

激光与光电子学进展

亚散粒噪声亚赫兹激光干涉测量研究

杨鹏^{1*}, 柯学志¹, 张风雷¹, 孙云龙¹, 谢博娅^{2**}¹湖北理工学院电气与电子信息工程学院精密光学测量实验室, 湖北 黄石 435003;²湖北工业大学机械工程学院湖北省现代制造工程重点实验室, 湖北 武汉 430068

摘要 由于具有超高灵敏度, 激光干涉测量被广泛应用于基础科学研究和技术开发领域。然而, 低频经典噪声(小于 1 Hz) 占据干涉仪系统噪声贡献的主导地位, 实现亚散粒噪声极限的低频激光干涉测量仍然面临巨大挑战。以亚赫兹低频物理信号为探测目标, 采用激光偏振自由度作为干涉仪内部光能量分离通道的方法, 解决激光干涉信号读出方案中本振光难以获取的关键难题; 使用双频工作激光将低频位移信号在系统输出端转换为高频交流光电信号, 自然地避开 1 Hz 频段电子学噪声的技术难题等, 为量子噪声极限超低频率激光干涉、干涉信号的读出方法等提供重要的理论指导和实验支持, 有望为地面引力波天线的升级改造提供具有参考价值的路径和方案。

关键词 量子光学; 激光干涉; 外差探测; 压缩态

中图分类号 O431

文献标志码 A

doi: [10.3788/LOP202259.0127001](https://doi.org/10.3788/LOP202259.0127001)

Sub-Shot-Noise Sub-Hertz Laser-Interferometric Measurement

Yang Peng^{1*}, Ke Xuezhi¹, Zhang Fenglei¹, Sun Yunlong¹, Xie Boya^{2**}¹Laboratory of Precision Optical Measurement, School of Electrical and Electronic Information Engineering, Hubei Polytechnic University, Huangshi, Hubei 435003, China;²Hubei Key Laboratory of Modern Manufacturing Quantity Engineering, School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan, Hubei 430068, China

Abstract Laser-interferometric measurements, possessing the ultra-high sensitivity, have been widely applied to fundamental scientific research and practical technological developments. However, low-frequency classic noise (less than 1 Hz) dominates exclusively in the interferometer system and measurement of sub-Hertz physical signals beyond the shot noise limit is still facing great challenges. Using the degree of freedom of laser polarization as the separation channel of light energy in the interferometer and the sub-Hertz low-frequency physical signal as the detection target, the key problem of difficult acquisition of local oscillator light in the readout scheme of the laser interference signal is solved. A dual-frequency working laser is used to convert the low-frequency displacement signal into high-frequency AC photoelectric signal at the system output to naturally avoid the technical problems of 1-Hz band electronic noise, thereby providing important theoretical guidance and experimental support for quantum noise limit ultra-low-frequency laser interference and interference signal readout method. It is expected to provide a reference path and scheme for upgrading ground gravitational wave antenna.

Key words quantum optics; laser interference; heterodyne; squeezed state

收稿日期: 2021-04-20; 修回日期: 2021-04-27; 录用日期: 2021-05-06

基金项目: 国家自然科学基金(12074110, 11947134)、湖北理工学院引进人才科研启动项目(19XJK11R)、湖北工业大学引进人才科研启动项目(BSQD2019003)

通信作者: q201277047@alumni.hust.edu.cn; 936976175@qq.com

1 引言

由于具有超高灵敏度,激光干涉测量被广泛应用于引力波探测^[1-4]、轴子探测^[5-6]、原子光谱检测^[9]、光学磁力检测^[10-11]等基础科学研究领域;生物检测^[12]、应力检测^[13]、频率检测^[14]、图像检测^[15]等应用技术发展领域。这些信号的成功探测不仅要求激光干涉系统具有超高的灵敏度,而且要求探测频带低至 1 Hz,甚至 mHz 或更低。然而,对于引力波或其他微弱信号(小于等于 1 Hz)而言^[16-17],实现亚散粒噪声极限的激光干涉测量仍然面临巨大的挑战,原因在于电子学噪声、振动噪声、热噪声和光学噪声^[18-19]等低频经典噪声在引力波探测器的低频段占据主导地位。

通常情况下,为了实现超高灵敏度的激光干涉测量,零差探测方法与压缩态光场相结合的方式是一种较好的选择。例如,Aasi 等^[20]通过在引力波探测器中注入压缩态光场实现了低至 150 Hz 的亚散粒噪声测量。但是零差探测器只能获得直流光电信号,在 1 Hz 频段的灵敏度很难达到散粒噪声极限^[21-22]。针对此问题,双本振光外差探测器应运而生。双本振光外差探测器能将低频信号转移到高频进行探测,但相位敏感性质增加了信号光场、压缩态光场与双本振光场三者之间的相对相位控制难度,超越散粒噪声极限的相位信号测量频率范围仍然高达几十 kHz^[23],在 1 Hz 附近频段依然没有关于突破散粒噪声极限的报道出现。

幸运的是,Yang 等^[24]利用激光的偏振自由度,成功地从马赫-曾德尔干涉仪内部取出本振光用于平衡外差探测,使得干涉仪的相位信号在 1 Hz 频段达到了散粒噪声极限。在此研究成果的基础上,本文提出了亚散粒噪声亚赫兹激光干涉测量模型。将双频光作为工作激光与压缩态光场一起注入迈克耳孙干涉仪,将低频位移信号转换为高频交流光电信号,自然地避开 1 Hz 频段的经典噪声;用激光偏振自由度作为干涉仪内部光能量分离通道的方法,解决激光干涉信号读出方案中本振光难以获取的难题。首先,计算激光干涉测量系统输出的光电流差,分析待测的相位信息和相位锁定所需之误差信号;然后,根据双本振光外差探测量子理论^[25]与光场的自相关函数计算光电流差之涨落导致的噪声和噪声指数(NF),以判别是否突破了散粒噪声

极限;最后,通过数值仿真预测所提模型的可行性。研究结果有望在引力波探测器升级改造^[26]、压缩态增强精密测量^[27]等领域提供具有参考价值的理论指导和实验支持。

2 理论模型

所设计的亚散粒噪声亚赫兹激光干涉测量理论模型如^[图 1]所示,其中 $\omega_{0,1,2}$ 表示激光角频率, $\lambda/2$ 表示二分之一波片, $\lambda/4$ 表示四分之一波片,BS 表示分束棱镜,PZT 表示压电转换器,OC 表示光学循环镜,PBS 表示分束棱镜,PD 表示光电二极管,SA 表示频谱分析仪, \uparrow 表示 P 偏振光, \cdot 表示 S 偏振光, l_1 和 l_2 分别为迈克耳孙干涉仪的水平方向和垂直方向。迈克耳孙干涉仪(MI)作为捕捉微弱物理信号的重要装置,已被广泛运用于大型的引力波探测器。采用迈克耳孙干涉仪进行模型研究满足实际的应用之需(^[图 1]中的①);压缩态光(SL)使探测器突破标准量子极限,不为散粒噪声限制的灵敏度所困(^[图 1]中的②);平衡探测器(BHD,^[图 1]中的③)在信号读出方式中具有共模抑制的优点,这与引力波探测器(LIGO A+)的探测原理一致。

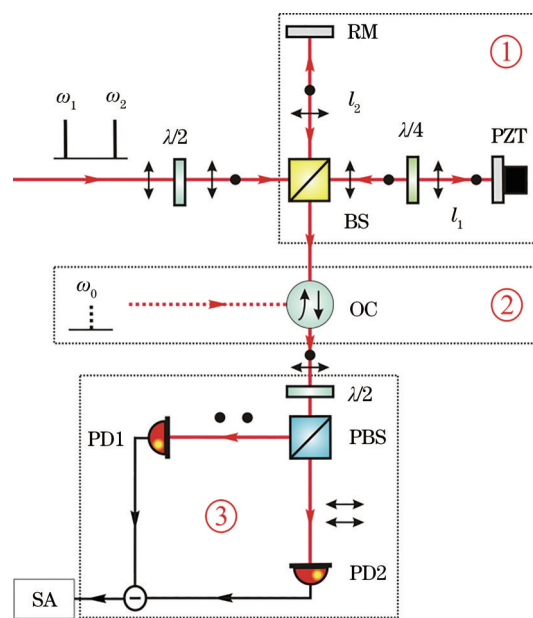


图 1 亚散粒噪声亚赫兹激光干涉测量原理图
Fig. 1 Schematic of sub-shot-noise sub-Hertz laser-interferometric measurement

2.1 迈克耳孙干涉仪

根据双本振光外差探测量子理论,双频合成光的光场表达式为

$$E(t) = \alpha e^{-i(\omega_0 - \Omega)t + i\theta_1} + \alpha e^{-i(\omega_0 + \Omega)t + i\theta_2}, \quad (1)$$

式中:为了简便而不失一般性,设双频激光的振幅相等,即 $\alpha = (\hbar\omega_1/V)^{1/2} \alpha_1 = (\hbar\omega_2/V)^{1/2} \alpha_2$, 其中 V 表示量子化空间, $\alpha_{1,2}$ 和 $\omega_{1,2} = \omega_0 \mp \Omega$ 分别表示模的振幅和光频, ω_0 表示中心角频率, \hbar 为普朗克常数, Ω 表示调制边带角频率; $\theta_{1,2}$ 为初始相位。

通过适当调整二分之一波片 ($\lambda/2$) 旋转角度, 双频合成光可变成 P 和 S 两种偏振方向相互垂直的激光光场, 且它们的振幅满足 $\alpha_P = \alpha_S = \alpha/\sqrt{2}$ 的条件。因此, 角频率分别为 $\omega_0 - \Omega$ 和 $\omega_0 + \Omega$ 所对应的 P 偏振、S 偏振激光可表达为

$$E_{P,S}^{\omega_0 - \Omega}(t) = \alpha/\sqrt{2} \cdot e^{-i(\omega_0 - \Omega)t + i\theta_1}, \quad (2)$$

$$E_{P,S}^{\omega_0 + \Omega}(t) = \alpha/\sqrt{2} \cdot e^{-i(\omega_0 + \Omega)t + i\theta_2}. \quad (3)$$

一般地, 压缩态光的表达式为

$$\hat{E}_{sq}(t) = \hat{a}e^{-i\omega_0 t + i\theta_s}, \quad (4)$$

式中: θ_s 为初始相位; \hat{a} 为湮灭算符。

激光的偏振态可通过光学器件调控成 P 偏振态和 S 偏振态, 且这两种偏振态互相垂直, 而如何对其偏振态进行调控, 即 P 偏振态和 S 偏振态的自由度需要精密控制。P、S 两种偏振激光沿水平方向, 压缩态光沿垂直方向, 共同进入迈克耳孙干涉仪 (图 1)。所提方案最大的特点之一是迈克耳孙干涉仪的水平方向 (l_1) 光路放置一个四分之一波片 ($\lambda/4$), 使快轴与 P 光的偏振方向平行, 与 S 光的偏振方向垂直。当 P 偏振光与 S 偏振光共同通过四分之一波片时, 它们之间的相对相位相差为 $\pi/2$; 当被压电陶瓷镜反射再次通过四分之一波片时, 两偏振光之间的相对相位相差为 π 。而迈克耳孙干涉仪的垂直方向 (l_2) 作为参考光路, P 偏振光与 S 偏振光之间的相对相位变化可忽略。因此, 干涉仪水平方向和垂直方向输出光场的表达式分别为

$$\hat{E}_1(t) = E_1^P(t) + E_1^S(t) + \hat{E}_{sq}(t) = \frac{1}{2} [E_P^{\omega_0 - \Omega}(t)(e^{2ik_1 l_1} - e^{2ik_2 l_2}) + E_P^{\omega_0 + \Omega}(t)(e^{2ik_2 l_1} - e^{2ik_1 l_2})] + \frac{1}{2} [E_S^{\omega_0 - \Omega}(t)(-e^{2ik_1 l_1} - e^{2ik_2 l_2}) + E_S^{\omega_0 + \Omega}(t)(-e^{2ik_2 l_1} - e^{2ik_1 l_2})] + \frac{1}{2} \hat{E}_{sq}(t)(e^{2ik_0 l_1} - e^{2ik_0 l_2}), \quad (5)$$

$$\hat{E}_2(t) = E_2^P(t) + E_2^S(t) + \hat{E}_{sq}(t) = \frac{i}{2} [E_P^{\omega_0 - \Omega}(t)(e^{2ik_1 l_1} + e^{2ik_2 l_2}) + E_P^{\omega_0 + \Omega}(t)(e^{2ik_2 l_1} + e^{2ik_1 l_2})] + \frac{i}{2} [E_S^{\omega_0 - \Omega}(t)(-e^{2ik_1 l_1} + e^{2ik_2 l_2}) + E_S^{\omega_0 + \Omega}(t)(-e^{2ik_2 l_1} + e^{2ik_1 l_2})] + \frac{i}{2} \hat{E}_{sq}(t)(e^{2ik_0 l_1} + e^{2ik_0 l_2}), \quad (6)$$

式中: $k_{0,1,2}$ 表示角频率为 ω_0 (压缩态光)、 $\omega_0 \mp \Omega$ (P 光和 S 光) 的波矢量大小, 且满足 $\Delta k/2 = k_2 - k_0 = k_0 - k_1$, $2\bar{k} = 2k_0 = k_1 + k_2$ 的条件。由 (5) 式和 (6) 式可知, 干涉仪输出光场 (水平方向或垂直方向) 包含 3 个部分: P 偏振光 $E_{1,2}^P(t)$ 、S 偏振光 $E_{1,2}^S(t)$ 和压缩态光经过干涉仪后的光 $\hat{E}_{sq}(t)$ 。

2.2 相敏外差探测器

迈克耳孙干涉仪垂直方向的输出光场 $\hat{E}_2(t)$ 进入光电二极管之前, 需先经过二分之一波片和偏振分束棱镜组成的光学干涉装置, 使 3 种激光的偏振一致而发生干涉作用 (图 1 中的 ③)。因此, 2 个光电二极管接收到的光场表达式分别为

$$\hat{E}_{PD_1}(t) = \frac{i}{2\sqrt{2}} [E_P^{\omega_0 - \Omega}(t)(e^{2ik_1 l_1} - e^{2ik_2 l_2}) + E_P^{\omega_0 + \Omega}(t)(e^{2ik_2 l_1} - e^{2ik_1 l_2})] - \frac{1}{2\sqrt{2}} [E_S^{\omega_0 - \Omega}(t)(-e^{2ik_1 l_1} + e^{2ik_2 l_2}) + E_S^{\omega_0 + \Omega}(t)(-e^{2ik_2 l_1} + e^{2ik_1 l_2})] - \frac{1}{2\sqrt{2}} \hat{E}_{sq}(t)(e^{2ik_0 l_1} + e^{2ik_0 l_2}), \quad (7)$$

$$\hat{E}_{PD_2}(t) = -\frac{1}{2\sqrt{2}} [E_P^{\omega_0 - \Omega}(t)(e^{2ik_1 l_1} + e^{2ik_2 l_2}) + E_P^{\omega_0 + \Omega}(t)(e^{2ik_2 l_1} + e^{2ik_1 l_2})] + \frac{i}{2\sqrt{2}} [E_S^{\omega_0 - \Omega}(t)(-e^{2ik_1 l_1} + e^{2ik_2 l_2}) + E_S^{\omega_0 + \Omega}(t)(-e^{2ik_2 l_1} + e^{2ik_1 l_2})] + \frac{i}{2\sqrt{2}} \hat{E}_{sq}(t)(e^{2ik_0 l_1} + e^{2ik_0 l_2}). \quad (8)$$

因此, 平衡相敏外差探测器产生的光电流差为

$$\hat{J}_-(t) = \frac{\eta e \alpha^2}{\hbar \omega} \sin(2\bar{k}\Delta l) \cos(\Delta k\Delta l) + \frac{\eta e \alpha^2}{\hbar \omega} \cos(2\Omega t + \Delta\theta - 2\Delta k\bar{l}) \sin(2\bar{k}\Delta l) +$$

$$\frac{\sqrt{2} \eta e \alpha}{\hbar \omega} \sin(\bar{k} \Delta l) \cos(\Delta k \Delta l / 2) \cos(\Omega t + \Delta \theta / 2 - \Delta k \bar{l}) \times [-\delta X^{(1)}(t) \sin(\bar{\theta} - \theta_s) + \delta X^{(2)}(t) \cos(\bar{\theta} - \theta_s)], \quad (9)$$

式中： η 表示光电探测器的量子效率； e 表示电子电量；双频光之间的初始相位差 $\Delta \theta = \theta_1 - \theta_2$ ；双频光之间的初始相位平均值 $\bar{\theta} = (\theta_1 + \theta_2) / 2$ ；迈克耳孙干涉仪的臂长差 $\Delta l = l_1 - l_2$ ；迈克耳孙干涉仪的臂长平均值 $\bar{l} = (l_1 + l_2) / 2$ 。压缩态光场的两正交坐标算符 $\delta X^{(1)}(t) = \delta \hat{a}(t) + \delta \hat{a}(t)^\dagger$ ， $\delta X^{(2)}(t) = -i \delta \hat{a}(t) + i \delta \hat{a}(t)^\dagger$ 。

根据光电流差(9)式可知，光电探测器输出的电流信号包含：1) 直流项 $\bar{J}_-(DC)$ ，此项主要贡献光电探测器的散粒噪声；2) 角频率为 2Ω 的高频项 $\tilde{J}_-(2\Omega)$ ，引力波信号引起干涉仪的臂长波动可由高频项 $\tilde{J}_-(2\Omega)$ 获得，迈克耳孙干涉仪的相对相位锁定在过零点的条件为 $2\bar{k}\Delta l = (2n + 1)\pi$ ， n 为整数。干涉仪的相对相位的表达式为

$$\tilde{J}_-(2\Omega) = \frac{\eta e \alpha^2}{\hbar \omega} \cos(2\Omega t + \Delta \theta - 2\Delta k \bar{l}) \cdot \delta \varphi, \quad (10)$$

式中：相对位移量导致的相对相位 $\delta \varphi = 2\bar{k}\delta l$ 。根据(10)式可知，光电流是角频率为 2Ω 的高频信号，说明平衡相敏外差探测器能够将低频位移信号(δl) 在系统输出端转换为高频交流光电信号，自然地避开 1 Hz 频段电子学噪声，从而解决低频物理信号的探测难以达到或突破散粒噪声极限的技术难题。同时，光电流的表达式包含双频光的振幅(或光功率)，即 $\tilde{J}_-(2\Omega) \propto \alpha^2$ ，表示高功率的双频光可起到放大微弱信号的作用。角频率为 Ω 的高频项 $\tilde{J}_-(\Omega)$ 与压缩态光场相关，当压缩态光场与双频合成光之间的相对相位 $\bar{\theta} - \theta_s = (n + 1/2)\pi$ ， $n = 0, 1, 2, \dots$ 时，选择压缩态光场的正交坐标 $\delta X^{(1)}(t)$ 进行测量；与此相反，当相对相位 $\bar{\theta} - \theta_s = n\pi$ ， $n = 0, 1, 2, \dots$ 时，选择压缩态光场的正交坐标 $\delta X^{(2)}(t)$ 进行测量，这也与之前的实验结果相吻合。

2.3 相位锁定

迈克耳孙干涉仪两臂之间的相对位移量为 Δl ，它们之间的相对相位为 $2\bar{k}\Delta l$ 。根据光电流差的表达式(9)式可知，交流信号 $\tilde{J}_-(2\Omega)$ 可作为干涉仪锁定所需的误差信号，即

$$\xi(t) = \frac{\eta e \alpha^2}{\hbar \omega} \cdot \cos(2\Omega t + \Delta \theta - 2\Delta k \bar{l}) \cdot \sin(2\bar{k}\Delta l). \quad (11)$$

在迈克耳孙干涉仪垂直方向输出端，P 偏振光、S 偏振光、压缩态光的光强分别为

$$\begin{cases} I^p(t) = \frac{1}{2} \alpha^2 (1 + \cos 2\bar{k}\Delta l) \\ I^s(t) = \frac{1}{2} \alpha^2 (1 - \cos 2\bar{k}\Delta l) \\ \hat{I}^{sq}(t) = \frac{1}{2} \hat{E}_{sq}(t)^\dagger \hat{E}_{sq}(t) (1 - \cos 2\bar{k}\Delta l) \end{cases} \quad (12)$$

当 $\sin(2\bar{k}\Delta l) = 0$ 时，有 $2\bar{k}\Delta l = (2n + 1)\pi$ ， $n = 0, 1, 2, \dots$ ，即有 $\cos(2\bar{k}\Delta l) = -1$ 。此外， $\Delta k \Delta l \approx 0$ ， $\cos(\Delta k \Delta l) = 1$ 。在此锁定条件下，P 偏振光光强变为 $I^p(t) = 0$ (暗条纹)；S 偏振光光强变为 $I^s(t) = \alpha^2$ (明条纹)；压缩态光光强变为 $\hat{I}^{sq}(t) = \hat{E}_{sq}(t)^\dagger \hat{E}_{sq}(t)$ (明条纹)。因此，所提方案的另一个重大优点是可将 P 偏振光当作待测的相干态信号光，S 偏振光当作本振光(LO)，不需要为系统引入额外的本振光，这不仅降低了潜在的噪声引入风险，而且减少了实验系统的成本。迈克耳孙干涉仪水平方向输出端上 P 偏振光、S 偏振光、压缩态光的光场强度与此正好相反。

2.4 量子噪声指数

根据双本振光外差探测量子理论^[25]与光场的自相关函数，相敏外差探测器的输入信噪比可表示为

$$R_{SN_m} = \frac{\langle \eta \hat{I}(t) \rangle^2}{\langle \eta \hat{I}(t) \rangle} = \frac{\langle \eta \hat{E}_s^*(t) \hat{E}_s(t) \rangle}{2\hbar \omega} = \frac{\eta \alpha^2}{2\hbar \omega}, \quad (13)$$

式中： $\hat{I}(t)$ 表示输入信号光强； $\langle \eta \hat{I}(t) \rangle^2$ 表示单位测量时间(1秒)内入射光的光功率。根据(10)式可知，平衡相敏外差探测器输出的光电流信号 $\tilde{J}_-(t) = \eta e \alpha^2 / \hbar \omega \cdot \cos[2\Omega t + \Delta \theta - 2\Delta k \bar{l}] \cdot 2\bar{k}\delta l$ ，信号输出功率可表示为

$$P_{out} = \frac{1}{T} \int_0^T \langle \langle \tilde{J}_-(t) \rangle^2 \rangle_s dt = \left(\frac{\eta e \alpha^2}{\hbar \omega} \right)^2. \quad (14)$$

平衡相敏外差探测器的散粒噪声为

$$\chi(\omega) = \frac{2\eta e^2 \alpha^2}{\hbar \omega}. \quad (15)$$

因此，相对于散粒噪声水平的光电探测器输出信噪比^[25]为

$$R_{SN_{out}} = \frac{P_{out}}{\chi(\omega)} = \left(\frac{\eta e \alpha^2}{\hbar \omega} \right)^2 \cdot \frac{\hbar \omega}{2 \eta e^2 \alpha^2} = \frac{\eta \alpha^2}{2 \hbar \omega} \quad (16)$$

最后,平衡相敏外差探测器的量子噪声指数为

$$F_{NF} = 10 \lg \frac{R_{SN_{in}}}{R_{SN_{out}}} = 0 \text{ dB} \quad (17)$$

这与相敏外差探测量子理论相一致,也符合我们的理论预期。

2.5 干涉仪灵敏度

干涉仪的灵敏度为干涉仪的噪声水平,散粒噪声水平为干涉仪的标准量子极限,即入射光为相干态激光时,干涉仪的最高灵敏度。根据(10)式可得,当迈克耳孙干涉仪的相对相位锁定后,光电探测器输出信号携带相位信息($\delta\varphi = 2\bar{k}\delta l$)。因此,输出信噪比改写为

$$R_{SN_{out}} = \frac{P_{out}}{\chi(\omega)} = \left(\frac{\eta e \alpha^2}{\hbar \omega} \right)^2 \cdot (2\bar{k}\Delta l)^2 \cdot \frac{\hbar \omega}{2 \eta e^2 \alpha^2} = \frac{\eta \alpha^2}{2 \hbar \omega} \cdot (\delta\phi)^2 \quad (18)$$

当输出信噪比等于 1 时,迈克耳孙干涉仪的散

粒噪声极限可表示为

$$\delta\phi_{snl} = \sqrt{\frac{\hbar \omega}{\eta P_s}} \quad (19)$$

式中:灵敏度 $\delta\phi_{snl} \propto 1/\sqrt{P_s}$,且与入射干涉仪的相干态信号光功率(文中为 P 偏振光)成根号反比关系。当干涉仪中输入压缩态光时,相敏外差探测器的噪声变为

$$\chi_{sq}(\omega) = \frac{2\eta e^2 \alpha^2}{\hbar \omega} \cdot \left[1 - \frac{2\Gamma}{(1+\Gamma)^2 + (\omega_0 - \Omega)^2/\epsilon^2} - \frac{2\Gamma}{(1+\Gamma)^2 + (\omega_0 + \Omega)^2/\epsilon^2} \right] \quad (20)$$

式中:重要的噪声参数 $\Gamma = \gamma/2\epsilon$,制备压缩态光的光腔衰减率 $\gamma = (1-R)c/l$, ϵ 表示有效泵浦光强度的量度, R 表示腔镜反射率; c 表示真空中的光速, l 表示腔长。因此,当压缩态光存在时,光电探测器的灵敏度变为

$$\delta\phi = \sqrt{\frac{\hbar \omega}{\eta P_s}} \cdot \sqrt{1 - \frac{2\Gamma}{(1+\Gamma)^2 + (\omega_0 - \Omega)^2/\epsilon^2} - \frac{2\Gamma}{(1+\Gamma)^2 + (\omega_0 + \Omega)^2/\epsilon^2}} \quad (21)$$

即当 $\chi_{sq}(\omega) < \chi(\omega)$ 时,压缩态光将提高系统的灵敏度,从而突破散粒噪声极限。

3 数值仿真

前面理论模型部分已经得到了双频合成光与压缩态光通过迈克耳孙干涉仪后的光场变化表达式,并通过相敏外差探测器将光信号转变为电信号;同时,分析待测的相位信息及双频合成光与压缩态光、迈克耳孙干涉仪的相对相位锁定需要的误差信号,并根据双本振光外差探测量子理论与光场的自相关函数计算光电流差之涨落导致的噪声、相

敏外差探测器的量子噪声指数、迈克耳孙干涉仪的灵敏度。此小节将根据实验需要合理设定参数,对误差信号及干涉仪输出端光强、干涉仪的散粒噪声、干涉仪的灵敏度等进行数值仿真以验证所提模型的可行性。

首先,随着干涉仪相对相位的变化,误差信号和干涉仪垂直输出端 P 偏振光、S 偏振光、压缩态光光强的数值仿真结果如 [图 2](#) 所示。设数值仿真归一化条件分别为 $\eta e \alpha^2 / (\hbar \omega) = 1$ (误差信号), $1/(2\alpha^2) = 1$ (P 光和 S 光), $1/2\hat{E}_{sq}(t)^\dagger \hat{E}_{sq}(t) = 1$ (压

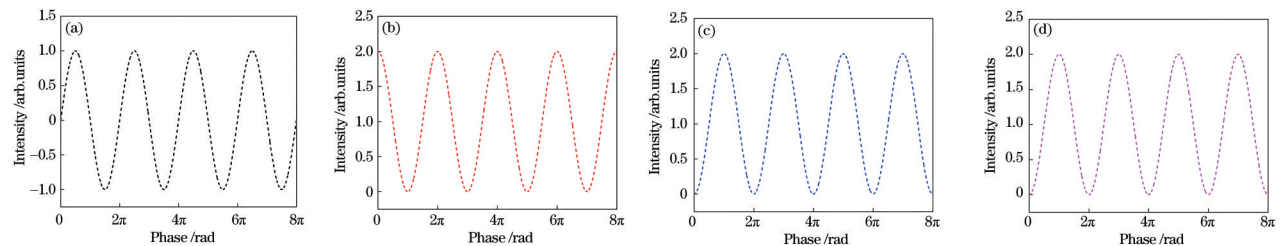


图 2 干涉仪的相对相位锁定仿真结果。(a)误差信号;(b) P 偏振光光强;(c) S 偏振光光强;(d) 压缩态光光强
Fig. 2 Simulation results of relative phase locking of interferometer. (a) Error signal; (b) intensity of P polarized light; (c) intensity of S polarized light; (d) intensity of squeezed light

缩态光)。当 $2k\Delta l = (2n + 1)\pi, n = 0, 1, 2, \dots$ 时, P 偏振光变为暗条纹, S 偏振光变为明条纹, 压缩态光变为明条纹, 此结果不仅符合干涉仪达到最高灵敏度的暗端锁定条件, 而且可将相位变化最为敏感的微弱 P 偏振光作为相敏外差探测器的待测信号光, 同时还能将明条纹的 S 偏振光作为相敏外差探测器的本振光, 而不需要额外引入本振光光源。

其次, 迈克耳孙干涉仪的散粒噪声与入射干涉仪的相干态信号光功率成根号反比关系: $\delta\phi_{\text{sni}} \propto 1/\sqrt{P_s}$, 变化关系如 [图 3](#) 所示, 水平轴表示信号光功率, 变化范围为 1 mW 到 10 mW, 间隔为 1 mW; 纵轴表示散粒噪声的功率谱密度, 且都采用对数坐标。设相敏外差探测器的量子效率 $\eta = 1$, 激光中心波长为 1064 nm。仿真结果符合干涉仪的灵敏度性质。

最后, 当迈克耳孙干涉仪中输入压缩态光时, 相敏光电探测器的噪声的表达式为(20)式, 数值仿真结果如 [图 4](#) 所示, 其中水平轴为 ω/γ , 变化范围为 0 到 10; 纵轴表示迈克耳孙干涉仪的灵敏度。为了简便而不失一般性, 可设 $\gamma/2\epsilon = 1, \eta = 1$ 。 [图 4](#) (a)~(d) 分别对应信号光功率为 1, 2, 4, 8 mW 的噪声水平, 且图例①、图例②、图例③的仿真条件分别是 $\Omega/\gamma = 0, \Omega/\gamma = 0.05, \Omega/\gamma = 0.5$ 。从图中

4 结 论

提出了一种突破散粒噪声极限的亚赫兹激光干涉实验测量方案, 设计了迈克耳孙干涉仪、相敏外差探测器等关键实验装置, 详细计算了激光干涉系统的信号传递函数、待测的相位信息以及双频合成光与压缩态光、迈克耳孙干涉仪的相对相位锁定之误差信号, 根据双本振光外差探测量子理论与光场的自相关函数计算了光电流差的涨落导致的噪声、相敏外差探测器的量子噪声指数、迈克耳孙干涉仪的灵敏度。根据实验需要合理设定了参数, 对误差信号及干涉仪输出端光强、干涉仪的散粒噪声、干涉仪的灵敏度等进行数值仿真, 仿真结果符合理论预期和实际所需, 从而验证所提方案的可行性。本研究的主要目的是建立科学的理论模型, 设计合理的实验方案, 为即将开展的实验做好充足的准备工作。研究结果有望为地面引力波天线的升级改造提供具有参考价值的路径和方案, 尤其是在量子噪声极限超低频激光干涉、干涉信号的读出方法等方面提供重要的理论指导和实

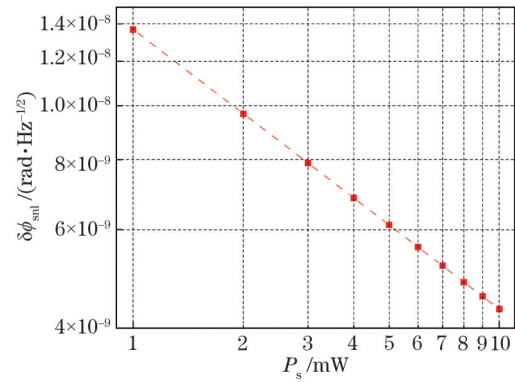


图 3 迈克耳孙干涉仪的散粒噪声

Fig. 3 Shot noise of Michelson interferometer

可以看出, 随着 ω/γ 不断增加, 3 条线都趋近于散粒噪声 (图例④), $\delta\phi_{\text{sni}}^{P_s=1\text{mW}} \approx 1.37 \times 10^{-8} \text{ rad/Hz}^{1/2}$, $\delta\phi_{\text{sni}}^{P_s=2\text{mW}} \approx 9.67 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$, $\delta\phi_{\text{sni}}^{P_s=4\text{mW}} = 6.84 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$, $\delta\phi_{\text{sni}}^{P_s=8\text{mW}} = 4.83 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$, 与 [图 3](#) 的计算结果相符, 且 $\Omega/\gamma = 0$ 的计算结果与零差探测器一致, 这符合前期的研究工作 [\[25, 28, 30\]](#)。尤其重要的是, 在 ω/γ 较小的一段区域, 归因于压缩态光、双频合成光和相敏外差探测器, 迈克耳孙干涉仪的灵敏度能够突破散粒噪声极限, 且 ω/γ 的值在实验上易于实现 [\[25\]](#), 有利于实验工作的开展。

验支持, 在基于相移条纹分析的实时三维成像 [\[31\]](#)、干涉条纹中心分析方法研究 [\[32\]](#)、生物无损检测 [\[33\]](#) 等方面提供技术支持。

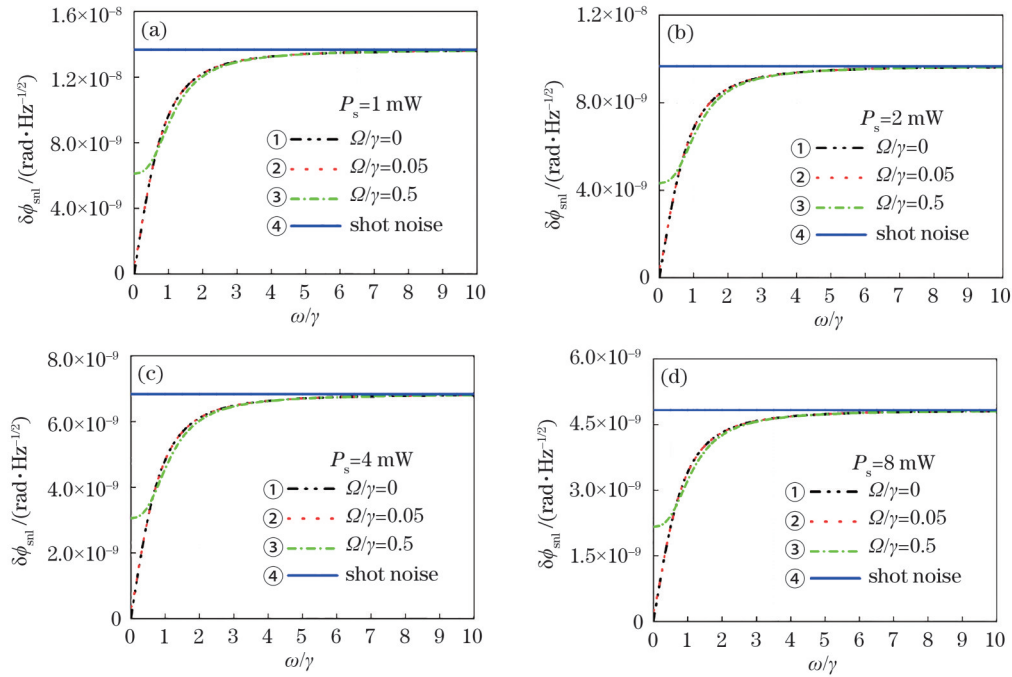


图 4 迈克耳孙干涉仪的灵敏度。(a)~(d) 分别对应信号光功率为 1, 2, 4, 8 mW 的噪声水平
 Fig. 4 Sensitivity of Michelson interferometer. (a)~(d) Corresponding to noise level with signal optical power of 1, 2, 4, 8 mW respectively

参 考 文 献

[1] Acernese F, Amico P, Arnaud N, et al. [ref](#) The present status of the VIRGO Central Interferometer [ref](#) [J]. Classical and Quantum Gravity, 2002, 19(7): 1421-1428.

[2] Willke B, Aufmuth P, Aulbert C, et al. [ref](#) The GEO 600 gravitational wave detector [ref](#) [J]. Classical and Quantum Gravity, 2002, 19(7): 1377-1387.

[3] Ando M, Arai K, Takahashi R, et al. Stable operation of a 300-[ref](#) m laser interferometer with sufficient sensitivity to detect gravitational [ref](#)-wave events within our galaxy[J]. Physical Review Letters, 2001, 86(18): 3950.

[4] [ref](#) The LIGO Scientific Collaboration [ref](#). A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit[J]. Nature Physics, 2011, 7 (12): 962-965.

[5] Cameron R, Cantatore G, Melissinos A C, et al. [ref](#) Search for nearly massless, weakly coupled particles by optical techniques [ref](#) [J]. Physical Review D, 1993, 47(9): 3707-3725.

[6] Rikken G L J A, Rizzo C. [ref](#) Magnetolectric birefringences of the quantum vacuum [ref](#) [J]. Physical Review A, 2000, 63(1): 012107.

[7] Zavattini E, Zavattini G, Ruoso G, et al. [ref](#) Experimental observation of optical rotation generated in vacuum by a magnetic field [ref](#) [J]. Physical Review Letters, 2007, 99(12): 129901.

[8] Mei H H, Chen S J, Ni A W T. Suspension of the fiber mode-[ref](#) cleaner launcher and measurement of the high extinction [ref](#)-ratio (10^{-9}) ellipsometer for the Q & A experiment[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2006, 32: 236-243.

[9] Polzik E S, Carri J, Kimble H J. [ref](#) Spectroscopy with squeezed light [ref](#) [J]. Physical Review Letters, 1992, 68(20): 3020.

[10] Wolfgramm F, Cerè A, Beduini F A, et al. Squeezed-[ref](#) light optical magnetometry [ref](#) [J]. Physical Review Letters, 2010, 105(5): 053601.

[11] Wasilewski W, Jensen K, Krauter H, et al. [ref](#) Quantum noise limited and entanglement [ref](#)-assisted magnetometry[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(13): 133601.

[12] Taylor M A, Janousek J, Daria V, et al. [ref](#) Biological measurement beyond the quantum limit [ref](#) [J]. Nature Photonics, 2013, 7(3): 229-233.

[13] Gagliardi G, Salza M, Avino S, et al. [ref](#) Probing the ultimate limit of fiber [ref](#)-optic strain sensing[J]. Science, 2010, 330(6007): 1081-1084.

[14] McRae T G, Ngo S, Shaddock D A, et al.

- Frequency stabilization for space-[ref](#)-based missions using optical fiber interferometry [ref](#) [J]. Optics Letters, 2013, 38(3): 278-280.
- [15] Ozkumur A Y, Kanik F E, Trueb J T, et al. [ref](#) Interferometric detection and enumeration of viral particles using Si [ref](#)-based microfluidics[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2019, 25(1): 1-7.
- [16] Schnabel R, Mavalvala N, McClelland D E, et al. [ref](#) Quantum metrology for gravitational wave astronomy [ref](#) [J]. Nature Communications, 2010, 1: 121.
- [17] Babak S, Gair J, Sesana A, et al. Science with the space-[ref](#) based interferometer LISA. V. Extreme mass [ref](#)-ratio inspirals[J]. Physical Review D, 2017, 95(10): 103012.
- [18] Oelker E, Mansell G, Tse M, et al. Ultra-[ref](#) low phase noise squeezed vacuum source for gravitational wave detectors [ref](#) [J]. Optica, 2016, 3(7): 682-685.
- [19] Vahlbruch H, Mehmet M, Danzmann K, et al. [ref](#) Detection of 15 dB squeezed states of light and their application for the absolute calibration of photoelectric quantum efficiency [ref](#) [J]. Physical Review Letters, 2016, 117(11): 110801.
- [20] Aasi J, Abadie J, Abbott B P, et al. [ref](#) Enhanced sensitivity of the LIGO gravitational wave detector by using squeezed states of light [ref](#) [J]. Nature Photonics, 2013, 7: 613-619.
- [21] Fritschel P, Evans M, Frolov V. [ref](#) Balanced homodyne readout for quantum limited gravitational wave detectors [ref](#) [J]. Optics Express, 2014, 22(4): 4224-4234.
- [22] Steinlechner S, Barr B W, Bell A S, et al. Local-[ref](#) oscillator noise coupling in balanced homodyne readout for advanced gravitational wave detectors [ref](#) [J]. Physical Review D, 2015, 92(7): 072009.
- [23] Liu F, Zhou Y Y, Yu J, et al. Squeezing-enhanced fiber Mach-[ref](#) Zehnder interferometer for low [ref](#)-frequency phase measurement[J]. Applied Physics Letters, 2017, 110(2): 021106.
- [24] Yang P, Xie B Y, Feng S. [ref](#) Subhertz interferometry at the quantum noise limit [ref](#) [J]. Optics Letters, 2019, 44(9): 2366-2369.
- [25] Feng S, He D C, Xie B Y. Quantum theory of phase-[ref](#)-sensitive heterodyne detection [ref](#) [J]. Journal of the Optical Society of America B, 2016, 33(7): 1365-1372.
- [26] Mansell G L, McRae T G, Altin P A, et al. [ref](#) Observation of Squeezed Light in the 2 μm Region [ref](#) [J]. Physical Review Letters, 2018, 120(20): 203603.
- [27] Daryanoosh S, Slussarenko S, Berry D W, et al. [ref](#) Experimental optical phase measurement approaching the exact Heisenberg limit [ref](#) [J]. Nature Communications, 2018, 9(1): 4606.
- [28] Fan H, He D C, Feng S. [ref](#) Experimental study of a phase [ref](#)-sensitive heterodyne detector [J]. Journal of the Optical Society of America B, 2015, 32(10): 2172-2177.
- [29] Xie B Y, Yang P, Feng S. Phase-sensitive heterodyne detection of two-[ref](#) mode squeezed light without noise penalty [ref](#) [J]. Journal of the Optical Society of America B, 2018, 35(10): 2342-2347.
- [30] Xie B Y, Feng S. Squeezing-[ref](#) enhanced heterodyne detection of 10 Hz atto [ref](#)-Watt optical signals [J]. Optics Letters, 2018, 43(24): 6073-6076.
- [31] Guo W B, Zhang Q C, Wu Z J. Real-time three-[ref](#) dimensional imaging technique based on phase [ref](#)-shift fringe analysis: a review [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(8): 0800001. 郭文博, 张启灿, 吴周杰. 基于相移条纹分析的实时三维成像技术发展综述 [J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(8): 0800001.
- [32] Zhang R F, Liu C. [ref](#) Interference fringe center point extraction method based on interval curve fitting [ref](#) [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(8): 0812002. 张瑞峰, 刘畅. 分区间曲线拟合的干涉条纹中心点提取方法 [J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(8): 0812002.
- [33] Zhao M Z, Zhang Y, Zhu Y Y. [ref](#) Research progress of early disease detection technology based on infrared thermography [ref](#) [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(8): 0800002. 赵明珠, 张艳, 朱应燕. 基于红外热成像的早期疾病检测技术的研究进展 [J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(8): 0800002.