

激光与光电子学进展

基于自适应滤波的相敏检测算法研究

雷铭^{1,2,3}, 冯志辉^{1,2,3*}, 南亚明^{1,2,3}, 冯田^{1,2,3}

¹中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

²中国科学院大学, 北京 100049;

³中国科学院空间光电精密测量技术重点实验室, 四川 成都 610209

摘要 正交相位解调是相干激光脱靶量检测中重要的信号处理方法,使用卡尔曼低通滤波器可以有效提高数字正交解调相位计的鉴相性能。针对噪声统计信息未知时,卡尔曼低通滤波器精度下降的问题,提出一种基于 Sage-Husa 自适应滤波的解决方法,该方法利用自适应因子调整状态预测协方差阵,有效降低模型误差,提高滤波精度。对所提方法进行 Matlab 仿真实验,结果表明,自适应卡尔曼滤波方法能有效地改善数字锁相解调器的鉴相性能,减小低信噪比下脱靶量解算误差。

关键词 测量; 激光干涉测量; 脱靶量; 正交解调; 自适应滤波

中图分类号 P631.14

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0112003

Research of Phase-Sensitive-Detection Algorithm Based on Adaptive Filtering

Lei Ming^{1,2,3}, Feng Zhihui^{1,2,3*}, Nan Yaming^{1,2,3}, Feng Tian^{1,2,3}

¹Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

³Key Laboratory of Science and Technology on Space Optoelectronic Precision Measurement, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

Abstract Incoherent laser off-target quantity detection relies on quadrature phase demodulation, and the application of a Kalman low-pass filter can significantly improve the phase discrimination performance of digital quadrature demodulation phasemeters. This paper proposes a solution based on Sage-Husa adaptive filtering, which uses adaptive factors to adjust the state prediction covariance array to effectively reduce the model errors and improve the filtering accuracy, to address the problem that the accuracy of the Kalman low-pass filter decreases when the noise statistics information is unknown. The adaptive Kalman filtering method may substantially improve the phase identification performance of a digital phase-locked demodulator and reduce the decoding error of off-target amount under low signal-to-noise ratio, according to Matlab simulation studies.

Key words measurement; laser interferometry; off-target amount; quadrature demodulation; adaptive filtering

1 引言

激光干涉仪具有测程远、精度高、抗干扰性强等突出优点。与微波测距技术相比,激光外差干涉测量可以将测距精度提高一个数量级,是当前卫星

科学探测的主流手段之一,具有重要的研究价值与发展前景^[1]。地球重力场恢复及气候探测后续任务(GFO)是NASA新一代重力场探测计划,由在同一轨道上相随运行的两颗卫星组成。与基于微波测距技术的第一代重力场卫星不同之处在于,GFO卫

收稿日期: 2021-01-21; 修回日期: 2021-04-19; 录用日期: 2021-04-28

通信作者: *fengzh@ioe.ac.cn

星利用激光外差干涉仪提高轨道摄动测量精度,可实现河流级水文观测^[2]。

卫星在轨运行时会受到空间环境的影响,卫星姿态控制误差通常大于激光发散角,不足以满足激光链路的直接建立与稳定测量的要求,必须要对干涉光束的夹角进行高精度测量,根据测量结果调整卫星姿态。激光脱靶量检测多采用光斑位置检测原理^[3-4],但 GFO 卫星采用差分波前传感(DWS)技术,通过拍频信号的相位信息来解算光束夹角。与前者相比,DWS 技术可以实现更高的测角分辨率^[5-6]。

星间激光干涉测距任务要求相位计要具有大范围的频率跟随能力,数字锁相环相位计在这一方面具有独特的优势,欧美等发达国家很早就已经开展此项技术研究^[7],并对我国进行严格的技术封锁。文献[8]提出一种基于现场可编程门阵列(FPGA)的数字锁相环相位计方案,相位计带宽为 59 kHz,测相标准差约为 1.5 mrad。文献[9]建立了基于数字锁相环的相位噪声分析模型,讨论相位计各部件对输出相位噪声的影响。根据锁相环相位计的原理可知,其测相性能主要受限于相位解调环节中的低通滤波器。对传统的低通滤波器而言,较小的带宽可以提高其抗噪能力,但同时会降低动态性能。传统滤波器滤波精度和响应速度之间的矛盾,在一定程度上制约了锁相环相位计的设计。文献[10]利用卡尔曼滤波算法对数字锁相解调器的低通滤波环节进行优化设计,使解调器兼具了强抗噪能力和良好的动态跟踪响应特性。但是,标准卡尔曼滤波不能根据测量数据修正噪声参数,使得估计误差不断积累,最终将导致滤波精度下降。

为了提高相位解调器在噪声统计信息未知或者时变情况下的相位估计精度,本文利用 Sage-Husa 自适应算法对卡尔曼滤波器进行改进,根据自适应因子调节预测残差协方差阵,提高了直流分量检测精度和准确度。然后利用所提方法对 DWS 技术进行仿真,结果表明,所提方法能够精确、快速检测出相干光电流信号的相位信息,在低信噪比情况下,脱靶量检测精度提高了 60%。

2 差分波前测量原理

采用基模高斯光束构建 DWS 技术方案的数学模型,设基模高斯光束沿 z 轴传播,光场的复振幅为

$$A(x, y, z) =$$

$$\frac{c}{w(z)} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} + \frac{ik(x^2 + y^2)}{2R(z)} + ikz \right], \quad (1)$$

式中: c 是常数因子。高斯光束等相位面上的光斑半径 $w(z)$ 和曲率半径 $R(z)$ 由束腰半径 w_0 和瑞利距离 $z_0 = \pi w_0^2 / \lambda$ 表示:

$$\frac{1}{w^2(z)} = \frac{z_0^2}{w_0(z^2 + z_0^2)}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{R(z)} = \frac{z}{z^2 + z_0^2} \quad (3)$$

考虑两高斯光束在四象限探测器上干涉的情况,两光束在各自参考系中的振幅为

$$A_r = C_r \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w_r^2(z)} + \frac{ik(x^2 + y^2)}{2R_r(z)} + ikz \right], \quad (4)$$

$$A_m = C_m \exp \left[-\frac{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}{w_m^2(\tilde{z})} + \frac{ik(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{2R_m(\tilde{z})} + ik\tilde{z} \right], \quad (5)$$

式中:常数 $C = c/w(z)$ 。

假设参考光束垂直进入四象限探测器中心,测量光束仅在 x 轴方向上存在偏移,偏移距离为 x_0 ,偏移角度为 θ ,图 1 为坐标情况示意图。此时,光束波前在探测器上关于 x 轴对称分布,光束的偏移只会影响 x 轴方向上的波前相位分布。

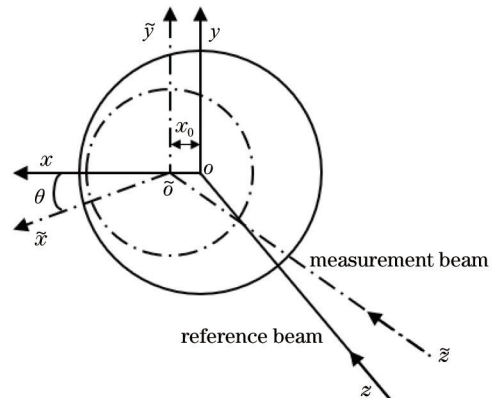


图 1 坐标系示意图

Fig. 1 Diagram of the coordinate system

测量光束的坐标系 $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ 是参考光束的坐标系 (x, y, z) 通过一定的旋转与平移得到的:

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

将(6)式代入(5)式,得到坐标变换后的测量光场振幅为

$$A_m = C_m \exp \left\{ -\frac{(x-x_0)^2 + y^2}{w_m^2(z)} + \frac{ik[(x-x_0)^2 + y^2]}{2R_m(z)} + ik(z+x\theta) \right\}. \quad (7)$$

以四象限探测器作为积分器,对入射光束的振幅进行积分。探测器左右半边干涉光电流信号的平均复振幅是关于光束失调角 θ 的函数,记作

$$F_{\text{left}}(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^0 dx \cdot A_r A_m^* = P(y) \int_{-\infty}^0 \exp \left[-\frac{2x^2}{w_{\text{eff}}^2} + \frac{ikx^2}{R_{\text{rel}}} - ikx\theta \left(1 - \frac{z_{\text{tm}}}{R_m} \right) + ikx \frac{x_{0s}}{R_m} \right] dx, \quad (8)$$

$$F_{\text{right}}(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_0^{\infty} dx \cdot A_r A_m^* = P(y) \int_0^{\infty} \exp \left[-\frac{2x^2}{w_{\text{eff}}^2} + \frac{ikx^2}{R_{\text{rel}}} - ikx\theta \left(1 - \frac{z_{\text{tm}}}{R_m} \right) + ikx \frac{x_{0s}}{R_m} \right] dx, \quad (9)$$

式中: $P(y)$ 为被积函数中与 x 无关的部分。

$$P(y) = C_m C_r \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{2y^2}{w_{\text{eff}}^2} + \frac{iky^2}{2R_{\text{rel}}} + ikz \right) dy. \quad (10)$$

引入的有效光斑半径 w_{eff} 、相对曲率半径 R_{rel} 、光路距离 z_{tm} 和静态光斑位移 x_{0s} 的相关公式为

$$\frac{2}{w_{\text{eff}}^2} = \frac{1}{w_m^2} + \frac{1}{w_r^2}, \quad (11)$$

$$\frac{1}{R_{\text{rel}}} = \frac{1}{R_r} - \frac{1}{R_m}, \quad (12)$$

$$x_0 = x_{0s} + z_{\text{tm}} \cdot \sin \theta. \quad (13)$$

因此,探测器输出光电流信号的相位与相干光失调角 θ 有关,将探测器左右半边输出光电流的相位差定义为脱靶量的检测值,记作 φ_{DWS} :

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{DWS}}^{(x)}(\theta) &= \arg [F_{\text{left}}(\theta)] - \arg [F_{\text{right}}(\theta)] = \arg \left[\frac{F_{\text{left}}(\theta)}{F_{\text{right}}(\theta)} \right] = \\ &= \arg \left\{ \frac{\int_{-\infty}^0 \exp \left[-\frac{2x^2}{w_{\text{eff}}^2} + \frac{ikx^2}{R_{\text{rel}}} - ikx\theta \left(1 - \frac{z_{\text{tm}}}{R_m} \right) + ikx \frac{x_{0s}}{R_m} \right] dx}{\int_0^{\infty} \exp \left[-\frac{2x^2}{w_{\text{eff}}^2} + \frac{ikx^2}{R_{\text{rel}}} - ikx\theta \left(1 - \frac{z_{\text{tm}}}{R_m} \right) + ikx \frac{x_{0s}}{R_m} \right] dx} \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

由(14)式可知, φ_{DWS} 中不包含光程变化信息,因此使用 DWS 技术实现脱靶量检测与相干测距不冲突。 φ_{DWS} 与对应脱靶量 θ 的仿真结果如图 2 所

示,二者之间呈现一种“S”型的非线性关系,在实际应用中,可以通过工程标定与线性插值法求解脱靶量。

3 数字正交解调相位计

3.1 鉴相原理

引入卡尔曼滤波器的数字正交相位解调器的原理如图 3 所示,与传统解调器结构一致,主要分为相敏检测和低通滤波两个环节。 S_k 、 S_{1k} 和 S_{Qk} 分别为原信号、正弦参考信号和余弦参考信号, k 为当前时刻, I'_k 和 Q'_k 分别为同相信号和正交信号的直流项。

对探测器输出信号进行采样,可得到离散信号:

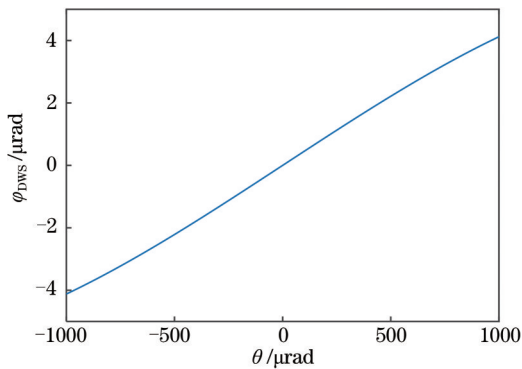


图 2 脱靶量与解算值关系仿真

Fig. 2 Relationship between θ and the DWS signal

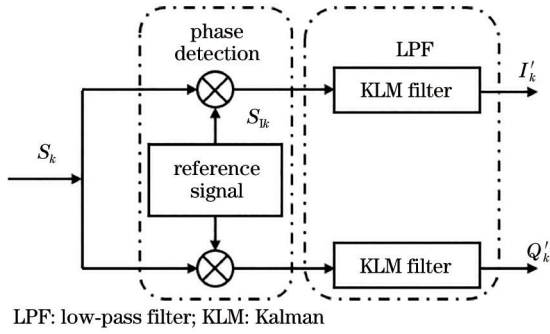


图 3 引入卡尔曼滤波器的数字正交解调器结构

Fig. 3 Structure of the digital phase-locked demodulator with Kalman filter

$$S_k = A_0 \sin\left(\frac{2k\pi}{N} + \varphi\right), \quad (15)$$

式中: N 为采样频率对源信号采样一个整周期需要的点数; A_0 和 φ 分别为源信号的幅值和相位。同频正交参考序列的计算公式为

$$S_{I_k} = \sin\left(\frac{2k\pi}{N}\right), \quad (16)$$

$$S_{Q_k} = \cos\left(\frac{2k\pi}{N}\right). \quad (17)$$

将输入的源信号采样值与相应参考序列相乘, 得

$$I_k = S_k \cdot S_{I_k} = \frac{A_0}{2} \left[\cos \varphi - \cos\left(\frac{2k\pi}{N} + \varphi\right) \right], \quad (18)$$

$$Q_k = S_k \cdot S_{Q_k} = \frac{A_0}{2} \left[\sin \varphi + \sin\left(\frac{2k\pi}{N} + \varphi\right) \right]. \quad (19)$$

(18)、(19) 式当中均含有相互正交的直流项, 且该直流项包含了目标信号的幅值和相位等信息。在低通滤波器的作用下, 由 (18)、(19) 式可得

$$I'_k = \frac{A_0}{2} \cos \varphi, \quad (20)$$

$$Q'_k = \frac{A_0}{2} \sin \varphi. \quad (21)$$

则相位为

$$\varphi = \arctan(Q'_k/I'_k). \quad (22)$$

数字同步解调法的优点包括算法原理简单、运算过程为同频信号相乘、便于数字化实现。该方法通过测量直流信号的幅度来计算相位值, 鉴相精度主要受限于低通滤波器的抗噪能力。

3.2 低通滤波器优化设计

卡尔曼滤波是一种最优估计方法, 当状态模型和高斯噪声已知时, 卡尔曼低通滤波器能保证解调

器良好的动态。结合锁相环节的分析, 低通滤波器的目的是滤除交流部分而获得直流项。标准卡尔曼低通滤波器的状态变量为 2 个通道的直流项:

$$\mathbf{X}_k = (I'_k \quad Q'_k)^T. \quad (23)$$

数字正交相位计的状态方程和测量方程可以分别表示为

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{F} \cdot \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1}, \quad (24)$$

$$\mathbf{Y}_k = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \mathbf{\Pi}_{k-m} + \mathbf{V}_k, \quad (25)$$

式中: \mathbf{F} 为状态转移矩阵, 由于在一定时间内状态估计值 (即直流部分) 保持不变, 所以令 \mathbf{F} 等于单位矩阵 \mathbf{E} ; m 为序号; 双通道卡尔曼滤波器系统的输入信号 $\mathbf{\Pi}_k = (I_k \quad Q_k)^T$ 。系统噪声 \mathbf{W}_k 和测量噪声 \mathbf{V}_k 为相互独立的白噪声序列, 其统计特性满足:

$$\begin{cases} E(\mathbf{W}_k) = 0, E(\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T) = \boldsymbol{\Sigma}_k \delta_{kj} \\ E(\mathbf{V}_k) = 0, E(\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T) = \mathbf{r}_k \delta_{kj} \\ E(\mathbf{W}_k \mathbf{V}_j^T) = 0 \end{cases}, \quad (26)$$

式中: δ_{kj} 为冲激函数。标准卡尔曼滤波算法要求系统噪声和测量噪声的协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_k$ 和 \mathbf{r}_k 恒定不变, 但是在实际工程应用中, 噪声干扰一般是时变的, 会导致不可忽视的模型误差。

Sage-Husa 自适应算法是一种极大后验估计器, 通过引入系统噪声均值 \mathbf{q}_k 和测量噪声均值 \mathbf{r}_k , 对滤波过程中的状态量和新息进行实时补偿, 同时实时更新系统噪声协方差阵 $\boldsymbol{\Sigma}_k$ 和测量噪声方差阵 \mathbf{r}_k 。它可以抵抗不确定度引起的测量方程模型误差, 且具有原理简单、实时性好的优点。

利用 Sage-Husa 自适应算法进行卡尔曼滤波, 首先要对下一步状态与均方误差进行预测:

$$\mathbf{X}_{k,k-1} = \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{q}_k, \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_{k,k-1} = \mathbf{P}_{k-1} + \boldsymbol{\Sigma}_{k-1}. \quad (28)$$

随后, 通过观测到的 \mathbf{Y}_k 计算新息 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$, 并对预测值 $\mathbf{X}_{k,k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{k,k-1}$ 进行校正, 表达式为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_{k,k-1} - \mathbf{r}_k, \quad (29)$$

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_k, \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{E} - \mathbf{K}_k) \mathbf{P}_{k,k-1} (\mathbf{E} - \mathbf{K}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{r}_k \mathbf{K}_k^T, \quad (31)$$

式中: \mathbf{K}_k 为卡尔曼增益, 决定了预测值和测量值对实际最优估计的影响权值。其值在每次迭代过程中通过预测均方误差被更新:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k,k-1} (\mathbf{P}_{k,k-1} + \mathbf{r}_k)^{-1}. \quad (32)$$

其中 \mathbf{q}_k 、 \mathbf{r}_k 、 $\boldsymbol{\Sigma}_k$ 和 \mathbf{r}_k 由时变噪声统计估值器递推获得:

$$\mathbf{q}_k = (1 - d_k) \mathbf{q}_{k-1} + d_k (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{k-1}), \quad (33)$$

$$\mathbf{r}_k = (1 - d_k) \mathbf{r}_{k-1} + d_k (\mathbf{Y}_k - \mathbf{Y}_{k,k-1}), \quad (34)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_k = (1 - d_k) \boldsymbol{\Sigma}_{k-1} + d_k (\mathbf{K}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T \mathbf{K}_k^T - \mathbf{P}_k - \mathbf{P}_{k-1}), \quad (35)$$

$$\mathbf{r}_k = (1 - d_k) \mathbf{r}_{k-1} + d_k (\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T - \mathbf{P}_{k-1}), \quad (36)$$

式中: $d_k = (1 - b) / (1 - b^k)$, b 为遗忘因子, 通常取 $0.9 \sim 0.99$ 。

4 仿真分析

4.1 数字正交解调器性能仿真

为验证引入自适应卡尔曼滤波器的数字正交解调器的鉴相性能, 在 Matlab 中设计仿真实验。设数字锁相解调器输入信号频率为 1 MHz, 采样频率为 40 MHz, 即每个周期同步采样 20 点。在输入信噪比分别为 10 dB、30 dB、50 dB 的条件下, 分别采用卡尔曼滤波与自适应卡尔曼滤波两种方法, 对相位解调器在 $[0, \pi]$ 范围内的鉴相精度进行 1000 次重复仿真, 误差估计系数 q/r 的初值和遗忘因子 b 分别取 10^{-6} 和 0.95。鉴相均方误差 (MSE) 分别如图 4 和图 5 所示。

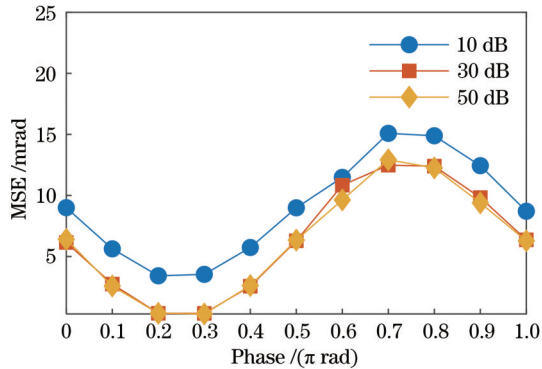


图 4 卡尔曼滤波鉴相方 MSE

Fig. 4 MSE of phase discrimination of Kalman filtering

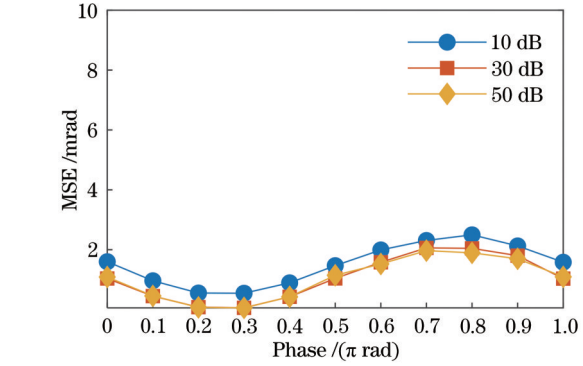
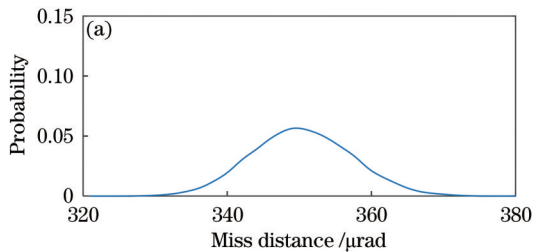


图 5 自适应滤波鉴相 MSE

Fig. 5 MSE of phase discrimination of adaptive Kalman filtering

使用卡尔曼滤波进行直流信号提取时, 由于噪声理论估计值与实际值存在误差, 卡尔曼滤波结果相对于真值的起伏较大, 因而鉴相误差较大。对仿真结果进行对比可以发现, 与传统卡尔曼低通滤波器相比, 所提自适应卡尔曼低通滤波器可以明显降低数字锁相解调器的鉴相误差。

4.2 脱靶量解算性能仿真

为了进一步验证所提方法对脱靶量检测的有效性, 根据第 2 节的推导过程设计 Matlab 仿真实验, 设激光波长为 1064 nm, 光束腰半径为 0.2 mm, 干涉臂长为 20 mm, 参考光与测量光之间的夹角为 $350 \mu\text{rad}$, 测量信号信噪比为 10 dB。

在此条件下, 采用分段线性插值法反解脱靶量, 使用提到的两种方法进行 10000 次的脱靶量检测仿真。卡尔曼滤波器的检测结果如图 6(a) 所示, 脱靶量测量结果近似正态分布, 脱靶量检测均值为 $350.36 \mu\text{rad}$, 均方误差为 $6.97 \mu\text{rad}$; 自适应卡尔曼滤波器的检测结果如图 6(b) 所示, 脱靶量测量结果同样近似正态分布, 脱靶量检测均值为 $349.93 \mu\text{rad}$, 均方误差为 $2.78 \mu\text{rad}$, 与前者相比, 均方误差降低了 60%。因此, 所提方法能够达到更高的脱靶量测量精度。

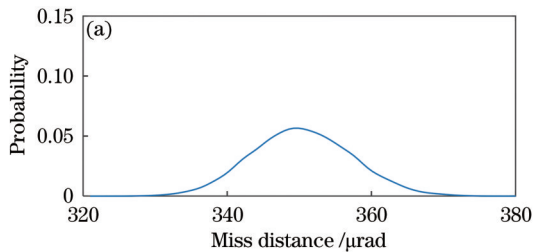


图 6 误检测的概率分布。(a) 卡尔曼滤波结果; (b) 自适应卡尔曼滤波结果

Fig. 6 Probability distribution of misalignment detection. (a) Results of Kalman filtering; (b) results of adaptive Kalman filtering

5 结 论

围绕相干激光脱靶量检测技术中的相位测量环节展开研究,介绍了使用卡尔曼滤波器对锁相环相位计进行优化的方法,并针对噪声统计信息未知或者时变的情况,采用 Sage-Husa 自适应算法设计噪声估计器,更新卡尔曼滤波器的误差估计系数。仿真结果表明,所提测相方案具有更强的抗噪能力和更高的测相精度。然后,建立了脱靶量检测仿真系统,采用分段线性插值法解算光束夹角。仿真结果表明,所提测相方案可以在信噪比未知的情况下将脱靶量解算均方误差降低 60%。

研究的脱靶量检测技术对星间相干光探测与通信系统都有重要的意义,目前国内在这一领域的研究进度远远落后于国外,所提相位计优化方案对后续的研究工作具有一定的指导意义。

参 考 文 献

- [1] Zhao X, Yang H M, Qiang J, et al. High-precision coherent laser ranging method based on Kalman filtering[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(14): 1412001.
赵潇, 杨海马, 强佳, 等. 基于卡尔曼滤波的高精度相干激光测距方法[J]. 光学学报, 2020, 40(14): 1412001.
- [2] Kornfeld R P, Arnold B W, Gross M A, et al. GRACE-FO: the gravity recovery and climate experiment follow-on mission[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2019, 56(3): 931-951.
- [3] Jia Y D, Qiang J, Zhang L, et al. Spaceborne long-distance tracking method based on adaptive vibration suppression[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(22): 2212003.
贾远东, 强佳, 张亮, 等. 基于自适应振动抑制的星载远距离测距跟踪方法研究[J]. 光学学报, 2020, 40(22): 2212003.
- [4] Chen H F, Tang L, Zhang S, et al. Effects of position sensitive detector on laser tracing measurement system[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(11): 1104001.
陈洪芳, 汤亮, 张爽, 等. 位置敏感探测器对激光追踪测量系统的影响[J]. 中国激光, 2020, 47(11): 1104001.
- [5] Hyde T T, Maghami P G, Merkowitz S M. Pointing acquisition and performance for the laser interferometry space antenna mission[J]. Classical and Quantum Gravity, 2004, 21(5): S635-S640.
- [6] Anderson D Z. Alignment of resonant optical cavities[J]. Applied Optics, 1984, 23(17): 2944-2949.
- [7] Sanjuan J, Gohlke M, Rasch S, et al. Interspacecraft link simulator for the laser ranging interferometer onboard GRACE Follow-On[J]. Applied Optics, 2015, 54(22): 6682-6689.
- [8] Liang Y R. High precision phase measurement for heterodyne laser interferometer[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2013.
梁浴榕. 外差激光干涉仪中的高精度相位测量研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2013.
- [9] Kou Y M, Feng Z Y, Huang N, et al. Analysis and simulation of phase noise in digital phase-locked loops[J]. Electrotechnical Application, 2012, 31(8): 74-76.
寇玉民, 冯占英, 黄娜, 等. 数字锁相环相位噪声分析及仿真研究[J]. 电气应用, 2012, 31(8): 74-76.
- [10] Li Y, Liu Z, Zhao P F, et al. Optimal design for digital phase-locked demodulator[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(2): 299-308.
李勇, 刘泽, 赵鹏飞, 等. 数字锁相解调器的优化设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(2): 299-308.