 $G$ 中的非对角线元素为互相干系数：

$$\mu(\mathbf{H}) = \max_{i \neq j} \left\{ \frac{\|\mathbf{h}_i^T \mathbf{h}_j\|}{\|\mathbf{h}_i\| \cdot \|\mathbf{h}_j\|} \right\} = \max_{i \neq j} \left\{ \|\tilde{\mathbf{h}}_i^T \tilde{\mathbf{h}}_j\| \right\} = \max \left\{ |g_{ij}| \right\}. \quad (14)$$

通过将互相干系数最小化可使图滤波器优化满足恢复要求。具体算法如算法 1 所示。

**Algorithm 1:** Graph filter design

**Input:**  $\mathbf{L}, \Phi \in \mathbb{C}^{M \times N}, \mathbf{I}, \delta;$

**Initialize:** 1.  $\mathbf{H} = \Phi \mathbf{L}, \mathbf{G} = \hat{\mathbf{H}}^T \hat{\mathbf{H}}, \mathbf{G} = \mathbf{S} \mathbf{V} \mathbf{S}^T;$

2. Replace all non-zero elements in matrix  $\mathbf{V}$  with

$\frac{n}{m}$  to obtain matrix  $\tilde{\mathbf{V}}, \tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{Z}^T \mathbf{Z};$

3.  $\mathbf{G}_0 = \mathbf{S} \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \mathbf{S}^T, \mathbf{G}_0 = (\mathbf{H}^0)^T \mathbf{H}^0;$

**for**  $i=1:1000$

$$\epsilon = \|\mathbf{I}_N - \mathbf{H}_i^T \mathbf{H}_i\|_F^2$$

**if**  $\epsilon \leq 0.001$

**break**

$$\mathbf{H}^{i+1} = \mathbf{H}^i - \delta \mathbf{H}^i \left[ (\mathbf{H}^i)^T \mathbf{H}^i - \mathbf{I} \right]$$

**end**

**end**

**Output:**  $\mathbf{H}$

在上述的图滤波器设计算法中,通过构造 Gram 矩阵  $\mathbf{G}$ ,对 Gram 矩阵进行特征值分解做初始化处理,再使用梯度下降法优化图滤波器,使得图滤波器中互不相干系数达到最大。

基于分块后的多维度信号,需满足 Block-RIP 条件<sup>[30]</sup>才可重构信号。

定理 1:已知  $\Theta$  是  $S$  稀疏的,当  $0 < \delta < 1$  时,矩阵  $\mathbf{A}$  满足 Block-RIP 条件:

$$(1 - \delta_B) \|\Theta\|_2^2 \leq \|\mathbf{A} \Theta\|_2^2 \leq (1 + \delta_B) \|\Theta\|_2^2, \quad \text{s.t. } 0 < \delta_B < 1. \quad (15)$$

则矩阵  $\mathbf{A}$  可构成测量矩阵。块的稀疏度为

$$\|\Theta\|_{2,0} = \sum_{i=1}^p I(\Theta[i]), \quad I(\cdot) \text{ 定义为 } I(\|\Theta[i]\|_2) =$$

$$\begin{cases} 1, & \|\Theta[i]\|_2 > 0 \\ 0, & \text{others} \end{cases}, \text{ 如果 } \Theta \text{ 的块稀疏度为 } S,$$

则  $\|\Theta\|_{2,0} = S$ 。

### 3 基于图结构的聚分类算法

图滤波器的设计完成能够提高信号重构的质量,对于测量值的聚类分块信号,本文设计了 CBOMP 算法对分块后的数据进行信号恢复,具体的

聚分类和恢复算法的流程如算法 2 和算法 3 所示。

**Algorithm 2:** Clustered classification based on graph signal

**Input:**  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}^1, \mathbf{y}^2, \dots, \mathbf{y}^N], \epsilon > 0;$

**Initialize:**  $\hat{\mathbf{y}}^1 = \mathbf{y}^1, \mathbf{A}_0 = [0, 0, \dots, 0]^{1 \times N}, N_g = 1, b = 2;$

**for**  $i = 2: N$

**for**  $j = 1: N_g$

**if**  $D_{\text{is}}(\mathbf{y}^i, \hat{\mathbf{y}}^j) < \epsilon,$

$\hat{\mathbf{y}}^b = \mathbf{y}^i, \mathbf{A}^i = j, b = b + 1;$

**break**

**if**  $j = N_g$

$N_g = N_g + 1, \mathbf{A}^i = N_g, \hat{\mathbf{y}}^{j+1} = \mathbf{y}^i, b = j + 2;$

**end**

**end**

**Sort:**  $\hat{\mathbf{Y}};$

**Output:**  $\hat{\mathbf{Y}} = [\hat{\mathbf{y}}^1, \hat{\mathbf{y}}^2, \dots, \hat{\mathbf{y}}^N], \mathbf{A}_0, N_g;$

多维度向量进行了聚分类算法后,算法 3 进行 CBOMP 算法的恢复,CBOMP 算法是基于 OMP 算法的改进,对于原始的单维度向量寻找图滤波器中内积最大的列将推广到多维度向量寻找内积最大的原子块。

**Algorithm 3:** CBOMP algorithm

**Input:**  $\mathbf{H}, \mathbf{Y} =$

$$\left[ \underbrace{\mathbf{y}^{11}, \mathbf{y}^{12}, \dots, \mathbf{y}^{1c_1}}_{\mathbf{y}^{[1]}}, \dots, \underbrace{\mathbf{y}^{i1}, \mathbf{y}^{i2}, \dots, \mathbf{y}^{ic_i}}_{\mathbf{y}^{[i]}}, \dots, \underbrace{\mathbf{y}^{p1}, \dots, \mathbf{y}^{pc_p}}_{\mathbf{y}^{[p]}} \right], p, S;$$

**Initialize:**  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}^{[i]}, \mathbf{A}_0 = \emptyset, t = 1;$

**for**  $t=1:512$

$$\lambda[i] = \arg \max \left\| \left\langle \mathbf{r}_0, \mathbf{H}[i]^T \right\rangle \right\|_F;$$

$$\mathbf{A}_t = \mathbf{A}_{t-1} \cup \{\lambda[i]\}, \mathbf{H}_t = [\mathbf{H}_{t-1}, \mathbf{H}_{\lambda[i]}];$$

$$\hat{\Theta}_t = \arg \min \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}_t \hat{\Theta}_t\|_2;$$

$$\mathbf{r}_t = \mathbf{Y} - \mathbf{H}_t \hat{\Theta}_t, t = t + 1;$$

**if**  $t > S$

**break**

**end**

**end**

**Output:**  $\hat{\Theta}$

处理多维度向量第一步是对测量向量进行分块处理,第二步再进行 CBOMP 算法的恢复。该算法在下一节中通过实验和其他类算法进行比较,得出重构信号质量较高的结果,且在每次的运行中,以块为结构进行运算,大大降低了算法的复杂度,满足信号基本恢复的要求。

## 4 实验与分析

为了验证所提算法的有效性,仿真实验均在 AMD-R7-3800X (3.89 GHz) 处理器上使用 GNU Octave 进行,其中所用操作系统为 Windows 10,内存大小为 32 GB,图像大小均为 512 pixel×512 pixel,取自 Octave 库。在图片中考虑信号之间的相干性,可将信号进行分块处理,将经典的贪婪类算法(OMP 算法、ROMP 算法和 CoSaMP 算法)、凸优化算法(BP 算法)和本文算法进行比较。

首先,在稀疏矩阵的选择上,实验选择图论中的拉普拉斯矩阵对图滤波进行设计;测量矩阵一般情况下随机选择任意的傅里叶矩阵,傅里叶矩阵和拉普拉斯矩阵构成的图滤波器满足 Block-RIP 条件。

如图 2 所示,实验数据采样率为 0.3,即采样数  $M=157$ ,分别对比了 CBOMP 算法、OMP 算法、BP 算法、ROMP 算法和 CoSaMP 算法的恢复效果。在 CBOMP 算法中,根据设定的分块阈值  $\epsilon=3.7716$ ,测量值可分为 113 个块,分块后再根据恢复算法重构图像。

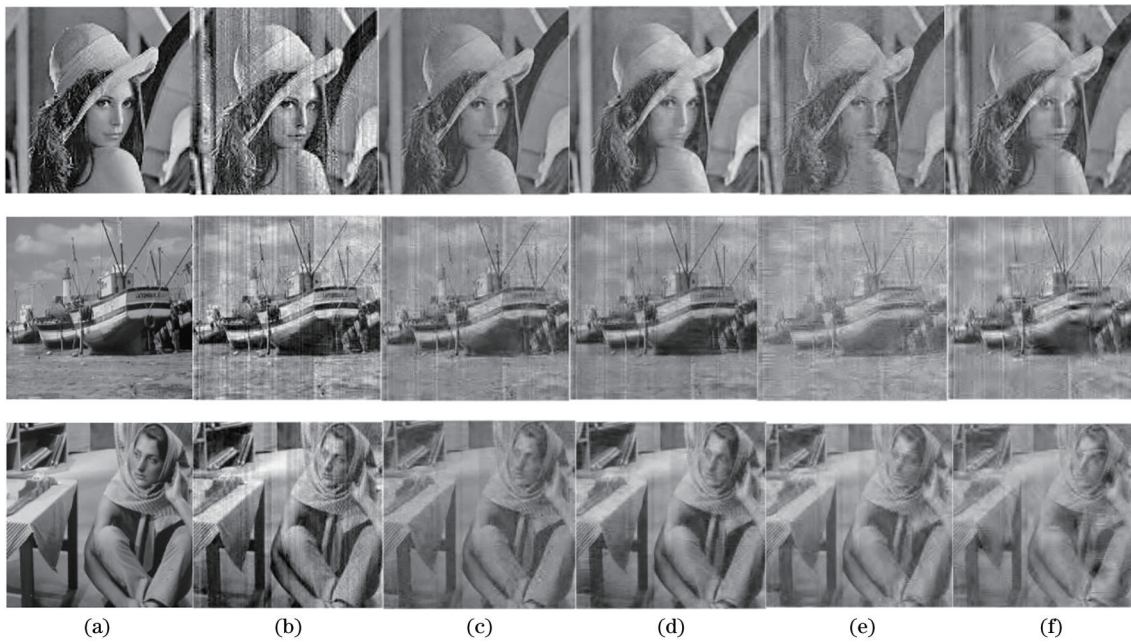


图 2 采样率为 0.3 时,不同算法的恢复效果。(a)原图;(b)本文 CBOMP 算法;(c) OMP 算法;(d) BP 算法;(e) CoSaMP 算法;(f) ROMP 算法

Fig. 2 Recovery effect of different algorithms, when sampling rate is 0.3. (a) Original picture; (b) CBOMP algorithm; (c) OMP algorithm; (d) BP algorithm; (e) CoSaMP algorithm; (f) ROMP algorithm

从图 2 可以明显看出,本文算法相比于其他算法恢复效果更好,恢复图片的质量较高,随着采样率的增大,恢复的效果将通过图 3 中的 PSNR 值进行对比,其值越高,表明恢复效果越好。

从图 3 可以看出,本文算法相比于其他贪婪类算法的 PSNR 较高,对比 BP 算法,当采样率小于 0.4 时,CBOMP 算法的 PSNR 略小于 BP 算法;当采样率大于 0.5 时,本文算法和 BP 算法的 PSNR 接近。但在时间复杂度方面,本文算法优于其他类算法,特别对比于 BP 算法,运行时间为其 1/6,具体数据如表 1 所示。

从表 1 可以看出,本文算法时间复杂度低于其他 4 种算法。当采样率为 0.3 时,计算时间和采样

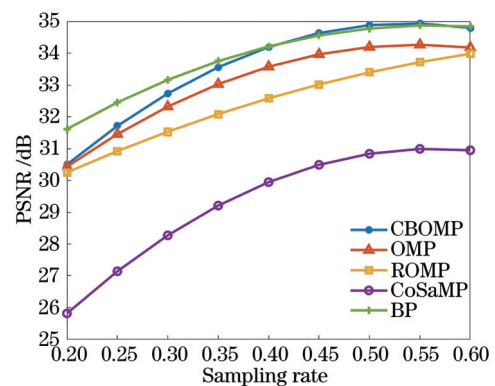


图 3 五种算法的 PSNR 值比较

Fig. 3 Comparison of PSNR values of five algorithms rate 增加的情况下的运行时间变化不大,本文提出的 CBOMP 算法不仅可以在低采样数下精准地恢复原

表 1 五种算法运行时间比较

Table 1 Comparison of running time of five algorithms

| Sampling rate | Running time /s |       |       |        |       |
|---------------|-----------------|-------|-------|--------|-------|
|               | CBOMP           | OMP   | ROMP  | CoSaMP | BP    |
| 0.2           | 5.17            | 12.04 | 7.14  | 10.43  | 29.05 |
| 0.3           | 7.34            | 13.08 | 9.03  | 11.26  | 40.75 |
| 0.4           | 7.10            | 12.18 | 9.35  | 11.33  | 40.98 |
| 0.5           | 7.24            | 12.70 | 9.65  | 12.03  | 40.76 |
| 0.6           | 7.13            | 12.89 | 10.78 | 12.87  | 41.26 |

始信号,而且减少了算法的运行时间,提高了信号恢复的效率。

如图 4 所示,通过设定不同的阈值即不同的分块数来恢复原始信号,当分块数为 50 块时,恢复原始信号的 PSNR 较低,随着设置阈值的减小,当分块数为 150 时, PSNR 接近峰值,当分块数到达 450 时,即认为原始信号未分块处理,等同于 OMP 算法的恢复效果,且此时的 PSNR 为 33.5 dB 与分块数为 150 时的 PSNR 相近,从而可知在不影响恢复原始信号精度下,本文算法在重构信号的质量和复杂度上有着较好的结果。

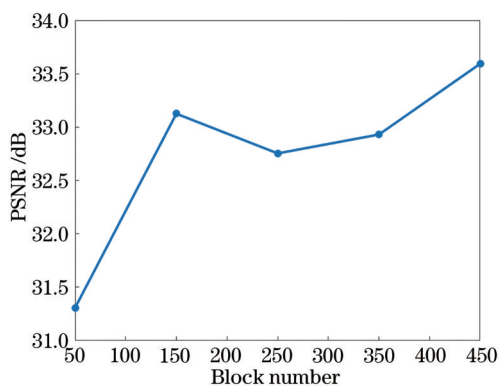


图 4 不同分块数时的 PSNR 值

Fig. 4 PSNR value of different block numbers

## 5 结 论

本文提出基于聚分类图信号的稀疏恢复算法,考虑到信号的图结构,首先使用图信号的拉普拉斯矩阵构造图滤波器,其次采用对应的图滤波器进行聚类处理,最后将聚类的图信号利用 CBOMP 算法恢复。实验结果表明,本文算法恢复精度优于贪婪类算法(OMP 算法、ROMP 算法和 CoSaMP 算法);时间复杂度优于其他类算法(OMP 算法、ROMP 算法、CoSaMP 算法和 BP 算法)。CBOMP 算法和凸优化类算法相比,当采样率低时,凸优化算法与本

文算法恢复信号质量相差不大,但 CBOMP 算法的时间复杂度低。图信号处理在针对不规则信号上仍是热点问题,后续的研究重点为图信号结构,可将传统的信号与图信号相结合,研究相关的图结构、图滤波等,基于图信号的处理有望成为数据采样和分析的新方向。

## 参 考 文 献

- [1] Jerri A J. The Shannon sampling theorem: its various extensions and applications: a tutorial review[J]. Proceedings of the IEEE, 1977, 65(11): 1565-1596.
- [2] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] Baron D, Duarte M F, Sarvotham S, et al. An information-theoretic approach to distributed compressed sensing[C]//43rd Allerton conference on Communication, Control, and Computing(ACC), September 28-30, 2005, Monticello, Illinois, USA. [S.l.: s.n.], 2005: 814-825.
- [4] 张丽娟, 纪峰. 基于压缩感知的图像去噪的综述[J]. 电子技术与软件工程, 2014(18): 125-126, 238. Zhang L J, Ji F. Overview of image denoising based on compressed sensing[J]. Electronic Technology & Software Engineering, 2014(18): 125-126, 238.
- [5] 王钢, 周若飞, 邹映琨. 基于压缩感知理论的图像优化技术[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(1): 222-233. Wang G, Zhou R F, Zou Y K. Research on image optimization technology based on compressed sensing [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2020, 42(1): 222-233.
- [6] Shahdoosti H R, Hazavei S M. A new compressive sensing based image denoising method using block-matching and sparse representations over learned dictionaries[J]. Multimedia Tools and Applications, 2019, 78(9): 12561-12582.
- [7] 陈潮起, 孟祥超, 邵枫, 等. 一种基于多尺度低秩分解的红外与可见光图像融合方法[J]. 光学学报, 2020, 40(11): 1110001. Chen C Q, Meng X C, Shao F, et al. Infrared and visible image fusion method based on multiscale low-rank decomposition[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40 (11): 1110001.
- [8] 李现虎, 吕京国, 江珊. 粒子群优化的分块压缩感知影像融合[J]. 遥感信息, 2019, 34(1): 129-134. Li X H, Lü J G, Jiang S. Block-based compressive sensing image fusion method based on particle swarm

- optimization algorithm[J]. *Remote Sensing Information*, 2019, 34(1): 129-134.
- [9] Vargas E, Arguello H, Tourmeret J Y. Spectral image fusion from compressive measurements using spectral unmixing and a sparse representation of abundance maps[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2019, 57(7): 5043-5053.
- [10] Brown P, O'Shaughnessy M, Rozell C, et al. A 17.8 MS/s neural-network compressed sensing radar processor in 16 nm FinFET CMOS[C]//2020 IEEE Custom Integrated Circuits Conference, March 22-25, 2020, Boston, MA, USA. New York: IEEE Press, 2020.
- [11] Satat G, Tancik M, Raskar R. Lensless imaging with compressive ultrafast sensing[J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2017, 3(3): 398-407.
- [12] Antipa N, Oare P, Bostan E, et al. Video from stills: lensless imaging with rolling shutter[C]//2019 IEEE International Conference on Computational Photography (ICCP), May 15-17, 2019, Tokyo, Japan. New York: IEEE Press, 2019.
- [13] 柯钧, 张临夏, 周群. 压缩感知在光学成像领域的应用[J]. *光学学报*, 2020, 40(1): 0111006.  
Ke J, Zhang L X, Zhou Q. Applications of compressive sensing in optical imaging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(1): 0111006.
- [14] 张华, 曹良才, 金国藩, 等. 基于压缩感知算法的无透镜数字全息成像研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(8): 080001.  
Zhang H, Cao L C, Jin G F, et al. Progress on lensless digital holography imaging based on compressive holographic algorithm[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(8): 080001.
- [15] 徐世武, 吴怡, 王徐芳. 基于粒子群优化压缩感知的可见光定位算法[J]. *中国激光*, 2021, 48(3): 0306004.  
Xu S W, Wu Y, Wang X F. Visible light positioning algorithm based on particle swarm optimization compressed sensing[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(3): 0306004.
- [16] 王晗, 王阿川. 基于谱间预测的高光谱遥感影像压缩感知重构算法[J]. *红外技术*, 2018, 40(6): 556-562.  
Wang H, Wang A C. Hyperspectral remote sensing image compression sensing reconstruction algorithm based on spectral prediction[J]. *Infrared Technology*, 2018, 40(6): 556-562.
- [17] 张杰, 史小平, 张焕龙, 等. 高噪声遥感图像稀疏去噪重建[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2019, 51(10): 47-54.  
Zhang J, Shi X P, Zhang H L, et al. High noise remote sensing image sparse denoising reconstruction [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2019, 51(10): 47-54.
- [18] Liu Z Q, Wang L C, Wang X M, et al. Secure remote sensing image registration based on compressed sensing in cloud setting[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 36516-36526.
- [19] Matcuk G R, Jr, Gross J S, Fritz J. Compressed sensing MRI[J]. *Advances in Clinical Radiology*, 2020, 2: 257-271.
- [20] Yang Y, Sun J, Li H, et al. Deep ADMM-Net for compressive sensing MRI[C]//Proceedings of the 30th International Conference on Neural Information Processing Systems(ICNIPS), December 5-11, 2016, Barcelona, Spain. [S.l.: s.n.], 2016: 10-18.
- [21] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [22] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. *SIAM Review*, 2001, 43(1): 129-159.
- [23] Narang S K, Ortega A. Perfect reconstruction two-channel wavelet filter banks for graph structured data [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(6): 2786-2799.
- [24] Chen S H, Varma R, Sandryhaila A, et al. Discrete signal processing on graphs: sampling theory[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(24): 6510-6523.
- [25] Wang X H, Liu P F, Gu Y T. Local-set-based graph signal reconstruction[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(9): 2432-2444.
- [26] Zhu X F, Rabbat M. Graph spectral compressed sensing for sensor networks[C]//2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, March 25-30, 2012, Kyoto, Japan. New York: IEEE Press, 2012: 2865-2868.
- [27] 王开明, 覃日升, 张多荣, 等. 一种基于图信号处理的非侵入式负荷分解方法[J]. *电气自动化*, 2019, 41(6): 74-77.  
Wang K M, Qin R S, Zhang D R, et al. A non-intrusive load decomposition method based on graphic signal processing[J]. *Electrical Automation*, 2019, 41(6): 74-77.
- [28] Hao H X, Wu L D. A new complex valued dictionary learning method for group-sparse representation[J]. *Optik*, 2019, 196: 163150.

- [29] 王保云, 李沛. 分析大数据: 非规则结构与图信号[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2020, 40(5): 112-116.  
Wang B Y, Li P. Understanding big data: irregular structure and graph signal[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2020, 40(5): 112-116.
- [30] Candès E, Romberg J. Sparsity and incoherence in compressive sampling[J]. Inverse Problems, 2007, 23(3): 969-985.